

УДК 378.51.53.54

М.И. Деркач, доцент, канд. физ.-мат. наук

А.Ф. Хрусталеv, профессор, д-р физ.-мат. наук

Севастопольский национальный технический университет

ул. Университетская, 33, г. Севастополь, 99053, Украина

ПРОБЛЕМА СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ УЧЕБНЫХ ЗАДАЧ

Обсуждаются вопросы информационной избыточности условий задач математики, физики, химии и экономики.

Ключевые слова: *информационная избыточность, математическая модель, оптимизация, химическая формула, экономичность решений.*

Постановка проблемы. В плане мероприятий МОН Украины по совершенствованию физико-математического образования говорится о важности полноценной реализации межпредметных связей математики и физики с другими предметами.

В этой связи отметим, что 29 октября 2008 года проблемам физико-математического образования в МОН Украины было посвящено Всеукраинское совещание работников высших учебных заведений, преподавателей физики и математики средних школ и институтов последилового образования, сотрудников научно-исследовательских и академических учреждений «Современное физико-математическое образование. Перспективы, проблемы». Рекомендации этого совещания, посвященные совершенствованию научно-практических и педагогических задач обучения, нашли отражение и в данной статье.

Поскольку одним из основных каналов межпредметных связей являются задачи, то, прежде всего, нужно совершенствовать их содержание и четкость формулировок, тем более что количество аудиторных учебных часов по математике и другим дисциплинам значительно сократилось. Рассматриваемая нами проблема тесно связана с Национальной доктриной развития образования Украины в XXI веке, которая определяет как приоритетное его дальнейшее совершенствование, и потому является актуальной.

Анализ последних исследований и публикаций, выделение нерешенной части проблемы. В некоторых учебных пособиях и научно-методических публикациях приводятся формулировки задач, иногда содержащие лишние сведения столько, что задачу можно решить двумя-тремя способами, используя разные группы данных, включая и такие, на экспериментальные определения которых затрачиваются средства и время. С позиции экономичности решений исходных данных должно быть столько и таких, которые уже обеспечивают получение результата дедуктивно, без экспериментального обоснования каких-либо следствий. В работах [1–3] рассмотрены некоторые вопросы информационной избыточности условий задач и типичные некорректные решения, приводящие к неправильным выводам. Отсутствие методики надежной проверки получаемых результатов остается нерешенной частью рассматриваемой проблемы.

Целью данной статьи является совершенствование условий учебных задач на основе четких формулировок, удовлетворяющих требованиям непротиворечивости, независимости и полноты исходных данных, приводящих к рациональным и оптимальным решениям, использующим надежный контроль получаемых результатов.

Изложение основного материала статьи.

При решении различных задач возникает необходимость с помощью дедуктивной обработки одной информации получать другую. В широком смысле информация – это сообщение, сведения о чем-нибудь.

«Ученик, прочитав условие задачи, обрабатывает сообщения, которые оно содержит, создает решение задачи, в результате выполнения которого получается новое сообщение – ответ задачи» [4, с. 11].

Вообще «Обработка сообщений – это процесс получения новых сообщений из имеющихся» [4, с. 11].

Если условие задачи содержит сообщение, часть которого является лишней, то говорят, что такое сообщение имеет информационную избыточность.

Обсуждая вопрос об информационной избыточности условий задач, укажем, что в книге для учителя [5, с. 7] говорится: «Важнейшее требование к составлению задач для учащихся любого класса – четкость формулировки условия и отсутствие лишних данных». В этой связи заметим, что составить задачу без лишних данных нелегко, и поэтому не в каждой задаче имеется ровно столько данных, сколько их нужно для решения: их может быть и больше, и меньше. Такие задачи не только могут, но и должны быть представлены в учебной практике. Если условие задачи содержит лишние данные, то для решения лучше оптимально использовать её информационные ресурсы. Если данных меньше, то недостающие данные часто можно найти, например, в соответствующих справочниках, и к такой деятельности также нужно готовить и учащихся, и студентов.

Ещё раз подчеркнем, что в реальных условиях исходные данные задачи часто находят экспериментально, затрачивая на это средства и время. Поэтому оптимальное их использование будет способствовать и экономизации всего учебно-воспитательного процесса.

