

УДК 62-50

А.И. Грушун, доцент, канд. техн. наук,**Т.А. Грушун, доцент, канд. техн. наук***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: gai_gta@mail.ru***АНАЛИЗ НА ЭВМ ПРЯМЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ**

Рассматривается машинно-ориентированный метод оценки времени регулирования и перерегулирования в системах автоматического управления (САУ) на основе вычисления и анализа положительных вещественных корней специальным образом построенных алгебраических уравнений. Показано, что предлагаемый метод решения задачи позволяет существенно повысить сложность исследуемых САУ.

Ключевые слова: *система автоматического управления, прямой показатель качества, время регулирования, перерегулирование, положительный вещественный корень, номограмма Солодовникова.*

Введение. Для определения прямых показателей качества (ППК) линейных непрерывных САУ применяются методы, в основе которых лежит поточечное построение и анализ переходных процессов [1]. Эти методы хорошо известны, но в ряде случаев не гарантируют результат из-за трудностей построения кривых переходных процессов САУ, имеющих сложную структуру или высокий порядок. Альтернативой таким методам является метод оценки ППК, основанный на применении номограмм В.В. Солодовникова [2], который в свою очередь требует построения и анализа вещественных частотных характеристик (ВЧХ) замкнутых систем [1,2]. Несмотря на то, что построение ВЧХ является гораздо более простой задачей, чем построение переходного процесса, в ряде случаев и для сложных систем ее достаточно проблематично построить точно.

Постановка задачи. Задана передаточная функция линейной САУ. Необходимо оценить ППК без непосредственного построения переходного процесса или ВЧХ.

В свою очередь для оценки ППК САУ методом В.В. Солодовникова нужна не вся ВЧХ, а лишь ее отдельные точки.

Цель статьи. Разработка метода определения этих точек по положительным вещественным решениям алгебраических уравнений. Предлагаемый алгебраический подход позволяет в бесконечном множестве точек ВЧХ гарантированно установить те, которые полностью определяют решение поставленной задачи. Определение этих точек не требует перебора значений ВЧХ, тем самым не требует ее непосредственного построения, а следовательно, и выбора шага изменения и максимального значения частоты, которые не имеют общего удовлетворительного решения. Анализ известных исследований показал, что таким образом данная задача не решалась.

Как было сказано выше, в основу рассматриваемого метода анализа ППК положена методика приближенной оценки вида переходного процесса по ВЧХ замкнутой устойчивой САУ [2]. На основании расчетов переходных процессов по ВЧХ В.В. Солодовников предложил оценивать такие показатели качества, как перерегулирование σ и время регулирования t_p в зависимости от величины максимума ВЧХ P_{max} , заданной на интервале положительности ω_n [1].

ВЧХ на интервале положительности разбивается на две трапеции, как это показано на рисунке 1. Далее определяются частоты в точках излома аппроксимирующих прямых, по которым находятся следующие параметры: $\chi = \omega_a/\omega_b$ – основной коэффициент наклона; $\chi_a = \omega_a/\omega_b$ – дополнительный коэффициент наклона; $\lambda = \omega_b/\omega_0$ – коэффициент формы. В зависимости от этих параметров были составлены две номограммы [3]: номограмма А – для $\chi \leq 0,8$; $\chi_a \geq 0,4$; $\lambda \geq 0,5$ (рисунок 2) и номограмма В – для $\chi \leq 0,8$; $\chi_a \leq 0,4$; $0,1 \leq \lambda \leq 0,5$. Исследования показали, что номограмма А соответствует САУ, имеющим астатизм первого порядка, а номограмма В – статическим системам [5]. Пользуясь этими номограммами и, зная P_{max} и частоту положительности ω_n , можно найти $\sigma = f(P_{max})$ и $t_p = k\pi/\omega_n$. Номограммы В.В. Солодовникова легко программируются на ЭВМ, так как имеют практически линейный характер изменения (рисунок 2).

