

УДК 681.5.09

М.В. Заморёнов, ассистент, В.Я. Копп, профессор, д-р техн. наук,**Ю.Е. Обжерин, профессор, д-р техн. наук, Д.В. Заморёнова, ассистент***Севастопольский национальный технический университет**Ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: ps@sevntu.com.ua***ПОЛУМАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ СИНХРОННОЙ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ЛИНИИ
СО СВОБОДНЫМ РИТМОМ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ**

Рассматриваются вопросы моделирования автоматизированных синхронных линий при произвольном числе входящих в них технологических ячеек, времена обслуживания продукции на которых являются случайными величинами, описываемыми функциями распределения общего вида. Передача продукции от одной технологической ячейки к другой возможна в любой момент времени при условии, что продукция обслужена, а последующая ячейка свободна.

В настоящее время переналаживаемые автоматизированные линии находят все большее применение в мелкосерийном производстве. Важным параметром, характеризующим функционирование таких линий, наряду с их надежностью и производительностью при полной загрузке, является время обслуживания партии продукции, включая начальный период заполнения и конечный – опорожнения линии. В условиях мелкосерийного производства эти два периода по длительности становятся сравнимы, а в некоторых случаях могут и превышать, длительность работы линии при полной загрузке. При моделировании таких линий необходимо учитывать стохастический характер функционирования технологических ячеек (ТЯ), из которых они состоят. Стохастичность вызвана вероятностными характеристиками, как надежности ТЯ, так и времени обслуживания ими единицы продукции. Анализ литературы показывает, что с учетом стохастического характера функционирования ТЯ модели, позволяющие определять время обслуживания партии в целом, отсутствуют.

В машино-приборостроении под синхронной понимают линию (СЛ), в которой ТЯ, входящие в ее состав, непосредственно соединены друг с другом и не разделены между собой межоперационными накопителями. Существуют три стратегии управления функционированием синхронных линий: линии с жестким циклом передачи продукции от ячейки к ячейке, с рефлекторным управлением, со свободным ритмом.

В СЛ с жестким циклом передача продукции от ячейки к ячейке производится через строго определенный отрезок времени, гарантированно обеспечивающий выполнение операций всеми ТЯ. Это наиболее простой способ управления, имеющий недостаток: требуется гарантированный запас времени для завершения выполнения всех операций, что снижает производительность.

В СЛ с рефлекторным управлением ТЯ оснащены датчиками выполнения операций, и передача продукции производится в момент, когда обслуживание на всех ТЯ закончено. Гарантированный запас времени для завершения выполнения всех операций в этом случае не нужен, поэтому производительность выше.

В СЛ со свободным ритмом передача каждой единицы продукции от ячейки к ячейке производится при наличии возможности (свободной последующей ТЯ) и при условии окончания данной операции. Эта особенность позволяет еще повысить производительность СЛ, т.к. уменьшается влияние блокировок ячейками друг друга.

Построение моделей первых двух типов СЛ не вызывают трудностей. Гораздо сложнее математически описывается функционирование СЛ со свободным ритмом, когда времена обслуживания продукции на ячейках являются случайными величинами (СВ), имеющими распределения общего вида. Такая задача решена в настоящее время только для двухфазной системы [1]. Попытка создания аналогичной модели для трехфазной СЛ со свободным ритмом к успеху не привела, ввиду высокой сложности задачи.

Целью данной статьи является построение полумарковских моделей автоматизированной синхронной линии (АСЛ) со свободным циклом функционирования в общем фазовом пространстве.

В данной статье построена модель трехфазной системы на основе нового подхода, заключающегося в моделировании прохождения двух заявок: сначала первой и второй, затем второй и третьей и т.д. Такой подход позволяет моделировать трехфазную АСЛ со свободным ритмом не только в стационарном режиме, но и в переходном.

Далее на основе полученной модели была построена для стационарного и переходного режимов модель многофазной АСЛ с произвольным числом фаз.

Структура трехфазной АСЛ представлена на рисунке 1.

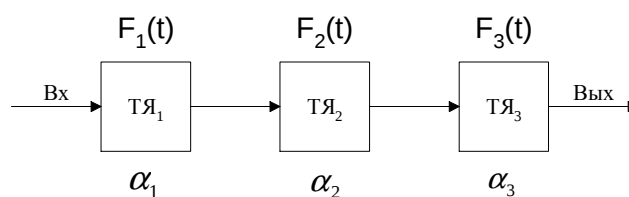


Рисунок 1 – Модель трёхфазной системы

АСЛ функционирует следующим образом: происходит последовательное обслуживание изделия сначала на первой ячейке (ТЯ₁), затем на второй (ТЯ₂), а затем на третьей (ТЯ₃). Передача изделия, обслуженного на предыдущей ячейке к последующей, происходит сразу при наличии свободной последующей ячейки.

Времена обслуживания изделия на ТЯ _{$\overline{i}$} , $i = \overline{1,3}$ – СВ α_i с функциями распределения (ФР) $F_i(t)$, являющимися исходными данными для моделирования. СВ α_1 , α_2 и α_3 имеют ФР $F_1(t)$, $F_2(t)$ и $F_3(t)$ общего вида. В общем случае ФР времен обслуживания различных заявок на одних и тех же ячейках могут отличаться.

Требуется определить ФР и математическое ожидание времени обслуживания изделий на АСЛ, а также ее производительность.

Допущения:

1. СВ α_i предполагаются независимыми, имеющими конечные математические ожидания и дисперсии; у ФР $F_i(t)$ существуют плотности $f_i(t)$.
2. Продукция на вход АСЛ постоянно поступает, с выхода постоянно удаляется, а передача изделия от ячейки к ячейке происходит мгновенно.
3. Состоянием, при котором 2-ая и 3-я ячейки закончили обслуживание, а первая ещё обслуживает заявку, пренебрегается, как маловероятным.

Граф состояний представлен на рисунке 2. Систему, функционирующую в соответствии с указанным графом, назовем системой типа 1.

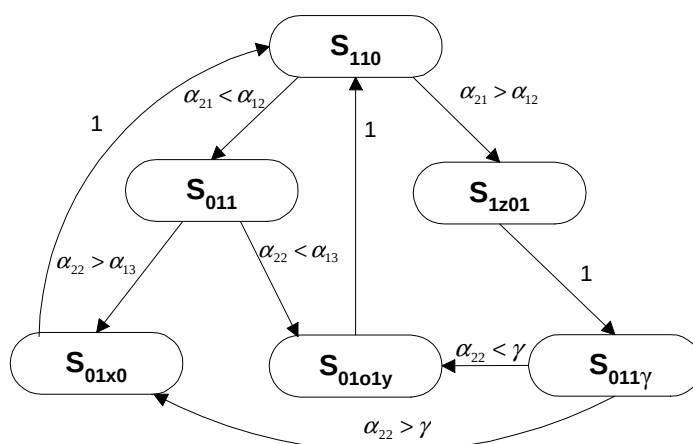


Рисунок 2 – Граф состояний трехфазной системы типа 1

Введем следующие обозначения: $F_{11}(t)$ – ФР времени обслуживания 1-ой заявки на 1-ой ячейке (СВ α_{11}); $F_{12}(t)$ – ФР времени обслуживания 1-ой заявки на 2-ой ячейке (СВ α_{12}); $F_{13}(t)$ – ФР времени обслуживания 1-ой заявки на 3-ой ячейке (СВ α_{13}); $F_{21}(t)$ – ФР времени обслуживания 2-ой заявки на 1-ой ячейке (СВ α_{21}); $F_{22}(t)$ – ФР времени обслуживания 2-ой заявки на 2-ой ячейке (СВ α_{22}); $F_{23}(t)$ – ФР времени обслуживания 2-ой заявки на 3-ой ячейке (СВ α_{23}).

Состояния на графе следующие:

S_{110} – 1-ая заявка начала обслуживаться на 2-ой ячейке, а 2-ая на 1-ой ячейке;

S_{011} – 1-ая заявка начала обслуживаться на 3-ой ячейке, а 2-ая начала обслуживаться на 2-ой ячейке;

S_{1201} – 1-ая заявка начала обслуживаться на 3-ой ячейке, а 2-ая ещё обслуживается на 1-ой ячейке (остаточное время $z = [\alpha_{21} - \alpha_{12}]^+$);

S_{01x0} – 1-ая заявка закончила обслуживаться на 3-ой ячейке, а 2-ая заявка еще обслуживается на 2-ой ячейке (остаточное время x);

S_{0101y} – 1-ая заявка продолжает обслуживаться на 3-ой ячейке (остаточное время y), а 2-ая закончила обслуживаться на 2-ой ячейке.

$S_{011\gamma}$ – 1-ая заявка продолжает обслуживаться на 3-ой ячейке (остаточное время $\gamma = [\alpha_{13} - z]^+$), а 2-ая заявка начала обслуживаться на 2-ой ячейке.

ФР времен пребывания первой заявки ψ_{1i} , ($i = \overline{1,3}$) на $TЯ_i$, ($i = \overline{1,3}$) совпадают с ФР времен обслуживания на этих ячейках, так как первая заявка ничем не блокируется. Сложнее обстоит дело со второй заявкой, которая блокируется первой во время ее обслуживания на первой и второй ячейках. ФР $\psi_{23}(t)$ времени пребывания второй заявки на третьей ячейке равна ФР $F_{23}(t)$ СВ α_{23} , а ФР $\psi_{21}(t)$ времени пребывания второй заявки на первой ячейке определяется довольно просто – она равна ФР максимума СВ α_{12} и α_{21} :

$$\psi_{21}(t) = F_{12}(t)F_{21}(t).$$

Основную сложность представляет определение ФР времени пребывания $\psi_{22}(t)$ второй заявки на второй ячейке. Построим для этого полумарковскую модель АСЛ, используя представленный выше граф.

