

УДК 004.94

**А.В. Фурсенко, магистр,****Ю.В. Сосновский, доцент, канд. техн. наук***Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского**г. Симферополь, Украина**E-mail: alex@tnu.edu.ua***ОПТИМИЗАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬЮ УЗЛА КОРПОРАТИВНОЙ СЕТИ С НЕОДНОРОДНОЙ НАГРУЗКОЙ**

*Рассмотрен узел корпоративной сети в системе с несколькими типами входящих заявок и дополнительной нагрузкой при их смене. Формализована и аналитически решена задача расчёта потерь в данной системе для описанной политики штрафов. Построена таблица поддержки принятия решений для выбора производительности в условиях неопределённости.*

**Ключевые слова:** узел корпоративной сети, поддержка принятия решений, расчет потерь.

В настоящее время компьютерные сети получили широкое распространение и являются основой большинства информационных систем. Экономическая составляющая обоснованности научных исследований в этой области знаний велика, так как от качества информационных систем, используемых на предприятии, напрямую зависит его процветание и конкурентоспособность.

Сложность вычислительных систем стремительно возрастает, особенно это касается корпоративных сетей (КС). В таких сетях эффективность построения компонентов крайне важна, так как это непосредственным образом влияет на производительность всей системы в целом. Одно из направлений их развития — разработка и внедрение распределённых систем, требующее больших экономических затрат. С другой стороны, повышение производительности существующих систем имеет свои резервы в области оптимизации и повышения эффективности их функционирования.

Поэтому возникает задача повышения эффективности работы распределённых систем. В работе [1] рассмотрены основные преимущества и недостатки подобных систем, к которым относятся КС.

Работа современных сетей часто является нестационарной. С течением времени могут изменяться как параметры потоков данных, так и характеристики системы. Таким образом, для решения задачи повышения эффективности функционирования подобных систем целесообразно провести их декомпозицию, рассмотреть функционирование элементарных подсистем, постепенно включая в рассмотрение всё большие части сети.

Одной из особенностей работы является рассмотрение узла, как составляющей КС, и, как следствие, поиск стратегии управления при возможности изменения характеристик как самого узла, так и характеристик входных потоков данных. Создание модели узла на основе изложенной позиции целесообразно с точки зрения дальнейшего рассмотрения совокупности управляемых узлов и выработки эффективной дисциплины управления ими с учётом выбранного критерия оценки эффективности функционирования КС.

Узел КС целесообразно рассматривать как систему массового обслуживания (СМО) с ожиданиями, на вход которой поступает несколько входных потоков заявок. Простейший узел КС представим как одноканальная система массового обслуживания, на вход которой поступают заявки  $N$  типов. Его структурная схема изображена на рисунке 1.

Рассмотрение данной СМО проводится со следующими допущениями:

- 1) заявки в системе ожидают обслуживания в очереди ( $Q$ ) без ограничения по времени и по длине очереди;
- 2) эффективность функционирования системы характеризуется величиной потерь, возникающих при простое обслуживающего процессора без нагрузки, а также при пребывании заявок в очереди;
- 3) входящие заявки каждого из типов образуют простейший поток с интенсивностями  $\lambda_n$  ( $n \in 1, \dots, N$ ;  $\lambda_n \in \mathbb{R}$ , где  $\mathbb{R}$  — множество рациональных чисел,  $\lambda_n > 0$ );
- 4) с каждой поступающей в систему заявкой с номером  $i \in \mathbb{N}$  связаны две случайные величины:  $q_i$  — штраф, начисляемый за единицу времени пребывания в системе  $i$ -ой заявки ( $q_i \in \mathbb{R}$ ,  $q_i > 0$ ), выражаемый в условных единицах в единицу времени и  $r_i$  — ресурсоёмкость заявки, количество элементарных операций, которые необходимо выполнить процессору для её обслуживания ( $r_i \in \mathbb{R}$ ,  $r_i > 0$ );

