

УДК 621.52

В.Я. Копп, профессор, д-р техн. наук,**Е.А. Волошина, ст. преподаватель,****Д.В. Заморонова, доцент, канд. техн. наук***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: fauna21@mail.ru***ТОЧНОСТЬ КООРДИНАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ**

Рассматриваются вопросы обеспечения точности координатных измерений на базе энтропийного анализа двухкоординатных измерений, моделируется вид двумерной плотности распределения случайных величин при известных первых и вторых центральных моментах.

Ключевые слова: *точность, координатное измерение, дифференциальная энтропия, координатная измерительная машина, погрешность, нормальный закон распределения.*

Анализ современных тенденций развития машиностроительного комплекса показал, что обеспечение качества выпускаемой продукции в современном производстве невозможно без гибких систем автоматизированного контроля. На машиностроительных предприятиях необходимо внедрять новые методы и средства контроля, в том числе наиболее эффективные на сегодняшний день координатные измерительные машины (КИМ), приборы и системы различных компоновок и типоразмеров. Положенный в основу работу КИМ координатный метод измерения является наиболее универсальным и может эффективно применяться для автоматизированного контроля широкой номенклатуры прецизионных деталей и инструментов.

Можно выделить два взаимосвязанных технических комплекса, необходимых для выполнения координатных измерений, которые указаны ниже.

1. Аппаратная часть – это комплекс из оборудования, на основе интегрированных мехатронных модулей (механические узлы, электронные компоненты, программное обеспечение низшего уровня), измерительных устройств, калибровочной и вспомогательной оснастки, которые обеспечивают получение массивов значений координат отдельных точек, принадлежащих контролируемым поверхностям детали. Качество проектных решений, точность изготовления и сборки измерительного оборудования напрямую влияют на величину погрешности определения координат измеряемых точек.

2. Программно-методическая часть – это, прежде всего, базовый комплекс информационно-методических материалов (стандарты, технические условия, эксплуатационная документация, методики выполнения измерений), интеллектуальных ресурсов (уровень подготовки, практический опыт и навыки инженеров-метрологов и операторов КИМ), математических моделей и алгоритмов для управления измерительным оборудованием, анализа измеренных данных и расчета заданных линейно-угловых параметров. Для эффективной реализации каждой составляющей базовой части комплекса применяют специализированное метрологическое программное обеспечение для координатных измерений.

Суммарная погрешность координатных измерений заданных размеров, отклонений формы и расположения поверхностей зависит не только от погрешностей определения координат измеряемых точек, но и от правильного выбора стратегии измерений (количество точек и их расположение на измеряемой поверхности), адекватности применяемых математических моделей и точности расчетных алгоритмов.

Интерес к более точной оценке погрешностей результатов измерений особо возрос в связи с тем, что современное дорогое быстродействующее оборудование, включая ЭВМ, измерительные информационные системы, измерительно-вычислительные комплексы, требует наиболее рационального его использования, что невозможно осуществить без должной оценки возникающих погрешностей. Без такой оценки невозможно и оптимальное или рациональное планирование измерений.

При оценке точностных свойств измерительных приборов из паспортных данных известны значения предельных погрешностей ($\pm a$), ($\pm b$) по соответствующим координатам во всём диапазоне измерения. При этом необходимо учитывать, что в пределах допустимых значений измеряемых величин точность средств измерений должна изменяться. Так в области середины поля допуска она может быть меньше, а по мере приближения к границам должна увеличиваться, чтобы уменьшить вероятность выхода за эти границы воспроизводимых величин.

Цель статьи. Чтобы получить достоверную информацию о том, что измеряемые величины находятся в допустимых пределах, необходимо уменьшить поле допуска этих величин на значение удвоенной предельной погрешности прибора. Однако это значительно сужает область допустимых значений, что усложняет в целом технологический процесс.

Число измерений, а значит, и объём снимаемой информации, должно быть минимально необходимым для обеспечения требуемой точности измерений; кроме того, оно зависит от значения измеряемой величины, находящейся в пределах поля допуска. Во всех случаях поле допуска следует снизить на величину δ , которая намного меньше допустимой погрешности прибора.