Времена пребывания в состояниях определяются из выражений [2]:

$$\theta_{110} = (\alpha_{12} \wedge \alpha_{21}); \theta_{011} = (\alpha_{13} \wedge \alpha_{22}); \theta_{1z01} = z; \theta_{01x0} = x; \theta_{0101y} = y; \theta_{011\gamma} = (\gamma \wedge \alpha_{22}),$$

где $\wedge$ – знак минимума случайных величин.

ФР времён пребывания в состояниях имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{F}_{110}(t) &= \bar{F}_{12}(t)\bar{F}_{21}(t); \quad \bar{F}_{011}(t) = \bar{F}_{13}(t)\bar{F}_{22}(t); \quad F_{01x0}(t) = 1_x(t); \quad F_{0101y}(t) = 1_y(t); \\ F_{1z01}(t) &= \frac{\int_0^\infty [F_{21}(t+y) - F_{21}(y)]f_{12}(y)dy}{\int_0^\infty \bar{F}_{21}(y)f_{12}(y)dy}; \quad F_{011\gamma}(t) = \frac{\int_0^\infty [F_{13}(t+y) - F_{13}(y)]f_{1z01}(y)dy}{\int_0^\infty \bar{F}_{13}(y)f_{1z01}(y)dy}. \end{aligned}$$

Поясним последние два выражения для F_{1z01} и $F_{011\gamma}$ на примере F_{1z01} , являющейся ФР СВ $z = [\alpha_{21} - \alpha_{12}]^+$. Случайная величина z является разностью СВ α_{21} и α_{12} при условии, что $\alpha_{21} < \alpha_{12}$. Ее называют «разность плюс», а формула для определении ФР такой СВ при ведена в [3].

Случайные события переходов и вероятности переходов описываются выражениями [2,3]:

$$\begin{aligned} \{S_{110} \rightarrow S_{011}, (\alpha_{21} < \alpha_{12})\}; \quad P_{110}^{011} &= \int_0^\infty F_{21}(t)f_{12}(t)dt; \\ \{S_{110} \rightarrow S_{1z01}, (\alpha_{12} < \alpha_{21})\}; \quad P_{110}^{1z01} &= \int_0^\infty F_{12}(t)f_{21}(t)dt; \\ \{S_{011} \rightarrow S_{01x0}, (\alpha_{22} > \alpha_{13})\}; \quad P_{011}^{01x0} &= \int_0^\infty f_{22}(u+x)f_{13}(u)du; \\ \{S_{011} \rightarrow S_{0101y}, (\alpha_{13} > \alpha_{22})\}; \quad P_{011}^{0101y} &= \int_0^\infty f_{13}(u+y)f_{22}(u)du; \\ \{S_{011\gamma} \rightarrow S_{01x0}, (\gamma < \alpha_{22})\}; \quad P_{011\gamma}^{01x0} &= \int_0^\infty f_{22}(x+u)f_{\gamma}(u)du; \\ \{S_{011\gamma} \rightarrow S_{0101y}, (\alpha_{22} < \gamma)\}; \quad P_{011\gamma}^{0101y} &= \int_0^\infty f_{\gamma}(y+u)f_{22}(u)du; \\ \{S_{1z01} \rightarrow S_{011\gamma}\}; \quad P_{1z01}^{011\gamma} &= 1; \{S_{01x0} \rightarrow S_{110}\}; \quad P_{01x0}^{110} = 1; \{S_{0101y} \rightarrow S_{110}\}; \quad P_{0101y}^{110} = 1. \end{aligned}$$

Стационарное распределение вложенной цепи Маркова (ВЦМ) определяется по формуле [3]:

$$\rho(x) = \int_x P(x, y)\rho(y)dy,$$

где $P(x, y)$ – плотность вероятностей перехода ВЦМ. Таким образом, имеем:

$$\rho_{110} = \int_0^{\infty} \rho_{01x0} dx + \int_0^{\infty} \rho_{01o1y} dy; \quad (1)$$

$$\rho_{011} = \rho_{110} P_{110}^{011} = \rho_{110} \int_0^{\infty} F_{21}(t) f_{22}(t) dt = \rho_{110} P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\}; \quad (2)$$

$$\rho_{1z01} = \rho_{110} P_{110}^{1z01} = \rho_{110} \int_0^{\infty} F_{12}(t) f_{21}(t) dt = \rho_{110} P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}; \quad (3)$$

$$\rho_{01x0} = \rho_{011} P_{011}^{01x0} + \rho_{011\gamma} P_{011\gamma}^{01x0} = \rho_{011} \int_0^{\infty} f_{22}(x+u) f_{13}(u) du + \rho_{011\gamma} \int_0^{\infty} f_{22}(x+u) f_{\gamma}(u) du; \quad (4)$$

$$\rho_{01o1y} = \rho_{011} P_{011}^{01o1y} + \rho_{011\gamma} P_{011\gamma}^{01o1y} = \rho_{011} \int_0^{\infty} f_{13}(y+u) f_{22}(u) du + \rho_{011\gamma} \int_0^{\infty} f_{\gamma}(y+u) f_{22}(u) du; \quad (5)$$

$$\rho_{011\gamma} = \rho_{1z01}; \quad (6)$$

$$\rho_{110} + \rho_{011} + \rho_{1z01} + \int_0^{\infty} \rho_{01x0} dx + \int_0^{\infty} \rho_{01o1y} dy + \rho_{011\gamma} = 1. \quad (7)$$

Подставив (4) и (5) в (1), получим:

$$\begin{aligned} \rho_{110} = & \rho_{011} \int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} f_{22}(x+u) f_{13}(u) du \right] dx + \rho_{011\gamma} \int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} f_{22}(x+u) f_{\gamma}(u) du \right] dx + \\ & + \rho_{011} \int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} f_{13}(y+u) f_{22}(u) du \right] dy + \rho_{011\gamma} \int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} f_{\gamma}(y+u) f_{22}(u) du \right] dy. \end{aligned} \quad (8)$$

Интегралы в (8) идентичны, поэтому вычислим только первый из них, а остальные вычисляются аналогично:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} f_{22}(x+u) f_{13}(u) du \right] dx &= \int_0^{\infty} f_{13}(u) du \int_0^{\infty} f_{22}(x+u) dx = \int_0^{\infty} f_{13}(u) du \int_u^{\infty} f_{22}(x') dx' = \\ &= \int_0^{\infty} f_{13}(u) [F_{22}(x')|_u^{\infty}] du = \int_0^{\infty} f_{13}(u) [1 - F_{22}(u)] du = \int_0^{\infty} \bar{F}_{22}(u) f_{13}(u) du = P\{\alpha_{22} > \alpha_{13}\}; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} f_{22}(x+u) f_{\gamma}(u) du \right] dx = P\{\alpha_{22} > \gamma\}; \quad (10)$$

$$\int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} f_{13}(y+u) f_{22}(u) du \right] dy = P\{\alpha_{13} > \alpha_{22}\}; \quad (11)$$

$$\int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} f_{\gamma}(y+u) f_{22}(u) du \right] dy = P\{\gamma > \alpha_{22}\}. \quad (12)$$

Тогда с учетом (9) – (12) выражение (8) принимает вид:

$$\rho_{110} = \rho_{011} P\{\alpha_{22} > \alpha_{13}\} + \rho_{011\gamma} P\{\alpha_{22} > \gamma\} + \rho_{011} P\{\alpha_{13} > \alpha_{22}\} + \rho_{011\gamma} P\{\gamma > \alpha_{22}\} = \rho_{011} + \rho_{011\gamma}. \quad (13)$$

Подставив (6) в (13), имеем

$$\rho_{110} = \rho_{011} + \rho_{1z01}, \quad (14)$$

а подставляя (1), (2), (3), (6) и (14) в (7) получим:

$$\begin{aligned} \rho_{110} + \rho_{110} P_{110}^{1z01} \{\alpha_{12} < \alpha_{21}\} + \rho_{110} P_{110}^{011} \{\alpha_{21} < \alpha_{12}\} + \rho_{110} P_{110}^{011} \{\alpha_{21} < \alpha_{12}\} + \rho_{110} P_{110}^{1z01} \{\alpha_{12} < \alpha_{21}\} + \rho_{110} P_{110}^{1z01} \{\alpha_{12} < \alpha_{21}\} = \\ = \rho_{110} [1 + P_{110}^{011} \{\alpha_{21} < \alpha_{12}\} + P_{110}^{1z01} \{\alpha_{12} < \alpha_{21}\} + P_{110}^{011} \{\alpha_{21} < \alpha_{12}\} + P_{110}^{1z01} \{\alpha_{12} < \alpha_{21}\} + P_{110}^{1z01} \{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}] = \\ = \rho_{110} [1 + 1 + 1 + P_{110}^{1z01} \{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}] = 1. \end{aligned}$$

Тогда решение системы (1) – (7) имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{110} = \frac{1}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}; \\ \rho_{011} = \frac{P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}; \\ \rho_{1z01} = \frac{P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}; \\ \rho_{01x0} = \frac{P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}} \int_0^\infty f_{22}(x+t) f_{13}(t) dt + \frac{P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}} \int_0^\infty f_{22}(x+t) f_{011\lambda}(t) dt; \\ \rho_{01o1y} = \frac{P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}} \int_0^\infty f_{13}(y+t) f_{22}(t) dt + \frac{P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}} \int_0^\infty f_{011\gamma}(y+t) f_{22}(t) dt; \\ \rho_{011\gamma} = \rho_{1z01} = \frac{P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}. \end{array} \right.$$

Обозначим: $\kappa_1 = \frac{P\{\alpha_{21} < \alpha_{12}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}; \kappa_2 = 1 - \kappa_1 = \frac{P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}{3 + P\{\alpha_{12} < \alpha_{21}\}}.$

Определим стационарное распределение полумарковского процесса по формулам:

$$\pi(B) = \int_B \rho(dx) m[\theta(x)] / \bar{\theta}; \quad \text{где} \quad \bar{\theta} = \int_X \rho(dx) m[\theta(x)],$$

где $m[\theta(x)]$ – математические ожидания времен пребывания в состояниях.

