УДК 004:519.854

К.В. Кротов, доцент, канд. техн. наук,
Т.Ю. Кротова, ассистент
Севастопольский национальный технический университет
ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053
E-mail: krotov_kv@mail.ru

ОБОСНОВАНИЕ ДВУХУРОВНЕВОЙ МОДЕЛИ И МЕТОДА ПОСТРОЕНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ РАСПИСАНИЙ

Обоснована модель двухуровневого программирования формирования комплексных расписаний и метод определения эффективных комплексных расписаний.

Ключевые слова: *комплексное расписание, иерархическая игра, двухуровневая оптимизационная модель.*

Введение. Современное состояние методов теории расписаний для многостадийных систем предполагает формирование последовательностей требований на приборах для заданного их множества [1]. Если обработка требований множества не может быть выполнена в заданный интервал времени, постановка задачи теории расписаний должна быть расширена. Эта постановка рассмотрена с точки зрения задачи производственного планирования. Исходные данные задачи: производственная программа ─ заданное множество N обрабатываемых требований; длительность интервала работы системы (длительность смены - $t_{см}$); длительности обработки i-х требований множества N на l-х приборах системы - t_i^l. Длительность обработки требований множества N ограничена $t_{см}$, выполнение операций с необработанными в течение $t_{см}^s$ требованиями переносится на следующий интервал $t_{см}^{s+h}$. Задача производственного планирования состоит в формировании сменно-суточных заданий – множеств требований N^s, обрабатываемых в течение заданных интервалов времени $t_{см}$, в формировании для сменно-суточных заданий соответствующих расписаний обработки.

Анализ публикаций. В настоящее время большое количество работ посвящено решению задач построения расписаний в многостадийных системах и построению моделей двухуровневого программирования [2 – 4] (размещение предприятий, выбор эффективного перечня выпускаемых изделий, планирование использования ресурсов и т.д.). Решение задач построения эффективных заданий для обработки требований производственной программы, формирования соответствующих расписаний в публикациях не рассматривается, хотя такие задачи актуальны.

Цель и постановка задачи. Целью работы является повышение эффективности функционирования систем оперативного планирования обработки требований в многостадийных системах. Для ее достижения решаются задачи: формулируется проблема построения комплексных расписаний как задача двухуровневого дискретного программирования (теории иерархических игр), обосновывается оптимизационная модель построения комплексных расписаний как модель иерархической игры, обосновывается метод формирования комплексных расписаний, предполагающий использование аппарата теории неантагонистических и иерархических игр.

Основное содержание работы. В соответствии с работой [1] расписание обработки требований π - это совокупность последовательностей π^l запуска требований на обработку на каждом из приборов. Расписание π имеет вид: $\pi=\{\pi^1,\pi^2,...,\pi^m,\}$, где m – количество приборов в системе. Так как длительности реализации расписаний π ограничены интервалами $t_{см}$, обработка множества требований производственной программы N предполагает формирование S сменно-суточных заданий - множеств требований N^s, тогда должно быть сформировано S расписаний π обработки требований (обозначенных как π^s). Длительности обработки i-х требований на l-ых приборах в многостадийной системе различны, то состав множеств N^s определяет эффективность расписаний π^s, ограниченных интервалами $t_{см}$, эффективность реализации производственной программы P. Задача производственного планирования предполагает формирование эффективного состава сменно-суточных заданий N^{s*}, формирование соответствующих расписаний π^{s*}. Задачу определения N^{s*} и формирования расписаний π^{s*} назовем задачей построения комплексных расписаний. Процесс поиска эффективного решения (множеств N^{s*} и расписаний π^{s*}) имеет иерархический характер, т. е. изменение состава N^s (верхний уровень) вызывает изменения расписания π^s и соответствующего критерия $f(\pi^s)$ (нижний уровень). В то же время значение критерия $f(\pi^s)$ на нижнем уровне планирования определяет эффективность выбора решения N^s. В рассмотренной постановке задача построения комплексных расписаний может быть определена как задача двухуровневого программирования. В общем виде задача сводится к следующему:

1) решения и критерий на верхнем уровне: $F(x, y^*) \to \min, \quad x \in X$ при $g(x) \le a$, (1)

где X - множество решений на верхнем уровне, y^* - эффективное решение, формируемое на нижнем уровне;

2) решения и критерий на нижнем уровне: $f(x, y) \to \min, \quad y \in Y$ при $q(y) \le b$ (2)

где Y - множество решений на нижнем уровне, a,b - некоторые константы.

