

УДК 621.658.012.531

М.П. Карпов, доцент, канд. техн. наук,**М.М. Майстришин, инженер***Севастопольский национальный технический университет**Ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА ДИНАМИКИ ЛИНЕЙНОГО ГИДРОПРИВОДА С ТОРМОЖЕНИЕМ В КОНЦЕ РАБОЧЕГО ХОДА**

Рассмотрены вопросы математического описания имитационной модели линейного гидропривода с торможением в конце рабочего хода, а так же с учетом сжимаемости рабочей среды.

Ключевые слова: гидравлический демпфер, гидропривод, дросселирующая щель, математическая модель.

При проектировании и создании средств управления движением исполнительных звеньев гидравлических приводов, в том числе и линейного типа, часто приходится решать задачи обеспечения условий торможения исполнительных звеньев в конце рабочего хода. Это необходимо, например, для гашения инерции поршня цилиндра и жестко связанных с ним элементов механических конструкций приводов в конце рабочего хода во избежание жесткого удара, следствием которого может стать поломка элементов конструкции.

Задача управления движением исполнительных звеньев гидропривода достаточно успешно решается с использованием следящих приводов, однако введение в конструкцию элементов обратной связи усложняет задачу управления перемещением гидропривода на участке торможения. При решении определенного круга задач возникает необходимость высокоточного описания временного интервала при торможении, поскольку подобного рода приводы применяются в авиации, ракетостроении и в космических аппаратах. Здесь необходимо рассмотреть ряд вопросов динамического анализа гидроприводов, в круг которых входит и сжимаемость рабочей среды, поскольку подобного рода приводы работают на высоких давлениях.

Таким образом, возникает необходимость комплексного описания динамики гидропривода с учетом ряда сопутствующих факторов и разработкой на этой основе имитационной математической модели, позволяющей с высокой точностью, порядка 10^{-2} с, вычислить конечное время перемещения исполнительных звеньев привода.

Целью настоящей статьи и является математическое описание этой модели.

На рисунке 1 в качестве примера приведена конструктивная схема гидроцилиндра с обособленно встроенным гидродемпфером.

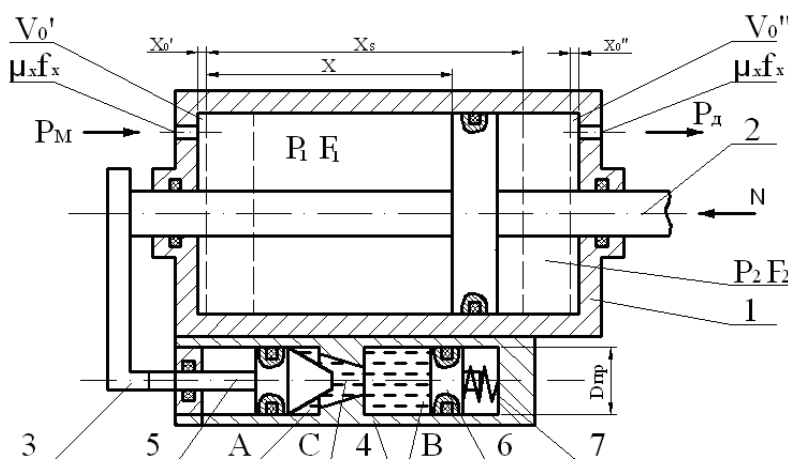


Рисунок 1 – Конструктивная схема гидроцилиндра с встроенным гидравлическим демпфером

Привод включает в себя гидроцилиндр 1, в котором перемещается поршень 2 с приложенной к его штоку внешней нагрузкой N . К левому торцу штока поршня снаружи гидроцилиндра прикреплено коромысло 3. Сам демпфер представляет собой гидроцилиндр, состоящий из нескольких полостей. Полости «А» и «В» разделены перегородкой, в которой выполнено отверстие «С». Это отверстие может быть как конической, так и цилиндрической формы. Полости «А» и «В» заполнены маслом. В полостях

«А» расположен поршень 5 с цилиндрическим и коническим хвостовиками, а в полости «В» — поршень 6 с пружиной 7.