Экономическая задача. С двух заводов поставляются автомобили для двух автохозяйств, потребности которых соответственно 200 и 300 машин. Первый завод выпустил 350 машин, второй – 150. Известны затраты на перевозку машин с завода в каждое автохозяйство:

Таблица 1 – Затраты на перевозку машины

Завод	Затраты на перевозку в автохозяйство, ден. ед.	
	1	2
1	15	20
2	8	25

Минимальные затраты на перевозку равны 7950 ден. ед. Найти оптимальный план перевозки машин так, чтобы общая стоимость транспортных расходов была наименьшей. В таблице указаны затраты на перевозку одной машины [6, с. 55].

Прежде всего, отметим неестественную постановку задачи, поскольку минимальные затраты могут и должны быть найдены из других условий этой задачи. Корректная постановка рассматриваемой задачи после исключения из её условия лишней количественной информации 7950 ден. ед. такая: найти оптимальный план перевозки машин так, чтобы общая стоимость транспортных расходов была наименьшей.

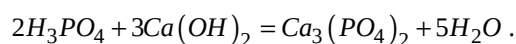
Обозначим через x_{ij} количество машин, поставляемых с i -го завода j -ому автохозяйству, и из экономических соображений включим в план самую дешевую перевозку (8 ден. ед. за одну машину) в максимально возможном количестве со второго завода в первое автохозяйство, $x_{21}=150$, тогда $x_{22}=0$, т.е. самые дорогие перевозки не осуществляются, что естественно при минимизации их стоимости. Но тогда $x_{11}=50$, $x_{12}=300$. Найденный план оптимальный. Действительно, если уменьшим x_{21} , то $(150-x_{21})$ машин придётся перевозить по более высокой цене. А тогда стоимость перевозки возрастет, так как увеличение затрат на транспортировку машин со второго завода не может быть компенсировано уменьшением затрат на транспортировку машин с первого завода. Итак, оптимальный план перевозки получен. А теперь можно найти и минимальные затраты на перевозку: $150 \cdot 8 + 50 \cdot 15 + 0 \cdot 25 + 20 \cdot 300 = 7950$ (ден.ед.).

Химическая задача. Водный раствор, содержащий фосфорную кислоту массой 50 г, нейтрализовали гидроксидом кальция массой 140 г. Какова масса получившегося преципитата $\text{CaHPO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$? Ответ: 87,6 г.

Условие задачи вместе с ответом приведено в [3, с. 78].

Если в результате рассматриваемой реакции нейтрализации образуется гидрофосфат кальция CaHPO_4 , то вместе с ним может образоваться как соль $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$, так и соль $\text{Ca}(\text{H}_2\text{PO}_4)_2$. Кроме того, исходные вещества могут прореагировать либо полностью, либо одно из них окажется в избытке.

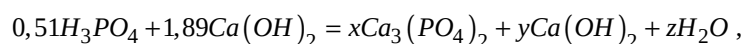
При полной нейтрализации фосфорной кислоты гидроксидом кальция на два моля H_3PO_4 приходится три моля $\text{Ca}(\text{OH})_2$ и образуется лишь средняя соль $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$:



Поскольку из условия задачи следует, что

$$n(\text{H}_3\text{PO}_4) = (50/98) \text{ моль} = 0,51 \text{ моль} \text{ и } n(\text{Ca}(\text{OH})_2) = (140/74) \text{ моль} = 1,89 \text{ моль},$$

т.е. $n(\text{Ca}(\text{OH})_2) : n(\text{H}_3\text{PO}_4) = 1,89 : 0,51 > 3/2$, то $\text{Ca}(\text{OH})_2$ находится в избытке. А это значит, что в результате реакции образуется лишь средняя соль $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ согласно химико-алгебраическому уравнению



где $x = 0,51/2$, $y = 1,89 - 3x = 1,13$, $z = 1,12$.

Но в этой реакции преципитат не образуется, а поэтому бессмысленно определять его массу. Ответ к задаче указан неверно: масса преципитата равна 0, объект как таковой отсутствует, и говорить не о чём.