Модель (1), (2) модифицирована следующим образом:

1) верхний уровень: $F(y^*) \to \min, \quad x \in X$ при $g(x) \le a;$ (3)

2) нижний уровень: $f(x, y) \to \min, \quad y \in Y$ при $q(y) \le b.$ (4)

Примем модель (3), (4) в качестве основы для построения оптимизационной иерархической теоретико-игровой модели составления комплексных расписаний. Введем обозначения: $t_i^{0l}, \overline{t_i^l}$ - начало и окончание обработки i-го требования на l-м приборе; t_i^l - длительность обработки i-го требования на l-м приборе. В рассмотрение вводится (P_{ij}^l) – матрица порядка обработки требований в последовательности π^l; элемент P_{ij}^l данной матрицы равен 1 в том случае если i-е требование занимает в последовательности π^l j-ю позицию (в противном случае 0). Для построения расписаний, для которых порядок обработки требований на приборах определяется видом матрицы (P_{ij}^l), в рассмотрение вводится вспомогательная матрица (t_{ij}^{0l}) - матрица моментов времени начала обработки j-ых требований в i-х позициях последовательности π^l, элемент матрицы (t_{ij}^{0l}) - момент времени начала обработки j-го требования, если оно занимает в π^l i-ю позицию. Для первого прибора в многостадийной системе элементы матрицы (t_{ij}^{01}) определяются следующим образом:

$$t_{1j}^{01} = 0; \quad t_{2j}^{01} = \sum_{i=1}^{n_s} t_i^1 \cdot P_{i1}^1, \quad t_{3j}^{01} = \sum_{j=1}^{2} \sum_{i=1}^{n_s} t_i^1 \cdot P_{ij}^1, \text{ и т.д.,}$$

либо в общем виде:

$$t_{kj}^{01} = \sum_{j=1}^{k-1} \sum_{i=1}^{n_s} t_i^1 \cdot P_{ij}^1, \text{ при } k > 1, \tag{6}$$

где n_s - количество требований в формируемом задании N^s.

Для l-го прибора ($l \neq 1$) элементы матрицы (t_{ij}^{0l}) определяются выражениями вида:

а) первая строка: $t_{1j}^{0l} = \sum_{k=1}^{n_s} P_{jk}^{l-1}(t_{kj}^{0l-1} + t_j^{l-1}) \quad при \quad j = \overline{1, n_s}$; (7)

б) i-я строка ($i \neq 1$): $t_{ij}^{01} = \max\left\{ \sum_{k=1}^{n_s} P_{jk}^{l-1} \cdot (t_{kj}^{0l-1} + t_j^{l-1}); \sum_{k=1}^{n_s} (t_{i-1,k}^{0l} + t_k^l) \cdot P_{k,i-1}^l \right\}$. (8)

В соответствии с (5) – (8) время начала обработки i-го требования на l-м приборе определено в виде: $t_i^{0l} = \sum_{j=1}^{n_s} P_{ij}^l t_{ji}^{0l}$, время окончания обработки i-го требования на l-м приборе: $\overline{t_i^l} = \sum_{j=1}^{n_s} P_{ij}^l (t_{ji}^{0l} + t_i^l)$. Для оценки эффективности формируемого для требований задания N^s расписания в рассмотрение введен критерий - суммарное время простоя приборов в ожидании готовности требований для обработки. Для данного критерия рассуждения по формированию его вида следующие:

1) при $t_i^{0l} > \overline{t_i^{l-1}}$ l-й прибор ожидает готовности для обработки i-го требования, суммарное время простоя l-го прибора в ожидании требований: $\Delta^l = \sum_{i=1}^{n_s} \sum_{j=1}^{n_s} \left[P_{ij}^l t_{ji}^l - P_{ij}^{l-1}(t_{ji}^{0l-1} + t_i^{l-1}) \right];$