Величина δ и вероятность выхода результата измерения за границу поля допуска P_d задаются разработчиком, исходя из вида и устойчивости технологического процесса и метрологических характеристик средств измерения. По заданным δ и P_d определяется требуемое значение верности D . Вид двумерной плотности распределения выбирается из условия обеспечения максимума дифференциальной энтропии указанной случайной двухпараметрической величины, дисперсии которой равны Dx_z , Dy_z по соответствующим координатам. Далее по найденной плотности $P(x, y)$ определяется вероятность выхода результата измерения за границу поля допуска и сравнивается с заданным значением P_d . Если оно больше P_d , то D уменьшается и вновь решается указанная задача. Процесс продолжается до тех пор, пока не будет выполнено указанное условие. После того, как D найдено, определяется число повторных измерений $n = \sigma^2 / D$, где σ^2 – дисперсия средства измерений.

Из [1] известно, что двумерная плотность распределения подчиняется усеченному нормальному закону

$$P(x, y) = \frac{C}{2\pi\epsilon_x\epsilon_y\sqrt{1-\rho_{xy}^2}} \cdot e^{-\frac{1}{2\sqrt{1-\rho_{xy}^2}} \left[\frac{(x-m_x)^2}{\epsilon_x^2} - \frac{2\rho_{xy}(x-m_x)(y-m_y)}{\epsilon_x\epsilon_y} + \frac{(y-m_y)^2}{\epsilon_y^2} \right]}, \quad (1)$$

$$\text{где } C = \frac{2\pi\epsilon_x\epsilon_y\sqrt{1-\rho_{xy}^2}}{\int_{-b-a}^b \int_{-a}^a e^{-\frac{1}{2\sqrt{1-\rho_{xy}^2}} \left[\frac{(x-m_x)^2}{\epsilon_x^2} - \frac{2\rho_{xy}(x-m_x)(y-m_y)}{\epsilon_x\epsilon_y} + \frac{(y-m_y)^2}{\epsilon_y^2} \right]} dx dy}.$$

Таким образом, если случайная двухпараметрическая величина ограничена конечными пределами $(\pm a), (\pm b)$, то при заданных ее математических ожиданиях Mx_z , My_z ; дисперсиях Dx_z , Dy_z по соответствующим координатам и корреляционном моменте Kxy_z максимальную дифференциальную энтропию обеспечивает усеченный нормальный закон распределения этой случайной двухпараметрической величины, полученный из неусеченного, математические ожидания m_x , m_y и среднеквадратические отклонения ϵ_x , ϵ_y которого определяются из выражений:

$$Mx_z = \frac{C_1\sqrt{\pi}}{\epsilon_y C_{x2}\sqrt{\beta_x}} e^{w_{x1} - \frac{w_{x3}^2}{w_{x2}}} \left(\frac{\rho_{xy} e^{\frac{w_{x2}b^2 + \frac{w_{x3}^2}{w_{x2}}}}{2w_{x2}} (e^{2bw_{x3}} - e^{-2bw_{x3}}) - \frac{\sqrt{\pi}}{C_{x3}\sqrt{\beta_{x1}}} \left(\frac{\rho_{xy}w_{x3}}{w_{x2}} - w_x \right) \right) +$$

$$+ \frac{C_1\epsilon_x^2\sqrt{\pi}e^{\frac{w_{x6} - \frac{w_{x5}^2}{w_{x4}}}}{2K_x\sqrt{\beta_{x2}}C_{x4}} - \frac{C_1\epsilon_x^2\sqrt{\pi}e^{\frac{w_{x6} - \frac{w_{x7}^2}{w_{x4}}}}{2K_x\sqrt{\beta_{x2}}C_{x5}}; \quad (2)$$

$$My_z = \frac{C_1\sqrt{\pi}}{\epsilon_x C_{y2}\sqrt{\beta_y}} e^{w_{y1} - \frac{w_{y3}^2}{w_{y2}}} \left(\frac{\rho_{xy} e^{\frac{w_{y2}b^2 + \frac{w_{y3}^2}{w_{y2}}}}{2w_{y2}} (e^{2bw_{y3}} - e^{-2bw_{y3}}) - \frac{\sqrt{\pi}}{C_{y3}\sqrt{\beta_{y1}}} \left(\frac{\rho_{xy}w_{y3}}{w_{y2}} - w_y \right) \right) +$$

