

УДК 624

А.И. Бохонский, Л.В. Барашова*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***УПРАВЛЕНИЕ ПЕРЕНОСНЫМ ДВИЖЕНИЕМ ДЕФОРМИРУЕМОГО ОБЪЕКТА С УЧЕТОМ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ И СЛУЧАЙНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ*****Исследована комбинация программного управления переносным движением упругодеформируемого объекта и управления с обратной связью для подавления колебаний объекта в относительном движении.***

Анализу оптимальных управлений переносным движением упругодеформируемых систем с конечным и бесконечным числом степеней свободы посвящена работа [1]. На ряде примеров показано, что существует класс оптимальных кососимметричных управлений переносным движением упругого объекта из исходного в конечное состояние абсолютного покоя (при котором выполняются моментные соотношения) и движение реализуется за минимально возможное время. Все задачи решены без учета сопротивления и случайных процессов, которые обычно имеют место в реальных механических системах.

Отметим, что на частном примере в [1] при использовании алгоритма решения обратной задачи динамики иллюстрируется возможность поиска оптимального переносного движения системы с линейно-вязким сопротивлением, если за эталонное принять движение без сопротивления.

Общей теории колебаний механических систем и задачам уделялось внимание, например, в [2, 3]. Важное практическое значение при исследовании случайных колебаний линейных систем имеет определение вероятностных характеристик на выходе системы при известных характеристиках случайных процессов на входе [2, 3]. В частности, при решении задач оптимального синтеза виброизоляции объектов техники при случайных воздействиях необходимо находить такие значения основных параметров системы виброизоляции, при которых снижается реакция объекта на воздействие [4].

В современных системах управления с целью снижения влияния различного рода возмущений на качество функционирования находят применение отрицательные обратные связи, обладающие рядом достоинств: уменьшается влияние изменений параметров объекта, повышается быстродействие замкнутой системы, снижается влияние возмущений и уменьшается ошибка системы [5, 6]. Для анализа и синтеза таких систем в настоящее время эффективно привлекается интегрированная среда MATLAB и программы Simulink [7].

Целью исследований, результаты которых представлены в данной статье, является анализ динамического поведения деформируемого объекта при оптимальном управлении переносным движением с учетом случайного характера возмущений. Предложенный подход иллюстрируется на примере системы с одной степенью свободы.

Поиск управления переносным движением деформируемого объекта, на который действует случайное возмущение, осуществляется в два этапа.

На первом этапе решается задача оптимального синтеза коэффициентов усиления в обратной связи, которая должна существенно уменьшить уровень колебаний при случайном воздействии. На втором этапе находится управление переносным движением замкнутой системы, которая обладает новыми свойствами по сравнению с исходной системой.

Дифференциальное уравнение относительного движения системы с одной степенью свободы с учетом случайного воздействия имеет вид

$$m \frac{d^2 x_r}{dt^2} + k_1^* \frac{dx_r}{dt} + c^* x_r = F_1(t) + F(t) + U(t), \quad (1)$$

где m – масса объекта; k_1^* – коэффициент сопротивления; c^* – коэффициент жесткости; $F_1(t)$ – высокочастотное гармоническое воздействие; $F(t)$ – случайная функция; $U(t)$ – управление (ПД-регулятор).

Управление $U(t)$ принимается в виде

$$U(t) = -b_1 \frac{dx_r}{dt} - b_2 x_r, \quad (2)$$

где коэффициенты b_1 и b_2 подлежат определению. Уравнение (1) с учетом (2) записывается следующим образом:

$$m \frac{d^2 x_r}{dt^2} + (k_1^* + b_1) \frac{dx_r}{dt} + (c^* + b_2) x_r = F_1(t) + F(t). \quad (3)$$

Корреляционная функция случайной функции $F(t)$ задана в виде

$$K_F(\tau) = D_F e^{-\alpha |\tau|}, \quad (4)$$

где D_F – дисперсия случайной функции; α – константа ($\alpha > 0$). В этом случае спектральная плотность согласно формуле Винера-Хинчина вычисляется так:

$$S_F(\omega) = \int_{-\tau}^{\tau} D_F e^{-\alpha|\tau|} \cos(\omega \tau) d\tau = \frac{2D_F\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}. \quad (5)$$

На объект действует также возмущающая сила, изменяющаяся по гармоническому закону

$$F_1(t) = H \sin(pt + \delta),$$

где H – амплитудное значение силы; p – частота гармонического воздействия; δ – константа.