2) суммарное время простоя приборов с многостадийной системе, связанного с ожиданием готовности требований для обработки:

$$\Delta = \sum_{l=2}^{m} \sum_{i=1}^{n_s} \sum_{j=1}^{n_s} \left[P_{ij}^{l} t_{ji}^{l} - P_{ij}^{l-1} (t_{ji}^{0l-1} + t_i^{l-1}) \right]. \tag{9}$$

Наряду с заданием вида критерия для решения оптимизационной задачи должны быть определены ограничения на выбор решений. Формирование решения на нижнем уровне управления для соответствующего задания N^s осуществляется в соответствии со следующими ограничениями: $\max_l \{\overline{t_{i_{n_s}}^l}\} \le t_{см}$ (где i_{n_s} - последнее обслуживаемое требование в последовательности π^l), т.е. $\overline{t_{i_{n_s}}^l} = \max_i \{\overline{t_i^l}\}$, где $i \in \pi^l$, тогда ограничение на включение i-го требования задания (множества) N^s в последовательности $\pi^l (l = \overline{1, m})$ имеет вид: $\max_l \max_i \{\overline{t_i^l}\} \le t_{см}$, где $i \in N^s$, $i \in \pi^l$, $l = \overline{1, m}$, либо в принятых обозначениях:

$$\max_l \max_i \{ \sum_{j=1}^{n_s} P_{ij}^{l} \cdot (t_{ji}^{0l} + t_i^l)\} \le t_{см} \text{, где } i \in N^s,\ l = \overline{1, m}. \tag{10}$$

Таким образом, расписание на нижнем уровне планирования формируется в соответствии с (9), соответствующим условию минимизации простоев оборудования при обработке требований задания N^s, при учете ограничений (10). Формирование нового состава задания N^s при выполнении ограничений (10) приводит к изменению значения критерия (9). В качестве критерия на верхнем уровне планирования принята общая эффективность использования оборудования многостадийной системы при реализации задания N^s (где $s = \overline{1, S}$ - индекс задания). Эффективность использования определяется: 1) простоями оборудования многостадийной системы на начальной стадии ее работы, связанными с «заполнением» конвейера обрабатываемыми требованиями; 2) простоями оборудования в ожидании готовности требований в процессе работы системы; 3) простоями оборудования системы на заключительной стадии обработки требований из N^s, связанной с «освобождением» конвейера. Если в последовательностях π^l расписания π^*, соответствующего заданию N^s, размещено n_s требований, неиспользованное время работы некоторого l-го прибора имеет вид:

$$t_{см} - \sum_{j=1}^{n_s} P_{i_{n_s} j}^{l} [t_{j i_{n_s}}^{0l} + t_{i_{n_s}}^{l}], \tag{11}$$

где i_{n_s} - требование, являющееся последним в π^l. На основе (11) определяется выражение:

$$t_{см} - \max_i \left[\sum_{j=1}^{n_s} P_{ij}^{l} [t_{ji}^{0l} + t_i^l] \right] \text{, где } i \in N^s. \tag{12}$$

Суммарное время простоя приборов системы, связанное с «освобождением» конвейера, может быть представлено в виде: $\sum_{l=1}^{m} \left[t_{см} - \sum_{j=1}^{n_s} P_{i_{n_s} j}^{l} [t_{j i_{n_s}}^{0l} + t_{i_{n_s}}^{l}] \right]$, либо в преобразованной форме:

$$m t_{см} - \sum_{l=1}^{m} \left[\sum_{j=1}^{n_s} P_{i_{n_s} j}^{l} [t_{j_{n_s} i}^{0l} + t_i^l] \right]. \tag{13}$$

Если придерживаться логики формирования выражения (12), то выражение (13) примет вид:

$$m t_{см} - \sum_{l=1}^{m} \left[\max_i \sum_{j=1}^{n_s} P_{ij}^{l} [t_{ji}^{0l} + t_i^l] \right] \text{, где } i \in N^s. \tag{14}$$