Во многих практических случаях ВЧХ имеет, кроме положительного, отрицательный экстремум P_{min} . Такая характеристика в первом приближении может быть аппроксимирована тремя трапециями [4]. Отрицательная часть ВЧХ влияет на перерегулирование, увеличивая его на величину [1]

$$\Delta\sigma \leq 0,3P_{min}. \quad (1)$$

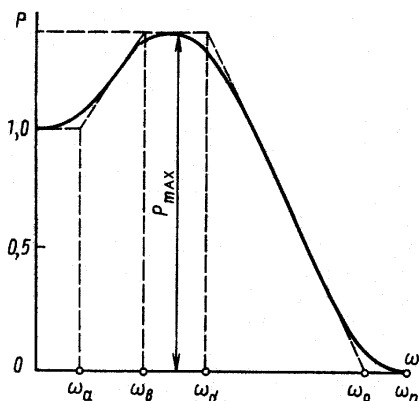


Рисунок 1 – Разбиение вещественной частотной характеристики на две трапеции

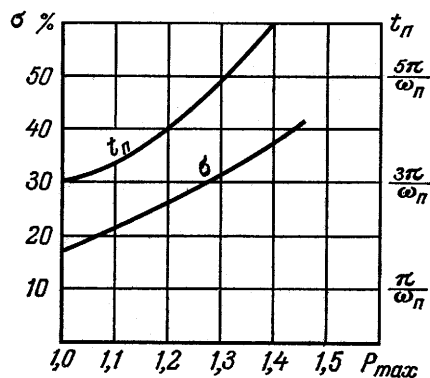


Рисунок 2 – Номограмма В.В. Солодовникова

Рассмотрим передаточную функцию замкнутой линейной САУ вида

$$\Phi(s) = \frac{B(s)}{A(s)}, \quad (2)$$

где $B(s) = \sum_{i=0}^m b_i s^i$, $A(s) = \sum_{i=0}^n a_i s^i$ – полиномы с вещественными коэффициентами и $m < n$.

Выражение для построения ВЧХ $P(\omega)$ имеет вид:

$$P(\omega) = \operatorname{Re}(\Phi(j\omega)).$$

Заменив в (2) s на $j\omega$, получим

$$\begin{aligned} \Phi(j\omega) &= \frac{B(j\omega)}{A(j\omega)} = \frac{\sum_{i=0}^m b_i (j\omega)^i}{\sum_{i=0}^n a_i (j\omega)^i} = \frac{c_1(\omega) + jc_2(\omega)}{z_1(\omega) + jz_2(\omega)} = \\ &= \frac{c_1(\omega) \cdot z_1(\omega) + c_2(\omega) \cdot z_2(\omega)}{z_1^2(\omega) + z_2^2(\omega)} + j \cdot \frac{c_2(\omega)z_1(\omega) - c_1(\omega)z_2(\omega)}{z_1^2(\omega) + z_2^2(\omega)} = \\ &= \frac{C_u(\omega)}{Z(\omega)} + j \cdot \frac{C_v(\omega)}{Z(\omega)}, \end{aligned}$$

где $c_1(\omega)$, $c_2(\omega)$, $z_1(\omega)$, $z_2(\omega)$, $C_u(\omega)$, $C_v(\omega)$, $Z(\omega)$ – полиномы с вещественными коэффициентами.

Тогда выражение для построения ВЧХ примет вид

$$P(\omega) = \frac{C_u(\omega)}{Z(\omega)},$$

а для вычисления ее экстремумов необходимо решить уравнение:

$$\frac{d(C_u(\omega)/Z(\omega))}{d\omega} = 0 \Leftrightarrow \frac{C'_u(\omega)Z(\omega) - Z'(\omega)C_u(\omega)}{Z^2(\omega)} = 0.$$

Очевидно, что положительные вещественные корни алгебраического уравнения

$$C'_u(\omega)Z(\omega) - Z'(\omega)C_u(\omega) = 0 \quad (3)$$

соответствуют частотам ω , на которых производная $\frac{dP(\omega)}{d\omega}$ обращается в нуль, т.е. частотам экстремумов.

