

УДК 681.5

Д.Н. Старинская, ст. преподаватель*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: tk@sevgtu.sebastopol.ua***ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ В НЕЛИНЕЙНОЙ САУ
АВТОНОМНЫМ ПОДВОДНЫМ АППАРАТОМ**

Рассматривается математическая модель САУ вертикальным движением автономного подводного аппарата. Проводится исследование возможности существования периодических режимов в системе с использованием алгебраической формы метода гармонического баланса.

Ключевые слова: Автономный подводный аппарат, автоколебания, метод гармонического баланса, вещественный полиномиальный анализ.

1. Постановка задачи и цель исследования

Автономные подводные аппараты (далее – АПА), изначально использовавшиеся преимущественно в военных целях, в настоящее время применяются для разнообразных задач исследования и освоения океана. К числу наиболее актуальных применений таких аппаратов относят обзорно-поисковые и геологоразведочные работы, подледные работы, океанографические исследования. Для того чтобы создать подводный аппарат, обладающий заданными динамическими качествами, обусловленными его назначением и условиями функционирования, необходимо правильно выбрать методы и средства проектирования [1].

Анализ возможности существования колебательных режимов является одной из важнейших задач при проектировании нелинейной САУ. Несмотря на всестороннее и успешное развитие методов анализа систем управления нелинейными процессами и объектами, основным инженерным подходом остаются графоаналитические частотные методы, основывающиеся на графическом построении и визуальном анализе частотных характеристик линейной части системы. Графоаналитическим методам присущи следующие недостатки, затрудняющие их применение в современных САПР и АСНИ. Во-первых, при построении частотной характеристики невозможно вычислить все континуальное множество её точек, поэтому ограничиваются конечным их числом, что может привести к неправильному представлению о форме кривой, а следовательно, и к неправильному выводу о свойствах системы. Во-вторых, необходимость геометрических построений и их визуального анализа исследователем ограничивает возможности автоматизации исследований.

Основная цель данной статьи заключается в применении эффективной методики анализа автоколебаний, основывающейся на предложенном в [4] подходе к решению ряда фундаментальных задач теории систем (в том числе, проблем исследования нелинейных САУ) как задач вещественного полиномиального анализа. Такой подход представляется наиболее полным, поскольку позволяет устранять все вышеперечисленные препятствия, сохраняя в то же время основные достоинства частотных методов и повышая их точность.

2. Математическая модель САУ вертикальным движением подводного аппарата

Линеаризованная математическая модель движения подводного аппарата в вертикальной плоскости может быть записана в виде модели пространства состояний [1, 2]:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (1)$$

где

$$x = [w \quad q \quad z \quad \theta]^T, \quad u = \delta_s,$$

$$A = M^{-1} \begin{bmatrix} Z_w & -Z_q & 0 & 0 \\ -M_w & -M_q & 0 & -M_\theta \\ -1 & 0 & 0 & -u_0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = M^{-1} \begin{bmatrix} Z_\delta \\ M_\delta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} m - Z_{\dot{w}} & -Z_{\dot{q}} & 0 & 0 \\ -M_{\dot{w}} & I_y - M_{\dot{q}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

где w – скорость вертикальной качки, м/с; q – угловая скорость дифферента (килевой качки), рад/с; z – координата по оси OZ – глубина, положительное направление – вниз, м; θ – угол дифферента, рад; δ_s – угол отклонения руля направления, рад.

В качестве конкретной числовой реализации модели (1) рассмотрим математическую модель спасательного аппарата глубокого погружения из [3]. Аппарат Deep Submergence Rescue Vehicle (DSRV) является представителем класса глубоководных подводных аппаратов, использующихся для спасательных и секретных операций военно-морскими силами США.