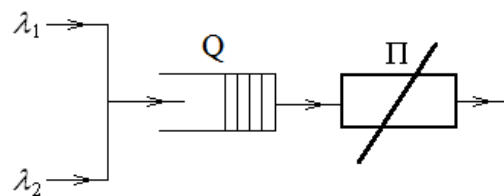


Рисунок 1 – Структурная схема процесса обработки заявок СМО при  $N = 2$

- 5) случайные величины  $\{q_i\}$  и  $\{r_i\}$  имеют функции распределения общего вида с математическими ожиданиями  $Q_n$  ( $Q_n \in \mathfrak{R}$ ,  $Q_n > 0$ ) и  $R_n$  ( $R_n \in \mathfrak{R}$ ,  $R_n > 0$ ) для заявок  $n$ -го типа ( $n \in 1, \dots, N$ );
- 6) при смене типа обслуживаемых заявок с  $j$  на  $k$ , процессор производит дополнительные операции ресурсоёмкостью  $R_{j,k} = R_{k,j} = R_{II}$ ,  $\forall j \neq k$ ,  $\forall j \in 1, \dots, N$ ,  $\forall k \in 1, \dots, N$ ,  $R_{II} \in \mathfrak{N}$ ,  $R_{II} \geq 0$ ;
- 7) заявки обрабатываются в соответствии с дисциплиной FIFO (порядке поступления в систему);
- 8)  $\nu$  – производительность процессора (П) ( $\nu \in \mathfrak{R}$ ,  $\nu > 0$ ) – количество операций, выполняемых в единицу времени.

Основной целью исследования является разработка математического аппарата для минимизации потерь в данной СМО с помощью выбора наиболее эффективной производительности процессора. Потери в системе рассматриваются в расчете на одну заявку и являются аддитивной функцией двух слагаемых, зависящих от производительности процессора ( $\nu$ )

$$W(\nu) = W_t(\nu) + W_p(\nu),$$

где  $W_p(\nu)$  – потери, вызванные пребыванием заявок в очереди,  $W_t(\nu)$  – потери, обусловленные простоем процессора без нагрузки. Выполнение процессором операций по смене типа обслуживаемых заявок занимает определённое время и не считается полезным, следовательно, за это время начисляется штраф аналогичный штрафу за простой процессора.

Таким образом, задача минимизации потерь в системе сводится к поиску области эффективных значений производительности процессора  $\nu$ , в рамках которой минимизируется функция потерь  $W(\nu)$ , которую выберем в качестве целевой функции:

$$W(\nu) \rightarrow \min, \quad \nu > 0.$$

Учитывая, что время обслуживания заявок в системе определяется их ресурсоёмкостью, имеющей распределение общего вида, узел КС может рассматриваться по классификации Кендалла как система массового обслуживания типа M/G/1.

Дополнительная нагрузка на узел, возникающая при смене типов обслуживаемых заявок, учитывается как произведение среднего количества переключений на одну заявку и ресурсоёмкости одного переключения. Полученная величина определяет дополнительную нагрузку на узел в среднем на одну заявку:

$$R'_{II} = 2R_{II} \frac{\sum_{i \neq k} (\lambda_i \lambda_k)}{\left( \sum_{n=1}^N \lambda_n \right)^2}.$$

Тогда, увеличив среднюю ресурсоёмкость заявок в системе на данную величину, учтём затраты процессорных ресурсов на переключение. Это даёт возможность перейти к рассмотрению более простой модели системы, в которой смена типов обслуживаемых заявок не требует ресурсов. Таким образом, средняя ресурсоёмкость заявок  $n$ -ого типа равна:

$$R'_n = R_n + R'_{II} = R_n + 2R_{II} \frac{\sum_{i \neq k} (\lambda_i \lambda_k)}{\left( \sum_{k=1}^N \lambda_k \right)^2}, \quad n = 1, \dots, N.$$

Важной характеристикой систем массового обслуживания является условие существования установившегося режима. Данным условием для любой системы массового обслуживания является  $\rho < 1$ , где  $\rho$  – коэффициент использования системы ( $\rho \in [0; 1)$ ). Для рассматриваемого узла КС, при указанных допущениях, условие существования установившегося режима примет следующий вид:

$$\frac{\sum_{n=1}^N \lambda_n R'_n}{\nu} < 1.$$

Это условие определяет значение критической производительности процессора  $v_{kp}$ , дальнейшее снижении которой, переводит систему в нестационарный режим работы

$$v_{kp} = \sum_{n=1}^N \lambda_n R'_n = \sum_{n=1}^N \lambda_n R_n + 2R_{II} \frac{\sum_{i \neq k} (\lambda_i \lambda_k)}{\sum_{n=1}^N \lambda_n}. \quad (1)$$