Если уравнение (3) не имеет положительных вещественных решений, то перерегулирование σ в такой САУ не превышает 18 % [1]. Такие САУ называются системами с гарантированным перерегулированием. При этом время регулирования t_p лежит в интервале [1]

$$\frac{\pi}{\omega_n} < t_p < \frac{4\pi}{\omega_n}.$$

Если уравнение (3) имеет один положительный вещественный корень ω_1 , то необходимо осуществить проверку условия

$$P(\omega_1) = \frac{C_u(\omega_1)}{Z(\omega_1)} < 0.$$

При выполнении этого условия значение $P_{\max} = P(0)$, $P_{\min} = P(\omega_1)$, а перерегулирование, полученное по номограмме увеличивается согласно (1). В противном случае значение $P_{\max} = P(\omega_1)$, а $P_{\min} = 0$.

Если уравнение (3) имеет два и более положительных вещественных корня $\omega_1 < \omega_2 < \dots$, то необходимо осуществить проверку условия

$$P(\omega_1) = \frac{C_u(\omega_1)}{Z(\omega_1)} > 0.$$

При выполнении этого условия значение $P_{\max} = P(\omega_1)$, $P_{\min} = P(\omega_2)$, а перерегулирование, полученное по номограмме увеличивается согласно (1). В противном случае значение $P_{\max} = P(0)$, $P_{\min} = P(\omega_1)$, а перерегулирование, полученное по номограмме, также увеличивается согласно (1).

Значение частоты положительности ω_n соответствует частоте, на которой ВЧХ первый раз пересекает ось абсцисс, т.е. когда $P(\omega) = 0$. Следовательно, наименьший положительный вещественный корень уравнения $C_u(\omega) = 0$ будет соответствовать частоте положительности.

На основе рассмотренного метода была разработана компьютерная программа.

В качестве примера рассмотрим анализ ППК САУ электропривода промышленного робота РПМ-25 [6], передаточная функция которого имеет вид

$$\Phi(s) = \frac{28 \cdot s + 1400}{4.2 \cdot 10^{-7} \cdot s^6 + 1.925 \cdot 10^{-4} \cdot s^5 + 0.01939 \cdot s^4 + 0.8512 \cdot s^3 + 41.72686 \cdot s^2 + 714 \cdot s + 1400}.$$

На первом этапе построим переходный процесс в исследуемой САУ, используя подсистему Simulink пакета MATLAB (рисунок 3) и определим ППК. На рисунке 3 видно, что время регулирования t_p не превышает 1,6с, а перерегулирование равно нулю.

Теперь проанализируем ППК САУ электропривода промышленного робота РПМ-25 с помощью разработанной компьютерной программы на ПЭВМ с центральным процессором Intel Pentium4 – 3,0 ГГц. Результат счета программы, полученный менее чем за 0,01 с показал, что перерегулирование получилось $\leq 18\%$, а время регулирования равно 1,8 с, т.е. полученные результаты соответствуют результатам, полученным с помощью подсистемы Simulink. Построение переходного процесса и анализ ППК (рисунок 3) с помощью пакета MATLAB занял 3 минуты, в то время как затраты времени на работу с компьютерной программой – 1 минуту с учетом ввода данных, то есть был получен выигрыш во времени.