3. Управление подводным аппаратом. Задача отработки задающего воздействия

Модель САУ АПА задана системой дифференциальных уравнений (1) в векторной форме с нулевыми начальными условиями:

$$x(0) = (0 \ 0 \ 0 \ 0)^T, \quad (2)$$

где управляющее воздействие имеет вид:

$$u = K(x_{3AD} - x). \quad (3)$$

Необходимо привести САУ в заданное состояние:

$$x_{3AD}(\infty) = (0 \ 0 \ z_{3ad} \ 0)^T.$$

В [3] рассматривается следующий закон управления ПА DSRV:

$$u = \delta_s = -0,01(z - z_{3AD}) - w. \quad (4)$$

Тогда в (3)

$$K = [1 \ 0 \ 0,01 \ 0]. \quad (5)$$

На рисунке 1 изображены графики зависимости переменных состояния от времени для $z_{3AD} = 50$ м. Графики получены с помощью компьютерной модели с учетом управляющего воздействия (4), с начальными условиями (2).

4. Управление АПА. Отработка ненулевых начальных условий

Модель САУ АПА задается системой (1) в с начальными условиями:

$$x(0) = (0 \ 0 \ z_0 \ 0)^T, \quad (6)$$

где

$$u = -Kx, \quad (7)$$

$$K = [1 \ 0 \ 0,01 \ 0].$$

Необходимо привести САУ в нулевое состояние: $x(\infty) = (0 \ 0 \ 0 \ 0)$.

С помощью компьютерной модели с учетом управляющего воздействия (6), с начальными условиями (5) получены графики зависимости переменных состояния от времени для $z_0 = -50$ м. Переходные процессы, построенные в пунктах 3 и 4 идентичны, отличие состоит только в значениях координаты z . Следовательно, на результат исследования не влияет, с каким значением z связать начало отсчета.

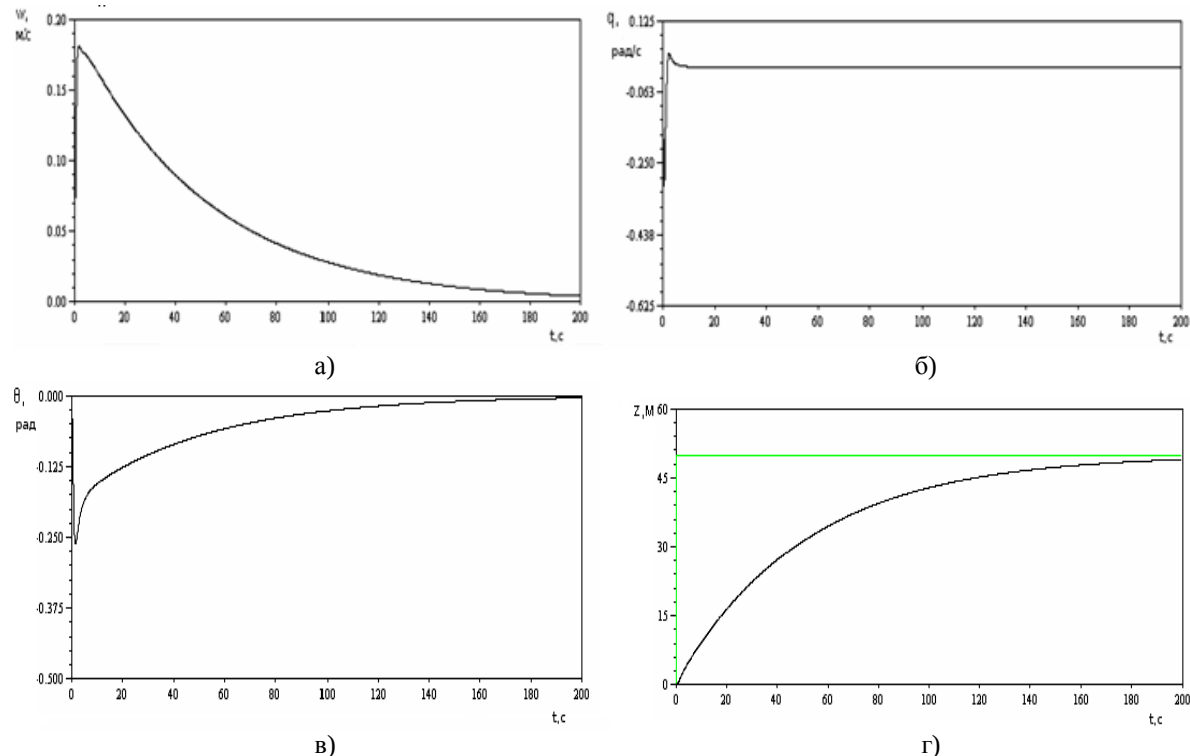


Рисунок 1 – Графики зависимости переменных состояния от времени: а) зависимость скорости подъема w от времени; б) зависимость угловой скорости дифферента q от времени; в) зависимость дифферента θ от времени; г) зависимость глубины z от времени.

