

УДК 004: 519.854

К.В. Кротов, доцент, канд. техн. наук

Севастопольский национальный технический университет

ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: krotov_kv@mail.ru

ГРАДИЕНТНЫЙ МЕТОД СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЙ В МНОГОСТАДИЙНОЙ СИСТЕМЕ С РАЗЛИЧНЫМИ ВРЕМЕНАМИ ПОСТУПЛЕНИЯ ТРЕБОВАНИЙ

Развит градиентный метод составления расписаний в многостадийных системах с одинаковым порядком обслуживания требований и различными временами их поступления на обслуживание.

Ключевые слова: многостадийная система, расписание обслуживания требований, время поступления требований на обработку.

Введение

В современных производственных и вычислительных системах возникает задача составления динамических расписаний обработки требований в связи с воздействием некоторых возмущений на ход технологического (вычислительного) процесса. К таким возмущающим воздействиям, изменяющим запланированный (предопределенный) ход технологического или вычислительного процесса относятся: поступление на обработку требований в различные моменты времени, поступление на обработку требований с различными приоритетами, отказы оборудования и т.д. В этом случае получение более эффективных результатов при обработке всей совокупности требований может быть достигнуто путем перестройки сформированных первоначально (статических) расписаний, не учитывающих влияние возмущений на ход процесса обработки.

Анализ публикаций

Задача составления динамических расписаний обработки требований в многостадийных системах при одинаковом порядке их обслуживания и различными временами поступления на обработку с использованием точных методов является трудноразрешимой при значительном количестве требований и обслуживающих приборов в системе [1]. Современные методы построения расписаний [1, 2] ориентированы на получение статических решений, в которых не учитывается влияние возмущающих воздействий на ход процесса обработки. Использование разработанных к настоящему времени приближенных методов решения задач дискретной оптимизации [3, 4] для построения динамических расписаний является затруднительным по следующим причинам: для эвристических алгоритмов затруднительно определение точности приближения полученного решения к оптимальному; для приближенных алгоритмов возможно попадание в «ловушку локального экстремума», когда полученное решение не гарантирует глобальный экстремум исследуемого функционала; для метода ветвей и границ наблюдается резкое возрастание сложности вычислений при увеличении размерности задачи. Одним из способов построения динамических расписаний является градиентный метод [5], однако необходима его адаптация к решению поставленной задачи, при этом важным вопросом является сокращение объема выполняемых вычислений и числа рассматриваемых решений.

Цель и постановка задач

Цель выполняемой работы по формированию динамических расписаний состоит в повышении эффективности функционирования систем оперативного планирования обработки требований в многостадийных системах. Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи: обосновывается подход к построению метода составления динамических расписаний, который позволяет формировать решения для различных моментов времени поступления требований на обработку; обосновывается алгоритм градиентного метода построения динамических расписаний, при этом он позволяет формировать расписания обработки требований при различных моментах времени их поступления на обслуживание в систему.

Основное содержание работы

Технологические маршруты обслуживания требований предполагают прохождение ими всех приборов в системе в одинаковой последовательности. Будучи обработанными на $(l-1)$ -ом приборе i -е требование должно быть обработано на l -м приборе (где $l = \overline{1, m}$, m – общее число приборов в системе). При этом требования поступают на обработку в систему последовательно, требование является обслуженным в системе, если m -ый прибор закончил его обработку и требование может быть снято с выхода системы.