В установившемся режиме колебаний квадрат амплитуды вынужденных колебаний от гармонического воздействия равен

$$A = \frac{h^2}{(p_0^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2}, \quad (6)$$

где $h = H/m$; $n = (k_1^* + b_1)/2m$; $p_0 = \sqrt{k^2 - n^2}$; $k = \sqrt{\frac{c^* + b_2}{m}}$.

Период собственных колебаний замкнутой системы $T = p_0 / 2 \cdot \pi$.

Дисперсия перемещений в относительном движении вычисляется как

$$D_{x_r} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |W(i\omega)|^2 S_F d\omega, \quad (7)$$

где $W(i\omega) = \frac{1}{m(-\omega^2 + 2ni\omega + p_0^2)}$ – частотная характеристика. Дисперсия перемещений после вычисления интеграла примет вид

$$D_{x_r} = \frac{(2n + \alpha) D_F}{2n^2 p_0^2 (\alpha^2 + 2n\alpha + p_0^2) m}. \quad (8)$$

Оптимизация состоит в следующем. Необходимо найти такие значения коэффициентов усиления b_1 и b_2 , которые обеспечивают минимум квадрата амплитуды вынужденных колебаний от гармонического воздействия при ограничении на дисперсию перемещения, обусловленного случайным воздействием. Задача сводится к нахождению безусловного экстремума для обобщенного критерия

$$J = A + \lambda (D_{x_r} - D_0), \quad (9)$$

где λ – множитель Лагранжа; D_0 – заданное значение дисперсии на выходе. Необходимые условия экстремума критерия (9) представляют собой систему существенно нелинейных и чрезвычайно громоздких алгебраических уравнений

$$\frac{\partial J}{\partial b_1} = 0, \quad \frac{\partial J}{\partial b_2} = 0, \quad \frac{\partial J}{\partial \lambda} = 0, \quad (10)$$

решение которых возможно только численно с использованием, например, программы solve (в Maple). Сконструированная на основании найденных констант b_1 и b_2 обратная связь должна подавлять реакцию системы на случайные возмущения (шумы) и высокочастотные гармонические воздействия.

Из всех троек корней, являющихся решениями системы уравнений (10), выбираются только действительные числа, которые в результате подстановки в критерий (9) обеспечивают его наименьшее значение.

На втором этапе ищется управление переносным движением замкнутой системы. В результате решения обратной задачи динамики по известному закону движения, соответствующему одному из кососимметричных управлений эталонной системой, может быть найдено управление на единицу массы системы, например, согласно [1] управление

$$U_e(t) = -p_0^2 x_r - 2n x_r' - x_r''. \quad (11)$$

Эталонное движение в [1] принималось для системы без сопротивления:

$$x_r(t) = \frac{Lp^3 \sin(p_0 t)}{2p_0 \pi (p_0^2 - p_*^2)} - \frac{Lp^2 \sin(p_* t)}{2\pi (p_*^2 - p_0^2)}. \quad (12)$$

После подстановки x_r , x_r' , x_r'' в (12) в (11) и преобразований с учетом $p_0 = p_*/2$ получено следующее управление переносным движением:

$$U_e(t) = -\frac{Lp_0}{\pi} \left(\frac{p_0 \sin(p_0 t/2)}{8} + n \frac{\cos(p_0 t/2) - \cos(p_0 t)}{6} \right).$$

Анализ поведения системы проведен с использованием наиболее простого управления переносным движением объекта.

Численный пример. Исходные данные: $m = 1 \text{ кг}$; $p = 6 \text{ с}^{-1}$; $k_1 = 0$; $\alpha = 1 \text{ с}^{-1}$; $D_F = 1 \text{ Н}$; $D_0 = 0,002 \text{ м}^2$; $c^* = 2 \text{ Н/м}$; $h = 0,004 \text{ Н/кг}$. Для приведенных исходных данных при решении системы нелинейных уравнений программа *solve* (в *Maple*) выдает 36 корней, из которых взяты: $b_1 = 1,2076 \text{ кг/с}$; $b_2 = 35,8202 \text{ кг/с}^2$; $\lambda = -0,1818 \cdot 10^{-3}$.

Для этих корней значение критерия $J = 2,8669 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2$. При этом система с обратной связью имеет параметры: $n = 0,6037 \text{ с}^{-1}$; частоту собственных колебаний $k = 6,1201 \text{ с}^{-1}$; период собственных колебаний $T = 0,9740 \text{ с}$.

