

УДК 62-50

Л.А. Краснодарец, профессор, д-р техн. наук*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская, д. 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: lakrasno@gmail.com***АНАЛИТИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ АДАПТИВНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ НА ОСНОВЕ КОНЦЕПЦИЙ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ И ЛОКАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ**

Ставится и решается задача аналитического конструирования закона управления для адаптивного регулятора, предназначенного для управления электрическими машинами. Предложен метод синтеза параметров регулятора, определяющих желаемые динамические свойства проектируемой системы управления и, в частности, динамические свойства процесса адаптации.

Ключевые слова: управление, адаптация, оптимизация, модель, регулятор, устойчивость.

Введение. Новые технологии аналитического проектирования алгоритмического обеспечения систем управления движением, основанные на концепциях обратных задач динамики и локальной оптимизации, окончательно сформулированы в [1]. В данной работе, которая является первым откликом на эту недавнюю публикацию, показано, что предложенные в [1] технологии позволяют успешно решать задачи синтеза не только систем управления подвижными объектами, но и автоматических регуляторов, предназначенных для управления электрическими машинами. При этом, выражаясь принятой терминологией для адаптивных систем, конструируется закон прямого адаптивного управления с неявной эталонной моделью и целевой функцией, которая одновременно играет роль критерия управления и целевого условия адаптации.

Целью работы является конструирование закона управления для адаптивного регулятора, управляющего электрической машиной постоянного тока, а также синтез его параметров, определяющих желаемые статические и динамические свойства проектируемой системы управления и, в частности, устойчивость процесса адаптации.

Постановка задачи. Пусть объект управления описывается дифференциальным уравнением

$$\ddot{n} + a_1 \dot{n} + a_0 n = b_0 u; \quad t = 0: \quad n(0) = n_0, \quad \dot{n}(0) = \dot{n}_0, \quad (1)$$

где n – управляемая переменная; a_1, a_0 и b_0 – параметры.

Ставится задача (об адаптивном управлении с эталонной моделью) – найти управление $u(n, \dot{n}, t)$ в форме обратной связи, которое обеспечит перевод объекта управления из начального состояния (1) в заданное стационарное состояние равновесия $n(t) = \bar{n}; \quad \dot{n}(t) = 0$. При этом требуется, чтобы процессы $n(t) \rightarrow \bar{n}; \quad \dot{n}(t) \rightarrow 0$ в замкнутой системе управления

$$\ddot{n}(t) + a_1 \dot{n}(t) + a_0 n(t) = b_0 u(n, \dot{n}, t)$$

проходили в малой окрестности эталонных процессов $n^*(t) \rightarrow \bar{n}; \quad \dot{n}^*(t) \rightarrow 0$, формируемых эталонной моделью

$$\ddot{n}^* + \alpha_1 \dot{n}^* + \alpha_0 n^* = \alpha_0 \bar{n}, \quad \alpha_0, \alpha_1 = \text{const} > 0, \quad (2)$$

определяющей желаемые динамические и статические свойства проектируемой системы, а степень приближения этих процессов оценивалась в ходе функционирования системы автоматического управления значением целевой функции

$$G(u) = \frac{1}{2} [\ddot{n}^*(t) - \ddot{n}(t, u)]^2, \quad t \geq 0, \quad (3)$$

где $G(u)$ представляет собой нормированное по массе значение энергии ускорения [1], вычисляемой в окрестности траектории движения эталонной модели. Чем меньше величина $G(u)$, тем в большей степени процессы в системе приближаются к процессам в эталонной модели. Целевая функция (3) при такой постановке служит одновременно и критерием управления и целевым условием адаптации. При этом в роли физически реализуемого аргумента целевой функции выступает текущее значение функции управления.

Конструирование закона управления. Пусть начальное состояние модели (2) в точности соответствует начальному состоянию объекта (1), а степень приближения процессов в системе и в эталонной модели оценивается значением целевой функции (3).