Работа привода осуществляется следующим образом. Рабочая жидкость, попадая в левую полость гидроцилиндра 1, перемещает поршень 2 вправо в свободном движении до тех пор, пока коромысло 3 не натолкнется на цилиндрический хвостовик поршня 5, находящегося в крайне левом положении, определяемого действием через жидкость пружины 7. При этом происходит выдавливание жидкости из полости «А» в полость «В» через непрерывно сужающуюся щель между образующей поверхностью конического хвостовика поршня 5 и поверхностью С. Происходит торможение движения поршня 5 и вместе с ним поршня 2 гидроцилиндра, причем тем резче, чем больше конус хвостовика поршня 5 перекрывает отверстие С. Процесс перемещения поршня с исходного (крайне левого положения) и до начала процесса торможения, в свободном движении описывается условием:

$$X_0 < X_S - (L_D - K). \quad (1)$$

В приведенной схеме L_D — ход демпфера, X_S — ход поршня 2, X_0 — текущее перемещение поршня, V_0' — начальный объем полости нагнетания, V_0'' — конечный объем полости опорожнения, X_0' , X_0'' — соответственно эквивалентные перемещения полостей нагнетания и стравливания объемами V_0' , V_0'' , f_x — площадь отверстий (штуцеров) наполнения и стравливания, μ_2 — коэффициент расхода отверстий при наполнении-опорожнении, P_1 , P_2 — соответственно давления в полостях наполнения и опорожнения, P_m — давление в подводимой магистрали, P_0 — давление в магистрали опорожнения, F_1 , F_2 — соответственно площади полостей наполнения и опорожнения, N — полезная нагрузка, K — запас хода, предохраняющий полное перекрытие щели демпфера.

Гидравлические приводы высокого давления относятся к высокоскоростным приводам, где скорости перемещения рабочих органов могут достигать величины 1,5 м/с и более. Особенности динамики таких приводов — значительное уменьшение участка установившегося движения, а в ряде случаев его полное отсутствие. В этих условиях силы трения, полезная нагрузка, давление в рабочей полости и противодействия в полости опорожнения являются переменными величинами, а процесс движения жидкости в трубопроводе нестационарен. Аналитическое определение перечисленных зависимостей представляет собой задачу динамического анализа, суть которого состоит в совместном решении ряда дифференциальных уравнений описывающих этот процесс.

Первое уравнение — это уравнение движения поршня:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = P_1 F_1 - P_2 F_2 - N_{mp} - N. \quad (2)$$

Здесь m — масса поршня и жестко связанных с ним элементов конструкции.

Согласно обобщенному закону Гука для сжимаемых сред справедливо соотношение [1]:

$$\frac{dW}{W} = - \frac{dP}{E_{ж}}, \quad (3)$$

где W , dW — первоначальный объем и изменение этого объема при сжатии, dP — изменение давления сжимаемой среды, $E_{ж}$ — модуль упругости сжимаемой среды.

Изменение объема и плотности ρ при сжатии неразрывной среды связано соотношением:

$$\frac{dW}{W} = - \frac{d\rho}{\rho}. \quad (4)$$

С учетом выражения (4) формула (3) преобразуется к виду:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dP}{E_{ж}}, \quad (5)$$

и изменение плотности определится из выражения (5) как:

$$d\rho = \rho \frac{dP}{E_{ж}}. \quad (6)$$

Взяв производную по dt выражения (6), получим соотношение изменения плотности за временной интервал dt :

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\rho}{E_{ж}} \frac{dP}{dt}. \quad (7)$$

В движущейся среде при ее сжатии и расширении происходит изменение и объема и плотности среды, тогда полный массовый расход среды, поступающий в рабочую полость гидроцилиндра от источника энергии (насоса) определится выражением [2]:

$$D = \rho \frac{dW}{dt} + W \frac{d\rho}{dt}, \quad (8)$$

где D – массовый расход поступления среды, кг/м ; ρ — первоначальная плотность среды; $\frac{dW}{dt}$, $\frac{d\rho}{dt}$ — изменение объема и плотности среды за временной интервал dt .

С учетом выражения (7) и (8) массовый расход может быть определен как

$$D = \rho \frac{dW}{dt} + W \frac{\rho}{E_{жс}} \frac{dP}{dt}.$$

Поскольку объемный расход Q связан с массовым расходом D соотношением

$$Q = \frac{D}{\rho},$$

можно записать выражение для определения объемного расхода среды в полости наполнения с учетом сжимаемости среды в виде

$$Q = \frac{dW}{dt} + \frac{W}{E_{жс}} \frac{dP}{dt}. \quad (9)$$

В этом выражении первое слагаемое определяет расход наполнения рабочей полости гидроцилиндра за счет свободного нагнетания насосом рабочей среды, а второе слагаемое — дополнительный расход (объем) за счет сжатия части рабочей среды в полости гидроцилиндра.