$$+ \frac{C_1\epsilon_y^2\sqrt{\pi}e^{\frac{w_{y6} - \frac{w_{y5}^2}{w_{y4}}}}{2K_y\sqrt{\beta_{y2}}C_{y4}} - \frac{C_1\epsilon_y^2\sqrt{\pi}e^{\frac{w_{y6} - \frac{w_{y7}^2}{w_{y4}}}}{2K_y\sqrt{\beta_{y2}}C_{y5}}; \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
Dx_3 = & C_1 M_{x_3}^2 - \frac{C_1 \gamma_{x1} \sqrt{\pi} \epsilon_x^2 e^{-w_{x9}}}{K_x \epsilon_y \sqrt{\beta_{x3}} C_{x6}} + \frac{C_1 \rho_{xy} \epsilon_x^2 e^{-w_{x9}}}{2K_x \epsilon_y} \left(\frac{\frac{K_x b^2 + K_x \tau_{x3}^2}{\epsilon_y^2} e^{\frac{2K_x b \tau_{x3}}{\epsilon_y^2}} - e^{\frac{-2K_x b \tau_{x3}}{\epsilon_y^2}}}{2K_x} - \frac{\tau_{x3} \sqrt{\pi}}{\sqrt{\beta_{x3}} C_{x6}} \right) - \\
& - \frac{C_1 \gamma_{x2} \sqrt{\pi} \epsilon_x^2 e^{-w_{x11}}}{K_x \epsilon_y \sqrt{\beta_{x3}} C_{x7}} - \frac{C_1 \rho_{xy} \epsilon_x^2 e^{-w_{x11}}}{2K_x \epsilon_y} \left(\frac{\frac{K_x b^2 + K_x \tau_{x4}^2}{\epsilon_y^2} e^{\frac{2K_x b \tau_{x4}}{\epsilon_y^2}} - e^{\frac{-2K_x b \tau_{x4}}{\epsilon_y^2}}}{2K_x} - \frac{\tau_{x4} \sqrt{\pi}}{\sqrt{\beta_{x3}} C_{x7}} \right) - \frac{\sqrt{\pi} C_1 \gamma_{x3} e^{\frac{w_{x1}}{w_{x2}} - \frac{w_{x3}^2}{w_{x2}}}}{\sqrt{\beta_{x1}} C_{x3}} - \\
& - C_1 \gamma_{x4} e^{\frac{w_{x1}}{w_{x2}} - \frac{w_{x3}^2}{w_{x2}}} \left(\frac{be}{2w_{x2}} \left(e^{2bw_{x3}} + e^{-2bw_{x3}} \right) + \frac{w_{x3} e^{\frac{w_{x2} b^2 + w_{x3}^2}{w_{x2}}}}{2w_{x2}^2} \left(e^{2bw_{x3}} - e^{-2bw_{x3}} \right) - \frac{\sqrt{\pi}}{2w_{x2} \sqrt{\beta_{x1}} C_{x3}} - \right. \\
& \left. - \frac{2w_{x3} e^{\frac{w_{x2} b^2 + w_{x3}^2}{w_{x2}}}}{2w_{x2}^2} \left(e^{2bw_{x3}} - e^{-2bw_{x3}} \right) + \frac{w_{x3}^2 \sqrt{\pi}}{w_{x2}^2 \sqrt{\beta_{x1}} C_{x3}} \right) - \\
& - C_1 \gamma_{x5} e^{\frac{w_{x1}}{w_{x2}} - \frac{w_{x3}^2}{w_{x2}}} \left(\frac{e}{2w_{x2}} \left(e^{2bw_{x3}} - e^{-2bw_{x3}} \right) - \frac{w_{x3} \sqrt{\pi}}{w_{x2} \sqrt{\beta_{x1}} C_{x3}} \right); \quad (4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Dy_3 = & C_1 M_{y_3}^2 - \frac{C_1 \gamma_{y1} \sqrt{\pi} \epsilon_y^2 e^{-w_{y9}}}{K_y \epsilon_x \sqrt{\beta_{y3}} C_{y6}} + \frac{C_1 \rho_{xy} \epsilon_y^2 e^{-w_{y9}}}{2K_y \epsilon_x} \left(\frac{\frac{K_y b^2 + K_y \tau_{y3}^2}{\epsilon_x^2} e^{\frac{2K_y b \tau_{y3}}{\epsilon_x^2}} - e^{\frac{-2K_y b \tau_{y3}}{\epsilon_x^2}}}{2K_y} - \frac{\tau_{y3} \sqrt{\pi}}{\sqrt{\beta_{y3}} C_{y6}} \right) - \\