Описанная здесь ситуация хорошо иллюстрируется бытующим среди математиков научно-педагогическим анекдотом о телепате, который говорил своему приятелю, что может внушить каждому всё, что захочет, и тот беспрекословно выполнит его мысленное приказание.

После двух сеансов, успешно проведённых телепатом, приятель всё же усомнился в его силе и могуществе [7, с. 124-125].

«Ах, вот как! – совсем рассердился телепат. – Ты все еще сомневаешься? Сейчас ты убедишься, на что я способен. Смотри, видишь налево многоэтажный дом. Укажи мне любое окно в этом доме, и тому, кто там живет, я прикажу открыть окно и выбросить свой телевизор на улицу.

– Ну, если ты это сделаешь, я, конечно, не буду больше сомневаться, – отозвался его приятель. – Давай выберем на третьем этаже второе окно слева.

Телепат остановился, поднапрягся. Увы, окно не открывалось, и никто не пытался выбросить телевизор. Телепат нахмурился, сосредоточился, еще раз напрягся, и, о чудо! Кто-то появился в окне, распахнул его и закричал:

– Ну, что ты ко мне привязался! Никакого телевизора у меня нет!»

Мы видим, что самый надежный приём оказывается бессильным, если соответствующего объекта не существует.

Итак, в рассмотренной выше задаче бессмысленно определять массу преципитата, так как он не образуется, объекта исследования не существует! Вот почему так важны доказываемые в математике теоремы существования!

Но как же правильно сформулировать химическую задачу? Естественно, так: Для нейтрализации водного раствора, содержащего фосфорную кислоту массой 50 г, имеется в наличии 140 г гидроксида кальция. Распорядитесь реагентами так, чтобы масса получившегося преципитата $\text{CaHPO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ была наибольшей.

Чтобы масса образовавшегося преципитата была максимальной, реакция должна проходить в соответствии с уравнением



в котором исходные вещества не расходуются на образование солей, отличных от CaHPO_4 . В этом случае исходные вещества должны прореагировать в равных количествах по 0,51 моль, т.е. для реакции нужно взять $98 \cdot 0,51 \text{ г} \approx 50 \text{ г}$ фосфорной кислоты и $74 \cdot 0,51 \text{ г} \approx 38 \text{ г}$ гидроксида кальция из имеющихся 140 г его, а тогда на основании составленного уравнения придем к ответу: масса получившегося преципитата равна $0,5 \cdot n(\text{CaHPO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}) \text{ г} \approx 88 \text{ г}$ (ответ округлен с точностью до 1 г, как и исходные данные).

В каждой из двух рассмотренных задач преследовалась только одна цель: в первой – минимум затрат на перевозки, во второй – максимум получаемого фосфорного удобрения – преципитата. Они относятся к задачам оптимизации, которые сводятся к отысканию наименьшего или наибольшего значения одной функции, называемой целевой или критерием качества. Именно единственность цели, выраженная одной целевой функцией, обеспечивает эффективное математическое решение оптимизационной задачи. В более сложных задачах необходимо сразу преследовать несколько целей. Например, если требуется установить оптимальные размеры металлического бака объёмом V , имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, при изготовлении которого производится сварка швов по обоим основаниям и одному боковому ребру, то здесь возникают две основные цели. Первая – минимизировать количество листового металла и вторая – минимизировать суммарную длину сварных швов. При заданном объёме V эти цели приводят к противоречию. Действительно, минимизация листового металла, т.е. минимизация полной поверхности прямоугольного параллелепипеда в силу равноправности всех граней и ребер будет достигнута тогда, когда все ребра (да и грани) окажутся равными, т.е. когда прямоугольный параллелепипед будет кубом. При минимизации суммарной длины сварных швов, проходящих по ребрам оснований и одному боковому ребру, указанной равноправности нет. Поэтому минимум общей длины сварных швов будет достигнут при условии, когда длина хотя бы одного ребра окажется отличной от тех, которые обеспечивают минимум полной поверхности бака, т.е. в этом случае параллелепипед не является кубом!

Значит, при рассмотрении задач, в которых преследуются несколько целей, необходимо устранять возникающие противоречия, принимая компромиссные решения. Для многих задач практики указанное противоречие удаётся разрешить сведением нескольких критериев (в нашем случае двух) к одному, исходя из экономических соображений.