В соответствии с градиентным методом отыскания $\min G(u)$ алгоритм вычисления оптимального управления примет вид

$$\frac{du}{dt} = -\lambda \frac{\partial G(u)}{\partial u}, \quad (4)$$

где $\lambda = \text{const}$ – характеризует скорость, с которой управление $u(t)$ приближается к оптимальному значению u_{opt} . Соотношение (4) соответствует уравнению скоростного градиента [2], которое можно преобразовать к виду, определяющему закон управления

$$\frac{du}{dt} = \lambda b_0 [\ddot{n}^* - \ddot{n}(t, u)] \quad (5)$$

в дифференциальной форме. Анализ уравнения (1) показывает, что изменение какого-либо из параметров объекта a_0, a_1, b_0 (или всех вместе) приводит к изменению ускорения $\ddot{n}(t, u)$, что в соответствии с (5) обеспечит адаптацию управления для новых условий функционирования системы. По этой причине закон управления (5), можно назвать законом прямого адаптивного управления. Структура регулятора, реализующего такой закон, формируется в ходе преобразования уравнения (5) к виду, удобному для технической реализации. Сначала с учетом (1) и (2) выражение (5) принимает вид

$$\frac{du}{dt} = \lambda b_0 [\alpha_0 (\bar{n} - n^*) - \alpha_1 \dot{n}^* - \ddot{n}], \quad (6)$$

где n^* и $\dot{n}^*$ – переменные эталонной модели, которые принимают участие в формировании управления. Заменой в (6) этих переменных соответствующими переменными, поступающими от объекта управления $n^* = n$ и $\dot{n}^* = \dot{n}$, формируются цепи обратной связи. Далее путем интегрирования при нулевых начальных условиях обеих частей модифицированного уравнения (6) получается окончательная форма (аналитическая структура) закона управления адаптивного регулятора в виде:

$$u = \lambda b_0 \left[\alpha_0 \int_0^t (\bar{n} - n) dt - \alpha_1 n - \dot{n} \right] = k \left[\alpha_0 \int_0^t (\bar{n} - n) dt - \alpha_1 n - \dot{n} \right]. \quad (7)$$

По выражению (7) можно легко построить структурную схему адаптивного регулятора.

Синтез параметров и настройка адаптивного регулятора. Задача синтеза сводится к выбору параметра λ , а также вычислению параметров α_0 и α_1 эталонной модели, которые одновременно являются параметрами регулятора и определяются требуемыми показателями качества переходной характеристики проектируемой системы управления. Они могут быть вычислены различными методами [3].

Исследуем влияние параметра λ на свойства замкнутой системы управления с регулятором, реализующим сконструированный закон управления (7). Прежде всего, отметим, что по построению дифференциальный закон управления (6) при заданных начальных условиях описывает траекторию движения управляющей функции u к её оптимальному значению u_{opt} . Далее введём в рассмотрение функцию

$$\tilde{u}(t) = u(t) - u_{\text{opt}}, \quad \text{где } u_{\text{opt}} = \text{const}, \quad (8)$$

которая характеризует текущее отклонение управляющей функции $\tilde{u}(t)$ относительно её оптимального значения u_{opt} , которое можно найти из условия минимума целевой функции (3) как решение уравнения

$$\frac{\partial G(u)}{\partial u} = -b_0 [\ddot{n}^* - \ddot{n}(u)] = 0. \quad (9)$$

Действительно, из уравнения (9) следует, что

$$\ddot{n}^* = \ddot{n}(u_{\text{opt}}). \quad (10)$$

С другой стороны, в соответствии с (1) выражение для оптимального управления определяется соотношением

$$u_{\text{opt}} = \frac{1}{b_0} \ddot{n}(u_{\text{opt}}) + \frac{1}{b_0} a_1 \dot{n} + \frac{1}{b_0} a_0 n,$$

которое с учётом (10) преобразуется к виду

$$u_{opt} = \frac{1}{b_0} \ddot{n}^* + \frac{1}{b_0} a_1 \dot{n} + \frac{1}{b_0} a_0 n. \quad (11)$$

Принимая во внимание (11), перепишем (8) следующим образом:

$$\tilde{u}(t) = u(t) - u_{opt} = \frac{1}{b_0} \ddot{n} + \frac{1}{b_0} a_1 \dot{n} + \frac{1}{b_0} a_0 n - \frac{1}{b_0} \ddot{n}^* - \frac{1}{b_0} a_1 \dot{n} - \frac{1}{b_0} a_0 n = -\frac{1}{b_0} (\ddot{n}^* - \ddot{n}).$$

Далее, дифференцируя обе части (8) и подставляя полученный результат вместе с (11) в уравнение (5), получим однородное дифференциальное уравнение для отклонения $\tilde{u}(t)$ в виде

$$\frac{d\tilde{u}}{dt} + \lambda b_0^2 \tilde{u} = 0; \quad \tilde{u}(t_0) = \tilde{u}_0; \quad t \in [t_0, t_f]. \quad (12)$$

Соответствующее характеристическое уравнение записывается следующим образом

$$s + \lambda b_0^2 = 0,$$

а его решение определяет характеристическое число $s = -\lambda b_0^2$.