& - \frac{C_1 \gamma_{y2} \sqrt{\pi} \epsilon_y^2 e^{-w_{y11}}}{K_y \epsilon_x \sqrt{\beta_{y3}} C_{y7}} - \frac{C_1 \rho_{xy} \epsilon_y^2 e^{-w_{y11}}}{2K_y \epsilon_x} \left(\frac{\frac{K_y b^2 + K_y \tau_{y4}^2}{\epsilon_x^2} e^{\frac{2K_y b \tau_{y4}}{\epsilon_x^2}} - e^{\frac{-2K_y b \tau_{y4}}{\epsilon_x^2}}}{2K_y} - \frac{\tau_{y4} \sqrt{\pi}}{\sqrt{\beta_{y3}} C_{y7}} \right) - \frac{\sqrt{\pi} C_1 \gamma_{y3} e^{\frac{w_{y1}}{w_{y2}} - \frac{w_{y3}^2}{w_{y2}}}}{\sqrt{\beta_{y1}} C_{y3}} - \\
& - C_1 \gamma_{y4} e^{\frac{w_{y1}}{w_{y2}} - \frac{w_{y3}^2}{w_{y2}}} \left(\frac{be}{2w_{y2}} \left(e^{2bw_{y3}} + e^{-2bw_{y3}} \right) + \frac{w_{y3} e^{\frac{w_{y2} b^2 + w_{y3}^2}{w_{y2}}}}{2w_{y2}^2} \left(e^{2bw_{y3}} - e^{-2bw_{y3}} \right) - \frac{\sqrt{\pi}}{2w_{y2} \sqrt{\beta_{y1}} C_{y3}} - \right. \\
& \left. - \frac{2w_{y3} e^{\frac{w_{y2} b^2 + w_{y3}^2}{w_{y2}}}}{2w_{y2}^2} \left(e^{2bw_{y3}} - e^{-2bw_{y3}} \right) + \frac{w_{y3}^2 \sqrt{\pi}}{w_{y2}^2 \sqrt{\beta_{y1}} C_{y3}} \right) - \\
& - C_1 \gamma_{y5} e^{\frac{w_{y1}}{w_{y2}} - \frac{w_{y3}^2}{w_{y2}}} \left(\frac{e}{2w_{y2}} \left(e^{2bw_{y3}} - e^{-2bw_{y3}} \right) - \frac{w_{y3} \sqrt{\pi}}{w_{y2} \sqrt{\beta_{y1}} C_{y3}} \right); \quad (5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{xy_3} = & \frac{C_1 \rho_{xy} \sqrt{\pi}}{\varepsilon_y C_{x2} \sqrt{\beta_x}} e^{\frac{w_{x1}}{w_{x2}} - \frac{w_{x3}^2}{w_{x2}}} \left[\frac{be}{2w_{x2}} \left(e^{2bw_{x3}} + e^{-2bw_{x3}} \right) + \frac{w_{x3} e}{2w_{x2}^2} \left(e^{2bw_{x3}} - e^{-2bw_{x3}} \right) - \right. \\
& \left. - \frac{\sqrt{\pi}}{2w_{x2} \sqrt{\beta_{x1}} C_{x3}} - \frac{2w_{x3} e}{2w_{x2}^2} \left(e^{2bw_{x3}} - e^{-2bw_{x3}} \right) + \frac{w_{x3}^2 \sqrt{\pi}}{w_{x2}^2 \sqrt{\beta_{x1}} C_{x3}} \right] + \\
& + \frac{C_1 w_x \sqrt{\pi}}{\varepsilon_y C_{x2} \sqrt{\beta_x}} e^{\frac{w_{x1}}{w_{x2}} - \frac{w_{x3}^2}{w_{x2}}} \left[\frac{e}{2w_{x2}} \left(e^{2bw_{x3}} - e^{-2bw_{x3}} \right) - \frac{w_{x3} \sqrt{\pi}}{w_{x2} \sqrt{\beta_{x1}} C_{x3}} \right] - C_1 M_{x_3} M_{y_3} + \frac{C_1 \varepsilon_x^2}{2K_x} e^{\frac{w_{x6}}{w_{x4}} - \frac{w_{x5}^2}{w_{x4}}} \times \\
& \times \left[\frac{e}{2w_{x4}} \left(e^{2bw_{x5}} - e^{-2bw_{x5}} \right) - \frac{w_{x5} \sqrt{\pi}}{w_{x4} \sqrt{\beta_{x2}} C_{x4}} \right] - \frac{C_1 \varepsilon_x^2}{2K_x} e^{\frac{w_{x6}}{w_{x4}} - \frac{w_{x7}^2}{w_{x4}}} \left[\frac{e}{2w_{x4}} \left(e^{2bw_{x7}} - e^{-2bw_{x7}} \right) - \frac{w_{x7} \sqrt{\pi}}{w_{x4} \sqrt{\beta_{x2}} C_{x5}} \right]; \quad (6)
\end{aligned}$$