5. Управление АПА. Нелинейное управление

При рассмотрении динамики ПА DSRV, согласно [3], следует учесть ограничение на угол поворота руля направления (рисунок 2).

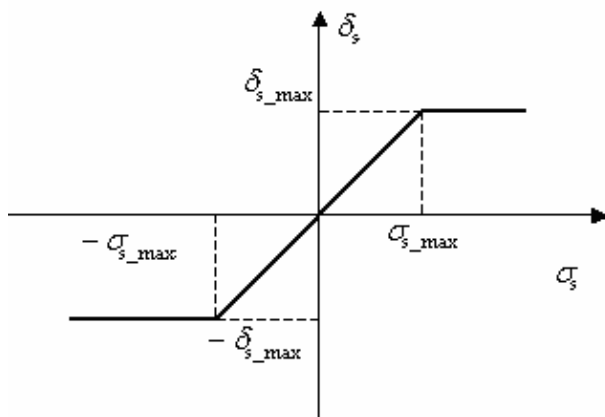


Рисунок 2 – Нелинейность в тракте руля направления

Рассмотрим в исходной модели (1) нелинейность в тракте руля направления $\delta_s = \psi(\sigma_s)$, где σ_s – сигнал управления, который в линейной системе равен $\sigma_s(t) = -Kx(t)$, где K имеет вид (5).

Тогда модель во временной области имеет вид:

$$\dot{x} = Ax + B\psi(\sigma_s)$$

или

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + By, \\ y &= \psi(\sigma_s). \end{aligned} \quad (8)$$

По модели (8) согласно теореме о передаточной функции получим:

$$x(s) = W(s)y,$$

где $W(s) = (sI - A)^{-1}B$ – вектор передаточных функций.

Тогда модель линейной части системы в области изображений:

$$\sigma_s(s) = -Kx(s) = -W(s)y(s), \quad (9)$$

где $W(s) = -K(sI - A)^{-1}B$ – передаточная функция линейной части.

Далее рассматриваем модель нелинейной системы в виде, представленном на рисунке 3.

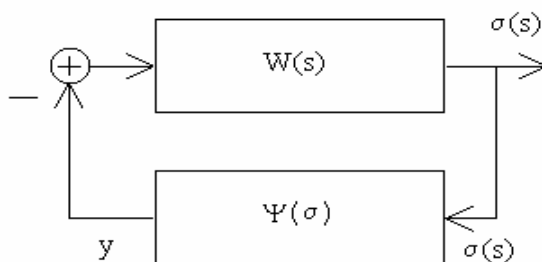


Рисунок 3 – Структурная схема нелинейной системы

6. Алгебраическая форма метода гармонического баланса

Пусть рассматривается нелинейная система с выделенной нелинейностью $y = \psi(\sigma)$ в отрицательной обратной связи и с заданной передаточной функцией $W(s) = p(s)/q(s)$ линейной части (рисунок 3).

Во многих нелинейных системах периодические процессы на выходе инерционной линейной части оказываются близкими к синусоидальным. Это дает основания считать, что линейная часть системы обладает свойством низкочастотного фильтра, пропускающего без ослабления основную и существенно ослабляющего высшие гармонические составляющие. Будем предполагать, что частота

