

УДК 621.941

А.А. Вожжов, ст. преподаватель

Севастопольский национальный технический университет

ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: 0506773532@mail.ru

ДИНАМИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ ПРОГИБА СТЕНКИ КОНИЧЕСКОЙ ТОНКОСТЕННОЙ ДЕТАЛИ ПРИ ТОЧЕНИИ С ПИЛООБРАЗНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ РЕЗЦА В РАДИАЛЬНОМ НАПРАВЛЕНИИ

Проведен анализ динамического поведения прогиба стенки тонкостенной конической детали в процессе левитационного точения с пилообразными колебаниями инструмента в радиальном направлении, представлено уравнение описывающее поведение детали и вариант его решения.

Ключевые слова: тонкостенная коническая деталь, точение с вибрацией, прогиб стенки.

Левитационное точение тонкостенных нежестких деталей типа тел вращения (цилиндров, конусов) с использованием бигармонических или пилообразных колебаний резца в радиальном направлении позволяет получить идеальные (почти нулевые) отклонения от некруглости, нецилиндричности, несоосности с минимальной шероховатостью поверхности [1]. Схема импульсного вибролевитационного точения рассматриваемой модели системы резец – обрабатываемая деталь представлена на рисунке 1.

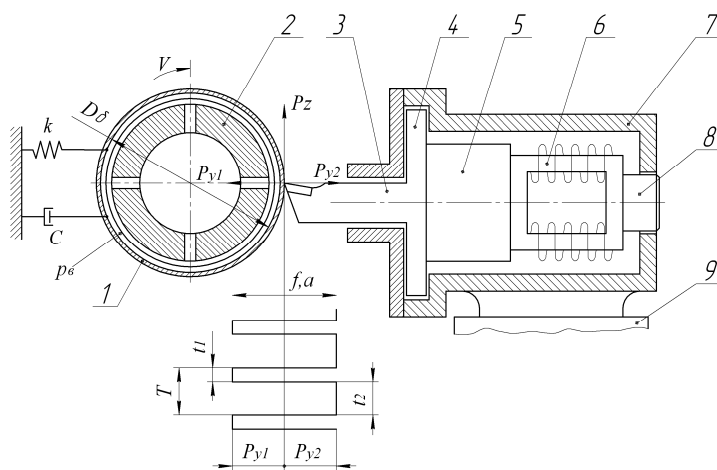


Рисунок 1 – Схема импульсного вибролевитационного точения

Уравнение движения детали в направлении P_y может быть описано уравнением с импульсной правой частью. Решение данного уравнения для обработки тонкостенных цилиндрических деталей представлено в [1].

Обработка конических деталей имеет некоторые особенности. При точении конической поверхности скорость резания изменяется в процессе обработки (так как постоянно изменяется диаметр обрабатываемой поверхности). Изменение силы резания тесно связано с точностью обработки деталей. В случаях, когда требуется высокоточная обработка, данный вопрос требует более детального рассмотрения.

В итоге уравнение движения детали в направлении P_y (1) в случае обработки конических поверхностей превращается в уравнение с переменными коэффициентами m , C , k и импульсной правой частью, например, масса зоны деформации изменяется с изменением радиуса детали $m = \pi r_1^2 h \gamma_m = 17 \gamma_m r h^2$, где γ_m – удельный вес материала детали, h – толщина стенки детали.

Цель работы – создание математической модели описывающей процесс вибролевитационного точения тонкостенных конических деталей, позволяющей провести динамический анализ прогиба стенки детали в направлении P_y .

Задачами анализа динамического поведения прогиба стенки детали являются:

- оценка возможности изменения величины радиальной деформации обрабатываемой детали при изменении параметров резания;
- определение времени переходного процесса.

В большинстве случаев математическое моделирование динамического анализа указанной задачи требует применения численных методов решения дифференциальных уравнений [1]. Однако некоторые задачи могут иметь конечные аналитические решения. Поиск подобных решений постоянно привлекает внимание специалистов, поскольку наличие конечных формул всегда упрощает построение прикладных методик проектирования динамических объектов.

