

УДК 681.5.09

М.В. Заморёнов, ассистент,**Д.В. Заморёнова, доцент, канд. техн. наук,****В.Я. Копп, профессор, д-р. техн. наук***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: ps@sevgtu14.sebastopol.ua***ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ ЛИНИЙ**

Производится расчет оптимального вложения ограниченных ресурсов в повышение производительности синхронной автоматизированной линии.

Ключевые слова: синхронная автоматизированная линия, технологическая ячейка, математическое ожидание, случайная величина.

Целью исследования является разработка методики расчёта оптимального распределения дополнительных капиталовложений между технологическими комплексами для повышения производительности синхронной автоматизированной линии.

При проектировании новых и модернизации действующих синхронных автоматизированных линий (САЛ) [1] возникает задача обеспечения ее максимальной производительности при ограничении средств, вкладываемых в технологические ячейки (ТЯ), из которых она состоит. Предполагаем, что реакции $\varphi(x_i)$ единиц оборудования, которыми являются ТЯ, на дополнительные капиталовложения x_i известны. Тогда зависимость производительности $\Pi_i(x_i)$ каждой $ТЯ_i, (i = \overline{1, n})$ от величины вкладываемых средств x_i , может быть записана в виде:

$$\Pi_i(x_i) = \frac{1}{m_{\alpha_i}(x_i)} = \varphi(x_i), \quad (i = \overline{1, n}), \quad (1)$$

где $m_{\alpha_i}(x_i)$ – математическое ожидание (МО) времени обслуживания единицы продукции на $ТЯ_i$.

Функции $\varphi(x_i)$ должны иметь вид, соответствующий закону падающей отдачи [2], показанный на рисунке 1.

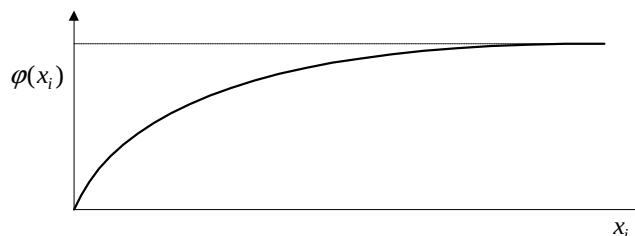


Рисунок 1 – Вид функции, соответствующей закону падающей отдачи

Указанной на рисунке 1 зависимости могут соответствовать различные функции. В данном случае использовалась экспоненциальная функция вида:

$$\varphi(x_i) = A_i + B_i e^{-\lambda_i x_i}, \quad (2)$$

где A_i, B_i, λ_i – постоянные коэффициенты.

Отметим, что при $x_i = 0$ $\Pi_i(0) = A_i + B_i$.

Экспоненциальная функция выбрана в качестве аппроксимирующей, так как является монотонной, стремящейся к определенному пределу, что соответствует реальному объекту.

В качестве аппроксимирующего закона распределения случайной величины (СВ) α_i – времени обслуживания единицы продукции ТЯ – принимался обобщенный закон Эрланга второго порядка. Для определения его параметров был использован метод моментов, причем дисперсии определялись как минимально возможные при заданных МО и ограничении:

$$\frac{[m_{\alpha_i}(x_i)]^2}{2} < D_{\alpha_i}(x_i) < m_{\alpha_i}(x_i). \quad (3)$$

Производительность САЛ в целом равна

$$P_{\theta} = \frac{1}{m_{\theta}},$$

где m_{θ} – МО времени обслуживания единицы продукции всей линией, определяемое по модели, приведенной в [3].