Особенностью решаемой задачи является задание двух групп параметров. К первой группе параметров относятся: множество требований $N_1 = \{1, 2, \dots, n\}$, первоначально обрабатываемых в системе (т.е. поступающих на обработку в момент времени $d_i^1 = 0$); длительности обработки i -ых требований, входящих в N_1 , на l -ом приборе $t_i^l > 0$; моменты времени d_i^1 поступления требований, входящих в N_1 , на обработку в систему равны нулю. Вторая группа параметров предполагает задание: множества требований $N_2 = \{n+1, n+2, \dots, n+k\}$, поступление которых на обработку реализуется после начала обработки требований множества N_1 (т.е. время поступления на обработку требований данного множества $d_i^2 > 0$); длительностей обработки i -ых требований, входящих в N_2 , на l -ом приборе $t_i^l > 0$; моментов времени d_i^2 поступления требований, входящих в N_2 , на обработку в систему, при этом $d_i^2 > 0$. Требования множества N_2 могут быть упорядочены в соответствии со значениями $d_i^2 > 0$. Множество N обрабатываемых в системе требований определяется в виде $N = N_1 \cup N_2$, где множество N_1 содержит требования с $d_i^1 = 0$, множество N_2 содержит требования с $d_i > 0$. При решении задачи составления расписания при определенных выше условиях параметры t_i^l и d_i считаются детерминированными.

Так как время обработки требований на приборах различно, обработка более одного требования на каждом из приборов невозможна, то в накопителях соответствующих приборов образуются очереди требований на обработку, в которых порядок размещения требований может быть произвольным. Порядок размещения требований в очередях перед приборами должен быть определен таким образом, чтобы расписание обслуживания требований в системе было эффективным в соответствии с заданным (определенным ниже) критерием. Таким образом, каждому из приборов соответствует некоторая последовательность π^l обработки требований на этом приборе, а решение задачи — расписание обработки требований, — определяется как совокупность последовательностей π^l , соответствующих всем приборам ($l = \overline{1, m}$) в системе. Таким образом, расписание может быть определено в виде $\pi = (\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^m)$, последовательность как π^l ($l = \overline{1, m}$) определяется в виде $\pi = (i_1^l, i_2^l, \dots, i_n^l, i_{n+1}^l, \dots, i_{n+k}^l)$, как содержащая требования, поступившие на обслуживание в систему при $d_i = 0$, так и при $d_i > 0$.

Представляемому в виде $\pi = (\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^m)$ расписанию соответствуют моменты времени начала обслуживания i -ых требований на l -ом приборе, обозначенные через t_i^{0l} . В соответствии с этим любое расписание π характеризуется матрицей (t_i^{0l}) начала обслуживания требований на приборах в многостадийной системе. Наряду с t_i^{0l} , в рассмотрение введены параметры $\overline{t_i^l}$, характеризующие моменты времени окончания обслуживания i -го требования на l -ом приборе и соответствующая им матрица $(\overline{t_i^l})$. Допустимое множество расписаний определено в соответствии с условиями, введенными в [1].

Для задания критерия, определяющего эффективность формируемого расписания, в рассмотрение введен параметр $\Delta_i^l = \overline{t_i^l} - t_{i-1}^{l-1}$, который при $t_{i-1}^{l-1} \leq \overline{t_i^l}$ представляет собой интервал времени ожидания требованием освобождения прибора, на котором это требование должно быть обслужено. Тогда в качестве целевой использована функция, заданная в следующем виде:

$$f(\pi) = \sum_{l=1}^m \sum_{i=1}^{n+k} \Delta_i^l \rightarrow \min. \quad (1)$$

Здесь n — количество требований в множестве N_1 ; k — количество требований в множестве N_2 . Использование функции вида (1) позволяет уменьшить объем вычислений для нахождения значения критерия эффективности, характеризующего рассматриваемое расписание.

Метод составления расписания обслуживания требований с разными моментами их поступления в систему должен предполагать: на первом шаге — формирование последовательностей π^l и решений π для требований, входящих в множество N_1 ; на втором шаге — в уже сформированные и оптимизированные в соответствии с критерием (1) последовательности π^l обработки требований (то

есть, $\pi = (\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^m)$ — эффективное расписание для требований с $d_i^1 = 0$ добавляются в конец последовательностей требования из N_2 , ранжированные в соответствии со значением d_i^2 , и определяется такое местоположение каждого добавленного требования в последовательностях π^l , чтобы минимизировать рассматриваемый критерий (1).