автоколебаний достаточно большая, так что частота $2\omega_0$ лежит вне полосы пропускания. Иными словами, $|W(jn\omega_0)| \ll |W(j\omega_0)|$, где ω_0 – предполагаемая частота автоколебаний, $n=2, 3, \dots$. На основании гипотезы фильтра первое приближение искомого периодического решения обычно рассматривается в виде:

$$x_0 = a_0 \sin \omega_0 t,$$

где a_0 – амплитуда, ω_0 – частота автоколебаний и $\omega_0 < \omega_h$, а $2\omega_0 > \omega_h$, где ω_h – полоса пропускания линейной части системы. Гармоники с частотами $2\omega_0, 3\omega_0, \dots$ подавляются. Вследствие этого можно произвести гармоническую линеаризацию нелинейного элемента. Тогда в первом приближении решить вопрос о существовании и параметрах (амплитуда a_0 , частота ω_0) автоколебаний в нелинейной системе позволяет уравнение гармонического баланса:

$$(K + K' j)W_A(j\omega_0) = -1, \quad (10)$$

где K и K' – коэффициенты гармонической линеаризации нелинейности, являющиеся в общем случае функциями амплитуды и частоты гармонического сигнала.

Теперь рассмотрим изложенный в [4] и развитый в [5] алгебраический метод решения уравнения (10).

Будем далее для упрощения записей вместо a_0, ω_0 писать a, ω пока параметры автоколебаний не определены.

Вещественную и мнимую частотные характеристики линейной части системы $P(\omega) = \operatorname{Re} W_A(j\omega)$ и $Q(\omega) = \operatorname{Im} W_A(j\omega)$ можно представить в виде

$$P(\omega) = A(\xi) / D(\xi), \quad \omega Q(\omega) = B(\xi) / D(\xi), \quad \xi = -\omega^2,$$

где

$$A(s^2) = \text{чет } p(s)q(-s), \quad B(s^2) = \text{чет } (-s)p(s)q(-s), \quad D(s^2) = \text{чет } q(s)q(-s) \quad (11)$$

и $\text{чет } (a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots) = a_0 + a_2 s^2 + \dots$.

Тогда уравнение гармонического баланса примет вид:

$$(K + K' j) \left[A(\xi) + \frac{1}{\omega} B(\xi) j \right] = -D(\xi). \quad (12)$$

Из этого соотношения следуют два уравнения:

$$\begin{cases} K \frac{1}{\omega} B(\xi) + K' A(\xi) = 0, \\ KA(\xi) - K' \frac{1}{\omega} B(\xi) + D(\xi) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

для двух в общем случае неизвестных ω и a .

Если $y = \psi(\sigma)$ – однозначная нелинейность, то имеет место простейший случай $K'(a, \omega) = 0$. Уравнения (13) принимают вид

$$\begin{cases} B(\xi) = 0, \\ KA(\xi) + D(\xi) = 0. \end{cases} \quad (14)$$

Корень $\xi = \xi_0 < 0$ первого уравнения определяет возможную частоту автоколебаний $\omega_0^2 = -\xi_0$. Из второго уравнения (14) находим

$$K(a_0) = -D(\xi_0) / A(\xi_0). \quad (15)$$

Это соотношение по заданной функции $K(a)$ позволяет определить амплитуду автоколебаний a_0 , соответствующую найденному значению ξ_0 .

В [5] доказываются следующие утверждения.

Утверждение 1. Если уравнения гармонического баланса разрешимы, то

$$\rho^-(B) \geq 1, \quad (16)$$

где $\rho^-(B)$ – число всех различных отрицательных корней многочлена $B(\xi)$. Поэтому неравенство (16) может рассматриваться как необходимое условие существования автоколебаний.

Утверждение 2. Для существования решения системы уравнений (14) необходимо и достаточно неравенство

$$\rho^-(B/A^-) \geq 1, \quad (17)$$

где $\rho^-(B/A^-)$ – число всех различных отрицательных корней многочлена $B(\xi)$, дающих отрицательные значения многочлену $A(\xi)$.