Поскольку скорость перемещения жидкости в полостях гидроцилиндра при ее неразрывности равна скорости перемещения поршня гидроцилиндра, то преобразовав уравнение (9) относительно изменений давлений во времени, с учетом того, что объем в полости наполнения $W_1 = F_1(X'_0 + X)$, а объем в полости опорожнения $W_2 = F_2(X''_0 + X_S - X)$, получим уравнения изменения давлений в полостях гидроцилиндра в переменных массах. Для полости наполнения:

$$\frac{dP_1}{dt} = \frac{E_{жс}}{F_1(X'_0 + X)} \left(Q_1 - F_1 \frac{dx}{dt} \right). \quad (10)$$

Для полости опорожнения:

$$\frac{dP_2}{dt} = \frac{E_{жс}}{F_2(X''_0 + X_S - X)} \left(F_2 \frac{dx}{dt} - Q_2 \right). \quad (11)$$

Полученные уравнения (10),(11) совместно с уравнением (2) образуют семейство дифференциальных уравнений, описывающих движение поршня гидроцилиндра на прямолинейном участке без учета отрезка торможения, т.е. участка, определяемого неравенством (1). Они могут быть решены совместно численными методами, поскольку уравнение (2) нелинейно, а решению нелинейных систем дифференциальных уравнений сопутствуют известные математические трудности. Входящие в эти уравнения объемные расходы Q_1 , Q_2 могут быть подсчитаны по выражениям Торричелли [3]:

$$Q_1 = \mu_1 f_1 \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P_1}, \quad (12)$$

$$Q_2 = \mu_2 f_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P_2}, \quad (13)$$

где μ_1 , μ_2 — коэффициенты расхода при наполнении и опорожнении полостей гидроцилиндра; ΔP_1 — разность давлений магистрального и полости наполнения гидроцилиндра; ΔP_2 — разность давлений полости слива и давления в сливной магистрали.

При описании процесса торможения, к сумме сил в правой части уравнения (2) добавляется сила демпфирования N_d , то есть уравнение (2) принимает следующий вид:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} m = P_1 F_1 - P_2 F_2 - N_{mp} - N_H - N_d. \quad (14)$$

Для нахождения этой силы рассмотрим процесс истечения жидкости из полости «А» в полость «В» гидродемпфера при перемещении поршня 5 вправо. Со стороны жидкости на поршень действует сила упругости, обусловленная наличием избыточного давления в упомянутых полостях. Первоначально давление обусловлено силой упругости пружины 7. При демпфировании, жидкость, находящаяся в полости «А» демпфера выталкивается через щелевой зазор в полость «В» демпфера, причем величина щелевого зазора, его площадь в процессе перемещения поршня вправо и вхождении хвостовика в полость «С», непрерывно уменьшаются. Это обусловлено конической формой хвостовика поршня демпфера. Силу упругости со стороны жидкости на поршень можно записать как

$$N_d = N_{1d} + N_{2d}, \quad (15)$$

где N_{1d} — сила, действующая на эффективную площадь поршня со стороны полости «А»; N_{2d} — сила, действующая на часть площади конического хвостовика поршня 5 демпфера со стороны полости «В». Сечением раздела действия этих сил является сечение 1–1 (рисунок 2).

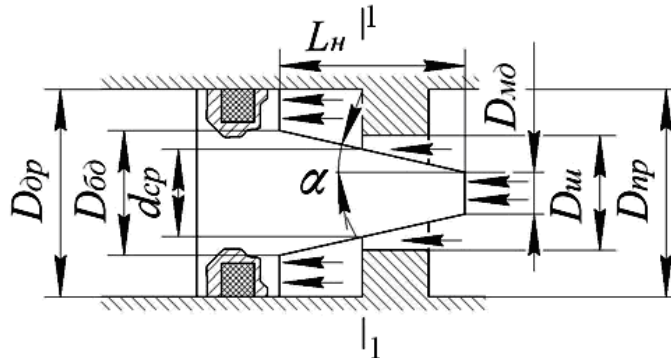


Рисунок 2 – Зона перемещения поршня демпфера в дросселирующей щели

Выразив эти силы через действия сил давления, преобразуем (14) к виду:

$$N_d = P_3 F_3 + P_4 F_4, \quad (16)$$

где P_3 , P_4 — давления жидкости в полостях «А» и «В»; F_3 — эффективная площадь сечения демпфера в полости «А»; F_4 — эффективная площадь части конического хвостовика поршня демпфера правее сечения 1–1.