При этом, местоположение добавленного требования в последовательности π^l определяется не только значением критерия (1), но и формируемыми условиями, учитывающими реализацию расписания π (обработку требований расписания π) до момента поступления требования с $d_i^2 > 0$. Таким образом, при определении местоположения добавляемого в последовательности π^l требования с $d_i^2 > 0$ из множества возможных решений D выделяется (путем задания ограничений на местоположение требования в последовательностях π^l) множество D' формируемых допустимых решений, в котором и определяется расписание, приближающееся к оптимальному.

В силу сказанного выше, алгоритм метода составления расписаний для требований с $d_i^1 = 0$ и требований с $d_i^2 > 0$ должен предполагать следующее: выполнение действий, связанных с упорядочиванием требований множества N_1 ; выполнение действий, связанных с добавлением к уже сформированному для требований множества N_1 последовательностям π^l , требований множества N_2 , поступающих на обработку в моменты времени $d_i^2 > 0$, и оптимизация полученных решений в соответствии с критерием (1).

Формирование последовательностей π^l обработки требований множества N_1 (расписания π) предполагает применение метода частичных порядков для формирования на основе множества возможных решений D многомерной координатной решетки решений H^m . При этом формируются цепи решений вида: $\pi_s < \pi_r < \dots < \pi_p$, вдоль которых значения целевой функции монотонно изменяются — убывают при решении задачи на минимум критерия (при условии выполнения условия порядковой вогнутости целевой функции).

Для каждого из приборов системы может быть определена решетка решений H^l , представляющая собой связанные отношением частичного порядка $<$ различные варианты решений, отличающиеся видами последовательностей обработки требований на данном приборе. Формирование цепей (решеток) решений осуществляется путем анализа и вычисления левого либо правого дискретного градиентов целевой функции по соответствующим направлениям. Направление l изменения целевой функции соответствует идентификатору l -го прибора, т.к. изменение вида последовательности π^l , связанной с этим прибором, ведет к изменению значения целевой функции $f(\pi)$. Левый градиент целевой функции вдоль направления l определен в соответствии с выражением вида

$$\nabla_l^- f(\pi(s)) = f(\pi(s+1)) - f(\pi(s)),$$

где $\pi(s+1)$ и $\pi(s)$ — решения, рассматриваемые на s -ом и $(s+1)$ -ом шагах алгоритма поиска эффективного расписания. При этом решение $\pi(s+1)$ отличается от решения $\pi(s)$ измененным видом последовательности требований $\pi^l(s+1)$, связанной с соответствующим l -м прибором. Решения $\pi(s+1)$ и $\pi(s)$ в случае определения левого градиента $\nabla_l^- f(\pi(s)) \leq 0$ являются связанными отношением частичного порядка в виде $\pi(s+1) < \pi(s)$.

Вычисление правого градиента целевой функции при решении задач на минимум необходимо для проверки условия локальной оптимальности текущего рассматриваемого решения (в случае, если для модифицируемых решений $\pi(s+1)$ условие улучшения функции $\nabla_l^- f(\pi(s)) \leq 0$ не выполняется). Выражение для определения правого градиента целевой функции вдоль направления l имеет вид $\nabla_l^+ f(\pi(s)) = f(\pi(s+1)) - f(\pi(s))$, при условии, что между решениями $\pi(s+1)$ и $\pi(s)$ выполняется отношение частичного порядка в виде: $\pi(s) < \pi(s+1)$. Само же условие локальной оптимальности текущего расписания $\pi(s)$ при решении задачи на минимум целевой функции имеет вид $\nabla_l^+ f(\pi(s)) \geq 0$.

Способ начального формирования последовательностей π^l (некоторого текущего расписания $\pi(s)$, подлежащего оптимизации) и изменение порядка требований в последовательностях π^l (для получения модифицированного расписания $\pi(s+1)$) предполагает выполнение следующих шагов.