где $C_1 = \frac{C}{2\pi \varepsilon_x \varepsilon_y \sqrt{1 - \rho_{xy}^2}}$;

а максимальное значение дифференциальной энтропии равно:

$$\begin{aligned}
H_{diff.MAX} = & -\ln C_1 + \frac{C_1 \gamma_{x1} \sqrt{\pi} \varepsilon_x^2 e^{-w_{x9}}}{2\sqrt{1 - \rho_{xy}^2} K_x \varepsilon_x^2 \varepsilon_y \sqrt{\beta_{x3}} C_{x6}} - \\
& - \frac{C_1 \rho_{xy} \varepsilon_x^2 e^{-w_{x9}}}{4\sqrt{1 - \rho_{xy}^2} K_x \varepsilon_x^2 \varepsilon_y} \left[\frac{K_x b^2 + K_x \tau_{x3}^2}{\varepsilon_y^2} \left(e^{\frac{2K_x b \tau_{x3}}{\varepsilon_y^2}} - e^{\frac{-2K_x b \tau_{x3}}{\varepsilon_y^2}} \right) - \frac{\tau_{x3} \sqrt{\pi}}{\sqrt{\beta_{x3}} C_{x6}} \right] + \\
& + \frac{C_1 \gamma_{x2} \sqrt{\pi} \varepsilon_x^2 e^{-w_{x11}}}{2\sqrt{1 - \rho_{xy}^2} K_x \varepsilon_x^2 \varepsilon_y \sqrt{\beta_{x3}} C_{x7}} + \frac{C_1 \rho_{xy} \varepsilon_x^2 e^{-w_{x11}}}{4\sqrt{1 - \rho_{xy}^2} K_x \varepsilon_x^2 \varepsilon_y} \left[\frac{K_x b^2 + K_x \tau_{x4}^2}{\varepsilon_y^2} \left(e^{\frac{2K_x b \tau_{x4}}{\varepsilon_y^2}} - e^{\frac{-2K_x b \tau_{x4}}{\varepsilon_y^2}} \right) - \frac{\tau_{x4} \sqrt{\pi}}{\sqrt{\beta_{x3}} C_{x7}} \right] + \\
& + \frac{C_1 \gamma_{x4} e}{2\sqrt{1 - \rho_{xy}^2} \varepsilon_x^2} e^{\frac{w_{x1}}{w_{x2}} - \frac{w_{x3}^2}{w_{x2}}} \left[\frac{be}{2w_{x2}} \left(e^{2bw_{x3}} + e^{-2bw_{x3}} \right) + \frac{w_{x3} e}{2w_{x2}^2} \left(e^{2bw_{x3}} - e^{-2bw_{x3}} \right) - \frac{\sqrt{\pi}}{2w_{x2} \sqrt{\beta_{x1}} C_{x3}} - \right. \\
& \left. - \frac{2w_{x3} e}{2w_{x2}^2} \left(e^{2bw_{x3}} - e^{-2bw_{x3}} \right) + \frac{w_{x3}^2 \sqrt{\pi}}{w_{x2}^2 \sqrt{\beta_{x1}} C_{x3}} \right] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{C_1 \gamma_{x5} e}{2\sqrt{1-\rho_{xy}^2 \epsilon_x^2}} e^{w_{x1} \frac{w_{x3}^2}{w_{x2}}} \left(\frac{e^{\frac{w_{x2} b^2 + w_{x3}^2}{w_{x2}}} (e^{2bw_{x3}} - e^{-2bw_{x3}})}{2w_{x2}} - \frac{w_{x3} \sqrt{\pi}}{w_{x2} \sqrt{\beta_{x1} C_{x3}}} \right) - \frac{m_x M x_3}{\sqrt{1-\rho_{xy}^2 \epsilon_x^2}} + \frac{m_x^2}{2\sqrt{1-\rho_{xy}^2 \epsilon_x^2}} + \\
