

УДК 621.657

А.И. Бохонский, д-р техн. наук, профессор,**А.Н. Круговой, канд. техн. наук, доцент,****Д.А. Белоус, магистрант***Севастопольский национальный технический университет,**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: atpp_krugovoi@mail.ru***УПРАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА С УЧЕТОМ СОПРОТИВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЮ***Исследовано оптимальное управление частотой напряжения статорных обмоток асинхронного двигателя электропривода механотронного модуля.***Ключевые слова:** *асинхронный двигатель, оптимальное управление, вариационный метод.*

Общим вопросам теории электроприводов посвящена работа [1], в которой приведены основные уравнения движения и решены задачи регулирования кинематических параметров, а также момента электропривода.

Задачи оптимального управления электроприводами постоянного и переменного тока приведены в [2–4]; для различных типов электроприводов вариационными методами найдены оптимальные управления с учетом ограничений на нагрев.

В [5] с использованием систем аналитических вычислений вариационными методами решены характерные задачи оптимального управления электроприводами постоянного тока с учетом постоянного и переменного сопротивления вращению якоря и ограничения на нагрев.

Поиск оптимального управления электроприводами переменного тока (асинхронным двигателем, например) усложняются по сравнению с двигателями постоянного тока в связи с нелинейной зависимостью вращающего момента двигателя от параметра скольжения, и следовательно, от частоты напряжения статорных обмоток.

Цель работы – анализ оптимального управления частотой напряжения статорных обмоток при реализации оптимального переносного движения каретки с упругим объектом и поиск других типов управлений механотронным модулем (с использованием систем компьютерной алгебры).

Исходные аналитические зависимости для механотронного модуля с асинхронным двигателем

Внешний вид и расчетная схема механотронного модуля изображены на рисунке 1.

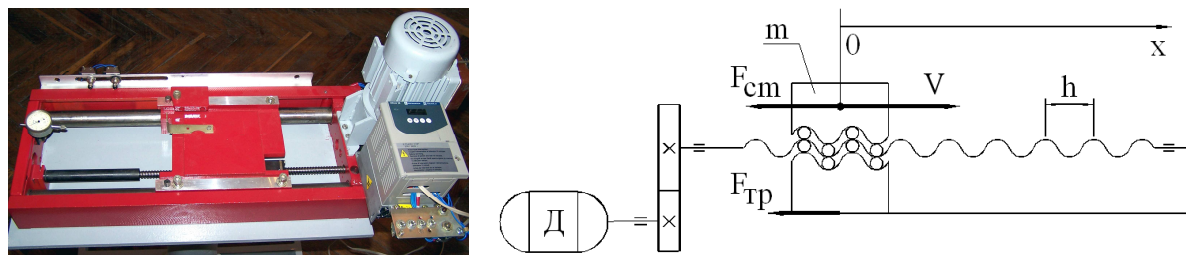


Рисунок 1 – Внешний вид и расчетная схема механотронного модуля

Дифференциальное уравнение асинхронного двигателя с учетом сопротивления вращению имеет вид

$$J \frac{d\omega}{dt} = M - M_c - k_1 \omega, \quad (1)$$

где M , M_c – активный момент двигателя и постоянный момент сопротивления, приведенные к валу двигателя; ω – частота вращения ротора двигателя; J – момент инерции всех элементов системы, приведенный к валу двигателя. Активный момент вычисляется следующим образом:

$$M = \frac{2M_\kappa}{\frac{s_\kappa}{s} + \frac{s}{s_\kappa}}. \quad (2)$$

Здесь M_k и S_k – критические значения момента и скольжения; $s = \frac{(\omega_0 - \omega)}{\omega_0}$ – скольжение, в котором $\omega_0 = \frac{2\pi f}{p}$ – синхронная частота; p – число пар полюсов двигателя; f – частота напряжений статорных обмоток (управляемая величина). При пренебрежении $\frac{s}{s_k}$ согласно [1] из (2) в области малых моментов сопротивления следует упрощенная зависимость $M = \frac{2M_k}{s_k} \cdot s$. Момент инерции, приведенный к валу двигателя, равен