Введем понятие текущего диаметра конуса демпфера в сечении 1–1 — $d_{ср}$, соответствующего изменяющемуся диаметру конуса в сечении 1–1 по мере движения поршня 5 вправо в отдельно взятый момент времени. В соответствии с этим получаем:

$$F_3 = \frac{\pi}{4} (D_{оп}^2 - d_{ср}^2),$$

$$F_4 = \frac{\pi}{4} d_{ср}^2,$$

где $D_{оп}$ — диаметр полости «А», равный диаметру поршня.

Поскольку за каждый, отдельно взятый отрезок времени dt поршень демпфера передвигается вправо на текущую увеличивающуюся величину хода демпфера, которую обозначим XD , запишем текущее увеличивающееся значение $d_{ср}$ за каждый отрезок времени, исходя из геометрических соотношений:

$$d_{ср} = D_{мд} + 2XD \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

$$\text{где } \operatorname{tg} \alpha = \frac{D_{бд} - D_{мд}}{2L_n}.$$

Здесь $D_{бд}$ — большой диаметр конического хвостовика; $D_{мд}$ — малый диаметр конического хвостовика; L_n — длина конической части хвостовика поршня гидродемпфера.

Давления P_3 , P_4 входящие в уравнение (16), находятся из уравнения энергетического баланса жидкости при ее истечении из полости «А» в полость «В» через щелевой зазор «С»

$$P_3 + \frac{\rho}{2} \left(\frac{dx_1}{dt} \right)^2 = P_4 + \frac{\rho}{2} \left(\frac{dx_2}{dt} \right)^2 + \xi \frac{\rho}{2} \left(\frac{dx_n}{dt} \right)^2, \quad (17)$$

где ξ — коэффициент местного сопротивления щелевого зазора; $\frac{dx_1}{dt}$, $\frac{dx_2}{dt}$ — скорости жидкости в полостях «А» и «В»; dx_n — скорость жидкости в щелевом зазоре «С». В данном уравнении выражение $\frac{dx_1}{dt}$ равно скорости перемещения поршня гидродемпфера, а также скорости жестко связанного с ним поршнем гидроцилиндра. Эта величина искомая и находится интегрированием системы дифференциальных уравнений численным методом, о чем было сказано выше. Давление жидкости в полости «В» — P_4 можно определить, зная силу сжатия пружины 7, (рисунок 1) и площадь полости «В» — F_4 , так как в данном случае имеет место баланс сил, действующих на поршень 6 со стороны сил давления жидкости в полости «А» и силы упругости пружины 7

$$P_4 = \frac{N_{\text{пр}}}{F_4} + P_A = \frac{4N_{\text{пр}}}{\pi D_{\text{пр}}^2} + P_A,$$

где P_A — атмосферное давление; $D_{\text{пр}}$ — диаметр полости «В». Сила сжатия пружины определяется как

$$N_{\text{по}} = cX_{\text{пр}},$$

где c — коэффициент жесткости пружины. Величину хода сжатия пружины $X_{\text{пр}}$ можно определить, используя соотношение равенства объемов жидкости, перетекающих из полости «А» в полость «В» при движении поршня, т.е.

$$X_{\text{пр}} = X_{\text{д}} \frac{D_{\text{др}}^2}{D_{\text{пр}}^2},$$

где $X_{\text{д}}$ — текущее значение хода поршня, которое является искомой величиной.

Скорость жидкости в полости «В», $\frac{dx_2}{dt}$, входящее в уравнение (17), определяется из уравнения расходов, перетекающих из полости «А» в полость «В» за отрезок времени dt :

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{1}{F_4} \frac{dW}{dt}.$$

Перетекаемая часть объема за этот отрезок времени подсчитывается по выражению

$$\frac{dW}{dt} = F_{\text{др}} \frac{dL}{dt},$$

где $F_{\text{др}}$ — площадь полости «А»; dL — величина перемещения поршня 5 вправо.

Эту величину можно определить итерационным методом при численном интегрировании вышеуказанных дифференциальных уравнений [4]:

$$dL = \frac{dx(i-1)}{dt} \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \frac{d^2x_i}{dt^2} \cdot \Delta t_i^2,$$

где Δt — шаг интегрирования.

Зная $\frac{dx_2}{dt}$, можно определить скорость жидкости в щелевом зазоре $\frac{dx_n}{dt}$ по уравнению неразрывности

$$\frac{dx_n}{dt} = \frac{F_4}{F_x} \frac{dx_2}{dt},$$

где уменьшающаяся площадь щелевого зазора, в процессе перемещения поршня 5 вправо F_x , определится как

$$F_x = \frac{\pi}{4} (D_{\text{ш}}^2 - D_{\text{сп}}^2).$$

Здесь $D_{\text{ш}}$ — диаметр перемычки.