1. Имеются исходные последовательности $\pi^l(s-1)$, оптимизированные на $(s-1)$ -ом шаге и образующие решение $\pi(s-1)$ задачи для k рассматриваемых на данном шаге требований; вид последовательностей $\pi^l(s-1)$ следующий:

$$\pi^l(s-1) = \{i_1^l, i_2^l, \dots, i_k^l\}_{s-1}.$$

Здесь $1 \leq k < n$; при этом расписании $\pi(s-1)$, сформированное на $(s-1)$ -ом шаге алгоритма, является локально оптимальным для рассматриваемых k требований в соответствии с критерием (1).

2. В конец рассматриваемых последовательностей добавляется требование $i_{k+1} \in N_1$. При этом $k+1 \leq n$. Тогда последовательности $\pi^l(s)$, в которых будет определяться оптимальное местоположение требования i_{k+1} , примут следующий вид $\pi^l(s) = \{i_1^l, i_2^l, \dots, i_k^l, i_{k+1}^l\}_s$. Для начальной формы решения $\pi(s)$ (видов последовательностей $\pi^l(s)$) должно быть определено значение целевой функции $f(\pi_s)$.

3. Изменение целевой функции выполняется при реализации перестановок требований в последовательностях $\pi^l(s)$, связанных с каждым из приборов (т.е. l — это идентификатор прибора и соответствующего направления градиента целевой функции). Реализация решений $\pi(s+j)$ ($j = \overline{1, m}$) предполагает изменение порядка требований i_{k+1}^l и i_k^l в каждой из последовательностей $\pi^l(s)$, входящих в расписание $\pi(s)$. Модифицированные последовательности при изменении порядка требований i_{k+1}^l и i_k^l имеют вид: $\pi^l(s+j) = \{i_1^l, i_2^l, \dots, i_{k+1}^l, i_k^l\}_{s-1}$, где $j = \overline{1, m}$, так как изменение указанного порядка выполняется независимо для каждой из последовательностей $\pi^l(s+j)$. Каждое решение характеризуется $f(\pi(s+j))$.

4. В результате выполненной перестановки (на один шаг) могут быть определены левый $\nabla_l^- f(\pi(s))$ либо правый $\nabla_l^+ f(\pi(s))$ градиенты целевой функции. Среди всех решений $\pi(s+j)$ должно быть выбрано то, которое гарантирует максимальное уменьшение значения целевой функции вдоль соответствующего направления l' , т.е. должно быть выбрано такое направление l' , в котором модуль левого градиента при условии $\nabla_l^- f(\pi(s)) \leq 0$ является максимальным. Таким образом, требуемое направление l' определяется из условия:

$$l' \rightarrow \max_l (|\nabla_l^- f(\pi_s)|) \text{ при } \nabla_l^- f(\pi_s) \leq 0.$$

Тогда в определенном направлении l' должно выполняться дальнейшее изменение (уменьшение) целевой функции. Для этого требование i_{k+1} в соответствующей последовательности $\pi^l(s)$ перемещается в ее начало (т.е. формируются новые решения $\pi(s+p)$ (где $p = \{1, 2, 3, \dots\}$)) до тех пор, пока гарантируется выполнение условия $\nabla_{l'}^- f(\pi(s+p)) \leq 0$. Таким образом, формируются новые решения $\pi(s+p)$, которые гарантируют отрицательные значения левого градиента $\nabla_{l'}^- f(\pi(s))$ вдоль соответствующего направления l' . После того, как сформулирован способ формирования и изменения последовательностей $\pi^l(s)$ и определения местоположения требования i_{k+1} в этих последовательностях возможно выполнить обоснование градиентного метода определения расписаний, приближающихся к оптимальным.