$$J = J_d + J_1 + \frac{J_2}{i^2} + \frac{mv^2}{2\omega^2}, \quad (3)$$

где J_d – момент инерции вращающихся частей двигателя; J_1, J_2 – моменты инерции шестерен передачи; $i = \frac{D_2}{D_1}$ – передаточное число, где D_1 и D_2 – диаметры шестерен. Другие величины в (3) вычисляются так:

$$J_1 = \frac{m_1 r_1^2}{2}; \quad r_1 = \frac{D_1}{2}; \quad m_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} \cdot b \cdot \rho;$$

$$J_2 = \frac{m_2 r_2^2}{2}; \quad r_2 = \frac{D_2}{2}; \quad m_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} \cdot b \cdot \rho.$$

Здесь m_1, m_2 – массы шестерен; b – ширина шестерен; ρ – плотность материала шестерен. Линейная скорость каретки $v = \frac{\omega \cdot h}{i \cdot 2\pi}$, где h – шаг ходового винта.

Постоянный момент сопротивления, приведенный к валу электродвигателя, определяется как

$$M_c = \frac{(F_{cm} + F_{mp})v}{\eta \cdot \omega},$$

где $\eta = \eta_1 \cdot \eta_2$ – коэффициент полезного действия передач системы; F_{cm} – сила сопротивления, приложенная к каретке; $F_{mp} = f_{mp} \cdot mg$ – сила трения; f_{mp} – коэффициент трения скольжения.

1. Оптимальное переносное движение упругой системы

Переносное оптимальное движение упругой системы с одной степенью свободы предложено и исследовано в работе [5]. Например, перемещение упругой системы из исходного состояния покоя в конечное состояние абсолютного покоя может быть осуществлено согласно наиболее простой зависимости (для перемещения)

$$s_e = \frac{L}{2\pi} (p_1 t - \sin p_1 t),$$

где L – максимальное перемещение упругого объекта (в его переносном движении); $p_1 = \frac{2\pi}{T}$, T – общее время переносного движения, которое согласуется с периодом собственных колебаний перемещаемого упругого объекта [5]. Переносные скорость и ускорение соответственно равны:

$$v_e = \frac{L p_1}{2\pi} (1 - \cos p_1 t),$$

$$a_e = \frac{L p_1^2}{2\pi} \sin p_1 t.$$

Пример 1. Управление переносным движением для механической характеристики, принятой в виде (2).

После подстановки (2) в (1) и преобразований (с использованием Maple) получены два корня для ω_0 , т. е. и для f , один из которых соответствует физическому смыслу задания. В принятом выражении для корня содержится радикал, который при некоторых численных значениях исходных данных может приводить к комплексному числу, и на определенном участке функция при построении в вещественной области графиков будет терпеть разрыв.

Пример 2. Управление для упрощенной механической характеристики.

В [1] отмечено, что в результате пренебрежения влиянием электромагнитной инерции на асинхронный двигатель результирующий движущий момент (2) можно заменить упрощенным выражением

$$M = \frac{2M_K}{s_K} s = \frac{2M_K}{s_K} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right). \quad (4)$$

Хотя зависимость (4) остается нелинейной, после ее подстановки в (1) следует единственное решение для ω_0 , т.е.

$$\omega_0 = \frac{2M_K \omega}{s_K \left(\frac{2M_K}{s_K} - J \frac{d\omega}{dt} - M_c - k_1 \omega \right)}. \quad (5)$$

Выражение (5) исключает появление комплексного числа, а деление на нуль крайне редко и возможно только в некоторый момент времени. График функции $\omega_0 = \omega_0(t)$ не будет содержать разрывов и по своему физическому смыслу близок к графику, полученному в предыдущем случае.

Численные решения для обоих случаев выполнены при одинаковых исходных данных.