Далее, вычислив значение P_3 , входящее в уравнение (16), использованием уравнения (17), можно определить силу демпфирования N_d , а затем интегрировать уравнение (14) совместно с уравнениями (10), (11).

Построив по приведенным формулам математическую модель, можно выбирать конструктивные параметры гидропривода, включая размеры демпфера, для решения уже конкретных задач.

Например, можно решать задачу полного погашения инерции в конце рабочего хода за необходимый отрезок времени, либо обеспечить некоторую минимально необходимую конечную скорость, сократив временную составляющую торможения. Можно также выбрать конкретный закон движения поршня, добиваясь плавности торможения, а также множество других задач.

На рисунке 3 в качестве примера приведен график изменения скорости движения поршня во времени на полном участке движения.

На графике четко прослеживается четыре участка: участок 1, ($t = 0,46$ с) — выстой поршня при наборе давления в рабочей полости цилиндра от 0.1 МПа до 5 МПа и стравливания жидкости в полости слива начиная с 5 МПа, участок 2 — резкий разгон поршня, участок 3 — замедление движения поршня, которое объясняется, очевидно, сжимаемостью среды в полости слива и участок 4 — собственно демпфирование, где скорость гасится до неощутимой для механического удара величины.



Рисунок 3 – График изменения скорости движения поршня во времени на полном участке движения

На рисунке 4 приведен график участка демпфирования, выполненный в другом временном масштабе.

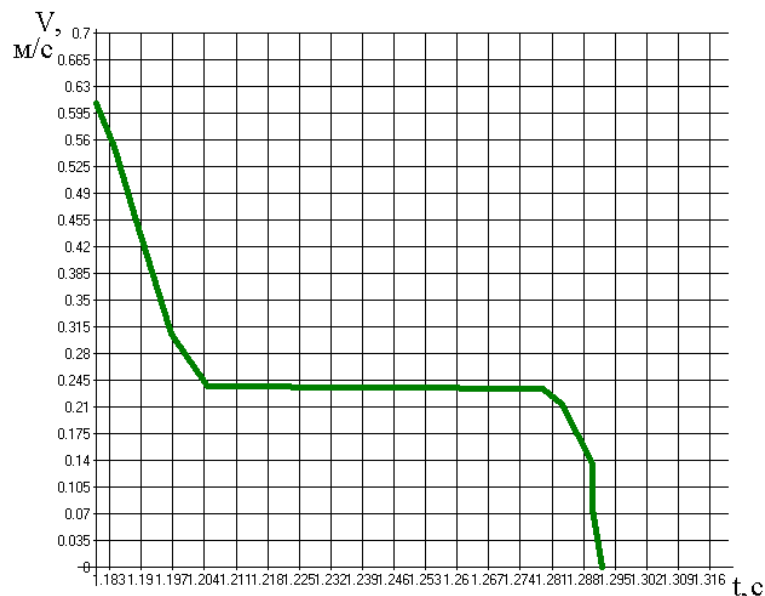


Рисунок 4 — График функции изменения скорости поршня во времени на участке демпфирования

Довольно большой временной интервал, порядка 0,07 с — это горизонтальный участок выстоя поршня, объясняется, очевидно, тем, что при резком увеличении силы сопротивления движению поршня при демпфировании, происходит кратковременное сжатие жидкости в полости демпфера, при этом резко повышается сила противодействия в полости опорожнения цилиндра, которая останавливает движение поршня гидроцилиндра до тех пор, пока не уменьшится давление в этой полости, и движение поршня возобновится с дальнейшим «ползучим» понижением скорости практически до нуля. На этом участке возможен также кратковременный отброс поршня назад по тем же причинам. Все это зависит от конструктивных размеров гидроцилиндра, полезной нагрузки и перемещаемых масс.

В некоторых задачах необходимо получить определенный закон торможения за заданный временной интервал. На рисунке 5 приведен график изменения скорости на участке торможения $V_T = f(t)$ при наперед заданном интервале $t = 1,36$ с.

Как видно из рисунка, торможение на этом участке происходит достаточно плавно, без резких скачков изменения скорости, что является положительным аспектом. Такой закон торможения получен апробацией в математической модели определенного ряда конструктивных геометрических параметров как демпфера, так и гидроцилиндра.