В результате имеем [3]:

$$\begin{aligned} \pi_{110} &= \frac{\rho_{110} \theta_{110}}{\bar{\theta}}; \quad \pi_{011} = \frac{\rho_{011} \theta_{011}}{\bar{\theta}}; \quad \pi_{1z01} = \frac{\rho_{1z01} \theta_{1z01}(z)}{\bar{\theta}}; \quad \pi_{011\gamma} = \frac{\rho_{011\gamma} \theta_{011\gamma}(\gamma)}{\bar{\theta}}; \\ \pi_{01x0} &= \frac{\int_0^\infty \rho_{01x0}(x) \theta_{01x0}(x) dx}{\bar{\theta}}; \quad \pi_{01o1y} = \frac{\int_0^\infty \rho_{01o1y}(y) \theta_{01o1y}(y) dy}{\bar{\theta}}; \end{aligned}$$

$$\bar{\theta} = \rho_{110} \theta_{110} + \rho_{011} \theta_{011} + \rho_{1z01} \theta_{1z01}(z) + \rho_{011\gamma} \theta_{011\gamma}(\gamma) + \int_0^\infty \rho_{01x0}(x) \theta_{01x0}(x) dx + \int_0^\infty \rho_{01o1y}(y) \theta_{01o1y}(y) dy. \quad (15)$$

Рассмотрим предпоследнее слагаемое в (15):

$$\int_0^\infty \rho_{01x0}(x) \theta_{01x0}(x) dx = \int_0^\infty [k_1 \int_0^\infty f_{22}(x+t) f_{13}(t) dt + k_2 \int_0^\infty f_{011\gamma} f_{22}(x+t)] x dx. \quad (16)$$

Преобразуем в (16) каждое из слагаемых:

$$\int_0^\infty [k_1 \int_0^\infty f_{22}(x+t) f_{13}(t) dt] x dx = k_1 \int_0^\infty f_{13}(t) dt \int_0^\infty f_{22}(x+t) x dx. \quad (17)$$

Выделим отдельно интеграл

$$\begin{aligned} \int_0^\infty f_{22}(x+t) x dx &= \int_t^\infty f_{22}(x')(x'-t) dx' = \int_t^\infty f_{22}(x') x' dx' - t \int_t^\infty f_{22}(x') dx' = \int_0^\infty f_{22}(x') x' dx' - \\ &- \int_0^t f_{22}(x') x' dx' - t [F_{22}(x')]_t^\infty = m_{22} - \int_0^t f_{22}(x) x dx - t \bar{F}_{22}(t). \end{aligned}$$

Продолжив интегрирование (17), получим:

$$\begin{aligned} k_1 \left[\int_0^\infty f_{13}(t) dt \int_0^\infty f_{22}(x+t) x dx \right] &= k_1 \left[\int_0^\infty f_{13}(t) m_{22}^t dt - \int_0^\infty f_{13}(t) dt \int_0^t f_{22}(x) x dx - \int_0^\infty f_{13}(t) \bar{F}_{22}(t) t dt \right] = \\ &= k_1 \left[m_{22} - \int_0^\infty f_{13}(t) dt \int_0^t f_{22}(x) x dx - \int_0^\infty f_{13}(t) \bar{F}_{22}(t) t dt \right]. \end{aligned}$$

Рассмотрим второе слагаемое, стоящее в квадратных скобках в последнем выражении:

$$\int_0^{\infty} f_{13}(t) dt \int_0^t f_{22}(x) x dx = \int_0^{\infty} f_{22}(x) x dx \int_x^{\infty} f_{13}(t) dt = \int_0^{\infty} f_{22}(t) \bar{F}_{13}(t) t dt.$$

Тогда:

$$\begin{aligned} k_1 \left[\int_0^{\infty} f_{13}(t) dt \int_0^{\infty} f_{22}(x+t) x dx \right] &= k_1 \left[m_{22} - \int_0^{\infty} f_{22}(t) \bar{F}_{13}(t) t dt - \int_0^{\infty} f_{13}(t) \bar{F}_{22}(t) t dt \right] = k_1 \left[m_{22} - \int_0^{\infty} t [f_{22}(t) - f_{22}(t) F_{13} + \right. \\ &+ f_{13}(t) - f_{13}(t) F_{22}(t)] dt \Big] = k_1 \left[m_{22} - m_{13} + \int_0^t t [F_{13}(t) f_{22}(t) + F_{22}(t) f_{13}(t)] dt \right] = k_1 \left[-m_{13} + \int_0^{\infty} t \frac{dF_{13}(t) F_{22}(t)}{dt} dt \right] = \\ &= k_1 [m_{22,13} - m_{13}] \end{aligned}$$

где $[F_{13}(t) F_{22}(t)]$ и $m_{22,13} = m(\alpha_{22} \vee \alpha_{13})$ – ФР и математическое ожидание максимума СВ α_{22} и α_{13} .

Для второго интеграла в (16) преобразования аналогичны поэтому окончательно имеем:

$$\int_0^{\infty} \rho_{01x0}(x) \theta_{01x0}(x) dx = \kappa_1 (m_{22,13} - m_{13}) + (1 - \kappa_1) (m_{22,\gamma} - m_{\gamma}), \quad (18)$$

где $m_{22,\gamma} = m(\alpha_{22} \vee \gamma)$ – математическое ожидание максимума СВ α_{22} и γ .

Для последнего члена в (15) по аналогии с (18) получим:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \rho_{01o1y}(y) \theta_{01o1y}(y) dy &= \kappa_1 (m_{22,13} - m_{22}) + (1 - \kappa_1) (m_{22,\gamma} - m_{22}) = \kappa_1 m_{22,13} - \kappa_1 m_{22} + m_{22,\gamma} - m_{22} - \kappa_1 m_{22,\gamma} + \\ &+ \kappa_1 m_{22} = \kappa_1 (m_{22,13} - m_{22,\gamma}) + m_{22,\gamma} - m_{22}, \end{aligned}$$

где $m_{22,\gamma}$ – математическое ожидание максимума СВ α_{22} и γ .

Тогда:

$$\pi_{01x0} = \frac{\rho_{011}(m_{22,13} - m_{13}) + (1 - \rho_{011})(m_{22,\gamma} - m_{\gamma})}{\bar{\theta}}; \quad \pi_{01o1y} = \frac{\rho_{011}(m_{22,13} - m_{22,\gamma}) + m_{22,\gamma} - m_{22}}{\bar{\theta}},$$

$$\begin{aligned} \bar{\theta} &= \rho_{110} \theta_{110} + \rho_{011} \theta_{011} + \rho_{1201} \theta_{1201} + \rho_{011\gamma} \theta_{011\gamma} + \rho_{011} (m_{22,13} - m_{13}) + (1 - \rho_{011}) (m_{22,\gamma} - m_{\gamma}) + \rho_{011} (m_{22,13} - m_{22,\gamma}) + \\ &+ m_{22,\gamma} - m_{22}. \end{aligned}$$

Запишем полумарковские ядра [3]:

$$\begin{aligned} Q(t, S_{110}, S_{011}) &= \int_0^t F_{21}(t) f_{12}(t) dt; & Q(t, S_{110}, S_{1201}) &= \int_0^t F_{12}(t) f_{21}(t) dt; \\ Q(t, S_{011}, S_{01x0}) &= \int_0^t f_{22}(u+x) f_{13}(u) du; & Q(t, S_{011}, S_{01o1y}) &= \int_0^t f_{13}(u+y) f_{22}(u) du; \\ Q(t, S_{011\gamma}, S_{01x0}) &= \int_0^t f_{22}(x+u) f_{\gamma}(u) du; & Q(t, S_{011\gamma}, S_{01o1y}) &= \int_0^t f_{\gamma}(y+u) f_{22}(u) du; \end{aligned}$$

Составим уравнения Марковского восстановления (УМВ) для пребывания системы в подмножестве состояний $E_+ = (S_{011}, S_{01x0}, S_{01o1y}, S_{011\gamma})$ используя формулу [3]:

$$\bar{F}_X(t) = \int_0^t \int_{E_+} Q(ds, x, dy) \bar{F}_y(t-s) = \bar{G}_X(t), \quad x \in E_+.$$

Для состояния S_{011} уравнение имеет вид:

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_{011}(t) &= \int_0^{\infty} \int_0^t Q(t, S_{011}, S_{01x0}) \bar{\Phi}_{01x0}(x, t-s) ds \Big] dx + \int_0^{\infty} \int_0^t Q(t, S_{011\gamma}, S_{01o1y}) \bar{\Phi}_{01o1y}(y, t-s) ds \Big] dx + \bar{F}_{22}(t) \bar{F}_{13}(t) = \\ &= \int_0^{\infty} dx \int_0^t f_{22}(x+s) f_{13}(s) \bar{\Phi}_{01x0}(x, t-s) ds + \int_0^{\infty} dy \int_0^t f_{13}(y+s) f_{22}(s) \bar{\Phi}_{01o1y}(y, t-s) ds + \bar{F}_{22}(t) \bar{F}_{13}(t). \end{aligned}$$