Для перемещения на расстояние L упругого объекта из исходного в конечное состояние абсолютного покоя за минимальное время использовано кососимметричное управление, которое в [1] задавалось в виде

$$U_e(t) = \frac{L p_u^2}{2\pi} \sin(p_u t),$$

где $p_u = \frac{2\pi}{T_*}$; T_* – время переносного движения объекта.

Дифференциальное уравнение колебаний исходной упругой системы без обратной связи при переносном движении с учетом помех в виде гармонической функции и белого шума записывается в виде

$$\frac{d^2 x_r}{dt^2} + 4x_r = -\frac{1}{2\pi} \sin t + 0,004 \sin(6t) + F(t), \quad (13)$$

где $F(t)$ – возмущающее воздействие типа белый шум.

Дифференциальное уравнение замкнутой системы можно записать следующим образом:

$$\frac{d^2 x_r}{dt^2} + 1,2074 \frac{dx_r}{dt} + 37,4556 x_r = -\frac{37,4556}{2\pi} \sin(3,06t) + 0,004 \sin(6t) + F(t). \quad (14)$$

Здесь расстояние, на которое необходимо переместить объект $L = 1 \text{ м}$.

Далее для анализа поведения системы используется визуальное моделирование в среде *Matlab* (*Simulink*). На рисунках 1 и 2 изображены соответственно блок – схемы моделей управления переносным движением исходной системы и системы с обратной связью.

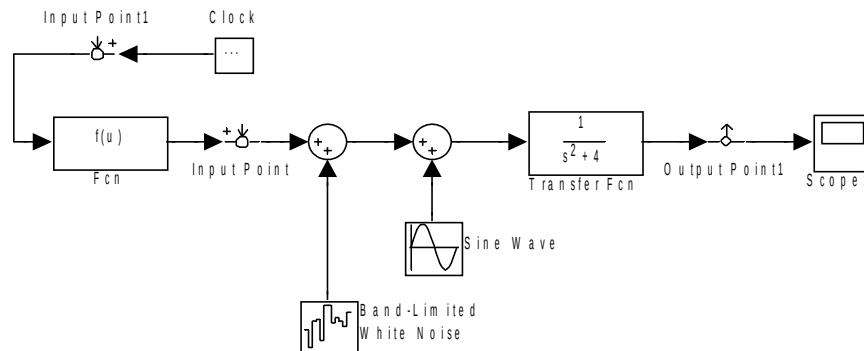


Рисунок 1 – Блок-схема модели управления переносным движением заданной упругой системы с учетом помех

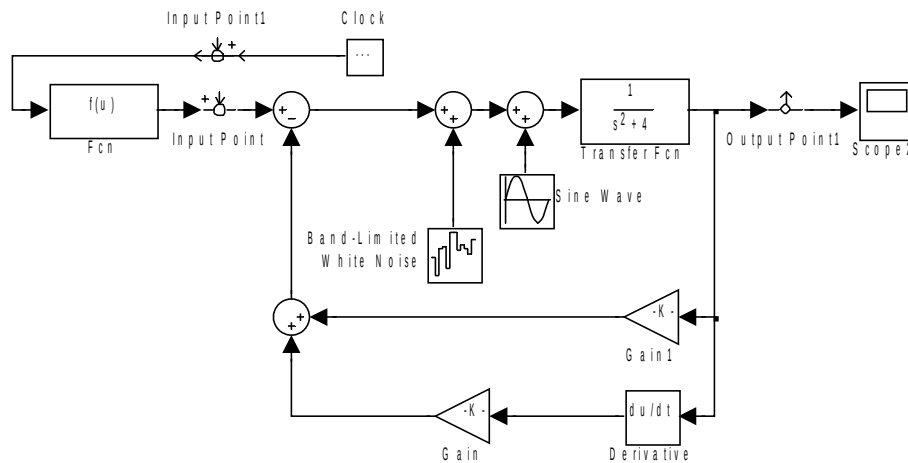
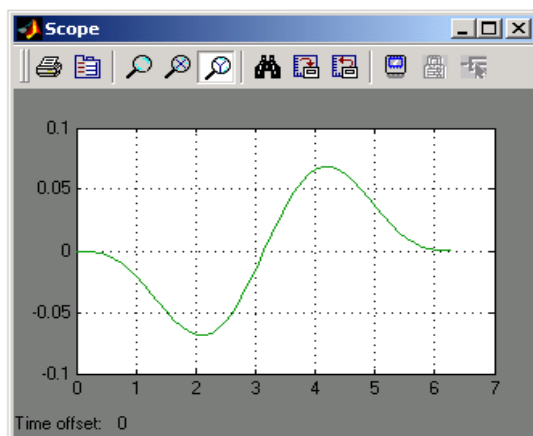
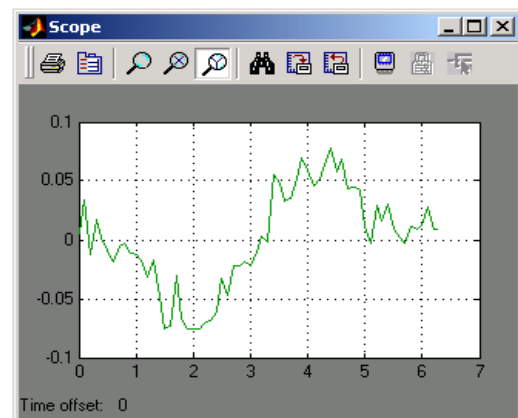