Тогда коэффициент использования системы примет вид  $\rho = \frac{v_{kp}}{v}$ , или, учитывая (1),

$$\rho = \frac{\sum_{n=1}^N \lambda_n R_n}{v} + \frac{2R_{II}}{v} \frac{\sum_{i \neq k} (\lambda_i \lambda_k)}{\sum_{n=1}^N \lambda_n},$$

где первое слагаемое – нагрузка, вызванная обработкой входных потоков заявок, второе слагаемое – нагрузка на систему, определяемая затратами процессорных ресурсов при смене типов обслуживаемых заявок  $\rho_{II}$ :

$$\rho_{II} = \frac{2R_{II}}{v} \frac{\sum_{i \neq k} (\lambda_i \lambda_k)}{\sum_{n=1}^N \lambda_n}.$$

Функцию потерь, которые вызваны простоем процессора без нагрузки, определим как

$$W_p(v) = C \cdot \left(1 - \frac{\sum_{n=1}^N \lambda_n R_n}{v}\right),$$

где  $C$  – коэффициент пропорциональности, определяющий накладные расходы на оборудование, ( $C > 0$ ).

Составляющую потерь, вызванную пребыванием заявок в очереди, получим, используя формулу Поллачека-Хинчина для длины очереди систем  $M/G/1$  и формулу Литтла для времени пребывания заявок в очереди. Тогда математическое ожидание величины потерь в расчёте на одну заявку можно найти по формуле

$$W(v) = \frac{\sum_{n=1}^N \lambda_n Q_n}{\left(\sum_{n=1}^N \lambda_n\right)^2} \frac{v_{kp}}{v} \frac{(v^2 + \varepsilon^2 - 2) + 2}{2\left(\frac{v}{v_{kp}} - 1\right)} + \left(1 - \frac{\sum_{n=1}^N \lambda_n R_n}{v}\right) C, \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  и  $v$  – коэффициенты вариации времён прихода и обслуживания заявок соответственно.

Выражение (2), определяющее вид целевой функции потерь, является критерием эффективности работы системы при выбранной политике штрафов и позволяет находить оптимальную производительность процессора.

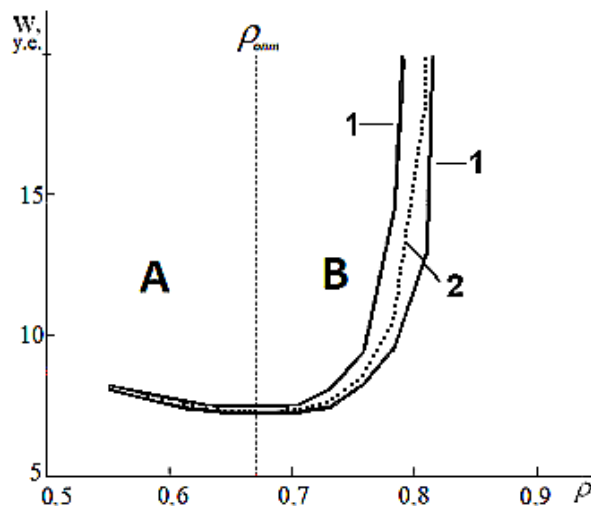
Для анализа работы узла КС при текущих ограничениях и проверки полученных аналитических выражений была создана имитационная модель рассматриваемой системы с использованием сред компьютерного моделирования «GPSS World» и «AnyLogic». Результаты, полученные при реализации в различных системах моделирования, сравнивались с результатами аналитического расчёта для проверки разработанных моделей. Данное сравнение выявило статистическую однородность полученных результатов.

График зависимости потерь от нагрузки на систему ( $\rho$ ), полученный в результате имитационного и аналитического моделирования, изображён на рисунке 2. Параметры моделируемой системы представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Параметры исследуемой системы

| $\lambda_1$ | $\lambda_2$ | $R_1$ | $R_2$ | $Q_1$ , е.ш. | $Q_2$ , е.ш. |
|-------------|-------------|-------|-------|--------------|--------------|
| 1           | 2           | 3,2   | 2,0   | 1,5          | 1,5          |