Обозначим через N_s множество тех требований $i_{k+1} \in N_1$ (т.е. требований, поступающих на обработку при $d_{i_{k+1}}^1 = 0$), размещение которых в последовательностях $\pi^l(s)$ необходимо реализовать. С учетом введенных рассуждений и обозначений алгоритм градиентного метода задачи составления расписания предполагает выполнение следующих шагов:

1) в качестве исходного решения, на основании которого будет формироваться новое путем добавления требования $i_{k+1} \in N_1$, рассматривается решение $\pi(s-1)$; данное решение является эффективным расписанием, сформированным для k требований; новое решение $\pi(s)$ формируется путем добавления в конец каждой последовательности $\pi^l(s-1)$ нового требования $i_{k+1} \in N_s$ (при этом

$k+1 \leq n$, $N_s = N_{s-1} \setminus \{i_{k+1}\}$); для полученного таким образом решения вычисляется значение целевой функции $f(\pi(s))$; последующие шаги алгоритма позволят определить оптимальное местоположение требования i_{k+1} в последовательностях $\pi^l(s)$, связанных с каждым из приборов;

2) введено множество M_s индексов направлений, для которых на s -ом шаге осуществляется изменение значения целевой функции $f(\pi(s))$ (для исходного решения $\pi(s)$ $M_s = \{1, 2, \dots, m\}$, т.о. $|M_s| = m_1$ для любого количества направлений);

3) для каждого направления $l \in M_s$ выполняется изменение текущего решения $\pi(s)$ (перемещение рассматриваемого требования i_{k+1} на одну позицию в начало последовательности $\pi^l(s)$) и определение значения функции $f(\pi(s+j))$, при этом

$$j = \overline{1, m_1}, m_1 = |M_s|, M_{s+1} = M_s \setminus l', \quad (2)$$

где l' – то направление изменения функции, гарантирующее ее максимальное уменьшение, соответствующее l' -ому прибору, для которого на данном проходе алгоритма выполняется оптимальное размещение требования i_{k+1} в последовательности $\pi^{l'}(s)$; в результате изменения исходного решения $\pi(s)$ может быть получено $m_1 = |M_s|$ новых решений $\pi(s+j)$ ($j = \overline{1, m_1}$), среди которых определяются те, для которых $\nabla_{l'}^- f(\pi_s) \leq 0$;

4) определение множества N_s^p тех направлений l изменения функции $f(\pi(s))$, вдоль которых возможно улучшение решения $\pi(s)$ (т.е. гарантирующих $\nabla_l^- f(\pi(s)) \leq 0$);

5) среди полученных значений $\nabla_l^- f(\pi(s)) \leq 0$ (соответствующих направлениям множества N_s^p) определяется то, которое гарантирует максимальное уменьшение функции $f(\pi(s))$ в соответствующем направлении l' (выполнение условия $l' \rightarrow \max_l (|\nabla_l^- f(\pi(s))|)$ при $\nabla_l^- f(\pi_s) \leq 0$); после определения направления l' в нем выполняется такое количество шагов путем реализации перестановки требования i_{k+1} на один шаг в начало рассматриваемой последовательности, связанной с направлением l' , которое гарантирует $\nabla_{l'}^- f(\pi(s)) \leq 0$; в случае, если условие $\nabla_{l'}^- f(\pi(s)) \leq 0$ для вновь сформированного решения не выполняется, то сформированная последовательность $\pi^l(s)$ фиксируется, множество M_s на новом шаге определяется по (2); реализуется переход к шагу 3;

6) в том случае, если $M_s = \emptyset$ либо $N_s^p = \emptyset$, то данное требование i_{k+1} размещено в последовательностях $\pi^l(s)$ таким образом, чтобы гарантировать минимальное значение критерия $f(\pi(s))$; в этом случае, если $N_s \neq \emptyset$ из N_s выбирается новое требование и выполняется переход к шагу 1; при этом вид множества N_s на следующем шаге определяется как $N_{s+1} = N_s \setminus \{i_{k+2}\}$, где i_{k+2} – требование, вносимое в последовательности $\pi^l(s)$ для определения эффективного его месторасположения в них; выполняется переход к шагу 2;

7) если множество $N_s = \emptyset$, то получено эффективное (приближающееся к оптимальному) расписание выполнения требований в многостадийной системе из m приборов.