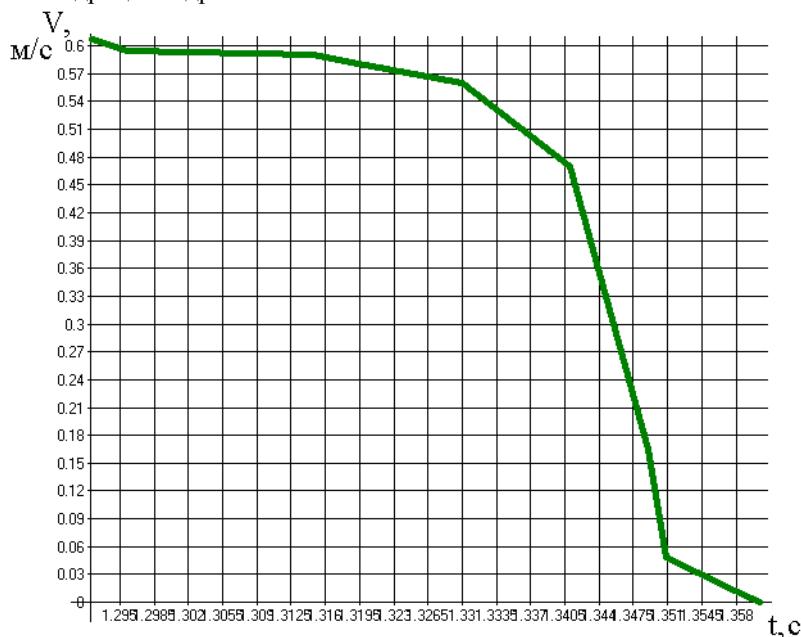


Рисунок 5 — График зависимости скорости $V_T = f(t_T)$ при заданном временном интервале

Недостатком описанного метода расчета динамических параметров линейного гидропривода является неопределенность коэффициента расхода в уравнениях (14), (15). Его численные значения редко приводятся в литературе, и их приходится определять приблизительно с помощью соотношения между коэффициентом μ и коэффициентом местного сопротивления, значения которого достаточно широко представлены в справочной литературе. При необходимости численные значения коэффициента μ можно определить экспериментально. В статье [5] описан достаточно простой метод определения этого коэффициента с помощью имитационной математической модели. Погрешность метода составляет менее 1%, что является достаточно хорошим результатом.

Приведенный в настоящей статье алгоритм расчета, и составленная на его основе имитационная математическая модель, будет полезна для практического использования, поскольку позволяет повысить во много раз точность расчета динамических параметров линейных гидравлических приводов при решении различного рода инженерных задач. В перспективе будет создана математическая модель по вышеизложенному алгоритму, которая позволит решить много инженерных задач в различных технологических процессах.

Библиографический список использованной литературы

1. Федорец В.А. Гидроприводы и гидропневмоавтоматика станков / В.А. Федорец, М.Н. Педченко. — К.: Вища школа, Головное изд-во, 1987. — 375 с.
2. Гамынин Н.С. Гидравлический привод систем управления / Н.С. Гамынин. — М.: Машиностроение, 1971. — 327 с.
3. Рабинович Е.З. Гидравлика / Е.З. Рабинович. — М.: Недра, 1974. — 296 с.

4. Холл Дж. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений / Дж. Холл, Дж. Уатт. — М.: Мир, 1979. — 287 с.

5. Карпов М.П. Выбор начальных условий в имитационной математической модели динамики линейного пневмопривода / М.П. Карпов, И.А. Иванов // Оптимизация производственных процессов: сб. науч. тр. — Севастополь, 2005. — Вып. 8. — С. 6–14.

Поступила в редакцию 6.10.2010 г.

Карпов М.П., Майстршин М.М. Математичний опис алгоритму динаміки лінійного гідроприводу з гальмуванням у кінці робочого ходу

Розглянуто питання математичного опису імітаційної моделі лінійного гідроприводу з гальмуванням у кінці ходу, а також з урахуванням стиснення робочого середовища.

Ключові слова: демпфер, гідропривід, дроселююча щілина, математична модель.

Karpov M.P., Maistrishin M.M. The mathematical description of the algorithm of dynamics of the linear hydrodrive with braking at the end of a working stroke

The research considers problems of the mathematical description of a simulation model with the linear hydraulic braking at the end of a stroke, as well as taking into account the compressibility of the working environment.

Keywords: hydraulic damper, hydraulic, throttle gap, the mathematical model.