7. Исследование периодических режимов в нелинейной САУ АПА

При заданных в [3] матрицах A, B, K передаточная функция $W(s)$ имеет вид:

$$W(s) = \frac{0,4147s^3 + 2,2625s^2 + 1,252s + 0,0545}{s^4 + 3,8757s^3 + 5,5572s^2 + 1,7105s}. \quad (18)$$

Построенные по (18) многочлены $A(\xi), B(\xi), D(\xi)$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} A(\xi) &= -0,6551\xi^3 - 7,0654\xi^2 + 1,8387\xi, \\ B(\xi) &= 0,4147\xi^4 - 5,2119\xi^3 + 2,8757\xi^2 - 0,0932\xi, \\ D(\xi) &= \xi^4 - 3,9069\xi^3 + 17,6221\xi^2 - 2,9263\xi. \end{aligned}$$

Число отрицательных корней многочлена $B(\xi)$

$$\rho^-(B) = 0.$$

Следовательно, необходимое условие разрешимости уравнения гармонического баланса не выполнено и автоколебаний в системе нет.

Графики, полученные путем моделирования процессов в исходной системе, подтверждают вывод (рисунок 1).

Изменим матрицу обратной связи. Пусть матрица K имеет вид:

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2,5 & 0 \end{bmatrix}.$$

Передаточная функция линейной части системы в этом случае следующая:

$$W(s) = \frac{0,4147s^3 + 3,295s^2 + 44,49s + 13,63}{s^4 + 3,876s^3 + 5,557s^2 + 1,711s}. \quad (19)$$

Построенные по (19) многочлены $A(\xi), B(\xi), D(\xi)$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} A(\xi) &= 1,6877\xi^3 - 141,2094\xi^2 - 0,3862\xi, \\ B(\xi) &= -0,4147\xi^4 - 34,0256\xi^3 - 188,7988\xi^2 + 23,3099\xi, \\ D(\xi) &= \xi^4 - 3,9069\xi^3 + 17,6221\xi^2 - 2,9263\xi. \end{aligned}$$

Число отрицательных корней многочлена $B(\xi)$ $\rho^-(B) = 2$. Необходимое условие разрешимости уравнения гармонического баланса выполнено.

Число отрицательных корней многочлена $B(\xi)$, дающих отрицательные значения многочлену $A(\xi)$, $\rho^-(B/A^-) = 2$. Необходимое и достаточное условие разрешимости уравнения гармонического баланса выполнено. Многочлен $B(\xi)$ имеет два отрицательных корня $(-6,1167, -76,0535)$, дающих отрицательные значения многочлену $A(\xi)$.

Вычисляя значение коэффициента гармонической линеаризации по формуле (15) получим, что значение $K(a)$, определяемое корнем $\xi = 76,0535$, не входит в область допустимых значений функции $K(a)$. Следовательно, возможен лишь один автоколебательный режим, который определяется корнем $\xi_0 = -6,1167$.

Тогда частота автоколебаний составляет $\omega_0 = 2,4732$.

Анализ АЧХ линейной части подтверждает справедливость гипотезы фильтра для данной системы. Условие $|W(jn\omega_0)| \ll |W(j\omega_0)|$, $n = 2, 3, \dots$ – выполняется.

На рисунке 4 приведены результаты моделирования процессов в системе, подтверждающие факт наличия автоколебаний.