Таким образом, представленный алгоритм позволяет сформировать расписание π (виды последовательностей π^l) для требований множества N_1 , поступающих в систему на обработку в момент $d_i^1 = 0$. Расписание π для требований множества N_1 является эффективным по приведенному критерию (1). Требования множества N_2 (для которых $d_i^2 > 0$) должны быть добавлены в уже сформированные последовательности $\pi^l(s)$ таким образом, чтобы в результате было получено оптимальное расписание выполнения требований как множества N_1 , так и множества N_2 . Добавление требований множества N_2 к уже сформированным последовательностям $\pi^l(s)$ для требований множества N_1 , позволяет получить новые решения $\pi(s)$ для требований множества N_2 .

По аналогии с изложенным выше градиентным методом в рассмотрение может быть введено множество N_s' , сформированное на основе требований множества N_2 таким образом, чтобы эти требования были упорядочены в соответствии со значением $d_i > 0$, т. е.

$$N_s' = \{i_{n+1}, i_{n+2}, \dots, i_{n+k} \mid i_{n+q} \in N_2, d_{n+q} > 0, d_{n+(q-1)} \leq d_{n+q}, q = \overline{1, k}\}.$$

Элементы множества N_s' — это те требования, добавление которых к последовательностям $\pi^l(s)$ должно быть выполнено. Тогда, если последовательности $\pi^l(s-1)$ для требований множества N_1 имеют вид $\pi^l(s-1) = \{i_1^l, i_2^l, \dots, i_{n+(q-1)}^l\}_{s-1}$, то вид последовательностей $\pi^l(s)$ с добавленными требованиями множества N_s' следующий:

$$\begin{aligned} \pi^l(s) &= \pi^l(s-1) \bigcup \{i_{n+q}\}, \text{ где } \pi^l(s-1) = \{i_1^l, i_2^l, \dots, i_{n+(q-1)}^l\}_{s-1}, \\ \pi^l(s) &= \{i_1^l, i_2^l, \dots, i_{n+(q-1)}^l, i_{n+q}^l \mid q = \overline{1, n+k}\}. \end{aligned}$$

В последовательности $\pi^l(s-1)$ может быть выделено две подпоследовательности в соответствии с условиями:

$$\pi_1^l(s-1) = \{i_1^l, i_2^l, \dots, i_{g-1}^l \mid t_{i_r}^{0l} \leq d_{i_{n+q}}, i_r = \overline{1, g-1}\}, \quad (3)$$

$$\pi_2^l(s-1) = \{i_g^l, i_{g+1}^l, \dots, i_{n+(q-1)}^l \mid t_{i_r}^{0l} > d_{i_{n+q}}, i_r = \overline{g, n+(q-1)}, q = \overline{1, k}\}.$$

Так как требование i_{n+q} добавляется в конец последовательности $\pi^l(s-1)$ (подпоследовательности $\pi_2^l(s-1)$), то модифицированный вид последовательности $\pi_2^l(s-1)$ следующий:

$$\pi_2^l(s) = \{i_g^l, i_{g+1}^l, \dots, i_{n+(q-1)}^l, i_{n+q}^l \mid t_{i_r}^{0l} > d_{i_{n+q}}, i_r = \overline{g, n+(q-1)}, q = \overline{1, k}\}. \quad (4)$$

Таким образом, последовательность $\pi^l(s)$, порядок требований в которой (для требований множества N_2) оптимизируется на s -ом шаге алгоритма, может быть представлена в виде:

$$\pi^l(s) = \pi_1^l(s-1) \bigcup \pi_2^l(s). \quad (5)$$

Условия (3), (4) и их обобщенная форма (5) будут использованы в изложенном ниже градиентном алгоритме для ограничения множества допустимых решений рассматриваемой задачи. Исходными данными для решения задачи включения требований множества N_2 в соответствующие последовательности их обработки на приборах являются:

1. множество N_s' требований, упорядоченных по возрастанию значения $d_{i_{n+q}} > 0$, положение которых в рассмотренных последовательностях $\pi^l(s)$ должно быть определено;

2. расписание $\pi(s-1)$, состоящее из последовательностей вида:

$$\pi^l(s-1) = \{i_1^l, i_2^l, \dots, i_{n+(q-1)}^l \mid q = \overline{1, k-1}\},$$

порядок требований в которых оптимизирован в соответствии с критерием (1).

С учетом введенных обозначений и условий градиентный алгоритм размещения требований $i_{n+q} (q = \overline{1, k})$ множества N_s' в последовательности $\pi^l(s-1)$ предполагает выполнения шагов:

1) из множества N_s' выделяется требование i_{n+q} , удовлетворяющее условию:

$$i_{n+q} \rightarrow \max_{d_{i_{n+q}}} \{i_{n+q} \mid i_{n+q} \in N_s', q = \overline{1, k}\},$$

которое добавляется в конец последовательностей $\pi^l(s)$, порядок требований в которых на данном шаге алгоритма оптимизируется, могут быть представлены в виде (5) с учетом добавленного требования i_{n+q} ;

2) введено множество M_s индексов направлений, для которых на s -ом шаге осуществляется изменение значения целевой функции $f(\pi(s))$ (для исходного решения $\pi(s)$ $M_s = \{1, 2, \dots, m\}$, т.о. $|M_s| = m_1$ для любого количества направлений);

3) так как направление l изменения значения целевой функции соответствует изменению порядка требований в последовательности $\pi^l(s)$, соответствующей l -му прибору, то для получения значения градиентов целевой функции порядок требований $i_{n+(q-1)}^l$ и i_{n+q}^l в этих последовательностях должен быть изменен; данное действие выполняется для каждого из m_1 приборов, в последовательностях которых требование i_{n+q} не размещено оптимальным образом на предыдущих шагах алгоритма (первоначально $m_1 = m$); в результате будет получено m_1 решений вида:

$$\pi^l(s+j) = \{i_1^l, i_2^l, \dots, i_{n+q}^l, i_{n+(q-1)}^l \mid q = \overline{1, k}, j = \overline{1, m_1}\},$$

каждое из которых характеризуется значением $f(\pi(s+j))$ целевой функции; для решений $\pi(s)$ и $\pi(s+j)$ ($j = \overline{1, m_1}$) определено значение градиента целевой функции (для задачи на минимум — левого градиента $\nabla_l^- f(\pi(s))$ вдоль соответствующего направления l); полученное значение $\nabla_l^- f(\pi(s))$ позволяет сформировать множество N_s^P тех направлений l , вдоль которых возможно улучшение целевой функции $f(\pi(s))$. выполнение данного шага позволяет получить m_1 новых решений $\pi(s+j)$, где

$$j = \overline{1, m_1}, m_1 = |M_s|, M_{s+1} = M_s \setminus l', \quad (6)$$

а l' — то направление изменения целевой функции, вдоль которого (из всех возможных направлений множества N_s^P ($l \in N_s^P$)) гарантируется наибольшее ее уменьшение целевой функции;

4) среди элементов l множества N_s^P выбирается такое направление l' , для которого значение $\nabla_{l'}^- f(\pi(s)) < 0$ будет гарантировать максимальное уменьшение целевой функции; тогда новые формируемые решения $\pi(s+p)$ ($p = \{1, 2, \dots\}$) будут формироваться таким образом, чтобы гарантировать уменьшение целевой функции в направлении l' ; формирование решений $\pi(s+p)$ выполняется следующим образом:

а) в подпоследовательности $\pi_{n+q}^{l'}(s+p)$ выполняется изменение порядка требований i_{n+q} и предшествующего ему таким образом, чтобы требование i_{n+q} «продвигалось» в начало этой подпоследовательности, при этом получаемые решения должны гарантировать улучшение значения целевого функционала в направлении l' (т.е. $\nabla_{l'}^- f(\pi(s)) \leq 0$);

б) изменение местоположения требования i_{n+q} выполняется только в последовательности $\pi_{n+q}^{l'}(s+p)$, для требований которой выполняется условие: $t_{i_r}^{0l} > d_{n+q}(r' = \overline{g, n+(q-1)}, q = \overline{1, k})$; последовательность $\pi_1^{l'}$ (для требований которой выполняется условия $t_{i_r}^{0l} < d_{n+q}(r = \overline{1, q-1})$) остается фиксированной;

в) в случае невыполнения условия $\nabla_{l'}^- f(\pi_s) \leq 0$ при изменении порядка требования в подпоследовательности $\pi_{n+q}^{l'}(s+p)$ местоположение требования i_{n+q} в этой последовательности фиксируется, множество M_s определяется по (6), выполняется переход к шагу 3;

5) в том случае, если $M_s = \emptyset$ либо $N_s^P = \emptyset$, то данное требование i_{n+q} размещено в последовательностях $\pi^l(s)$ наилучшим образом; если $N_s^P \neq \emptyset$, то из N_s^P выбирается новое требование и выполняется переход к шагу 1; формирование множества N_{s+1}^P на следующем шаге алгоритма выполняется по выражению $N_{s+1}^P = N_s^P \setminus \{i_{n+(q+1)}\}$, где $i_{n+(q+1)}$ требование, которое вносится в последовательности $\pi^l(s)$ следующем шаге алгоритма; выполняется переход к шагу 2;

б) если множество $N'_{s+1} = \emptyset$, то получено расписание выполнения требований множеств N_1 и N_2 в многостадийной системе из m приборов, приближающееся к оптимальному.

Таким образом, условия (3) – (5) позволяют выделить из множества D всех возможных решений (характеризуемыми всеми возможными позициями (местоположением) требования i_{n+q} в последовательностях $\pi^l(s)$) подмножество D' допустимых решений задачи, характеризуемое задаваемыми этими условиями возможными позициями (местоположением) размещаемого требования в $\pi^l(s)$.

Выводы

1. Разработан градиентный метод построения расписания обслуживания требований в многостадийной системе с различными моментами времени поступления требований на обработку.

2. Разработан способ формирования последовательностей требований на соответствующих приборах в системе, которые будут оптимизированы предложенным градиентным методом составления расписаний.

3. Предложены условия, которые позволяют ограничивать множество возможных решений D , формируя тем самым множество допустимых решений D' , в котором осуществляется выбор эффективного расписаний для рассматриваемой задачи..

Возможными направлениями дальнейших исследований является адаптация предложенного градиентного метода к решению задач теории расписаний различного типа [1], в частности, к решению задач составления динамических расписаний при учете отказов приборов.

Библиографический список

1. Танаев В.С. Теория расписаний. Многостадийные системы / В.С. Танаев, Ю.Н. Сотсков, В.А. Струевич. — М.: Наука, 1989. — 328 с.
2. Ковалев М.Я. Модели и методы календарного планирования. Курс лекций / М.Я. Ковалев. — Минск: Изд-во БГУ, 2004. — 62 с.
3. Сигал И.Х. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы / И.Х. Сигал, А.П. Иванова — М.: Физматлит, 2003. — 240 с.
4. Ковалев М.М. Дискретная оптимизация. Целочисленное программирование / М.М. Ковалев. — М.: Едиториал УРСС, 2003. — 192 с.
5. Ковалев М.М. Матроиды в дискретной оптимизации / М.М. Ковалев. — М.: Едиториал УРСС, 2003. — 224 с.

Поступила в редакцию 05.10.2009 г.