& + \frac{C_1 \gamma_{y1} \sqrt{\pi} \epsilon_y^2 e^{-w_{y9}}}{2\sqrt{1-\rho_{xy}^2 K_y \epsilon_y^2 \epsilon_x \sqrt{\beta_{y3} C_{y6}}}} - \frac{C_1 \rho_{xy} \epsilon_y^2 e^{-w_{y9}}}{4\sqrt{1-\rho_{xy}^2 K_y \epsilon_y^2 \epsilon_x}} \left(\frac{\epsilon_x^2 e^{\frac{K_y b^2 + K_y \tau_{y3}^2}{\epsilon_y^2}}}{2K_y} \left(e^{\frac{2K_y b \tau_{y3}}{\epsilon_x^2}} - e^{-\frac{2K_y b \tau_{y3}}{\epsilon_x^2}} \right) - \frac{\tau_{y3} \sqrt{\pi}}{\sqrt{\beta_{y3} C_{y6}}} \right) + \\
& + \frac{C_1 \gamma_{y4} e}{2\sqrt{1-\rho_{xy}^2 \epsilon_y^2}} e^{w_{y1} \frac{w_{y3}^2}{w_{y2}}} \left(\frac{be}{2w_{y2}} \left(e^{\frac{w_{y2} b^2 + w_{y3}^2}{w_{y2}}} (e^{2bw_{y3}} + e^{-2bw_{y3}}) \right) + \frac{w_{y3} e}{2w_{y2}^2} \left(e^{2bw_{y3}} - e^{-2bw_{y3}} \right) - \frac{\sqrt{\pi}}{2w_{y2} \sqrt{\beta_{y1} C_{y3}}} - \right. \\
& \quad \left. - \frac{2w_{y3} e^{\frac{w_{y2} b^2 + w_{y3}^2}{w_{y2}}}}{2w_{y2}^2} \left(e^{2bw_{y3}} - e^{-2bw_{y3}} \right) + \frac{w_{y3}^2 \sqrt{\pi}}{w_{y2}^2 \sqrt{\beta_{y1} C_{y3}}} \right) + \\
& + \frac{C_1 \gamma_{y2} \sqrt{\pi} \epsilon_y^2 e^{-w_{y11}}}{2\sqrt{1-\rho_{xy}^2 K_y \epsilon_y^2 \epsilon_x \sqrt{\beta_{y3} C_{y7}}}} - \frac{C_1 \rho_{xy} \epsilon_y^2 e^{-w_{y11}}}{4\sqrt{1-\rho_{xy}^2 K_y \epsilon_y^2 \epsilon_x}} \left(\frac{\epsilon_x^2 e^{\frac{K_y b^2 + K_y \tau_{y4}^2}{\epsilon_y^2}}}{2K_y} \left(e^{\frac{2K_y b \tau_{y4}}{\epsilon_x^2}} - e^{-\frac{2K_y b \tau_{y4}}{\epsilon_x^2}} \right) - \frac{\tau_{y4} \sqrt{\pi}}{\sqrt{\beta_{y3} C_{y7}}} \right) + \\
& + \frac{C_1 \gamma_{y5} e}{2\sqrt{1-\rho_{xy}^2 \epsilon_y^2}} e^{w_{y1} \frac{w_{y3}^2}{w_{y2}}} \left(\frac{e^{\frac{w_{y2} b^2 + w_{y3}^2}{w_{y2}}} (e^{2bw_{y3}} - e^{-2bw_{y3}})}{2w_{y2}} - \frac{w_{y3} \sqrt{\pi}}{w_{y2} \sqrt{\beta_{y1} C_{y3}}} \right) - \frac{m_y M y_3}{\sqrt{1-\rho_{xy}^2 \epsilon_y^2}} + \frac{m_y^2}{2\sqrt{1-\rho_{xy}^2 \epsilon_y^2}} + \\