В этом случае экономика помогает математике.

Действительно, если известна стоимость 1 м² листового металла и стоимость 1 м сварного шва (в них соответствующим образом учтены стоимости всех дополнительных видов работ), то задача может быть сведена к минимизации одной целевой функции – стоимости изготовления бака. После такого

предварительного обсуждения сформулируем задачу, которая была включена в задание Всеукраинской олимпиады по математике для студентов вузов, экономических и сельскохозяйственных вузов, проведенной по приказу МОН Украины в СевНТУ в 2006 году.

При изготовлении из листового металла закрытого бака объемом $0,25 \text{ м}^3$, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, производится сварка швов, проходящих по ребрам обоих оснований и одному боковому ребру, а по остальным ребрам осуществляется изгиб листового материала. Стоимость одного метра сварного шва – 13 ден. ед., а стоимость одного квадратного метра листового металла – 26 ден. ед. Определите размеры бака так, чтобы его стоимость была наименьшей.

Подчеркнем, что эта задача прикладная, её условие содержит такие нематематические понятия, как бак, металл, сварной шов, стоимость и другие, а потому для решения она должна быть поставлена как математическая.

Итак, пусть x (м) и y (м) – соответственно длины оснований бака, тогда его высота будет $\frac{0,25}{xy}$ (м).

Если стоимость бака обозначить через $S(x, y)$ ден. ед., то

$$S(x, y) = 26(2xy + \frac{2 \cdot 0,25}{y} + \frac{2 \cdot 0,25}{x}) + 13(4x + 4y + \frac{0,25}{xy}), \text{ или}$$

$$S(x, y) = 13((4xy + \frac{1}{4xy}) + 2(\frac{1}{2x} + 2x) + 2(\frac{1}{2y} + 2y)), \quad x > 0, \quad y > 0.$$

На основании неравенства Коши имеем: $4xy + \frac{1}{4xy} \geq 2, \quad \frac{1}{2x} + 2x \geq 2, \quad \frac{1}{2y} + 2y \geq 2.$

Следовательно, $S(x, y) \geq 130$, причем равенство достигается при $x = y = 0,5$. Это значит, что функция $S(x, y)$ принимает наименьшее значение, равное 130, при $x = y = 0,5$, а соответствующее значение высоты равно 1.

Рассмотренные здесь три задачи: общая, относящаяся к оптимизации стоимости бака и две частные о минимизации его площади поверхности и суммарной длины сварных швов, свидетельствуют о справедливости основной теоремы системного анализа:

"Если какая-то система состоит из нескольких, взаимодействующих (связанных) между собой подсистем, то оптимум (наилучшие условия) для всей системы не определяется оптимумом для каждой из подсистем". В нашем случае системе соответствует общая задача, а подсистемам – частные.

А вот как иллюстрирует сущность этой теоремы с помощью простого мысленного эксперимента Ю. Поспелов в статье «Пока что взгляд не дальше «хуторка» (Газета «Правда» от 19 сентября 1990 г). «Пусть мы имеем два одинаково заряженных шарика и конусообразную чашку. Если в чашку положить один шарик, то он упадет на самое дно. Но если в чашку опустить сразу два шарика, то они, отталкиваясь, друг от друга, не могут одновременно занять положение на дне чашки: они немного поднимутся, что, конечно, не отвечает оптимальному положению для каждого шарика в отдельности.

Эта важнейшая теорема системного анализа носит настолько общий характер, что приложима ко многим практическим (и часто практически важным) проблемам, а забвение ее ведет к неправильным выводам и решениям. Нельзя брать обособленно от других какую-то одну подсистему и оптимизировать ее, надеясь получить наилучшее решение для этой подсистемы. Часто бывает просто обидно за честных и добросовестных людей, оптимизирующих какой-то отдельно взятый «хуторок», а потом удивляющихся, что ничего хорошего из их благих побуждений не получилось».

Будущие специалисты должны понимать, что системный подход является основой их действий в повседневной жизни.