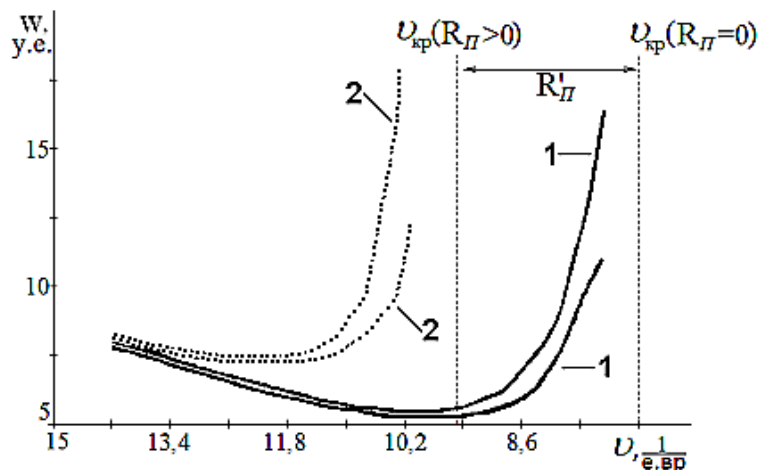
Для зависимостей, приведённых на рисунке 2, характерны два различных участка. На участке **A** происходит снижение потерь при повышении нагрузки на систему в результате уменьшения времени простоя процессора, при этом увеличение потерь, вызванное пребыванием заявок в системе незначительно. При дальнейшем увеличении нагрузки (участок **B**) происходит противоположное: уменьшение потерь из-за простоя процессора, становится малозначимым и нивелируется значительным увеличением потерь, вызванных ожиданием заявок, связанным с увеличением средней длины очереди.

Рисунок 2 – Зависимость потерь ( $W$ ) в системе от коэффициента использования ( $\rho$ ):

- 1 – потери в имитационной модели (границы 95 % процентного доверительного интервала);  
2 – потери, рассчитанные аналитически по формуле (2)

Локальный экстремум целевой функции, находящийся в области объединения этих двух участков, является минимумом потерь в системе. Значение производительности процессора, соответствующее экстремуму функции, является оптимальной производительностью процессора, которая определяется параметрами системы и выбранной политикой штрафов.

На рисунке 3 показаны границы 95 % доверительного интервала средней величины потерь в зависимости от производительности процессора для двух различных значений дополнительной нагрузки  $R_{II}$ , полученные в результате имитационного моделирования. Следует отметить, что для наглядности сравнения, направление горизонтальной оси (производительность) изменено на противоположное, что связано с обратно пропорциональной зависимостью между производительностью ( $\nu$ ) и коэффициентом использования ( $\rho$ ).

Рисунок 3 – Зависимость потерь в имитационной модели от производительности процессора (границы 95 % доверительного интервала) при: 1 —  $R_{II} = 0$ ; 2 —  $R_{II} = 1$

Полученное аналитическое выражение (2) может быть использовано для поиска оптимальной производительности узла КС в условиях неопределённости. В таблице 2 представлены результаты расчётов целевой функции потерь при некотором наборе дискретных значений нагрузки на систему и наборе возможных значений производительности узла. В качестве критериев принятия решения в условиях неопределённости использованы принцип максимина (ПМ), критерий Сэвиджа (КС) и критерий Гурвица (КГ), а символом  $\otimes$  обозначено оптимальное, в рамках данного критерия, значение производительности узла. Для сокращения записи в таблице, как объединённая характеристика нагрузки на систему, использовано значение  $v_{кр}$ .

Таблица поддержки принятия решений (таблица 2) позволяет выбрать наиболее эффективную производительность узла. Из анализа таблицы следует, что оптимальное значение производительности при заданных параметрах системы и выбранной политике штрафов не совпадает для различных критериев принятия решения. При применении критерия Гурвица с помощью изменения коэффициента «пессимизма-оптимизма» ( $\alpha$ ) лицо, принимающее решение, имеет возможность управлять выбором оптимальной производительности.

Таблица 2 – Выбор оптимальной производительности СМО в условиях неопределённости

| $v$  | $v_{кр} = 3,6$ | $v_{кр} = 3,96$ | $v_{кр} = 4,32$ | $v_{кр} = 4,68$ | $v_{кр} = 5,04$ | Критерий<br>принятия решений |           |                          |
|------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------------------|-----------|--------------------------|
|      |                |                 |                 |                 |                 | ПМ                           | КС        | КГ                       |
| 5,22 | 10,31          | 10,78           | 11,34           | 13,41           | 30,48           |                              |           |                          |
| 5,4  | 10,68          | 11,17           | 11,55           | 12,49           | 17,74           |                              |           |                          |
| 5,58 | 11,05          | 11,60           | 11,93           | 12,38           | 14,48           |                              | $\otimes$ | $\otimes (\alpha = 0)$   |
| 5,76 | 11,41          | 12,04           | 12,39           | 12,64           | 13,52           |                              |           | $\otimes (\alpha = 0,5)$ |
| 5,94 | 11,77          | 12,49           | 12,90           | 13,09           | 13,43           | $\otimes$                    |           | $\otimes (\alpha = 1)$   |
| 6,12 | 12,12          | 12,93           | 13,42           | 13,62           | 13,74           |                              |           |                          |
| 6,3  | 12,46          | 13,37           | 13,95           | 14,21           | 14,25           |                              |           |                          |