Рисунок 2 – Блок-схема модели управления переносным движением упругого объекта с учетом помех и обратной связи

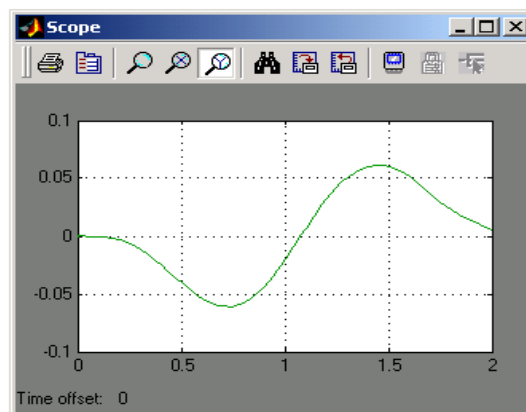
Модель, изображенная на рисунке 2, включает программное управление по условно медленному движению, которое реализуется в блоке F_{sp} , и управление колебаниями с учетом помех (White Noise и Sine Wave), которое реализуется в виде обратной связи. Коэффициенты регулятора b_1 , b_2 соответствуют вычисленным по предыдущей процедуре оптимизации.



а)



б)



в)

Рисунок 3 – Графики колебаний упругой системы при оптимальном переносном движении:
а) без помех и обратной связи; б) с помехами без обратной связи;
в) с помехами и отрицательной обратной связью

Графики, изображенные на рисунке 3, иллюстрируют эффективность использования обратной связи для снижения уровня колебаний, обусловленных переносным оптимальным движением и помехами. Если без обратной

связи время движения равно 6,2832 с, то для системы с обратной связью время оптимального переносного движения близко к 2 с; при этом подавляются колебания, созданные помехами.

Выводы

1. При оптимальном (по быстродействию) переносном движении упругого объекта отрицательная обратная связь, снижая уровень колебаний объекта в его относительном движении, обеспечивает тем самым уменьшение деформаций и внутренних усилий транспортируемого упругого объекта.

2. Система с обратной связью отличается от исходной своими физическими свойствами, в частности, изменяется частота собственных колебаний; поэтому для достижения заданного перемещения за минимальное время в переносном движении необходимо изменять параметры оптимального управления переносным движением.

Рассмотренный подход в моделировании в будущем предполагается распространить на системы с конечным и бесконечным числом степеней свободы.

Библиографический список

1. Бохонский А.И. Оптимальное управление переносным движением деформируемых объектов: теория и технические приложения / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, М.И. Мозолевский; под ред. Бохонского А.И. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2007. — 296 с.
2. Светлицкий В.А. Случайные колебания механических систем / В.А. Светлицкий. — М.: Машиностроение, 1976. — 216 с.
3. Светлицкий В.А. Сборник задач по теории колебаний / В.А. Светлицкий, И.В. Стаценко. — М.: Высш. шк., 1973. — 456 с.
4. Вибрации в технике: справочник [В 6-ти т.]. Т. 6. Защита от вибрации и ударов / К.В. Фролов [и др.]. — М.: Машиностроение, 1981. — 456 с.
5. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т.1. Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / К.А. Пупков [и др.]. — М.: Изд-во МГТУ, 2004. — 656 с.
6. Дорф Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бирман: пер. с англ. — М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. — 832 с.
7. Черных И.В. SIMULINK: среда создания инженерных приложений / И.В. Черных. — М.: ДИАЛОГ–МИФИ, 2003. — 496 с.

Поступила в редакцию 21.01.2008 г.