Исходные данные: $D_1 = 0,025 \text{ м}$; $D_2 = 0,05 \text{ м}$; $i = 2$; $\eta_1 = 0,98$; $\eta_1 = 0,8$; $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$; $h = 0,005 \text{ м}$; $m = 1,5 \text{ кг}$; $f_{mp} = 0,2$; $b = 0,005 \text{ м}$; $M_K = 0,715 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $k_1 = 0,001$; $k_1 = 0,001$; $\varphi_0 = \pi/2$; $L = 0,3 \text{ м}$; $T_0 = 0,5 \text{ с}$; $p_1 = 2\pi/T_0 \text{ с}^{-1}$; $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

На рисунке 2 (для $p = 4\pi \text{ с}^{-1}$) изображены графики перемещения $S_e(t)$, скорости $v_e(t)$, ускорения $a_e(t)$ каретки механотронного модуля. Такой закон движения, как показано в [5], обеспечивает оптимальное транспортирование объекта с одной степенью свободы.

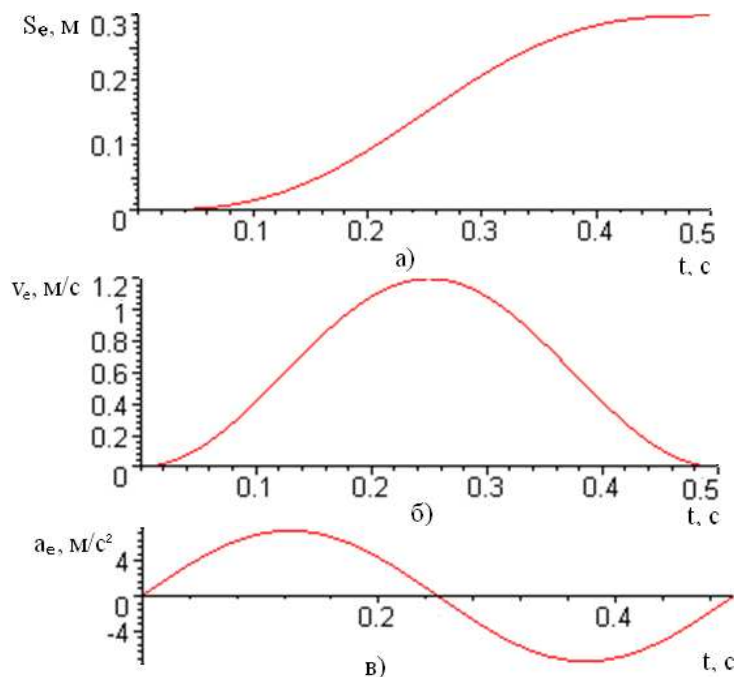


Рисунок 2 — Графики: а) перемещения, $S_e(t)$; б) скорости, $v_e(t)$; в) ускорения, $a_e(t)$

Из графиков (рисунок 3, а, б) следует, что при использовании исходной зависимости $M=M(\omega)$ без упрощения график имеет разрыв, т.е. на этом участке функция комплексная.

В случае упрощенной характеристики разрыв функции исключается и графики близки, т.е. практически совпадают.

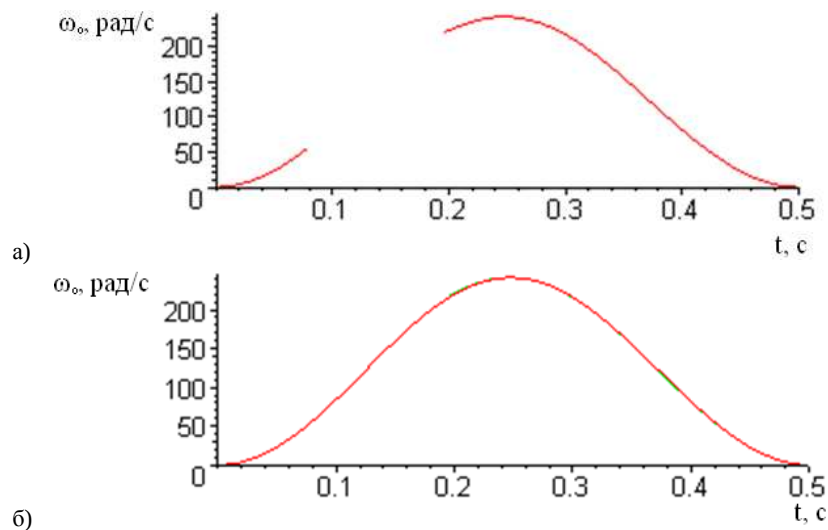


Рисунок 3 — Графики зависимостей: а) $\omega_0(t)$ – без упрощения характеристики;
б) $\omega_0(t)$ – при упрощенной характеристике