По аналогии с (13) и (14) определен интервал времени ожидания l-м прибором начала обработки первого требования в последовательности π^l (время простоя l-го прибора в ожидании начала обработки (при $l \geq 2$)). Вид выражения для времени простоя l-го прибора: $\sum_{j=1}^{n_s} P_{i_1 j}^l t_{ji_1}^{0l}$, где i_1 – идентификатор требования, первого в π^l. Общее время простоя приборов системы при ее «заполнении» обрабатываемыми требованиями определено в виде: $\sum_{l=2}^{m}\sum_{j=1}^{n_s} P_{i_1 j}^l t_{ji_1}^{0l}$. Если простои приборов в ожидании готовности к обработке требований определяются выражением (9), то критерий, определяющий эффективность использования оборудования при реализации обработки требований задания N^s, примет вид:

$$\sum_{l=2}^{m}\left[\sum_{j=1}^{n_s} P_{i_1 j}^l t_{ji_1}^{0l} + \sum_{i=2}^{n_s}\sum_{j=1}^{n_s}\left[P_{ij}^l t_{ji}^{0l} - P_{ij}^{l-1}(t_{ji}^{0l-1} + t_i^{l-1})\right]\right] + \left[mt_{см} - \sum_{l=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_s} P_{i_{n_s} j}^l [t_{ji_{n_s}}^{0l} + t_{i_{n_s}}^l\ ]\right] \to \min. \qquad (15)$$

Выражение (15) - критерий оптимизации состава одного задания N^s. При распределении множества требований производственной программы N по заданиям должны быть определены множества N^s ($s = \overline{1,S}$), тогда должен быть выполнен переход к соответствующим обозначениям матриц в виде $(t_{ij}^{0l})^s$, $(P_{ij}^l)^s$, где s– индекс задания N^s. С учетом этого критерии будут модифицированы следующим образом:

1) критерий верхнего уровня планирования:

$$\sum_{l=2}^{m}\left[\sum_{j=1}^{n_s}[P_{i_1 j}^l]^s [t_{ji_1}^{0l}]^s + \sum_{i=2}^{n_s}\sum_{j=1}^{n_s}\left[[P_{ij}^l]^s [t_{ji}^{0l}]^s - [P_{i,j}^{l-1}]^s([t_{ji}^{0l-1}]^s + t_i^{l-1})\right]\right] + \left[mt_{см} - \sum_{l=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_s}[P_{i_{n_s} j}^l]^s([t_{ji_{n_s}}^{0l}]^s + t_{i_{n_s}}^l\ )\right] \to \min; \qquad (16)$$

2) критерий нижнего уровня планирования:

$$\sum_{l=2}^{m}\sum_{i=2}^{n_s}\sum_{j=1}^{n_s}\left[[P_{ij}^l]^s [t_{ji}^{0l}]^s - [P_{i,j}^{l-1}]^s([t_{ji}^{0l-1}]^s + t_i^{l-1})\right] \to \min. \qquad (17)$$

Ограничения для нижнего уровня планирования:

$$\max_l \max_i \{\sum_{j=1}^{n_s}[P_{ij}^l]^s([t_{ji}^{0l}]^s + t_i^l)\} \leq t_{см}, \text{ где } i \in N^s,\ l = \overline{1,m}. \qquad (18)$$

Таким образом, выражения (15) – (18) являются оптимизационной моделью задачи формирования комплексных расписаний. Сформулируем задачу формирования заданий в теоретико-игровой постановке. Каждый игрок принимает решение, связанное с выбором состава задания N^S. Так как требование размещается в одном задании N^s, выбор определенного состава требований в N^s одним из игроков является зависящим от выбора составов заданий другими игроками. Изменение решения одним (s-ым) игроком связано с обменом требованиями между заданиями (изменением состава заданий N^s и $N^{s'}$), что приводит к изменению значений критериев для игроков s и s' на верхнем уровне планирования. Значение критерия s-го игрока, обозначенное через H_s, зависит от решения N^s s-ого игрока и (опосредовано) от решений других игроков. Тогда обозначение критерия s-ого игрока задано в виде $H_s(N^1, N^2, ..., N^S)$, где S – общее число заданий. В силу того, что принятие s-ым игроком решения не связано с «потерями» игрока s', «выгода» которого характеризуется критерием $H_{s'}$, то рассматриваемое взаимодействие игроков отнесено к типу неантагонистических игр. Тогда процессу формирования эффективных решений соответствует нахождение ситуации равновесия в неантагонистической игре в виде $(N^{1*}, N^{2*}, ..., N^{S*})$. Рассмотрение формирования заданий N^s как действий игроков в неантагонистической игре позволяет получить (при выполнении условия равновесия по Нэшу [2]) максимальный выигрыш каждого игрока и максимальный балансовый выигрыш всех игроков. Таким образом, решение задачи составления комплексных расписаний обеспечивается определением ситуаций равновесия двух видов: равновесия по Штакельбергу в иерархической игре, равновесия по Нэшу между заданиями на верхнем уровне планирования. Анализ условий равновесия по