Задача математической олимпиады. Является ли информация, подчеркнутая в условии задачи «Существует ли такое двузначное число, которое при делении на сумму квадратов его цифр даёт в частном 2 и в остатке 6, а при делении на произведение его цифр даёт в частном 4 и в остатке 6?» лишней? Эта задача предлагалась в 2005 году в качестве задания Всеукраинской олимпиады по математике для студентов вузов, которая проводилась в СевНТУ.

Обозначим через x и y соответственно число десятков и число единиц двузначного числа, тогда для нахождения неизвестных получим уравнение $10x + y = 4xy + 6$ и неравенства: $1 \leq x \leq 9, \quad 0 \leq y \leq 9$,

где x, y – целые числа. Из уравнения имеем: $y = \frac{10x - 6}{4x - 1}$. Теперь вычислив $y(x)$ при всех целых x ,

удовлетворяющих двойному неравенству $1 \leq x \leq 9$, убедимся в том, что только $y(2) = 2$ является целым числом и поэтому, если двузначное число, о котором идет речь, и существует, то оно равно 22. Однако

уравнение $y = \frac{10x - 6}{4x - 1}$ есть следствие задачи, а потому необходима ещё проверка результата по условию.

Но проверка показывает, что при делении числа 22 на 4 в частном получается 5, а не 4, т.е. число 22 не удовлетворяет условию задачи. Следовательно, не существует двузначного числа, о котором идёт речь. Так как в приведённом решении не используется подчёркнутое условие, то оно является лишним. Другое решение задачи указано в [8, с. 203].

Физическая задача из выпускных экзаменов для школ с углубленным изучением физики и математики.

Скорость автомобиля при торможении выражается формулой $v(t) = 18 - 1,2t$. Вычислите путь, пройденный автомобилем, если он остановился через 15 с после начала торможения (путь измеряется в метрах).

Отбросим сведение о том, что автомобиль остановился через 15 с после начала торможения и найдем это время из уравнения $18 - 1,2t = 0$, тогда получим: $t = 15$ (с). Поскольку производная $v'(t) = -1,2$ постоянная и отрицательная, то движение при торможении равномерно-замедленное, а потому путь при $v(0) = 18$, и ускорении $a = -1,2$, можно вычислить интегрированием по формуле:

$$s = \int_0^{15} v(t) dt = \int_0^{15} (18 - 1,2t) dt = 135 \text{ (м)}.$$

Конечно, в этом случае закон движения может быть представлен в виде

$$s(t) = 18t - 0,6t^2, \quad (1)$$

а тормозной путь будет найден из (1) при $t = 15$: $s(15) = 135$ (м).

Теперь на основании равенства $v(t) = 18 - 1,2t$ выразим t через v и подставим в (1), тогда получим

$$s = 135 - v^2 / 2,4, \quad (2)$$

причем функция (2) определена на отрезке $[0; 18]$. В конце тормозного пути $v = 0$, значит из (2) следует, что тормозной путь равен 135 м.

Итак, для одной и той же задачи мы построили три математических модели: первую в виде интеграла, вторую и третью описали функциями (1) и (2) и пришли к одному и тому же результату.

Подчеркнем, что для приложений важно не единственное решение, полученное на основе анализа одной математической модели, а конкуренция, соперничество, «спор моделей и решений». При этом наибольшего доверия заслуживают те выводы, которые оказываются одинаковыми (или практически одинаковыми) при разных подходах к задаче.

По нашему мнению, самое конкурентноспособное решение рассматриваемой задачи с исключенной из её условия информацией о том, что автомобиль «остановился через 15 с после начала торможения», определяется функцией (2) при $v = 0$.

Математическая модель (2) эффективна хотя бы потому, что для вычисления тормозного пути она не требует проведения прямого эксперимента по измерению времени движения автомобиля до остановки.

Отметим, что в физических равенствах левые и правые части имеют одинаковую размерность соответствующих величин. Если в обеих частях таких равенств размерность убрать, то придем к математическим моделям, например, (1) или (2), все величины в которых неименованные, отвлеченные. Но чтобы не вводить для них новые обозначения, в математических моделях используют те же символы соответствующих физических величин, считая их безразмерными.