2. Задача управления частотой напряжения статорной обмотки при достижении заданного угла поворота

Найдем такой закон $\omega_0(t)$ (или $f(t) = \frac{\omega_0 p}{2\pi}$), при котором достигается заданный угол поворота ротора $J_1^* = \int_0^T \omega(t) dt = \varphi_0$ и обеспечивается минимум нормы движущего момента на валу

$J_2^* = \int_0^T M^2 dt = \min$. При решении задачи для M_0 используется упрощенная зависимость.

Для функционала

$$J^* = \int_0^T \left[\omega + \lambda \left(J \frac{d\omega}{dt} + M_c + k_1 \omega \right)^2 \right] dt$$

следует уравнение Эйлера

$$\frac{d^2 \omega}{dt^2} - k^2 \omega = B, \quad (6)$$

где $k^2 = \left(\frac{k_1}{J} \right)^2$, $B = -\frac{1}{2\lambda} + k_1 M_c$. С учетом нулевых начальных условий (при $t=0$, $\omega(0)=0$ и $\dot{\omega}(0)=0$) решение уравнения (6) имеет вид:

$$\omega(t) = \frac{B}{2k^2} (e^{kt} + e^{-kt} - 2). \quad (7)$$

После подстановки решения (7) в ограничения на угол поворота получено выражение для множителя Лагранжа:

$$\lambda = \frac{2kT_0 - e^{kT_0} + e^{-kT_0}}{k_1 M_c (e^{-kT_0} - e^{kT_0}) + 2k_1 M_c kT_0 - 2\varphi_0 J^2 k^3}.$$

Выражение для $\omega(t)$ находится из исходного уравнения (1)

$$\omega_0 = \frac{\beta_1 \omega}{\beta_1 - \left(J \frac{d\omega}{dt} + M_c + k_1 \omega \right)},$$

где $\beta_1 = \frac{2M_c}{s_k}$. Для принятых ранее исходных данных получена нелинейная зависимость $\omega_0 = \omega_0(t)$, имеющая вид параболы.

Задача максимального быстродействия

Найти синхронную частоту $\omega_0(t)$, при которой достигается максимальное быстродействие $J_1^* = \int_0^T dt = \min$, обрабатывается заданный угол поворота $J_2^* = \int_0^T \omega(t) dt = \varphi_0$ и выполняется ограничение на норму движущего момента $J_3^* = \int_0^T M^2 dt = E$.

Для функционала

$$J^* = \int_0^T \left[1 + \lambda_1 \omega + \lambda_2 \left(J \frac{d\omega}{dt} + M_c + k_1 \omega \right)^2 \right] dt$$

уравнение Эйлера после преобразований записывается следующим образом

$$\frac{d^2 \omega}{dt^2} - B \omega = D, \quad (8)$$

где $B = \left(\frac{k_1}{J} \right)^2$, $D = \frac{\lambda_0 + k_1 M_c}{J^2}$, $\lambda_0 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$.

Аналитическое решение неоднородного уравнения (8):

$$\omega(t) = \frac{D}{B^2} (e^{Bt} + e^{-Bt}) - \frac{1}{2}. \quad (9)$$

Из системы уравнений

$$J_2^* - \varphi_0 = 0; \quad J_3^* - E = 0 \quad (10)$$

находится множитель Лагранжа λ_0 и время оптимального движения T . После подстановки (9) в исходные дифференциальные уравнения и преобразований находится $\omega_0(t)$. При этом принято упрощенное выражение для момента на валу. Полученный закон изменения синхронной частоты может быть реализован с помощью частотного преобразователя, например, типа ALTIVAR.

Численный пример. В предыдущие исходные данные внесено изменение: принято $\varphi_0 = 4\pi$ рад;

ограничение на норму управляющего воздействия $\int_0^T M^2 dt = 0,02 \text{ Н}^2 \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}$.

Из системы уравнений (10), которая ввиду громоздкости здесь не приводится, с использованием функции *fsolve* получены корни $\lambda = 0,3497$; $T = 0,2534$ с.