Составляя аналогично уравнения для всех состояний подмножества E_+ , получаем систему УМВ:

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{\Phi}_{011}(t) &= \int_0^\infty dx \int_0^t f_{22}(x+s) f_{13}(s) \bar{\Phi}_{01x0}(x, t-s) ds + \int_0^\infty dy \int_0^t f_{13}(y+s) f_{22}(s) \bar{\Phi}_{0101y}(y, t-s) ds + \bar{F}_{22}(t) \bar{F}_{13}(t); \end{aligned} \right. \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{\Phi}_{011\gamma}(t) &= \int_0^\infty dx \int_0^t f_{22}(x+s) f_{\gamma}(s) \bar{\Phi}_{01x0}(x, t-s) ds + \int_0^\infty dy \int_0^t f_{\gamma}(y+s) f_{22}(s) \bar{\Phi}_{0101y}(y, t-s) ds + \bar{F}_{\gamma}(t) \bar{F}_{22}(t); \end{aligned} \right. \quad (20)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{\Phi}_{01x0}(x, t) &= \bar{1}_x(t) = \begin{cases} 1, & t < x; \\ 0, & t \geq x; \end{cases} \end{aligned} \right. \quad (21)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{\Phi}_{0101y}(y, t) &= \bar{1}_y(t) = \begin{cases} 1, & t < y; \\ 0, & t \geq y, \end{cases} \end{aligned} \right. \quad (22)$$

где $\bar{\Phi}_{011}(t) = 1 - \Phi_{011}(t)$; $\bar{\Phi}_{011\gamma}(t) = 1 - \Phi_{011\gamma}(t)$; $\bar{\Phi}_{01x1}(t) = 1 - \Phi_{01x1}(t)$; $\bar{\Phi}_{0101y}(t) = 1 - \Phi_{0101y}(t)$, а $\Phi_{011}(t)$; $\Phi_{011\gamma}(t)$; $\Phi_{01x1}(t)$; $\Phi_{0101y}(t)$ – ФР времен пребывания системы в подмножестве E_+ с начальными состояниями S_{011} , $S_{011\gamma}$, S_{01x1} , S_{0101y} соответственно.

Подставив (21), (22) в (19), (20), получим:

$$\bar{\Phi}_{011}(t) = \int_0^\infty dx \int_0^t f_{22}(x+s) f_{13}(s) \bar{1}_x(t-s) ds + \int_0^\infty dy \int_0^t f_{13}(y+s) f_{22}(s) \bar{1}_y(t-s) ds + \bar{F}_{22}(t) \bar{F}_{13}(t); \quad (23)$$

$$\bar{\Phi}_{011\gamma}(t) = \int_0^\infty dx \int_0^t f_{22}(x+s) f_{011\gamma}(s) \bar{1}_x(t-s) ds + \int_0^\infty dy \int_0^t f_{011\gamma}(y+s) f_{22}(s) \bar{1}_y(t-s) ds + \bar{F}_{22}(t) \bar{F}_{\gamma}(t). \quad (24)$$

Обозначим через I_1, I_2, I_3, I_4 в (23), (24) следующие интегралы:

$$I_1 = \int_0^\infty dx \int_0^t f_{22}(x+s) f_{13}(s) \bar{1}_x(t-s) ds; \quad I_2 = \int_0^\infty dy \int_0^t f_{13}(y+s) f_{22}(s) \bar{1}_y(t-s) ds;$$

$$I_3 = \int_0^\infty dx \int_0^t f_{22}(x+s) f_{011\gamma}(s) \bar{1}_x(t-s) ds; \quad I_4 = \int_0^\infty dy \int_0^t f_{011\gamma}(y+s) f_{22}(s) \bar{1}_y(t-s) ds.$$

Рассмотрим первый интеграл I_1 :

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^\infty dx \int_0^t f_{22}(x+s) f_{13}(s) \bar{1}_x(t-s) ds = \int_0^t f_{13}(s) ds \int_0^\infty f_{22}(x+s) \bar{1}_x(t-s) dx = \int_0^t f_{13}(s) ds \int_0^\infty f_{22}(x-s) \bar{1}_x(t-s) dx = \\ &= \int_0^t f_{13}(s) ds \int_{t-s}^\infty f_{22}(x+s) dx = \int_0^t f_{13}(s) ds \int_t^\infty f_{22}(x') dx' = \int_0^t f_{13}(s) ds \left[\bar{F}_{22}(x') \right]_t^\infty = \\ &= \int_0^t f_{13}(s) [1 - F_{22}(t)] ds = [1 - F_{22}(t)] \int_0^t f_{13}(s) ds = \bar{F}_{22}(t) F_{13}(t). \end{aligned}$$

Аналогично:

$$I_2 = \bar{F}_{13}(t) F_{22}(t); \quad I_3 = \bar{F}_{22}(t) F_{011\gamma}(t); \quad I_4 = \bar{F}_{011\gamma}(t) F_{22}(t).$$

Подставим I_1, I_2, I_3, I_4 в (23):

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_{011}(t) &= \bar{F}_{22}(t) F_{13}(t) + \bar{F}_{13}(t) \bar{F}_{22}(t) + \bar{F}_{22}(t) \bar{F}_{13}(t) = (1 - F_{22}(t)) F_{13}(t) + (1 - F_{13}(t)) \bar{F}_{22}(t) + \\ &= (1 - F_{22}(t))(1 - F_{13}(t)) = F_{13}(t) - F_{22}(t) F_{13}(t) + F_{22}(t) - F_{22}(t) F_{13}(t) + 1 - F_{13}(t) - F_{22}(t) + F_{22}(t) F_{13}(t) = \\ &= 1 - F_{22}(t) F_{13}(t). \end{aligned}$$

Аналогично для (24):

$$\bar{\Phi}_{011\gamma}(t) = 1 - F_{22}(t) F_{011\gamma}(t).$$

Теперь можно записать выражение для ФР времени обслуживания 2-ой заявки на 2-ой ячейке с учётом блокировки 1-ой заявкой – $\Psi_{22}(t)$:

$$\begin{aligned} \Psi_{22}(t) &= P_{110}^{011} \{ \alpha_{21} < \alpha_{12} \} \Phi_{011}(t) + P_{110}^{1z01} \{ \alpha_{12} < \alpha_{21} \} \Phi_{011\gamma}(t) = \\ &= \left[\int_0^\infty F_{21}(t) f_{12}(t) dt \right] \cdot F_{22}(t) F_{13}(t) + \left[\int_0^\infty F_{12}(t) f_{21}(t) dt \right] \cdot F_{22}(t) F_{011\gamma}(t). \end{aligned} \quad (25)$$

Таким образом найдены все ФР времен пребывания второй заявки на $TЯ_i$, $i = \overline{1,3}$ с учетом блокировки со стороны первой. Далее рассматривается прохождение через систему пары – вторая и третья заявки. Расчет выполняется по тем же формулам только теперь вторая заявка считается первой, а третья – второй. Процедура продолжается до тех пор пока колебания времен обслуживания заявок с учетом блокировок от шага к шагу не станут меньше заданной точности вычислений.

Распространим данную модель на многофазную систему с произвольным числом фаз.

Для четырехфазной системы. Решаются две задачи полностью аналогичные рассмотренной выше: прохождение двумя заявками трех ячеек из состояний S_{011} и $S_{011\gamma}$. Определяются вероятности перехода в состояния S_{011} , $S_{011\gamma} - P_{110}^{011}$ и $P_{110}^{011\gamma} = P_{110}^{1z01}$ для первой и второй задач соответственно. При решении первой задачи, ФР времен обслуживания заявок без учета блокировок на второй, третьей и четвертой ячейках, для первой и второй заявок соответственно равны $F_{12}(t)$, $F_{13}(t)$, $F_{14}(t)$, $F_{22}(t)$, $F_{23}(t)$, $F_{24}(t)$ и совпадают с соответствующими $F_i(t)$, $i = \overline{2,4}$. При решении второй задачи отличие состоит в том, что ФР времени обслуживания первой заявки на третьей ячейке равна $F_{011\gamma}(t)$, а не $F_3(t)$. В остальном задачи полностью совпадают. Основным результатом решения этих задач является определение ФР времени пребывания вторых заявок на третьей ячейке – $\Psi_{23}^1(t)$ и $\Psi_{23}^2(t)$ для первой и второй задач соответственно. Тогда ФР времени пребывания первой заявки на третьей ячейке в целом равна:

$$\Psi_{23}(t) = P_{110}^{011} \Psi_{23}^1(t) + P_{110}^{011\gamma} \Psi_{23}^2(t). \quad (26)$$

После определения $\Psi_{23}(t)$ по (26) расчет времен прохождения двумя заявками четырех ячеек не вызывает трудностей. Далее рассматривается прохождение через систему пар – вторая, третья и третья четвертая заявки. Расчет выполняется по тем же формулам только теперь в паре «два – три» вторая заявка считается первой, а третья – второй, а в паре «три – четыре» третья заявка считается первой, а четвертая – второй. Процедура продолжается до тех пор, пока колебания времен обслуживания заявок с учетом блокировок от шага к шагу не станут меньше заданной точности вычислений.