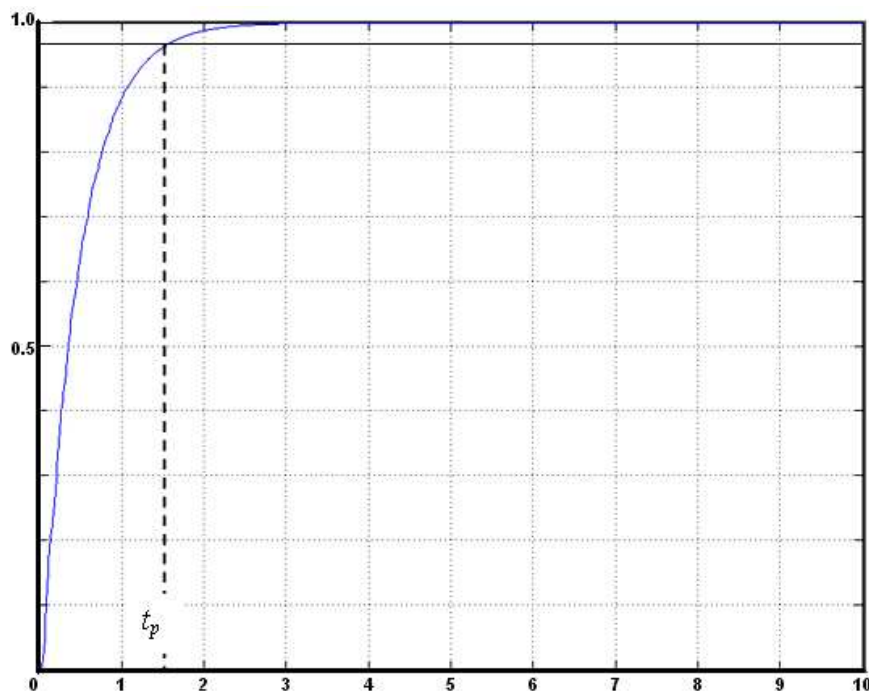


Рисунок 3 – Переходный процесс в исследуемой САУ, построенный с помощью пакета MATLAB

Очевидно, что разработанная компьютерная программа в какой-то мере может являться альтернативой таким мощным, но дорогостоящим пакетам, как MATLAB и Mathcad.

Вывод. Предлагаемый в статье машинно-ориентированный подход существенно улучшает классическую методику частотного анализа ППК для сложных САУ, так как не требует непосредственного построения кривой ВЧХ или переходного процесса. Он основан на вычислении и анализе вещественных решений алгебраических уравнений, которые в отличие от комплексных решений определяются на ЭВМ численными методами с высокой надежностью и скоростью. Задачей дальнейшего исследования является усовершенствование машинного алгоритма определения положительных вещественных корней алгебраических уравнений.

Библиографический список использованной литературы

1. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического регулирования / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. — М.: Наука, 1972. — 768 с.
2. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования / М.А. Айзерман, Г.А. Бендриков, А.А. Воронов; под ред. В.В. Солодовникова. — М.: Машиностроение, 1967. — Кн. 1. — 769 с.
3. Иващенко Н.Н. Автоматическое регулирование / Н.Н. Иващенко. — М.: Машиностроение, 1978. — 736 с.
4. Воронов А.А. Теория автоматического управления / А.А. Воронов. — М.: Высшая школа, 1977. — Ч. 1. — 303 с.
5. Топчиев Ю.М. Атлас для проектирования систем автоматического регулирования / Ю.М. Топчиев. — М.: Машиностроение, 1989. — 751 с.
6. Макаров И.М. Робототехника и гибкие автоматизированные производства / Ж.П. Ахромеев, Н.Д. Дмитриева, В.М. Лохин, И.М. Макаров. — М.: Высшая школа, 1986. — Ч. 2. — 175 с.

Поступила в редакцию 07.10.2011 г.

Грушун А.І., Грушун Т.О. Аналіз на ЕОМ прямих показників якості систем автоматичного управління

Розглядається машинно-орієнтований метод оцінки часу регулювання та пере регулювання в системах автоматичного управління (САУ) на основі обчислення та аналізу позитивних речовинних коренів спеціальним чином побудованих алгебраїчних рівнянь. Показано, що запропонований метод розв'язання задачі дозволяє істотно підвищити складність досліджуваних САУ.

Ключові слова: система автоматичного управління, прямий показник якості, час регулювання, перерегулювання, позитивний корінь, номограма Солодовникова.

Grushun A.I., Grushun T.A. Computer Analysis of Direct Parameters of Quality for Automatic Control Systems

The machine-oriented method of an estimation of regulation time and overregulation in automatic control systems (ACS) is considered on the basis of calculation and the analysis of positive real roots by special algebraic equations. It is shown that the suggested method of the decision of a problem allows to raise essentially complexity researched ACS.

Keywords: automatic control system, direct parameters of quality, time of regulation, overregulation, positive real roots, nomograms of Solodovnikov.