& + \frac{C_1 \rho_{xy}^2 \sqrt{\pi}}{\sqrt{1-\rho_{xy}^2 \epsilon_y^2 \epsilon_x C_{x2} \sqrt{\beta_x}}} e^{w_{x1} \frac{w_{x3}^2}{w_{x2}}} \left(\frac{be}{2w_{x2}} \left(e^{\frac{w_{x2} b^2 + w_{x3}^2}{w_{x2}}} (e^{2bw_{x3}} + e^{-2bw_{x3}}) \right) + \frac{w_{x3} e}{2w_{x2}^2} \left(e^{2bw_{x3}} - e^{-2bw_{x3}} \right) - \right. \\
& \quad \left. - \frac{\sqrt{\pi}}{2w_{x2} \sqrt{\beta_{x1} C_{x3}}} - \frac{2w_{x3} e^{\frac{w_{x2} b^2 + w_{x3}^2}{w_{x2}}}}{2w_{x2}^2} \left(e^{2bw_{x3}} - e^{-2bw_{x3}} \right) + \frac{w_{x3}^2 \sqrt{\pi}}{w_{x2}^2 \sqrt{\beta_{x1} C_{x3}}} \right) - \frac{\rho_{xy} m_y M x_3}{\sqrt{1-\rho_{xy}^2 \epsilon_x \epsilon_y}} + \\
& + \frac{\sqrt{\pi} C_1 \gamma_{x3} e}{2\sqrt{1-\rho_{xy}^2 \epsilon_x^2 \sqrt{\beta_{x1} C_{x3}}}} e^{w_{x1} \frac{w_{x3}^2}{w_{x2}}} - \frac{\rho_{xy} C_1 w_x \sqrt{\pi}}{\sqrt{1-\rho_{xy}^2 \epsilon_y^2 \epsilon_x C_{x2} \sqrt{\beta_x}}} e^{w_{x1} \frac{w_{x3}^2}{w_{x2}}} \left(\frac{e^{\frac{w_{x2} b^2 + w_{x3}^2}{w_{x2}}} (e^{2bw_{x3}} - e^{-2bw_{x3}})}{2w_{x2}} - \frac{w_{x3} \sqrt{\pi}}{w_{x2} \sqrt{\beta_{x1} C_{x3}}} \right) + \frac{\rho_{xy} m_x M y_3}{\sqrt{1-\rho_{xy}^2 \epsilon_x \epsilon_y}} + \\
& + \frac{\sqrt{\pi} C_1 \gamma_{y3} e}{2\sqrt{1-\rho_{xy}^2 \epsilon_y^2 \sqrt{\beta_{y1} C_{y3}}}} e^{w_{y1} \frac{w_{y3}^2}{w_{y2}}} + \frac{\rho_{xy} C_1 \epsilon_x^2}{2\sqrt{1-\rho_{xy}^2 \epsilon_x \epsilon_y K_x}} e^{w_{x6} \frac{w_{x5}^2}{w_{x4}}} \left(\frac{e^{\frac{w_{x4} b^2 + w_{x5}^2}{w_{x4}}} (e^{2bw_{x5}} - e^{-2bw_{x5}})}{2w_{x4}} - \frac{w_{x5} \sqrt{\pi}}{w_{x4} \sqrt{\beta_{x2} C_{x4}}} \right) + \\
& + \frac{C_1 \gamma_{y1} \sqrt{\pi} \epsilon_y^2 e^{-w_{y9}}}{2\sqrt{1-\rho_{xy}^2 K_y \epsilon_y^2 \epsilon_x \sqrt{\beta_{y3} C_{y6}}}} - \frac{\rho_{xy} C_1 \epsilon_x^2}{2\sqrt{1-\rho_{xy}^2 \epsilon_x \epsilon_y K_x}} e^{w_{x6} \frac{w_{x7}^2}{w_{x4}}} \left(\frac{e^{\frac{w_{x4} b^2 + w_{x7}^2}{w_{x4}}} (e^{2bw_{x7}} - e^{-2bw_{x7}})}{2w_{x4}} - \frac{w_{x7} \sqrt{\pi}}{w_{x4} \sqrt{\beta_{x2} C_{x5}}} \right).
\end{aligned}$$