Таким же образом строятся модели систем с любым числом фаз n , причем число N подзадач на которые распадается основная задача для трех и более числа фаз определяется по формуле: $N = 2^{n-2} - 1$. В целом модель многофазной АСЛ основана на многократном использовании формул (25), (26).

Выше были рассмотрены допущения, при которых была построена приведенная модель. Для расширения ее функциональных возможностей третье допущение о том, что 2-ая заявка не может задержаться на 1-ой ячейке после того, как 1-ая уже обслужилась на 3-ей целесообразно снять. То есть в граф необходимо ввести состояние, при котором 2-ая и 3-я ячейки закончили обслуживание первой заявки, а первая ячейка ещё обслуживает вторую заявку. Кроме этого необходимо ввести состояние, при котором 2-ая заявка начала обслуживание на 2-ой ячейке, а первая уже окончила обслуживаться на третьей.

Граф состояний для такой системы представлен на рисунке 2. Систему, функционирующую в соответствии с указанным графом, назовем системой типа 2.

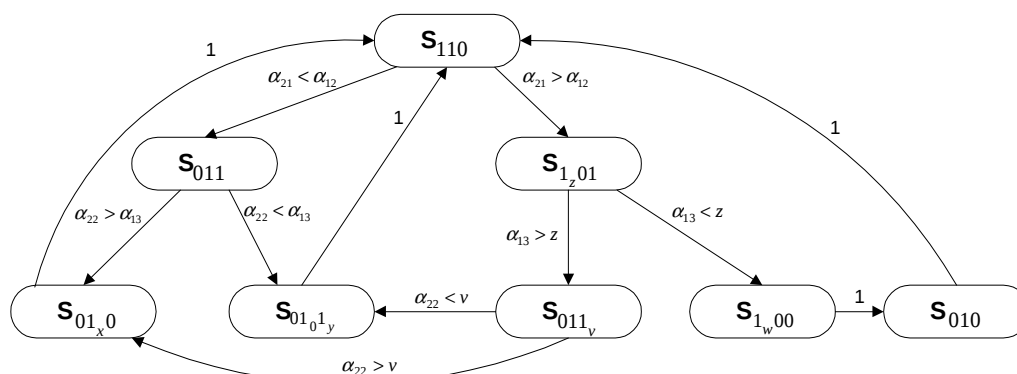


Рисунок 3 – Граф состояний трехфазной системы типа 2

Состояния на графе следующие:

- S_{110} – 1-ая заявка начала обслуживаться на 2-ой ячейке, а 2-ая на 1-ой ячейке;
- S_{011} – при условии $(\beta_1 < \alpha_2)$ 1-ая заявка начала обслуживаться на 3-ей ячейке, а 2-ая на 2-ой;
- S_{01x0} – 1-ая заявка закончила обслуживание на 3-ой ячейке, а до конца обслуживания 2-ой заявки на 2-ой ячейке осталось время x ;

S_{001y} – 2-ая заявка закончила обслуживание на 2-ой ячейке, а до конца обслуживания 1-ой заявки на 3-ей ячейке осталось время y ;

S_{1z01} – 1-ая заявка закончила обслуживаться на 2-ой ячейке и началось её обслуживание на 3-ей, а 2-ая заявка ещё обслуживается на 1-ой ячейке (остаточное время z);

S_{1w00} – 1-ая заявка закончила обслуживаться на 3-ой ячейке, а 2-ая заявка ещё обслуживается на 1-ой (остаточное время w);

S_{010} – 2-ая заявка начала обслуживание на 2-ой ячейке, а 1-ая заявка окончила обслуживаться на 3-ей;

S_{011v} – 1-ая заявка ещё обслуживается на 3-ей ячейке (остаточное время v), а вторая заявка закончила обслуживание на 1-ой и начала на 2-ой.

Имеем два подмножества:

$$E_+ = (S_{011}, S_{01x0}, S_{01y1}, S_{011v}, S_{010}) ; \quad E_- = (S_{110}, S_{1z01}, S_{1w00}) .$$

Подмножество $E_+ = (S_{011}, S_{01x0}, S_{01y1}, S_{011v}, S_{010})$ соответствует состояниям, в которых 2-ая заявка обслуживается на 2-ой ячейке. Необходимо определить ФР времени пребывания системы в подмножестве состояний E_+ .

Возможны два подхода к построению моделей для системы типа 2.

Рассмотрим первый вариант модели для системы типа 2.

Определяем ФР времени пребывания в состоянии S_{1z01} , которое равно $\theta_{1z01} = (z \wedge \alpha_{13})$.

Тогда

$$\bar{F}_{1z01}(t) = \bar{F}_z(t) \bar{F}_{13}(t) ,$$

где

$$F_z(t) = \frac{\int_0^\infty [F_{21}(t+y) - F_{21}(y)] f_{12}(y) dy}{\int_0^\infty [1 - F_{21}(y)] f_{12}(y) dy} . \quad (27)$$

$F_z(t)$ является ФР случайной величины (СВ) $z = [\alpha_{21} - \alpha_{12}]^+$, о которой сказано выше.

Попадание в состояние S_{011v} из состояния S_{110} с вероятностью $P(\alpha_{21} > \alpha_{12}) \cdot P(\alpha_{13} > z)$ обеспечивает функцию распределения времени $\theta_{011v} = (\alpha_{22} \wedge v)$ пребывания в этом состоянии, причем $v = [\alpha_{13} - z]^+ = \{\alpha_{13} - [\beta_{21} - \alpha_{12}]^+\}^+$. Тогда

$$\bar{F}_{011v}(t) = \bar{F}_v(t) \bar{F}_{22}(t) ,$$

где

$$F_v(t) = \frac{\int_0^\infty [F_{13}(t+y) - F_{13}(y)] f_{1z01}(y) dy}{\int_0^\infty [1 - F_{13}(y)] f_{1z01}(y) dy} , \quad (28)$$

Попадание в состояние S_{1w00} из состояния S_{110} с вероятностью $P(\alpha_{21} > \alpha_{12}) \cdot P(\alpha_{13} < z)$ обеспечивает функцию распределения времени $\theta_{1w00} = w$ пребывания в этом состоянии, причем $w = [z - \alpha_{13}]^+ = \{\alpha_{21} - \alpha_{12}\}^+ - z$.

Тогда

$$F_{1w00}(t) = \frac{\int_0^\infty [F_{1z01}(t+y) - F_{1z01}(y)] f_{13}(y) dy}{\int_0^\infty [1 - F_{1z01}(y)] f_{13}(y) dy} , \quad (29)$$

Теперь можно записать выражение для ФР времени обслуживания 2-ой заявки на 2-ой ячейке с учётом блокировки 1-ой – $\psi_{22}(t)$:

$$\psi_{22}(t) = P_{110}^{011} \{ \beta_1 < \alpha_2 \} \varphi_{011}(t) + P_{110}^{1z01} \{ \alpha_2 < \beta_1 \} [P\{ \alpha_{13} > z \} \varphi_{011v} + P\{ z < \alpha_{13} \} \varphi_{1w00}] , \quad (30)$$

где $P_{110}^{011} = P_{10}^{11}$, $P_{110}^{1z01} = P_{10}^{01}$, $\Phi_{011}(t)$, $\Phi_{011v}(t)$ найдены ранее при построении модели предыдущей системы типа 1, а $\Phi_{1w00}(t)$ определяется как ФР времени $(w + \beta_2)$:

$$\Phi_{1w00}(t) = \int_0^{\infty} F_{1w00}(y) f_{22}(t-y) dy.$$

Следует отметить, что использование формул (27)–(29) в составе (30) приводит крайне громоздким выражениям, в значительной степени затрудняющим расчеты.

Рассмотрим второй вариант модели для системы типа 2.

Случайные события переходов и вероятности переходов описываются выражениями [2,3]:

$$\begin{aligned} \{S_{110} \rightarrow S_{011}, (\beta_1 < \alpha_2)\}; \quad P_{110}^{011} \{\beta_1 < \alpha_2\} &= \int_0^{\infty} F_{21}(t) f_{12}(t) dt; \\ \{S_{110} \rightarrow S_{1z01}, (\alpha_2 < \beta_1)\}; \quad P_{110}^{1z01} \{\alpha_2 < \beta_1\} &= \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) f_{12}(u) du; \\ \{S_{011} \rightarrow S_{01x0}, (\beta_2 > \alpha_3)\}; \quad P_{011}^{01x0} \{\beta_2 > \alpha_3\} &= \int_0^{\infty} f_{22}(u+x) f_{13}(u) du; \\ \{S_{011} \rightarrow S_{001y}, (\alpha_3 > \beta_2)\}; \quad P_{011}^{001y} \{\alpha_3 > \beta_2\} &= \int_0^{\infty} f_{13}(u+y) f_{22}(u) du; \\ \{S_{1z01} \rightarrow S_{011v}, (\alpha_3 > z)\}; \quad P_{1z01}^{011v} \{\alpha_3 > z\} &= \int_0^{\infty} f_{13}(z+v) dv; \\ \{S_{1z01} \rightarrow S_{1w00}, (\alpha_3 < z)\}; \quad P_{1z01}^{1w00} \{\alpha_3 < z\} &= \int_0^{\infty} f_{13}(z-w) dw; \\ \{S_{011v} \rightarrow S_{01x0}, (\beta_2 > v)\}; \quad P_{011v}^{01x0} \{\beta_2 > v\} &= \int_0^{\infty} f_{22}(v+x) dx; \\ \{S_{011v} \rightarrow S_{001y}, (\beta_2 < v)\}; \quad P_{011v}^{001y} \{\beta_2 < v\} &= \int_0^{\infty} f_{22}(v-y) dy; \\ \{S_{1w00} \rightarrow S_{010}\}; \quad P_{1w00}^{010} &= 1; \{S_{01x0} \rightarrow S_{110}\}; \quad P_{01x0}^{110} = 1; \{S_{001y} \rightarrow S_{110}\}; \quad P_{001y}^{110} = 1. \end{aligned}$$