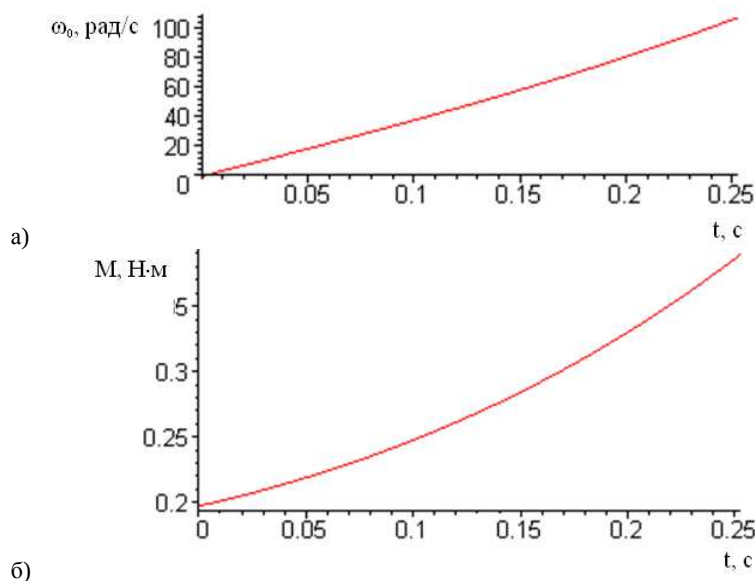


Рисунок 4 — Графики зависимости а) $\omega_0 = \omega_0(t)$; б) $M = M(t)$

На рисунке 4 изображены графики $\omega_0 = \omega_0(t)$ и $M = M(t)$. В данном случае достижение заданного угла поворота ротора за минимальное время обеспечивается почти линейным законом изменения напряжения статорных обмоток.

Выводы

1. Асинхронный двигатель при управлении частотой напряжения статорных обмоток обеспечивает реализацию оптимального переносного движения упругих систем (из исходного состояния абсолютного покоя за минимальное время).

2. Упрощенная аналитическая зависимость движущего момента от времени корректно и с достаточной для практики точностью отражает динамические свойства асинхронного двигателя и приводит к упрощению алгоритма поиска оптимального управления. Характеристика $M = M(\omega_0)$ применима при решении задач оптимального управления; она обеспечивает необходимую точность практических расчетов.

В дальнейшем предполагается проведение теоретических исследований в области оптимального управления новыми типами серводвигателей, а также практической реализации полученных оптимальных управлений.

Библиографический список использованной литературы

1. Ключев В.И. Теория электропривода: учебник для вузов / В.И. Ключев. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 560 с.
2. Петров Ю.П. Оптимальное управление электроприводами / Ю.П. Петров. — М.: Госэнергоиздат, 1961. — 187 с.
3. Петров Ю.П. Оптимальное управление электрическим приводом с учетом ограничений по нагреву / Ю.П. Петров. — М.: Энергия, 1971. — 144 с.
4. Бохонский А.И. Оптимальное управление электроприводом с учетом сопротивлений / А.И. Бохонский, А. Н. Круговой // Вестник СевНТУ. Серия: Механика, энергетика, экология: сб. науч. тр. — Севастополь: СевНТУ, 2010. — Вып. 110. — С. 123—127.
5. Бохонский А.И. Оптимальное управление переносным движением деформируемых объектов: теория и технические приложения / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, М.И. Мозолевский. — Севастополь: СевНТУ, 2007. — 296 с.

Поступила в редакцию 02.02.2011 г.

Бохонський О.І., Круговий О.М., Білоус Д.О. Управління електроприводом змінного струму з урахуванням опору рухові

Досліджено оптимальне управління частотою напруги статорних обмоток електродвигуна мехатронного модуля.

Ключові слова: асинхронний двигун, оптимальне управління, варіаційний метод.

Bokhonsky A.I., Krugovoi A.N., Bilous D.O. Optimal control of asynchronous machine with resistance to movement taken into consideration

Optimal control of the AC voltage frequency in the squirrel-cage asynchronous machine stator windings of a mechatronic mechanism is researched.

Keywords: the asynchronous machine; optimal control; variation methods.