Нэшу позволяет сделать вывод: если при переходе от одного состава заданий N^s несколькими игроками к другому составу заданий $N^{s'}$ для этих же игроков значения критериев этих игроков улучшаются, то равновесие $(N^{1*}, N^{2*}, ..., N^{S*})$ не достигнуто. Так как критерий на верхнем уровне планирования - это время неэффективного использования оборудования, то задача формирования заданий предполагает определение их состава, который обеспечивает максимально плотные расписания. Алгоритм метода определения заданий предусматривает исключение на каждом шаге одного требования, вызывающего простой приборов на стадиях: а) промежуточной обработки; б) на заключительной стадии функционирования системы. Необходимо определить условия, позволяющие идентифицировать такие требования. Для требований первого типа формирование условий их определения выполняется следующим образом.

Время простоя *l*-ого прибора в ожидании готовности к обработке *i*-го требования имеет вид: $\sum_{j=2}^{n_s}\left[P_{ij}^l \cdot t_{ji}^{0l} - P_{k,j-1}^l(t_{j-1,k}^{0l} + t_k^l)\right]$, где k – идентификатор требования (номер строки в матрице (P_{ij}^l)), которое занимает в последовательности π^l (*j*-1)-ю позицию, предшествующую *j*-ой позиции *i*-го требования. Для *i*-го требования общее время простоев всех приборов системы, вызванных его неготовностью к обработке определено в виде:

$$\sum_{l=2}^{m}\sum_{j=2}^{n_s}\left[P_{ij}^l t_{ji}^{0l} - P_{k,j-1}^{l-1}(t_{j-1,k}^{0l} + t_k^l)\right], \tag{19}$$

где $i \in N^S$. На основе (19) формулируется условие определения требования *i*, операции с которым вызывают максимальный простой всех приборов системы при его обработке:

$$\sum_{l=2}^{m}\sum_{j=2}^{n_s}\left[P_{ij}^l t_{ji}^{0l} - P_{k,j-1}^l(t_{j-1,k}^{0l} + t_k^l)\right] \to \max \text{ при } i \in N^S. \tag{20}$$

Обоснование условий для выбора требований, вызывающих простои оборудования на заключительной стадии обработки выполнено на основе различных вариантов последовательностей (рисунок 1). Анализ рисунка 1 показывает, что причинами неэффективного использования ресурса времени работы оборудования на заключительной стадии обработки требований в системе являются:1) значительная длительность (длительности) обработки одного (нескольких) требований на *l*-ом приборе; 2) небольшая длительность (длительности) обработки одного (нескольких) требований на *(l-1)*-ом приборе; 3) ограниченное время работы системы, соответствующее в принятых обозначениях времени смены - $t_{см}$. Значительное время выполнения одного из требований (требования i_k) приводит к простоям требований i_{k+1}, i_{k+2}, следующих за ним в последовательности π^l. Время выполнения требований в π^l ($l = \overline{1,m}$) ограничено длительностью $t_{см}$, простой требований i_{k+1} и i_{k+2} перед обработкой на *l*-ом приборе приводит к окончанию интервала времени работы оборудования $t_{см}$ и к неиспользованному временному ресурсу приборов, предшествующих *l*-ому (в рассматриваемом случае (*l*-1)-го прибора). При этом рисунок 1, а определяет одинаковый порядок обработки требований в π^{l-1} и π^l, рисунок 1, б - различный порядок в π^{l-1} и π^l. Ожидание требованием i_{k+2} *l*-го прибора (в π^l) будет меньшим (рисунок 1, б), но как на рисунке 1, а будет обуславливаться длительной обработкой требования i_k в π^l. В соответствии с рисунком 1, а требование i_{k+1} в π^l имеет больший интервал ожидания $t_{i_{k+1}}^{ож}$, чем требование i_{k+2}– $t_{i_{k+2}}^{ож}$. Требование i_k в π^l обуславливает максимальное ожидание требований в π^l и оно может быть удалено из задания N^s. Анализ рисунка 1, д показывает, что определение удаляемого из N^s требования на основе максимального времени ожидания следующего за ним в π^l требования не является возможным. Аналогично рассуждения могут быть выполнены для рисунков 1, в, г. Требование i_{k+2} в π^l имеет максимальное время ожидания, поэтому требование i_{k+1} в π^l (с максимальной длительностью обработки) может быть удалено из N^s (рисунок 1, в). На рисунке 1, г требование i_{k+2} имеет максимальное время ожидания $t_{i_{k+2}}^{ож}$, но при этом длительность обработки требования i_{k+1} в π^l не является причиной, обуславливающей это ожидание (в большей степени на ожидание требованием i_{k+2}