На основании сказанного выше с учетом выражений (1) – (3) математическая постановка задачи имеет вид:
найти

$$\max_X \rightarrow \left\{ P_{\theta} = P_{\theta}[P_i(m_{\alpha_i}(x_i))] = P_{\theta}[P_i(x_i)] = \frac{1}{m_{\alpha_i}(x_i)} = A_i + B_i e^{-\lambda_i x_i}, (i = \overline{1, n}) \right\} \quad (4)$$

при ограничении S на сумму распределяемых средств

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq S, \quad (5)$$

и на величину средств, вкладываемых в каждую ТЯ с учетом условия (3):

$$0 \leq x_i \leq S, (i = \overline{1, n}). \quad (6)$$

Данная задача относится к нелинейному выпуклому программированию, так как каждая из $P_i(m_{\alpha_i}(x_i)), (i = \overline{1, n})$ и в целом $P_{\theta}[P_i(m_{\alpha_i}(x_i))]$ являются монотонно возрастающими нелинейными функциями. Вид целевой функции, определяемый моделью САЛ, описанной в [3], довольно сложен, что делает практически невозможным решение задачи в аналитическом виде. Поэтому для поиска экстремума целевой функции целесообразно воспользоваться одним из прямых методов многомерного поиска.

Для удобства переведем одну любую из переменных $x_i, (i = \overline{1, n})$ в разряд зависимых и выразим ее через остальные $n-1$ независимых переменных с помощью условия (5). Например, полагается, что это переменная x_n :

$$x_n \leq S - \sum_{i=1}^{n-1} x_i. \quad (7)$$

Учитывая монотонность целевой функции можно в условии (5) перейти к равенству

$$\sum_{i=1}^n x_i = S. \quad (8)$$

И на основе (8) записать (7) в виде:

$$x_n = S - \sum_{i=1}^{n-1} x_i. \quad (9)$$

Если учет условий (5) организовать в виде их проверки на каждом шаге, то фактически можно сказать, что осуществлен переход от задачи условной к задаче безусловной оптимизации.

В этом случае максимум функционала (4) может быть найден градиентным методом, причем P_{θ} является функцией $(n-1)$ -ой переменной:

$$P_{\theta} = P_{\theta}[P_i(m_{\alpha_i}(x_i)), (i = \overline{1, n-1}); P_n(m_{\alpha_n}(S - \sum_{i=1}^{n-1} x_i))] = P_{\theta}[x_i, (i = \overline{1, n-1})]. \quad (10)$$

Для функции (10) вектор градиента $\nabla P_{\theta}(X)$ имеет вид

$$\nabla P_{\theta}(X) = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_{\theta}[x_i, (i = \overline{1, n-1})]}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial P_{\theta}[x_i, (i = \overline{1, n-1})]}{\partial x_i}, \\ \dots, \frac{\partial P_{\theta}[x_i, (i = \overline{1, n-1})]}{\partial x_{n-1}} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Его составляющие определяются по формуле:

$$\frac{\partial P_{\theta}[x_i, (i=1, n-1)]}{\partial x_i} = \frac{P_{\theta}(x_1, \dots, x_i + \Delta x_i, \dots, x_{n-1}) - P_{\theta}(x_1, \dots, x_i, \dots, x_{n-1})}{\Delta x_i}, \quad (12)$$

где $X = (x_1, \dots, x_j, \dots, x_{n-1})$, а Δx_i – приращение вкладываемых средств в увеличение производительности i -й ячейки.

Процедура поиска оптимума состоит из ряда последовательных циклически повторяющихся шагов, описанных ниже.

1. Задаются начальные суммы, например нулевые, вкладываемых средств в ТЯ $x_{i,0}$, ($i=1, n-1$) и вычисляется производительность САЛ при значении вектора $X = (x_{1,0}, \dots, x_{i,0}, \dots, x_{n-1,0})$ независимых переменных.