Здесь уместно рассказать опубликованный много лет назад в журнале «Квант» исторический анекдот (такое название ему присвоено в журнале) о необходимости соблюдения правила размерностей вообще и при построении математических моделей в частности.

"Однажды (дело происходило в начале 20 века) на заседании ученого совета университета выступил заведующий кафедрой богословия, который заявил, что студенты-физики очень несерьезно относятся к его предмету, невнимательны на лекциях, и привел особенно возмутительный пример: – "Поднял я на лекции одного, который сам не слушал и другим не давал, и сказал ему: "Молодой человек, я только что объяснил, что такое божественная сила. Повторите." – "Божественная сила есть произведение божественной массы на божественное ускорение", – сказал он. Разве это не возмутительно?"

Следующим взял слово один из профессоров физики и сказал, что он совершенно согласен с предыдущим оратором, что это действительно безобразие: студенты-физики обязаны знать, что при умножении божественной массы на божественное ускорение божественность войдет в произведение в квадрате. Следовательно, для получения божественной силы один лишь множитель должен быть божественным».

Этот исторический анекдот хорошо иллюстрирует известное правило: если при вычислениях или преобразованиях с именованными величинами размерности левой и правой частей равенства или неравенства различны или размерности слагаемых в алгебраической сумме не совпадают, то в решении допущена ошибка.

Математическая задача из популярного сборника под редакцией М.И. Сканави.

Найдите трехзначное число, цифры которого образуют геометрическую прогрессию. Если из этого числа вычесть 792, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Если из цифры, выражающей число сотен, вычесть 4, а остальные цифры искомого числа оставить без изменения, то получится число, цифры которого образуют арифметическую прогрессию.

Исключим из условия этой задачи последнее предложение. Тогда, обозначив члены геометрической прогрессии через a , b и c , где a – число сотен, b – число десятков и c – число единиц трехзначного числа, на основании сохраненных данных запишем уравнение

$$100a + 10b + c - 792 = 100c + 10b + a, \text{ или } a = 8 + c.$$

Из определения геометрической прогрессии следует, что её члены отличны от нуля. Поэтому целые числа a , b , c удовлетворяют условиям: $1 \leq a \leq 9$; $1 \leq b \leq 9$; $1 \leq c \leq 9$. Теперь из уравнения $a = 8 + c$ очевидно: $c = 1$, $a = 9$. Так как числа 9, b , 1 являются положительными членами геометрической прогрессии, то одно из них должно быть средним геометрическим двух других, т.е. $b = \sqrt{9 \cdot 1}$ или $9 = \sqrt{b \cdot 1}$ или $1 = \sqrt{9 \cdot b}$. Последние два случая, очевидно, невозможны, следовательно, $b = 3$ и $100a + 10b + c = 931$ – искомое число.

Отметим, что исключенная информация не противоречит полученному результату.

В плане совершенствования условий и решений задач рассмотрим ещё задачи из [9], которые, как сказано на с. 3, «...составлены с учетом реализации межпредметных связей химии с основами производств и общеобразовательными дисциплинами – физикой, математикой, биологией».

1. Этиленовые углеводороды используются в промышленности для синтеза полимеров. Выведите формулу углеводорода, при сгорании которого массой 11,2 г получили оксид углерода (IV) массой 35,2 г и воду массой 4,4 г. Плотность вещества по воздуху 1,93 [9, с. 36].

Сформулируем задачу без лишних данных: Выведите формулу этиленового углеводорода, плотность которого по воздуху равна 1,93.

По плотности этиленового углеводорода находим его относительную молекулярную массу: $1,93 \cdot 29 \approx 56$. Из общей формулы этиленовых углеводородов C_xH_{2x} имеем уравнение $12x + 2x = 56$, из которого находим, что $x = 4$. Значит, C_4H_8 – искомая формула этиленового углеводорода.

2. При сгорании вещества массой 2,76 г получили оксид углерода (IV) массой 9,24 г и воду массой 2,16 г. Плотность паров вещества по водороду 46. Выведите молекулярную формулу ароматического углеводорода и назовите его [9, с. 67].

Сначала приведем более совершенную формулировку этой задачи: Выведите формулу ароматического углеводорода, плотность паров которого по водороду равна 46, и назовите его.