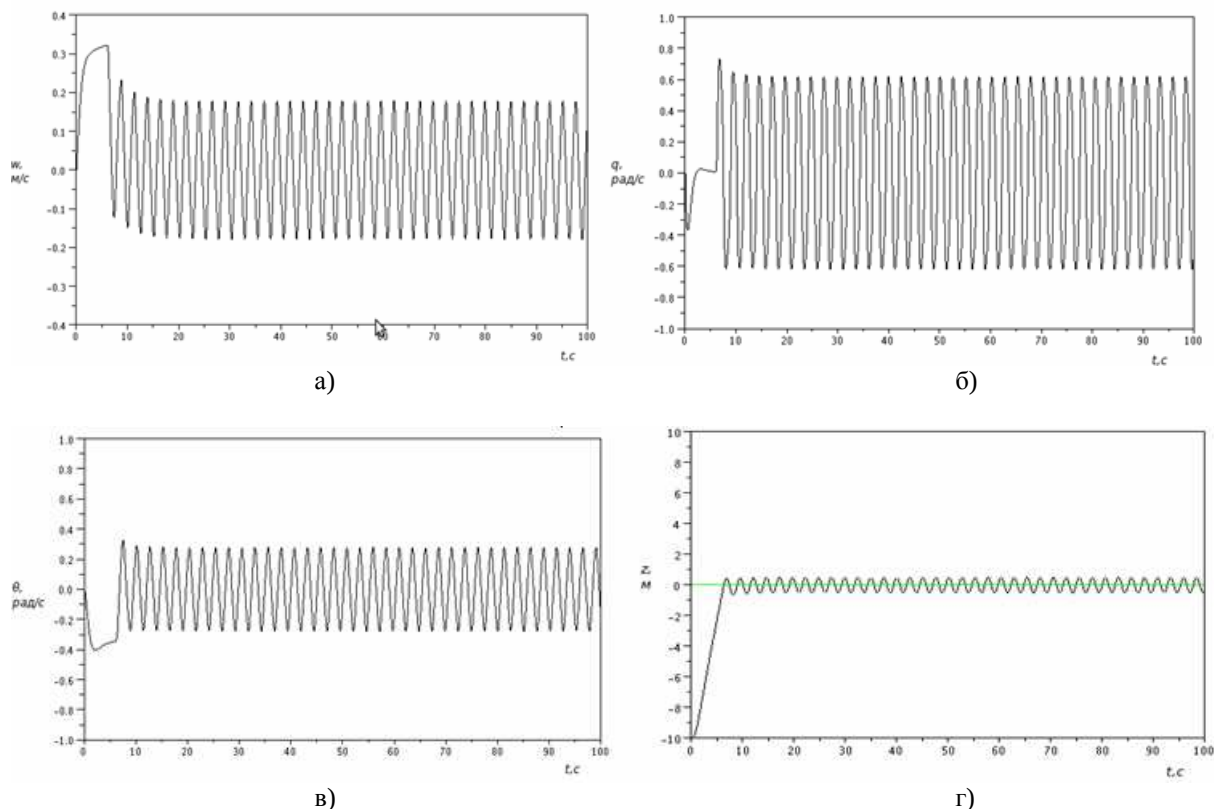


Рисунок 4 – Графики зависимости переменных состояния от времени: а) зависимость скорости подъема w от времени; б) зависимость угловой скорости дифферента q от времени; в) зависимость дифферента θ от времени; г) зависимость глубины z от времени.

Выводы

Рассматривается задача управления вертикальным движением автономного подводного аппарата. Показано, что с учетом ограничения на угол поворота руля направления математическая модель САУ АПА является нелинейной. Проведено исследование возможности существования периодических режимов в системе с использованием алгебраической формы метода гармонического баланса. Предложенный метод не требует построения и анализа графика частотной характеристики, и следовательно, свободен от недостатков, присущих традиционному графоаналитическому подходу.

Для дальнейших исследований представляет интерес распространение изложенного подхода на системы с несколькими нелинейными элементами.

Библиографический список

1. Автоматические подводные аппараты / М.Д. Агеев [и др.]. — Л.: Судостроение, 1981. — 224 с.
2. Salgado-Jimenez T. Using a high order sliding modes for diving control a torpedo autonomous underwater vehicle / T. Salgado-Jimenez, B. Jouvencel // OCEANS 2003. Proceedigs. — 2003.—Vol.2. — P. 934 – 939.
3. Healey A.J. Marine vehicle dynamics lecture notes and problem sets / A.J. Healey. — Monterey: Naval Postgraduate School, 1992. — 196 p.
4. Барабанов А.Т. Метод Рауса в теории систем. Обобщение проблемы Рауса в задачах теории систем / А.Т. Барабанов // Изв. АН СССР. Сер. Техн. кибернетика. — 1991. — № 1. — С. 35 – 44.
5. Барабанов А.Т. Алгебраическая форма анализа периодических режимов в нелинейной системе / А.Т. Барабанов, Д.Н. Безденежных // Вестник СевГТУ. Сер. Автоматизация процессов и управление: сб. науч.тр. — Севастополь, 2000. — Вып. 27. — С. 4 – 10.

Поступила в редакцию 17.05.2010 г.