В работе рассмотрен узел КС в системе с дополнительной нагрузкой при смене типов заявок. Формализована и аналитически решена задача расчёта потерь в системе с несколькими типами входящих заявок и дополнительной нагрузкой при их смене для описанной политики штрафов. Модель позволяет аналитически рассчитать минимальную производительность процессора, при которой система ещё работает в установившемся режиме. Построена таблица поддержки принятия решений для выбора производительности в условиях неопределённости, предоставляющая лицу, принимающему решение, возможность управления принятием решения.

Сравнение разработанной стратегии с общепринятыми методами выбора производительности узла КС демонстрирует её эффективность.

В качестве примера рассмотрим ситуацию принятия решений в условиях неопределённости, которая описывается следующим образом (таблица 2). Известно, что возможная нагрузка на систему представляет собой набор дискретных значений  $v_{кр} \in (3,6, \dots, 5,04)$ . Для установки в узел доступно несколько процессоров с производительностями  $v \in (5,22, \dots, 6,3)$ . В соответствии с традиционными методами принятия решений по выбору производительности, исходя из уровня нагрузки на устройство обработки данных, для узла будет выбрана максимально доступная производительность  $v = 6,3$ , которая в текущих условиях обеспечивает функционирование системы с коэффициентом использования  $\rho < 0,8$ .

Используя предлагаемый метод поиска оптимальной производительности, следует выбрать узел с  $v = 5,76$  (критерий ПР Гурвица,  $\alpha = 0,5$ ). Это приведёт к экономии ресурсов на 10 % при установке менее производительного процессора, а также обеспечивает уменьшение потерь примерно на 10 % в процессе работы системы.

В дальнейших исследованиях предполагается рассмотреть аналитическое решение задачи выбора наиболее эффективной производительности процессора, влияние различных типов распределений параметров входящих потоков заявок на потери в системе и, как следствие, на оптимальную производительность.

**Библиографический список использованной литературы**

1. Скатков А.В. Распределенные системы: структурный анализ, классификация, экстремальные задачи на графах / А.В. Скатков, Д.Ю. Воронин, Д.Н. Данильчук // Вестник Хмельницкого национального университета. — 2007. — Т. 1 (93). — № 3. — С. 77–82.
2. Воронин Д.Ю. Системотехнический анализ процессов диспетчеризации в распределенных вычислительных системах / Д.Ю. Воронин // Вестник СевГТУ: сб. науч. тр. — Севастополь, 2008. — Вип. 93. — С. 38–42.
3. Скатков А.В. Имитационная модель поддержки принятия решений по управлению ортогональной коммутационной сетью / А.В. Скатков, Д.Ю. Воронин, Д.Н. Данильчук // Вестник СевГТУ: сб. науч. тр. — Севастополь, 2006. — Вип. 74. — С. 27–37.

*Поступила в редакцию 26.05.2011 г.*

**Фурсенко О.В., Сосновський Ю.В. Оптимізаційна модель управління продуктивністю вузла корпоративної мережі з неоднорідним навантаженням**

Розглянуто вузол корпоративної мережі у системі з декількома типами вхідних заявок та додатковим навантаженням під час їхньої зміни. Формалізована й аналітично розв'язана задача розрахунку втрат у даній системі для описаної політики штрафів. Побудовано таблицю підтримки прийняття рішень для вибору продуктивності в умовах невизначеності.

**Ключові слова:** вузол корпоративної мережі, підтримка прийняття рішень, розрахунок утрат.

**Fursenko A.V., Sosnovskiy Yu.V. An optimization model for performance control of a corporate network node with a heterogeneous load**

A corporate network node in a system with several types of input transactions and additional loading at the types switching is considered. The problem of loss calculation at the given system is formalized and analytically solved for the described penalty policy. The decision support table for performance selecting under conditions of uncertainty is developed.

**Keywords:** corporate network node, decision support, calculation of losses.