l-го прибора влияет длительность обработки требования i_k в π^l). Ожидание требования i_{k+2} на рисунке 1, г является следствием из длительной обработки требования i_k. Тогда причиной ожидания требованиями освобождения l-го прибора являются несопоставимые длительности обработки требований на различных приборах, а результатом ожидания требованиями приборов является невозможность использования всего временного ресурса приборов. Удаляемыми из задания требованиями могут являться: 1) требование i_k в π^l имеющее значительную длительность обработки, что обуславливает задержку для требования i_{k+1} в π^l; 2) требование i_{k+1} в π^{l-1} имеющее наименьшую длительность обработки, что приводит к ожиданию требованием i_{k+1} освобождения l-го прибора.

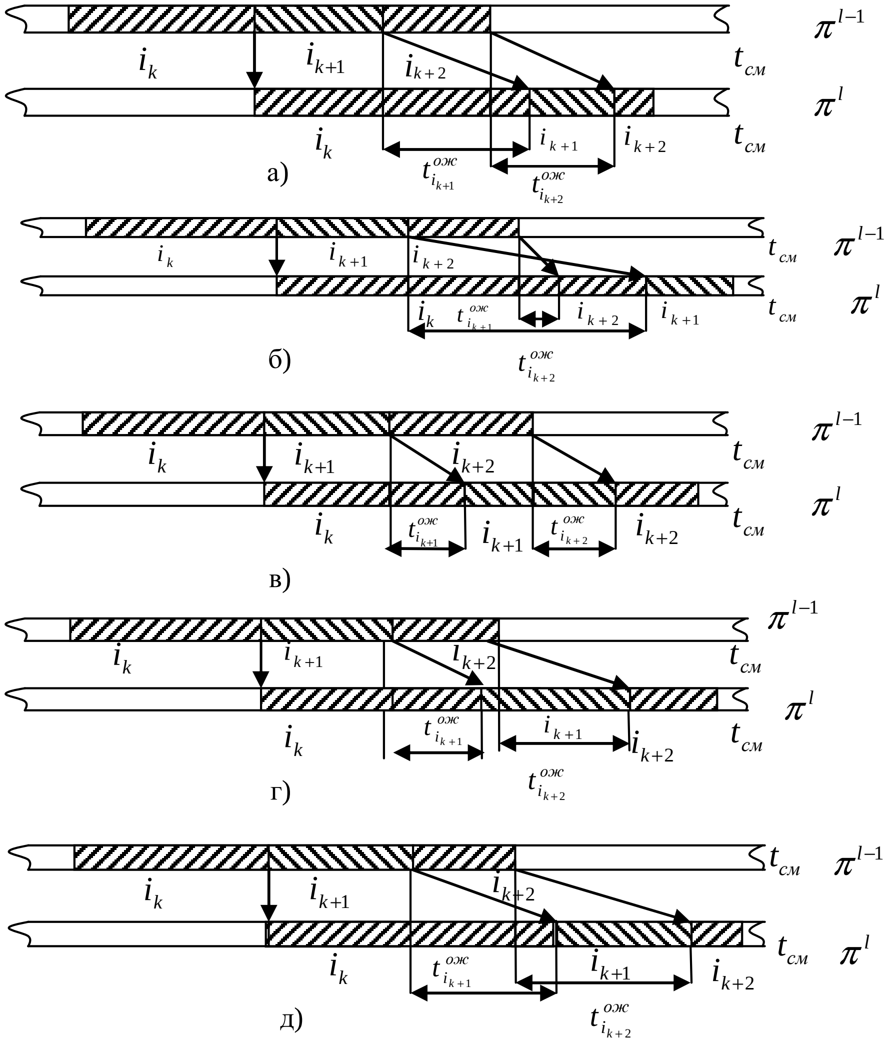

Рисунок 1 – Идентификация требований, обработка которых обуславливает простой приборов на стадии «освобождения» конвейера