Времена пребывания в состояниях определяются из выражений [2]:

$$\theta_{110} = (\alpha_2 \wedge \alpha_1); \quad \theta_{011} = (\alpha_3 \wedge \beta_2); \quad \theta_{1z01} = (z \wedge \alpha_3); \quad \theta_{01x0} = x; \quad \theta_{001y} = y; \quad \theta_{011v} = (v \wedge \beta_2);$$

$$\theta_{1w00} = w; \quad \theta_{010} = \beta_2.$$

ФР времён пребывания в состояниях имеют вид:

$$\begin{aligned} F_{110}(t) &= 1 - \bar{F}_{\alpha_2}(t) \bar{F}_{\beta_1}(t); \\ F_{011}(t) &= 1 - \bar{F}_{\alpha_3}(t) \bar{F}_{\beta_2}(t); \\ F_{1z01}(t) &= 1 - \bar{F}_{\alpha_3}(t) \bar{I}_z(t) = \begin{cases} t < z, \bar{F}_{\alpha_3}(t); \\ t \geq z, 0 \end{cases}; \\ F_{01x0}(t) &= I_x(t); \\ F_{001y}(t) &= I_y(t); \\ F_{011v}(t) &= \bar{F}_{\beta_2}(t) \bar{I}_v(t) = \begin{cases} \bar{F}_{\beta_2}(t), & t < v; \\ 0, & t \geq v \end{cases}; \\ F_{1w00}(t) &= I_w(t); \\ F_{010}(t) &= \bar{F}_{\beta_2}(t). \end{aligned}$$

Стационарное распределение ВЦМ определяется по формуле как и ранее определяем по формуле $\rho(x) = \int_x P(xy) \rho(y) dy$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{110} = \int_0^{\infty} \rho_{01x0} dx + \int_0^{\infty} \rho_{001y} dy + \int_0^{\infty} \rho_{1w00} dw; \\ \rho_{011} = \rho_{110} P_{110}^{011} = \rho_{110} \int_0^{\infty} F_{21}(t) f_{12}(t) dt = \rho_{110} P\{\beta_1 < \alpha_2\}; \\ \rho_{1z01} = \rho_{110} P_{110}^{1z01} = \rho_{110} \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) f_{12}(u) du; \\ \rho_{01x0} = \rho_{011} P_{011}^{01x0} + \int_0^{\infty} \rho_{011v} P_{011v}^{01x0} dv = \rho_{011} \int_0^{\infty} f_{22}(v+x) f_{13}(v) dv + \int_0^{\infty} f_{22}(x+v) \rho_{011v} dv; \\ \rho_{001y} = \rho_{011} P_{011}^{001y} + \int_y^{\infty} \rho_{011v} P_{011v}^{001y} dv = \rho_{011} \int_0^{\infty} f_{13}(y+u) f_{22}(u) du + \int_y^{\infty} \rho_{011v} f_{22}(v-y) dv; \\ \rho_{011v} = \int_0^{\infty} \rho_{1z01} P_{1z01}^{011v} dz = \int_0^{\infty} f_{13}(v+z) \rho_{1z01} dz; \\ \rho_{1w00} = \int_0^{\infty} \rho_{1z01} P_{1z01}^{1w00} dz = \int_w^{\infty} f_{13}(z-w) \rho_{1z01} dz; \\ \rho_{010} = \int_0^{\infty} \rho_{1w00} dw; \\ \rho_{110} + \rho_{011} + \int_0^{\infty} \rho_{1z01} dz + \int_0^{\infty} \rho_{01x0} dx + \int_0^{\infty} \rho_{001y} dy + \int_0^{\infty} \rho_{1w00} dw + \int_0^{\infty} \rho_{011v} dv + \int_0^{\infty} \rho_{1w00} dw = 1. \end{array} \right. \quad (31)$$

Решаем систему уравнений. Учитывая, что

$$\int_0^{\infty} \rho_{01x0} dx + \int_0^{\infty} \rho_{001y} dy + \int_0^{\infty} \rho_{1w00} dw = \rho_{110},$$

запишем:

$$2\rho_{110} + \rho_{011} + \rho_{110} \int_0^{\infty} dz \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) f_{12}(u) du + \int_0^{\infty} dv \int_0^{\infty} f_{13}(v+z) \rho_{1z01} dz + \int_0^{\infty} dw \int_w^{\infty} f_{13}(z-w) \rho_{1z01} dz = 1.$$

Введем обозначения:

$$I_1 = \int_0^{\infty} dv \int_0^{\infty} f_{13}(v+z) \rho_{1z01} dz;$$

$$I_2 = \int_0^{\infty} dw \int_w^{\infty} f_{13}(z-w) \rho_{1z01} dz;$$

$$I_3 = \rho_{110} \int_0^{\infty} dz \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) f_{12}(u) du.$$

После подстановок получим:

$$I_1 = \int_0^{\infty} dv \int_0^{\infty} f_{13}(v+z) \left[\rho_{110} \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) f_{12}(u) du \right] dz;$$

$$I_2 = \int_0^{\infty} dw \int_w^{\infty} f_{13}(z-w) \left[\rho_{110} \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) f_{12}(u) du \right] dz;$$

$$I_3 = \rho_{110} \int_0^{\infty} dz \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) f_{12}(u) du = \rho_{110} \int_0^{\infty} f_{12}(u) du \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) dz = \rho_{110} \int_0^{\infty} f_{12}(u) \bar{F}_{21} du.$$

Рассмотрим отдельно каждый из членов:

$$\begin{aligned}
 I_2 &= \rho_{110} \int_0^\infty dw \int_w^\infty f_{13}(z-w) \left[\int_0^\infty f_{21}(u+z) f_{12}(u) du \right] dz = \rho_{110} \int_0^\infty dw \int_0^\infty f_{13}(z-w) \left[\int_0^\infty f_{21}(u+z) f_{12}(u) du \right] dz = \\
 &= \rho_{110} \int_0^\infty dw \int_0^\infty f_{12}(u) du \int_0^\infty f_{13}(z-w) f_{21}(u+z) dz = \rho_{110} \int_0^\infty f_{12}(u) du \int_0^\infty dw \int_0^\infty f_{13}(z-w) f_{21}(u+z) dz = \\
 &= \rho_{110} \int_0^\infty f_{12}(u) du \int_0^\infty f_{21}(u+z) dz \int_0^\infty f_{13}(z-w) dw = \left[\begin{matrix} z-w=w' \\ w=z-w' \\ dw=-dw' \end{matrix} \right] = \rho_{110} \int_0^\infty f_{12}(u) du \int_0^\infty f_{21}(u+z) dz \int_0^\infty f_{13}(w') (-dw') = \\
 &= \rho_{110} \int_0^\infty f_{12}(u) du \int_0^\infty f_{21}(u+z) dz \int_z^0 f_{13}(w') dw' = \rho_{110} \int_0^\infty f_{12}(u) du \int_0^\infty f_{21}(u+z) F_{13}(z) dz ; \\
 I_1 &= \rho_{110} \int_0^\infty dv \int_0^\infty f_{12}(u) du \int_0^\infty f_{21}(u+z) f_{13}(v+z) dz = \rho_{110} \int_0^\infty f_{12}(u) du \int_0^\infty dv \int_0^\infty f_{21}(u+z) f_{13}(v+z) dz = \\
 &= \rho_{110} \int_0^\infty f_{12}(u) du \int_0^\infty f_{21}(u+z) dz \int_0^\infty f_{13}(v+z) dv = \left[\begin{matrix} z+v=v' \\ v=v'-z \\ dv=-dv' \end{matrix} \right] = \rho_{110} \int_0^\infty f_{12}(u) du \int_0^\infty f_{21}(u+z) dz \int_z^\infty f_{13}(v') dv' = \\
 &= \rho_{110} \int_0^\infty f_{12}(u) du \int_0^\infty f_{21}(u+z) (1-F_{13}(z)) dz = \rho_{110} \int_0^\infty f_{12}(u) du \int_0^\infty f_{21}(u+z) \bar{F}_{13}(z) dz .
 \end{aligned}$$

Сложим полученные результаты:

$$\begin{aligned}
 I_1 + I_2 &= \rho_{110} \int_0^\infty f_{12}(u) du \int_0^\infty f_{21}(u+z) \bar{F}_{13}(z) dz + \rho_{110} \int_0^\infty f_{12}(u) du \int_0^\infty f_{21}(u+z) F_{13}(z) dz = \\
 &= \rho_{110} \int_0^\infty f_{12}(u) du \int_0^\infty f_{21}(u+z) dz [\bar{F}_{13}(z) + F_{13}(z)] = \rho_{110} \int_0^\infty f_{12}(u) du \int_0^\infty f_{21}(u+z) dz = \left[\begin{matrix} u+z=z' \\ dz=dz' \end{matrix} \right] = \\
 &= \rho_{110} \int_0^\infty f_{12}(u) du \int_u^\infty f_{21}(z') dz' = \rho_{110} \int_0^\infty f_{12}(u) \bar{F}_{21}(u) du .
 \end{aligned}$$

