

УДК 681.5

А.В. Крупин, ассистент*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, 99053 Украина**E-mail: vm@sevgtu.sebastopol.ua***МОДЕЛЬ КОНТРОЛЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ОТКАЗОВ ТРЁХКОМПОНЕНТНОЙ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ**

Рассматривается полумарковская модель контроля параметрических отказов трехкомпонентной системы в однородном и неоднородном случаях. Найдены для неоднородного случая при экспоненциальном распределении функций, характеристики надёжности системы.

Ключевые слова: полумарковская модель, экспоненциальное распределение, параметры.

При современном уровне развития технологии, значительно повышается надежность разного рода автоматизированных систем (АС). Но, несмотря на это, проблема своевременного обнаружения скрытых отказов отдельных элементов и всей АС до сих пор далека до своего полного решения. Своевременное выявление параметрических отказов, оптимальная программа контроля, позволяют существенно улучшить экономические и надёжностные характеристики системы. Тем ни менее, сейчас недостаточно внимания уделяется построению моделей обнаружения параметрических отказов, и большинство моделей систем не учитывают самой структуры системы: как соединены элементы – последовательно или параллельно.

Здесь рассматривается математическая модель контроля параметрических отказов трёхкомпонентной восстанавливаемой системы. Предполагается, что параметрические отказы [1] могут быть обнаружены только при включённом контроле. Для описания процесса контроля-восстановления системы используется полумарковский процесс (ПМП) с общим фазовым пространством состояний. Опишем функционирование рассматриваемой системы.

Постановка задачи. Система состоит из 3 последовательных компонентов K_1, K_2, K_3 , работающих независимо. Время безотказной работы компонентов – случайные величины $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ с функциями распределения (ФР) $F_1(t) = P\{\alpha_1 \leq t\}$, $F_2(t) = P\{\alpha_2 \leq t\}$, $F_3(t) = P\{\alpha_3 \leq t\}$ и плотностями распределения $f_1(t)$, $f_2(t)$, $f_3(t)$ соответственно [2]. Контроль проводится через случайное время μ с

функцией распределения $G(t) = P\{\mu \leq t\}$ и ПР $g(t)$. Отказ обнаруживается только во время проведения контроля. После обнаружения отказа в одной из компонент K_1, K_2, K_3 начинается их восстановление. В случае отказа всех 3-х компонент система приступает к работе после восстановления последней. Предположим, что время безотказной работы системы значительно больше времени восстановления и времени проведения контроля. Тогда у описываемой системы будет мгновенное восстановление и мгновенный контроль. После восстановления системы все свойства системы полностью обновляются.

Цель статьи. Получение формул для определения основных стационарных характеристик надежности трёхкомпонентной системы.

Для описания системы введём следующее пространство полумарковских состояний:

$E = \{4111, 4222, 4211, 4221, 4212, 4122, 4121, 4112, 1000, 2000, 3000, 3200, 3220, 1022, 2202, 2200, 1020, 3020, 1002, 2002\}$

итого, двадцать состояний.

Поясним, как кодируются состояния: первый разряд показывает, какая компонента изменила своё состояние. 1 – первая, 2 – вторая, 3 – третья, 4 – начался контроль. Остальные разряды говорят о том, в каком состоянии находятся первая, вторая и третья компоненты системы: 0 – не работает, 1 – включается после контроля, 2 – работа продолжается без отказов. Обозначим через ρ_0 значения стационарного распределения вложенной цепи Маркова (ВЦМ) на состоянии 4111 и предположим существование стационарной плотности $\rho(4222)$, $\rho(4211)$, $\rho(4221)$, $\rho(4212)$, $\rho(4122)$, $\rho(4121)$, $\rho(4112)$, $\rho(1000)$, $\rho(2000)$, $\rho(3000)$, $\rho(3200)$, $\rho(3220)$, $\rho(1022)$, $\rho(2202)$, $\rho(2200)$, $\rho(1020)$, $\rho(3020)$, $\rho(1002)$, $\rho(2002)$ для состояний 4222, 4211, 4221, 4212, 4122, 4121, 4112, 1000, 2000, 3000, 3200, 3220, 1022, 2202, 2200, 1020, 3020, 1002, 2002 соответственно.

Решение задачи. Сначала рассмотрим в нашей работе частный однородный случай. Положим $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha$, тогда $F_1(t) = F_2(t) = F_3(t) = F(t)$, $f_1(t) = f_2(t) = f_3(t) = f(t)$, $\rho(1000) = \rho(2000) =$

$\rho(3000)$, $\rho(4211) = \rho(4121) = \rho(4112)$, $\rho(4221) = \rho(4212) = \rho(4122)$, $\rho(3200) = \rho(2200) = \rho(1002) = \rho(2002)$, $\rho(3220) = \rho(2202) = \rho(1022)$.