При формализации названных условий использованы введенные обозначения для i-ых требований, занимающих j-ые позиции в последовательностях π^l и соответствующие матрицы (P_{ij}^l) и (t_{ij}^{0l}). Для идентификации требования, исключаемого из задания N^s, рассмотрен прямой критерий, определяющий длительность интервала ожидания следующего за исключаемым требования, и относительный критерий, учитывающий время ожидания следующего и длительность исключаемого требований. Условие первого типа имеет вид: $\max\limits_i t_i^{ож}$, где $t_i^{ож}$ - время ожидания освобождения l-ого прибора требованием, следующим в π^l за i-ым, определяемое в виде $t_i^{ож} = \sum\limits_{j=1}^{n_s}\left[[P_{rj}^l]^s[t_{jr}^{0l}]^s - [P_{rj}^{l-1}]^s([t_{jr}^{0l-1}]^s + t_r^{l-1})\right]$, где r - номер строки (требования) в матрице (P_{ij}^l), в которой определена (j+1)-я позиция в π^l, следующая за j-ой позицией рассматриваемого *i*-го требования. Для всех *l*-ых приборов системы ($l=\overline{1,m}$) условие определения *i*-го требования, обуславливающего максимальное общее (суммарное) время ожидания остальными требованиями готовности приборов системы, имеет вид:

$$\max_i \sum_{i=2}^{m}\sum_{j=1}^{n_s}[P_{rj}^{l}t_{jr}^{0l}-P_{rj}^{l-1}[t_{jr}^{0l-1}+t_{r}^{l-1}]]. \qquad (21)$$

В качестве относительного критерия, используемого для определения *i*-го требования, удаляемого из задания N^s, рассмотрено отношение времени ожидания обработки (i_{k+1})-го требования на *l*-ом приборе к времени обработки на *l*-ом приборе *i*-го требования. В принятых обозначениях для матриц (P_{ij}^{l}) и (t_{ij}^{0l}) это выражение примет вид:

$$\min_i \sum_{j=1}^{n_s}\{[P_{rj}^{l}t_{jr}^{0l}-P_{rj}^{l}(t_{jr}^{0l-1}+t_{r}^{l-1})]/[P_{ij}^{l}(t_{ji}^{l}+t_{i}^{l})-P_{ij}^{l}t_{ji}^{l}]\}. \qquad (22)$$