Таким образом, решение уравнения (12) с указанными начальными условиями можно представить в виде

$$\tilde{u} = \tilde{u}_0 \exp(-\lambda b_0^2 t), \quad t \in [t_0, t_f]. \quad (13)$$

Из выражения (13) следует, что при $s = -\lambda b_0^2$ для $t \rightarrow \infty$ отклонение управляющей функции $\tilde{u}(t)$ от её оптимального значения u_{opt} по экспоненте стремится к нулю. Причём скорость этого стремления определяется величиной

$$\lambda b_0^2 = \frac{1}{\tau_a}, \quad (14)$$

где τ_a – постоянная времени переходного процесса, который характеризует движение управляющей функции от её начального значения до оптимального. При этом необходимым и достаточным условием устойчивости этого процесса является неравенство $\lambda < 0$.

Если задать желаемое время t_{pa} переходного процесса адаптации, то значение постоянной времени адаптации определится соотношением

$$\tau_a \approx \frac{t_{pa}}{\eta}, \quad \text{где } \eta = 3...5.$$

Учитывая последний результат и (14), выражение, которое определяет абсолютное значение параметра λ , можно записать в виде

$$|\lambda| = \frac{\eta}{b_0^2 t_{pa}}. \quad (15)$$

Коэффициент усиления, входящий в выражение (7), с учётом (15) вычисляется по формуле

$$k = \lambda b_0 = \frac{\eta}{b_0 t_{pa}}.$$

Можно показать, что при неограниченном росте значения параметра $k = \lambda b_0$ (коэффициента усиления адаптивного регулятора) уравнение динамики проектируемой системы управления вырождается в уравнение эталонной модели (2), которая по построению является устойчивой. По этой причине замкнутая система с адаптивным регулятором при $k \rightarrow \infty$ остается устойчивой.

Рассмотрим уравнения объекта управления (1), дифференциальный закон управления в форме (6) и уравнение эталонной модели (2). С целью получения уравнения замкнутой системы управления, содержащей в своём составе адаптивный регулятор, продифференцируем обе части уравнения (1) и запишем его в виде

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{b_0} \ddot{n} + \frac{a_1}{b_0} \dot{n} + \frac{a_0}{b_0} n. \quad (16)$$

Далее, приравнявая (16) и (6), поделим обе части полученного уравнения на k . При этом имеем

$$\frac{1}{kb_0} \ddot{n} + \frac{a_1}{kb_0} \dot{n} + \frac{a_0}{kb_0} n = \alpha_0 (\bar{n} - n) - \alpha_1 \dot{n} - \ddot{n}. \quad (17)$$

Уравнение (17), в состав которого входит параметр k , характеризует динамические и статические свойства замкнутой системы с адаптивным регулятором. Рассмотрим его при $k \rightarrow \infty$:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{kb_0} (\ddot{n} + a_1 \dot{n} + a_0 n) = \alpha_0 (\bar{n} - n) - \alpha_1 \dot{n} - \ddot{n},$$

откуда следует

$$\alpha_0 (\bar{n} - n) - \alpha_1 \dot{n} - \ddot{n} = 0$$

или

$$\ddot{n} + \alpha_1 \dot{n} + \alpha_0 n = \alpha_0 \bar{n}. \quad (18)$$

Уравнение (18) полностью совпадает с уравнением эталонной модели (2). Таким образом, возрастание параметра k (коэффициента усиления адаптивного регулятора) приводит к приближению динамических и статических свойств замкнутой системы управления до соответствующих свойств эталонной модели. При этом теоретически рост параметра k может стремиться к бесконечности при неизменном запасе устойчивости, который отвечает заданной эталонной модели. Полученный результат свидетельствует о том, что коэффициент усиления $k = \lambda b_0$ можно выбирать без учёта параметров λ и b_0 при настройке адаптивного регулятора в процессе его наладки для работы с конкретным объектом управления в составе замкнутой системы. На практике начальное значение коэффициента усиления k можно принять равным единице, а далее экспериментально довести его до необходимого уровня, который, как показала практика, не превышает 10.