2. На k -м шаге процесса приближения к оптимуму решаются следующие задачи:

2.1. для каждой i -ой переменной ($i=1, n-1$) в (10) рассчитывается составляющая вектора градиента (11) по формуле (12) с некоторым приращением Δx_i ;

2.2. определяются направляющие косинусы на k -ом шаге по формуле

$$V_{i,k} = \frac{\frac{\partial P_{\theta}(X)}{\partial x_i}}{\sqrt{\sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial P_{\theta}(x_j)}{\partial x_j} \right)^2}}.$$

2.3. вычисляются значения переменных $x_{i,k}$ в соответствии с соотношением

$$x_{i,k} = x_{i,k-1} + V_{i,k} \cdot h,$$

где h – величина приращения модуля вектора X на каждом шаге процесса оптимизации;

2.4. производится проверка условия (6) для каждой переменной;

2.5. определяются производительность САЛ $P_{\theta}[x_i, (i=1, n-1)]$ по (10) при значении вектора $X = (x_{1,k}, \dots, x_{i,k}, \dots, x_{n-1,k})$ и зависимой переменной $x_{n,k}$ по (9).

3. Пошаговая процедура продолжается до тех пор, пока не будет достигнут максимум производительности САЛ.

Ниже приведен пример оптимального распределения ресурсов.

Имеется четырёхфазная САЛ. Известны функции откликов на вложение средств для каждой из ТЯ:

$$P_i(x_i) = A_i + B_i e^{-\lambda_i x_i},$$

где значения A_i , B_i , λ_i приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Параметры функций откликов

$ТЯ_i$	A_i	B_i	λ_i
$i = 1$	24	13,2	0,05
$i = 2$	24	13,2	0,032
$i = 3$	24	13,2	0,02
$i = 4$	24	13,2	0,015

Без вложений средств производительность САЛ равна 6,1561 шт/час.

Результаты оптимизации приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Результаты оптимизации вложений средств в повышение производительности САЛ

Сумма вложений, грн.	Оптимальное распределение средств				Оптимальная производительность
	1-я ячейка	2-я ячейка	3-я ячейка	4-я ячейка	
500	80	110	140	170	12,771
450	70	100	130	150	12,626
400	70	90	110	130	12,420
350	60	80	100	110	12,155
300	60	70	80	90	11,761

Приведённый пример показывает, что при использовании оптимального распределения ресурсов в повышение производительности САЛ, производительность может увеличиться на 100 %.

Перспективы дальнейших исследований лежат в разработке автоматической системы расчёта оптимального вложения средств в повышение производительности линий.

Библиографический список использованной литературы

1. Особенности полумарковской модели синхронной автоматизированной линии со свободным ритмом функционирования [Текст] / В.Я. Копп, М.В. Заморёнов, А.И. Песчанский, О.В. Филипович // Оптимизация производственных процессов: сб. науч. тр. — Севастополь, 2010. — Вып. 12. — С. 177-185.
2. Копп В.Я. Модель однопоточной асинхронной автоматизированной линии с учётом блокировок и возможностью передачи продукции, минуя накопители / В.Я. Копп, М.Р. Швехер // Оптимизация производственных процессов: сб. науч. тр. — Севастополь, 2000. — Вып. 3. — С. 3–10.
3. Заморёнова Д.В. Полумарковская модель синхронной автоматизированной линии со свободным ритмом функционирования. / Д.В. Заморёнова, В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин, М.В. Заморёнов // Вестник СевНТУ: сб. науч. тр. — Севастополь, 2009. — Вып. 95. — С. 73–88.

Поступила в редакцию 21.04.2011 г.

Заморьонов М.В., Заморьнова Д.В., Копп В.Я. Оптимізація параметрів автоматизованих ліній

Виконано розрахунок оптимального вкладення обмежених ресурсів у підвищення продуктивності синхронної автоматизованої лінії.

Ключові слова: синхронна автоматизована лінія, технологічна комірка, математичне очікування, випадкова величина.

Zamoryonov M.V., Zamoryonova D.V., Kopp V.Ya. Optimization of parameters for the automated lines

Calculation of optimum investment of the limited resources in the increase of the productivity of the synchronous automated lines are conducted.

Keywords: synchronous automated lines, technological cells, expected value, random value.