Здесь *r* – индекс требования, занимающего в последовательности π^l (*j+1*)-ю позицию, следующую за *j*-ой позицией *i*-го требования. Анализ применимости критериев (21) и (22) на основе рисунка 1 показал их не универсальность и возможность их использования лишь в ограниченных случаях. Формулируемыми условиями определения требований, исключаемых из задания N^s, могут являться (рисунок 1): 1) отсутствие ненулевого времени ожидания для требования i_{k+1}, следующего в π^l за рассматриваемым требованием i_k (т.е. $t_{i_{k+1}}^{ож}>0$), при этом рассматриваемое требование i_k имеет максимальную длительность обработки на *l*-ом приборе (т.е. обработка требования i_k на *l*-ом приборе является причиной ожидания требованиями i_{k+1} и т.д. обработки на этом приборе); 2) отсутствие ненулевого интервала ожидания начала обработки на *l*-ом приборе (в π^l) у рассматриваемого требования i_k ($t_{i_k}^{ож}>0$), при этом требование i_k имеет минимальное время обработки на *(l-1)*-ом приборе (в π^{l-1}), т.е. обработка требования i_k на *(l-1)*-ом приборе (по длительности) в максимальной степени не согласована с обработкой требований … i_{k-2}, i_{k-1} на *l*-ом приборе, у которых длительность обработки на этом приборе значительна. Для отдельного *l*-го прибора обработка требования i_k с максимальной длительностью является причиной ожидания требованиями i_{k+1}, i_{k+2} освобождения этого прибора. Тогда выражение для идентификации i_k-го требования при переходе к обозначениям требований в виде *i, r,…* (в соответствии с введенными обозначениями матриц (P_{ij}^{l}), (t_{ji}^{0l})) имеет вид: $\max_i(t_i^l)$, при $\sum_{j=1}^{n_s}[P_{rj}^{l}t_{jr}^{0l}-P_{rj}^{l-1}[t_{jr}^{0l-1}+t_{r}^{l-1}]]>0$, где *r* – идентификатор требования (номер строки в матрице (P_{ij}^{l}), занимающего в π^l *(k+1)*-ю, позицию следующего за *k*-ой позицией рассматриваемого *i*-го требования). В соответствии с введенным выражением условие определения требования i_k (*i*-го требования, занимающего *k*-ю позицию) на основе анализа всех последовательностей π^l ($l=\overline{1,m}$) в многостадийной системе имеет вид: $\max_l \max_i(t_i^l)$, при $\sum_{j=1}^{n_s}[P_{rj}^{l}t_{jr}^{0l}-P_{rj}^{l-1}[t_{jr}^{0l-1}+t_{r}^{l-1}]]>0$. Аналогичные рассуждения могут быть применены для случая требования i_k с минимальной длительностью обработки на *l*-ом приборе, обработка которого по времени является не согласованной с обработкой требования i_{k-1} на (*l*+1)-ом приборе и может интерпретироваться как причина простоя *l*-го прибора на заключительной стадии работы многостадийной системы. В этом случае (при условии наличия положительного времени ожидания i_k-го требования на *l*-ом приборе) выражение для идентификации требование i_k, удаляемого из задания N^s, имеет вид (для отдельного *l*-го прибора, в введенных обозначениях): $\min_i(t_i^l)$, при $\sum_{j=1}^{n_s}[P_{ij}^{l+1}t_{ji}^{0l+1}-P_{ij}^{l}[t_{ji}^{0l}+t_{i}^{l}]]>0$. Тогда обобщающее выражение, позволяющее определить соответствующее *i*-е требование с минимальной длительностью для всех приборов системы (при условии наличия времени ожидания обработки этого требования на последующем по отношению к рассматриваемому приборе) имеет вид: $\min\limits_{l}\min\limits_{i}(t_i^l)$, при $\sum\limits_{j=1}^{n_s}[P_{ij}^{l+1}t_{ji}^{0l+1} - P_{ij}^{l}[t_{ji}^{0l} + t_i^l]] > 0$. Полученные выражения для идентификации требований, исключаемых из задания, должны быть использованы для реализации метода построения комплексных расписаний.

Дальнейшие исследования связаны с динамическим изменением состава заданий при реализации некоторых событий в многостадийной системе (отказ оборудования, поступление высокоприоритетных требований и т.д.).

Библиографический список использованной литературы

1. Танаев В.С. Теория расписаний. Многостадийные системы / В.С. Танаев, Ю.Н. Сотсков, В.А. Струсевич. — М.: Наука, 1989. — 328 с.

2. Петросян Л.А. Теория игр / Л.А. Петросян, Н.А. Зенкевич, Е.А. Семина. — М.: Высшая школа, 1999. — 300 с.

3. Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами / Ю.Б. Гермейер. — М.: Наука, 1976. — 327 с.

4. Береснев В.Л. Эффективный алгоритм для задачи размещения производства с вполне уравновешенной матрицей / В.Л. Береснев // Дискретный анализ и исследование операций. — 1998. — Сер. 1, Т. 5. — № 1. — С. 20–31.

Поступила в редакцию 14.10.2011 г.

Кротов К.В., Кротова Т.Ю. Обґрунтування дворівневої моделі та методу побудови комплексних розкладів

Обґрунтована модель дворівневого програмування для формування комплексних розкладів і обґрунтування методу визначення ефективних комплексних розкладів.

Ключові слова: комплексний розклад, ієрархічна гра, дворівнева оптимізаційна модель.

Krotov K.V., Krotova T.Yu. Substantiation of the two level model and method of building complex schedule

The two-level programming model of building complex schedule and method of building effective complex schedule are developed.

Keywords: complex schedule, hierarchical game, two-level optimization model.