Последнее обстоятельство позволяет проводить окончательную настройку регулятора, соединенного с объектом управления, путем вариации в сторону увеличения расчетного значения лишь одного параметра k – коэффициента усиления.

Моделирование адаптивной системы автоматического управления двигателем постоянного тока с независимым возбуждением. В качестве объекта управления для синтезированного регулятора будем рассматривать электрическую машину постоянного тока с независимым возбуждением, модель которой можно представить в виде дифференциального уравнения второго порядка вида (1), где a_1, a_0, b_0 – коэффициенты, которые определяются её конструктивными и электрическими параметрами, приведенными в [4].

В качестве объектов управления для экспериментов выбраны электрические машины типов П–11, П–41, П–62, технические характеристики которых существенно различаются. Полученные переходные характеристики для исследуемых двигателей изображены на рисунках 1,а – 1,в соответственно. Из графиков видно, что время регулирования системы управления для каждого из трех двигателей одинаково и соответствует желаемому. Следовательно, адаптивный регулятор позволяет получить желаемое время регулирования для двигателей с различными техническими характеристиками, при этом дополнительной настройки регулятор не требует.

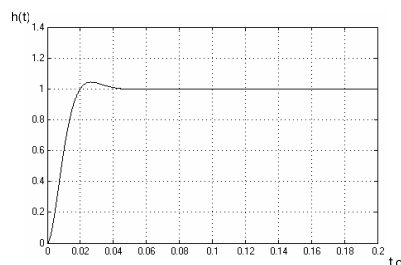


Рисунок 1,а

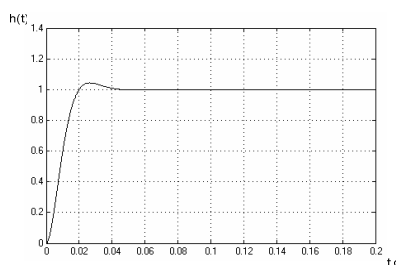


Рисунок 1,б

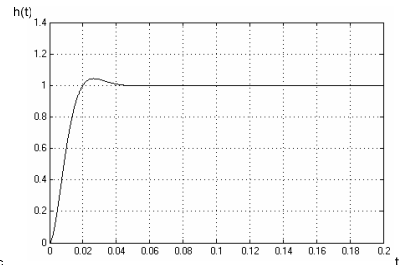


Рисунок 1,в

Заключение. Разработанный подход к решению задачи аналитического конструирования адаптивных регуляторов имеет строгое обоснование только для одного (но достаточно многочисленного) класса объектов управления, модели которых имеют второй порядок. При этом кроме размерности никакой другой информации о модели объекта управления не требуется. Моделирование проектируемых систем при наличии существенных параметрических и координатных возмущений показало, что они обладают выраженными робастными свойствами.

Дальнейшие исследования предполагается проводить в направлении обобщения полученных результатов для цифровых систем управления.

Библиографический список

1. Крутько П.Д. Новые технологии аналитического проектирования алгоритмического обеспечения систем управления движением / П.Д. Крутько // Управление, автоматизация и окружающая среда: матер. междунар. науч.-техн. конф., г. Севастополь, 8 – 13 сентября 2008 г. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2008. — С. 4 – 24.
2. Антонов В.Н. Адаптивное управление в технических системах / В.Н. Антонов, В.А. Терехов, И.Ю. Тюкин. — СПб.: Изд-во С.-Петербургского университета, 2001. — 244 с.
3. Краснодубец Л.А. Терминальное управление в морских наблюдательных системах с подвижными платформами сбора данных / Л.А. Краснодубец // Изв. РАН. ТиСУ. — 2008. — №2. — С. 141 – 153.
4. Расчет автоматических систем: учеб. пособие для вузов / А.В. Фатеев [и др.] — М.: Высшая школа, 1973. — 336 с.

Поступила в редакцию 18.05.2010 г.