Составим систему уравнений для плотностей стационарного распределения ВЦМ:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_0 = 3\rho(1000), \\ \rho(1000) = 2\rho(2200) \frac{\lambda}{\lambda + \mu}, \\ \rho(2200) = \rho(3220) \frac{\lambda}{2\lambda + \mu}, \\ \rho(3220) = (\rho_0 + 3\rho(4221) + 3\rho(4211) + \rho(4222)) \frac{\lambda}{3\lambda + \mu}, \\ \rho(4211) = 2\rho(2200) \frac{\mu}{\lambda + \mu}, \\ \rho(4221) = \rho(3220) \frac{\mu}{2\lambda + \mu}, \\ \rho(4222) = (\rho_0 + 3\rho(4221) + 3\rho(4211) + \rho(4222)) \frac{\mu}{3\lambda + \mu}. \end{array} \right.$$

В результате решения этой системы были получены следующие значения стационарных плотностей состояний ВЦМ:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(1000) = \frac{\rho_0}{3}, \\ \rho(2200) = \rho_0 \frac{\lambda + \mu}{3 \cdot 2 \cdot \lambda}, \\ \rho(3220) = \rho_0 \frac{(\lambda + \mu)(2\lambda + \mu)}{3 \cdot 2 \cdot \lambda^2}, \\ \rho(4211) = \rho_0 \frac{\mu}{3\lambda}, \\ \rho(4221) = \rho_0 \frac{(\lambda + \mu)\mu}{3 \cdot 2 \cdot \lambda^2}, \\ \rho(4222) = \rho_0 \frac{(\lambda + \mu)(2\lambda + \mu)\mu}{3 \cdot 2 \cdot \lambda^3}. \end{array} \right.$$

Теперь, построив аналогичную систему для неоднородного случая, приведём полученные значения стационарных плотностей ВЦМ для тех же состояний, что и в однородном случае:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(1000) = \rho_0 \frac{(\lambda_2 + \lambda_3 + \mu)(2\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + 2\mu)}{2(\lambda_1 + \mu)}, \\ \rho(2200) = \rho_0 \frac{(\lambda_1 + \lambda_3 + \mu)(\lambda_2 + \lambda_3 + \mu)}{2\lambda_1}, \\ \rho(3220) = \rho_0 \frac{(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu)(\lambda_1 + \lambda_3 + \mu)(\lambda_2 + \lambda_3 + \mu)}{2\lambda_1\lambda_2}, \\ \rho(4211) = \rho_0 \frac{(\lambda_2 + \lambda_3 + \mu)(2\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + 2\mu)\mu}{2\lambda_1(\lambda_1 + \mu)}, \\ \rho(4221) = \rho_0 \frac{(\lambda_1 + \lambda_3 + \mu)(\lambda_2 + \lambda_3 + \mu)\mu}{2\lambda_1\lambda_2\lambda_3}, \\ \rho(4222) = \rho_0 \frac{(\lambda_1 + \lambda_3 + \mu)(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu)(\lambda_2 + \lambda_3 + \mu)\mu}{2\lambda_1\lambda_2\lambda_3}. \end{array} \right.$$

В процессе решения сделана перенормировка, путём обозначения новой нормирующей константы ρ_0' :

$$\rho_0' = \frac{\rho_0(\lambda_3 + \mu)}{(\lambda_1 + \lambda_3 + \mu)(\lambda_2 + \lambda_3 + \mu) + (\lambda_1 + \lambda_2 + \mu)(\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 + 2\mu)}.$$

Очевидно, что решение в неоднородном случае сводится к однородному в предположении $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha$.

Найдём стационарные характеристики системы.

Средняя наработка на отказ T_+ :

$$T_+ = \frac{M\lambda_1 M\lambda_2 M\lambda_3}{M\lambda_1 + M\lambda_2 + M\lambda_3}.$$

Среднее стационарное время восстановления $T_- = M\mu$.

Стационарный коэффициент готовности системы найдём из соотношения:

$$K_G = \frac{T_+}{T_+ + T_-},$$

$$K_G = \frac{M\lambda_1 M\lambda_2 M\lambda_3}{M\lambda_1 M\lambda_2 M\lambda_3 + (M\lambda_1 + M\lambda_2 + M\lambda_3)M\mu}.$$

Выводы и перспективы дальнейших исследований. В работе получены формулы для определения основных стационарных характеристик надежности трёхкомпонентной системы. В ходе решения поставленной задачи составлена система уравнений. Результатом её решения явилось стационарное распределение вложенных цепей Маркова, которое и было использовано при получении основных стационарных характеристик надежности трёхкомпонентных систем [3]. В дальнейшем планируется нахождение решений системы уравнений в общем виде для многокомпонентных систем как с фиксированным временем, так и с экспоненциальным распределением СВ.

Бibliографический список

1. Дашенко А.И. Автоматизация процессов в производстве / Под ред. А.И. Дашенко. — М.: Высш. шк., 1991. — 480 с.
2. Копп В.Я. Стохастические модели автоматизированных производственных систем с временным резервированием / В.Я Копп., Ю.Е Обжерин., А.И. Песчанский. — Севастополь: Изд-во СевГТУ, 2000. — 286 с.
3. Королук В.С. Процессы полумарковского восстановления в задачах надёжности систем / В.С. Королук, А.Ф. Турбин — К.: Наук. думка, 1982. — 236 с.

Поступила в редакцию 12.05.2010 г.