Относительная молекулярная масса этого углеводорода равна $46 \cdot 2,0 = 92$. Поскольку углеводород ароматический, в его молекуле содержится, по крайней мере, одно бензольное ядро, в которое входит 6 атомов углерода, на которые приходится $12 \cdot 6 = 72$ единицы из 92 единиц относительной молекулярной массы. Отсюда следует, что в молекулу углеводорода входит только одно бензольное ядро, а остаток, равный $92 - 72 = 20$ единицам, содержит один атом углерода и $20 - 12 = 8$ атомов водорода, а потому $C_6H_5 - CH_3$ – его формула. Это толуол.

3. Выведите формулу диенового углеводорода, если при сгорании его объемом 4 л образовался оксид углерода объемом 12 л и пары воды объемом 8 л. Плотность паров по водороду 20 [9, с. 60].

Исключим из условия этой задачи всю информацию, кроме плотности диенового углеводорода по водороду и сформулируем её так: Выведите формулу диенового углеводорода, если плотность его паров по водороду равна 20.

Записав общую формулу такого углеводорода как C_xH_{2x-2} , получим для определения неизвестного x уравнение: $12x + 2x - 2 = 2 \cdot 20 = 40$, из которого $x = 3$. Значит, формула диенового углеводорода – C_3H_4 или $H_2C = C = CH_2$. Это решение оптимально.

4. Газообразный галогеналкан имеет плотность по водороду 32,25. Выведите молекулярную формулу вещества, если при сжигании его массой 6,45 г образуется оксид углерода (IV) объемом 4,48 л и хлороводород объемом 2,24 л (масса 1 л при н.у. равна 2,878 г) [9, с. 54].

Исключим из условия всю информацию, кроме плотности газообразного галогеналкана по водороду 32,25, т.е. решим задачу: Выведите молекулярную формулу газообразного галогеналкана, который имеет плотность по водороду 32,25.

Из условия следует, что относительная молекулярная масса галогеналкана равна $32,25 \cdot 2 = 64,5$. Теперь на основании таблицы периодической системы элементов Д.И. Менделеева приходим к выводу, что ни бром, ни йод, ни астат не удовлетворяют значению $M_r = 64,5$, так как относительная атомная масса каждого из них (80; 127 и 210 соответственно) больше M_r всего галогеналкана. Фтор также не подходит, поскольку его относительная атомная масса с точностью до сотых равна 19,00. Остаётся только хлор, относительная атомная масса которого 35,5 (кстати, это очевидно, поскольку $M_r = 64,5$).

По словам Шерлока Холмса, то, что остается после исключения всего невозможного, истинно.

Значит, молекула галогеналкана содержит один атом хлора, а на остаток, равный 29, приходится два атома углерода и пять атомов водорода (проверка основана на том, что вещество – галогеналкан: $5 + 1 = 2 \cdot 2 + 2$) и C_2H_5Cl – молекулярная формула галогеналкана.

5. На нейтрализацию смеси уксусной и муравьиной кислот массой 10,8 г расходовали гидроксид натрия массой 8 г. Определить массу каждой кислоты в смеси [9, с. 29].

Подчеркнем, что точности количественных данных любой задачи должны быть согласованы друг с другом. Именно поэтому величина массой 8 г должна быть задана в виде 8,0 г.

Решение этой задачи рассматривается на с. 29-30 указанной книги, где на основании составленного линейного алгебраического уравнения с одним неизвестным получен ответ: «масса муравьиной кислоты в смеси 4,8 г, масса уксусной кислоты в смеси 6 г». Этот ответ подтвержден проверкой, но, несмотря на это, он неверный. Дело в том, что при составлении уравнения допущена арифметическая ошибка ($40/46 = 5/6$), а проверка осуществлена принципиально неправильно: подстановкой найденного корня в уравнение, уже содержащего ошибки в коэффициентах, для которого было получено правильное формальное решение.

Поскольку выдача результатов решения задачи обычно связана с моральной, материальной, а в соответствующих случаях и с юридической ответственностью, необходимо на всех этапах решения с целью предотвращения ошибок применять различные методы контроля. И поэтому проверке решений даже учебных задач необходимо обучать учащихся школ и студентов вузов.