Выражения для введенных замен постоянных коэффициентов в виду громоздкости в статье не приводятся.

Результаты моделирования величины $P(x, y)$ с использованием (1) при следующих параметрах $\mu_{11}[x, y] = 0,1$ $\sigma_x^2 = 0,15$ $\sigma_y^2 = 0,2$ ($\lambda_2 = 94,9395$, $\lambda_3 = -4,66$, $\lambda_4 = -3,4045$) показаны на рисунке 1.

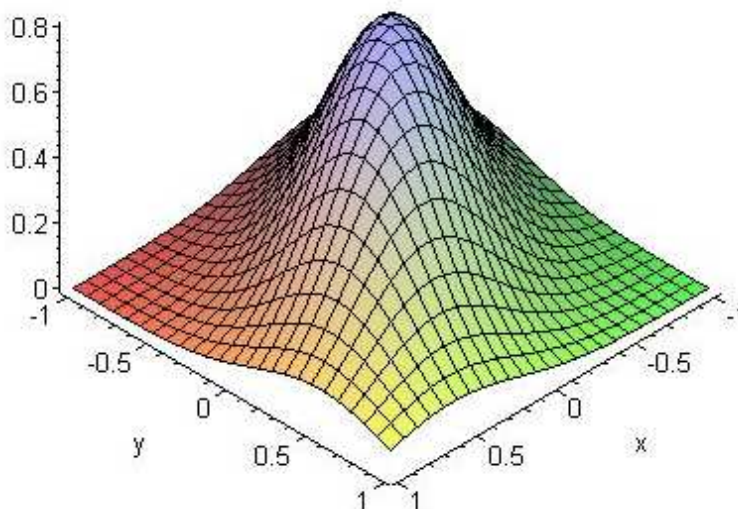


Рисунок 1 – Результаты моделирования величины $P(x, y)$

В дальнейшем планируется обобщить энтропийный подход и разработать основанную на нем методику определения минимального числа повторных двухкоординатных измерений на примере работы с координатно-измерительной машиной, удовлетворяющих требуемым условиям точности.

Бібліографічний список використаної літератури

1. Копп В.Я. Анализ двухкоординатных измерений / В.Я. Копп, Е.А. Волошина // Оптимизация производственных процессов: сб. науч. тр. — Севастополь, 2010. — Вып. 12. — С. 31–38.
2. Копп В.Я. Определение граничной оценки числа многократных двухпараметрических измерений на основе анализа дифференциальной энтропии / В.Я. Копп // Вестник СевГТУ: сб. науч. тр. — Севастополь, 2007. — Вып. 83. — С. 168–171.

Поступила в редакцию 01.03.2011 г.

Копп В.Я., Волошина О.О., Заморьонова Д.В. Точність координатних вимірювань

У статті розглядаються питання забезпечення точності координатних вимірювань на базі ентропійного аналізу двохкоординатних вимірювань, моделюється вигляд двовірної щільності розподілу випадкових величин за умови, що відомі перші і другі центральні моменти.

Ключові слова: точність, координатне вимірювання, диференційна ентропія, координатна вимірювальна машина, похибка, нормальний закон розподілу.

Kopp V.Ya., Voloshina E.A., Zamoryonova D.V. Coordinate measurements accuracy

The article discusses issues of coordinate measurements accuracy based on the entropic analysis of two-coordinate measurements, simulated view of two-dimensional density distribution of random variables with known first and second central moments.

Keywords: accuracy, coordinate measurement, differential entropy, coordinate measurement machine, inaccuracy, normal distribution.