Подставляем в условие нормировки:

$$2\rho_{110} + \rho_{110} \left[\int_0^\infty F_{21}(t) f_{12}(t) dt + \int_0^\infty f_{12}(u) \bar{F}_{21}(u) du \right] + \rho_{110} \int_0^\infty f_{12}(u) \bar{F}_{21}(u) du = 1 ;$$

Так как $\left[\int_0^\infty F_{21}(t) f_{12}(t) dt + \int_0^\infty f_{12}(u) \bar{F}_{21}(u) du \right] = 1$, а $\int_0^\infty f_{12}(u) \bar{F}_{21}(u) du = P\{\alpha_2 < \beta_1\}$, то:

$$3\rho_{110} + \rho_{110} P\{\alpha_2 < \beta_1\} = 1 .$$

Тогда решение системы уравнений (31) примет вид:

$$\begin{aligned}
 \rho_{110} &= \frac{1}{3 + P\{\alpha_2 < \beta_1\}} , \\
 \rho_{011} &= \rho_{110} P\{\beta_1 < \alpha_2\} , \\
 \rho_{1z01} &= \rho_{110} \int_0^\infty f_{21}(u+z) f_{12}(u) du ; \\
 \rho_{011v} &= \rho_{110} \int_0^\infty f_{13}(v+z) dz \int_0^\infty f_{21}(u+z) f_{12}(u) du ; \\
 \rho_{1w00} &= \rho_{110} \int_w^\infty f_{13}(z-w) dz \int_0^\infty f_{21}(u+z) f_{12}(u) du ; \\
 \rho_{01x0} &= \rho_{011} \left[P\{\beta_1 < \alpha_2\} \int_0^\infty f_{22}(v+x) f_{13}(v) dv + \int_0^\infty f_{22}(x+v) dv \int_0^\infty f_{13}(v+z) dz \int_0^\infty f_{21}(u+z) f_{12}(u) du \right] ; \\
 \rho_{001y} &= \rho_{011} \left[P\{\beta_1 < \alpha_2\} \int_0^\infty f_{13}(y+u) f_{22}(u) du + \int_y^\infty f_{22}(v-y) dv \int_0^\infty f_{13}(v+z) dz \int_0^\infty f_{21}(u+z) f_{12}(u) du \right] .
 \end{aligned} \tag{32}$$

Составим УМВ для пребывания системы в подмножестве $E_+ = (S_{011}, S_{01x0}, S_{0101y}, S_{011v}, S_{010})$, используя формулу

$$\bar{F}_x(t) = \int_0^t \int_{E_+} Q(dS, x, dy) \bar{F}_y(t-S) + \bar{G}_x(t), \quad x \in E_+.$$

Фактически, это ФР времени θ пребывания 2-ой заявки на 2-ой ячейке. Запишем полумарковские ядра:

$$\begin{aligned} Q(t, S_{110}, S_{011}) &= \int_0^t F_{21}(t) f_{12}(t) dt; \quad Q(t, S_{110}, S_{1z01}) = \int_0^t f_{21}(u+z) f_{12}(u) du; \\ Q(t, S_{011}, S_{01x0}) &= \int_0^t f_{22}(u+x) f_{13}(u) du; \quad Q(t, S_{011}, S_{001y}) = \int_0^t f_{13}(u+y) f_{22}(u) du; \\ Q(t, S_{1z01}, S_{011dv}) &= \int_0^t f_{13}(z+v) l_v(t) dv; \quad Q(t, S_{1z01}, S_{1dw00}) = \int_0^t f_{13}(z-w) l_{z-w}(t) dw; \\ Q(t, S_{011v}, S_{001dy}) &= \int_0^t f_{22}(v-y) l_{v-y}(t) dy; \quad Q(t, S_{011v}, S_{01dx0}) = \int_0^t f_{22}(v+x) l_v(t) dx. \end{aligned}$$

Указанные УМВ для пребывания системы в подмножестве состояний $E_+ = (S_{011}, S_{01x0}, S_{0101y}, S_{011v}, S_{010})$ имеют вид:

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{\Phi}_{011}(t) &= \int_0^t \int_0^\infty Q(t, S_{011}, S_{01x0}) \bar{\Phi}_{01x0}(x, t-s) dx ds + \int_0^t \int_0^\infty Q(t, S_{011}, S_{001y}) \bar{\Phi}_{001y}(y, t-s) dy ds + \bar{F}_{22}(t) \bar{F}_{13}(t) \\ \bar{\Phi}'_{011}(v, t) &= \int_0^t \int_0^\infty Q(t, S_{011v}, S_{001dy}) \bar{\Phi}_{001dy}(y, t-s) dy ds + \int_0^t \int_0^\infty Q(t, S_{011v}, S_{01dx0}) \bar{\Phi}_{01dx0}(x, t-s) ds + \bar{F}_{22}(t) \bar{l}_v(t) \\ \bar{\Phi}_{01x0}(x, t) &= \bar{l}_x(t) = \begin{cases} 1, & t < x \\ 0, & t \geq x \end{cases} \\ \bar{\Phi}_{001y}(y, t) &= \bar{l}_y(t) = \begin{cases} 1, & t < y \\ 0, & t \geq y \end{cases} \\ \bar{\Phi}_{010}(t) &= \bar{F}_{22}(t) \end{aligned} \right. \quad (33)$$

Решим систему уравнений (33). Подставив выражения для полумарковских ядер в (33) получим:

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_{011}(t) &= \int_0^\infty dx \int_0^t f_{22}(x+s) f_{13}(s) \bar{l}_x(t-s) ds + \int_0^\infty dy \int_0^t f_{13}(y+s) f_{22}(s) \bar{l}_y(t-s) ds + \bar{F}_{22}(t) \bar{F}_{13}(t); \\ \bar{\Phi}'_{011}(v, t) &= \int_0^t \int_0^\infty f_{22}(v+x) l_v(ds) \bar{\Phi}_{010}(x, t-s) dx + \int_0^t \int_0^v f_{22}(v-y) l_{v-y}(ds) \bar{\Phi}_{001}(y, t-s) dy + \bar{F}_{22}(t) \bar{l}_v(t). \end{aligned}$$

Выражение для $\bar{\Phi}_{011}(t)$ совпадает с аналогичным выражением для системы типа 1. Поэтому сразу можно записать, исходя из результата, полученного выше:

$$\Phi_{011}(t) = F_{22}(t) F_{13}(t); \quad \bar{\Phi}_{011}(t) = 1 - F_{22}(t) F_{13}(t). \quad (34)$$

Проинтегрируем выражение для $\bar{\Phi}'_{011}(v, t)$.

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}'_{011}(v, t) &= \int_0^\infty dx \int_0^t f_{22}(v+x) l_v(ds) \bar{\Phi}_{010}(x, t-s) ds + \int_0^t \int_0^v f_{22}(v-y) l_{v-y}(ds) \bar{\Phi}_{001}(y, t-s) dy + \bar{F}_{22}(t) \bar{l}_v(t) = \\ &= \int_0^\infty f_{22}(v+x) dx \int_0^t \bar{\Phi}_{010}(x, t-s) l_v(ds) + \int_0^v f_{22}(v-y) dy \int_0^t \bar{\Phi}_{001}(y, t-s) l_{v-y}(ds) + \bar{F}_{22}(t) \bar{l}_v(t) = \\ &= \int_0^\infty f_{22}(v+x) \bar{\Phi}_{010}(x, t-v) dx + \int_0^v f_{22}(v-y) \bar{\Phi}_{001}(y, t-v+y) dy + \bar{F}_{22}(t) \bar{l}_v(t). \end{aligned}$$

Учитывая, что $\bar{\varphi}_{010}(x, t) = \bar{1}_x(t)$; $\bar{\varphi}_{011}(y, t) = \bar{1}_y(t)$; а также $\bar{1}_x(t-v) = \begin{cases} 0, & x < t-v \\ 1, & x \geq t-v \end{cases}$, и принимая во внимание, что в выражении $\bar{1}_y(t-v+y) = \begin{cases} 0, & y < t-v+y, \text{ т.е. } t > v \\ 1, & v > t \end{cases}$ условие $t > v$ выполняется всегда, можно сделать вывод, что второй интеграл в последнем выражении равен 0, а так же $\bar{F}_{22}(t)\bar{1}_v(t) = 0$.