Самую надежную проверку можно осуществлять с помощью составления и решения вспомогательной задачи, обратной данной. Последняя составляется так, что в её условие включается ответ к исходной задаче, а одно или несколько данных исходной задачи объявляются новыми неизвестными. Если в результате решения обратной задачи новые неизвестные совпадут с соответствующими значениями, которые даны в условии исходной задачи, то приходим к выводу, что задача решена правильно.

Именно, с помощью решения всем известных обратных задач результат вычитания контролируется сложением, а деления – умножением.

Обсуждение вопросов совершенствования учебных задач и их решений можно продолжить. Однако и уже рассмотренные свидетельства о том, что для встречающихся в различных пособиях задач могут быть предложены новые формулировки, раскрывающие их подлинное содержание. Четкие формулировки задач особенно важны при разработке заданий для олимпиад и независимого внешнего оценивания знаний по различным предметам.

Выводы. Рассмотренные вопросы совершенствования условий учебных задач и их решений будут полезны для учителей, методистов, составителей задач, учащихся лицеев и классов с углубленным изучением математики, физики, химии и экономики.

Перспективы дальнейших исследований. Дальнейшее развитие содержания данной статьи заключается в разработке для лекций, практических занятий и олимпиад задач, удовлетворяющих требованиям непротиворечивости, независимости и полноты исходных условий, приводящих к рациональным и оптимальным решениям, использующим надежный контроль получаемых результатов.

Библиографический список использованной литературы

1. Деркач М.И. Проблема совершенствования преподавания математики / М.И. Деркач, Ю.Е. Обжерин, А.Ф. Хрусталеv // Вісник СевНТУ. Сер. Педагогіка: зб. наук. пр. — Севастополь, 2010. — Вип. 105. — С. 27–33.
2. Хрусталеv А.Ф. О реализации межпредметных связей в цикле естественно-научных дисциплин / А.Ф. Хрусталеv, Н.А. Панибратец // Вестник СевГТУ. Сер. Педагогіка: сб. науч. тр. — Севастополь, 2008. — Вып. 90. — С. 75–81.
3. Вольеров Г.Б. Не по нашему велению... / Г.Б. Вольеров // Химия и жизнь. — М., 1991. — № 1. — С. 77.
4. Информатика. 9 кл.: учеб. для общеобразоват. учебн. заведений: пер. с укр. / И.Я. Ривкин, Т.И. Лысенко, Л.А. Черникова, В.В. Шакоцько; под общей ред. М.З. Згуровского. — К.: Генеза, 2009. — 296 с.

5. Цитович И.К. Методика решения расчетных задач по химии / И.К. Цитович, П.Н. Протасов. — М.: Просвещение, 1983. — 127 с.
6. Высшая математика для экономистов / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман. — М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 2006. — 440 с.
7. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и ее преподавание / Л.Д. Кудрявцев. — М.: Наука, 1985. — 171 с.
8. Задачи Всеукраинской олимпиады по математике для студентов вузов и сельскохозяйственных вузов 2005 г. / М.И. Деркач, Ю.Е. Обжерин, А.И. Песчанский, А.Ф. Хрустальев // Вестник СевГТУ. Сер. Физика и математика: сб. науч. тр. — Севастополь, 2005. — Вып. 70. — С. 198–218.
9. Ерыгин Д.П. Задачи и примеры по химии с межпредметным содержанием: учеб. пособие / Д.П. Ерыгин, А.К. Грабовый. — М.: Высш. шк., 1989. — 176 с.

Поступила в редакцию 23.12.2010 г.

Деркач М.І., Хрустальов О.Ф. Проблема вдосконалення навчальних задач

Обговорюються питання інформаційної надмірності умов задач математики, фізики, хімії та економіки.

Ключові слова: інформаційна надмірність, математична модель, оптимізація, хімічна формула, економічність розв'язків.

Derkach M.I., Khrustalyev A.F. Improvement of problem settings in science classes

Information redundancy of problem settings in science classes is discussed.

Keywords: information redundancy, a mathematical model, optimization, chemical formula, cost-effective solutions.