Поэтому при условии $t > v$

$$\bar{\varphi}'_{011}(v, t) = \int_0^\infty f_{22}(v+x)\bar{1}_x(t-v)dx = \int_{t-v}^\infty f_{22}(v+x)dx = \left[\begin{matrix} v+x=x' \\ dx=dx' \end{matrix} \right] = \int_t^\infty f_{22}(x')dx' = 1 - F_{22}(t) = \bar{F}_{22}(t).$$

Иначе можно записать:

$$\bar{\varphi}'_{011}(v, t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < v \\ \bar{F}_{22}(t), & t \geq v \end{cases}$$

$$\text{Отсюда} \quad \bar{\varphi}'_{011}(v, t) = \bar{F}_{22}(t)\bar{1}_v(t) \quad (35)$$

Для определения ФР $F_\theta(t)$ времени θ пребывания системы в подмножестве состояний E_+ при неизвестном начальном состоянии воспользуемся формулой

$$F_\theta(t) = \frac{\int_{M_+} G_y(y)dy \int_{M_-} P(x, dy)\rho(dx)}{\int_{M_+} dy \int_{M_-} P(x, dy)\rho(dx)}; \quad y \in M_+; \quad x \in M_-,$$

приведенной в [4]. Тогда с учетом (32), (34), (35) получим:

$$F_\theta(t) = \frac{\varphi_{011}(t)P_{110}^{011}\{\beta_1 < \alpha_2\}\rho_{110} + \int_0^\infty \varphi'_{011}(v, t)(dv) \int_0^\infty P_{1z01}^{011v}(dz)\rho_{1z01}(du) + \varphi_{010}(t) \int_0^\infty P_{1w00}^{010}(dw)\rho_{1w00}(du)}{P_{110}^{011}\{\beta_1 < \alpha_2\}\rho_{110} + \int_0^\infty dv \int_0^\infty P_{1z01}^{011v}(dz)\rho_{1z01}(du) + \int_0^\infty P_{1w00}^{010}(dw)\rho_{1w00}(du)} =$$

$$= \frac{\varphi_{011}(t)P_{110}^{011}\{\beta_1 < \alpha_2\}\rho_{110} + \int_0^\infty \varphi'_{011}(v, t)dv \int_0^\infty f_{13}(z+v)d\rho_{110} \int_0^\infty f_{21}(u+z)f_{12}(u)du + \varphi_{010}(t) \int_0^\infty dw \int_0^\infty \rho_{110}f_{13}(z-w)dz \int_0^\infty f_{21}(u+z)f_{12}(u)du}{P_{110}^{011}\{\beta_1 < \alpha_2\}\rho_{110} + \int_0^\infty dv \int_0^\infty f_{13}(z+v)d\rho_{110} \int_0^\infty f_{21}(u+z)f_{12}(u)du + \rho_{110} \int_0^\infty dw \int_0^\infty f_{13}(z-w)dz \int_0^\infty f_{21}(u+z)f_{12}(u)du}.$$

Сокращаем числитель и знаменатель на ρ_{110} и интегрируем каждое слагаемое числителя и знаменателя.

Обозначим через L_0, L_1, L_2 – первое, второе и третье слагаемые числителя; k_0, k_1, k_2 – первое, второе и третье слагаемые знаменателя соответственно.

$$k_1 = \int_0^\infty dv \int_0^\infty f_{13}(z+v)dz \rho_{110} \int_0^\infty f_{21}(u+z)f_{12}(u)du = \int_0^\infty f_{12}(u)du \int_0^\infty f_{21}(u+z)dz \int_0^\infty f_{13}(z+v)dv = \left[\begin{matrix} z+v=v' \\ dv=dv' \end{matrix} \right] =$$

$$= \int_0^\infty f_{12}(u)du \int_0^\infty f_{21}(u+z)dz \int_z^\infty f_{13}(v')dv' = \int_0^\infty f_{12}(u)du \int_0^\infty f_{21}(u+z)\bar{F}_{13}(z)dz;$$

$$k_2 = \int_0^\infty dw \int_0^\infty f_{13}(z-w)dz \int_0^\infty f_{21}(u+z)f_{12}(u)du = \int_0^\infty f_{12}(u)du \int_0^\infty f_{21}(u+z)dz \int_0^z f_{13}(z-w)dw = \left[\begin{matrix} z-w=w' \\ dw=-dw' \end{matrix} \right] =$$

$$= \int_0^\infty f_{12}(u)du \int_0^\infty f_{21}(u+z)dz \int_z^0 f_{13}(w')(-dw') = \int_0^\infty f_{12}(u)du \int_0^\infty f_{21}(u+z)F_{13}(z)dz;$$

$$k_0 + k_1 + k_2 = P_{110}^{011}\{\beta_1 < \alpha_2\} + \int_0^\infty f_{12}(u)du \int_0^\infty f_{21}(u+z)\bar{F}_{13}(z)dz + \int_0^\infty f_{12}(u)du \int_0^\infty f_{21}(u+z)F_{13}(z)dz =$$

$$= P_{110}^{011}\{\beta_1 < \alpha_2\} + \int_0^\infty f_{12}(u)du \left(\int_0^\infty f_{21}(u+z)\bar{F}_{13}(z)dz + \int_0^\infty f_{21}(u+z)F_{13}(z)dz \right) =$$

$$= P_{110}^{011}\{\beta_1 < \alpha_2\} + \int_0^\infty f_{12}(u)du \int_0^\infty f_{21}(u+z)dz = P_{110}^{011}\{\beta_1 < \alpha_2\} + P_{110}^{1z01}\{\alpha_2 < \beta_1\} = 1.$$

$$\begin{aligned}
L_1 &= \int_0^{\infty} \varphi'_{011}(v, t) dv \int_0^{\infty} f_{13}(z+v) dz \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) f_{12}(u) du = \int_0^{\infty} f_{12}(u) du \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) dz \int_0^{\infty} \varphi'_{011}(v, t) f_{13}(z+v) dv = \\
&= \begin{cases} 0, & t < v \\ \int_0^{\infty} f_{12}(u) du \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) dz \int_0^t F_{22}(t) f_{13}(z+v) dv = \left[\begin{matrix} z+v=v' \\ dv= dv' \end{matrix} \right] = \\ = F_{22}(t) \int_0^{\infty} f_{12}(u) du \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) dz \int_z^{t+z} f_{13}(v') dv' = \\ = F_{22}(t) \int_0^{\infty} f_{12}(u) du \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) [F_{13}(t+z) - F_{13}(z)] dz, & t > v \end{cases}
\end{aligned}$$

В нашем случае всегда выполняется условия $t > v$.

$$\begin{aligned}
L_2 &= \varphi_{010}(t) \int_0^{\infty} dw \int_w^{\infty} f_{13}(z-w) dz \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) f_{12}(u) du = F_{22}(t) \int_0^{\infty} f_{12}(u) du \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) F_{13}(z) dz ; \\
L_1 + L_2 &= F_{22}(t) \int_0^{\infty} f_{12}(u) du \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) [F_{13}(t+z) - F_{13}(z)] dz + F_{22}(t) \int_0^{\infty} f_{12}(u) du \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) F_{13}(z) dz = \\
&= F_{22}(t) \int_0^{\infty} f_{12}(u) du \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) [F_{13}(t+z) - F_{13}(z) + F_{13}(z)] dz ; \\
L_0 + L_1 + L_2 &= F_{22}(t) F_{13}(t) P_{110}^{011} \{ \beta_1 < \alpha_2 \} + F_{22}(t) \int_0^{\infty} f_{12}(u) du \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) [F_{13}(t+z) - F_{13}(z) + F_{13}(z)] dz .
\end{aligned}$$

Так как $k = 1$, то

$$F_0(t) = \psi_{22}(t) = F_{22}(t) F_{13}(t) P_{110}^{011} \{ \beta_1 < \alpha_2 \} + F_{22}(t) \int_0^{\infty} f_{12}(u) du \int_0^{\infty} f_{21}(u+z) F_{13}(t+z) dz . \quad (36)$$

Таким же образом, как и ранее для системы типа 1, с помощью результата, представленного формулой (36), строятся модели систем с любым числом фаз n .

Ниже приводятся результаты моделирования синхронной автоматизированной линии при условиях функционирования, соответствующих системе типа 1. При моделировании СВ $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ считались распределенными по обобщенным законам Эрланга второго порядка (ФР $F_1(t), F_2(t), F_3(t), F_4(t)$). При заданных математических ожиданиях $m_{\alpha_1} = 0,01, m_{\alpha_2} = 0,01, m_{\alpha_3} = 0,01, m_{\alpha_4} = 0,01$ СВ $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ их дисперсии выбирались из соотношения:

$$D(\alpha_i) = \frac{[m(\alpha_i)]^2}{1,5}, (i = \overline{1,4}) .$$

Результаты моделирования представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Математические ожидания $m_{i,j}$ времени обслуживания i -ых заявок на j -ых ячейках.

№ ячейки	№ заявки							
	1	2	3	4	5	6	7	8
	$m_{1,j}$	$m_{2,j}$	$m_{3,j}$	$m_{4,j}$	$m_{5,j}$	$m_{6,j}$	$m_{7,j}$	$m_{8,j}$
1	$m_{i,1}$	0,0100	0,014167	0,016830	0,018815	0,018947	0,018954	0,018955
2	$m_{i,2}$	0,0100	0,013810	0,016231	0,016388	0,016397	0,016397	0,016397
3	$m_{i,3}$	0,0100	0,013780	0,013878	0,013884	0,013884	0,013884	0,013884
4	$m_{i,4}$	0,0100	0,0100	0,0100	0,0100	0,0100	0,0100	0,0100

Как видно из результатов моделирования для первой ячейки переходный процесс устанавливается на седьмой заявке, для второй – на пятой, а для третьей на четвёртой.

Предложенная модель позволяет рассчитывать производительность АСЛ не только в стационарных, но и в переходных режимах, что особенно важно при мелких партиях и частой смене продукции в гибких автоматизированных производственных системах.

В дальнейшем предполагается провести детальные исследования автоматизированных синхронных линий на основе разработанных моделей.

Библиографический список

1. Копп В.Я. Время обслуживания продукции двухфазной синхронной автоматизированной линией / В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин, Е.Н. Мащенко // Системные технологии: региональный межвузовский сборник научных трудов. — Днепропетровск, 2005. — Вып. 4 (39). — С. 90–95.
2. Королюк В.С. Стохастические модели систем / В.С. Королюк; отв. ред. А.Ф. Турбин. — Киев: Наук. думка, 1989. — 208 с.
3. Королюк В.С. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем / В.С. Королюк, А.Ф. Турбин. — Киев: Наук. думка, 1982. — 236 с.
4. Райншке К. Оценка надежности систем с использованием графов / К. Райншке, И.А. Ушаков. — М.: Радио и связь, 1988. — 208 с.

Поступила в редакцию 13.05.2008 г.