Уравнения, описывающие поведение детали в зоне резания, имеют вид [2]:

$$m \frac{d^2 \delta_2(t)}{dt^2} + C \frac{d\delta_2(t)}{dt} + k\delta_2(t) = P'_y(t); \quad (1)$$

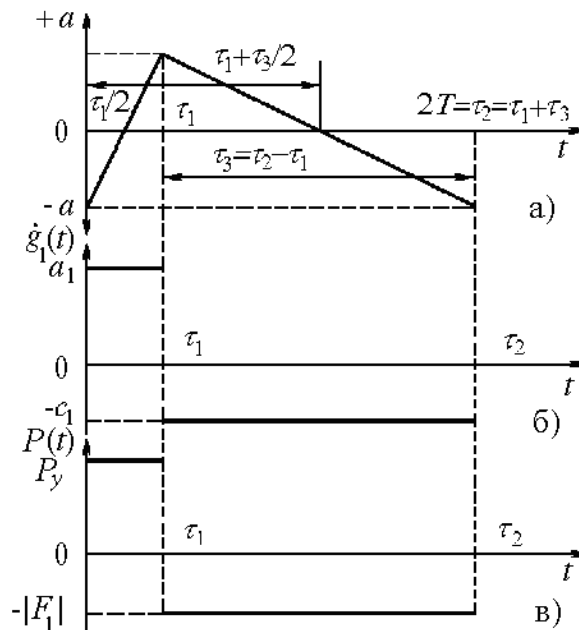


Рисунок 2 – Диаграмма перемещения резца при точении с пилообразными колебаниями

Обозначим периодическое перемещение резца $\delta_1(t)$ при пилообразных колебаниях за один период как $g(t)$ (рисунок 2, а):

$$g_1(t) = \begin{cases} \delta_1(t), & 0 \leq t \leq 2T; \\ 0, & t > 2T, \end{cases} \quad (2)$$

где T – полупериод колебаний.

Тогда в пределах одного периода

$$\delta_1(t, 0 \leq t \leq 2T) = g_1(t) = \begin{cases} a_1(t - \tau_1/2), & 0 \leq t \leq \tau_1; \\ -C_1(t - \tau_1 - \tau_3/2), & \tau_1 \leq t \leq 2T = \tau_2, \end{cases} \quad (3)$$

где $a_1 = 2a/\tau_1$, $C_1 = 2a/\tau_3$ – коэффициенты пропорциональности; $\tau_1 = \pi/\omega_1$; $\tau_3 = \pi/\omega_2$; $\tau_2 = 2T = \tau_1 + \tau_3 = \pi(\omega_1 + \omega_2)/\omega_1\omega_2$.

Рассмотрим n непересекающихся временных интервалов n ($n_1, n_2, \dots, n_N$). На каждом из них существуют 2 участка с длительностями τ_1 и $\tau_2 - \tau_1$ (рисунок 2, в).

Уравнение (1) будем решать следующим образом:

1. На первом участке первого интервала рассматривается решение задачи Коши при начальных условиях $\delta_2(0) = 0$; $\delta_2'(0) = 0$.

Решение будем иметь место на участке $n_1' = [0, \tau_1]$.

Дифференциальное уравнение при этом имеет вид

$$m(t) \frac{d^2 \delta_2(t)}{dt^2} + c \frac{d\delta_2(t)}{dt} + k\delta_2(t) = c'_1,$$

где $c'_1 = Py = \text{const}$.

Также определяется значение функции в точке τ_1

$$\delta_2(\tau_1) \quad (4)$$

и значение производной функции в точке τ_1

$$\delta_2'(\tau_1) \quad (5)$$

2. На втором участке второго интервала $n_1'' = [\tau_1; \tau_2]$ решается исходное уравнение с условиями (4), (5), которое на этом участке имеет вид:

$$m(t) \frac{d^2 \delta_2(t)}{dt^2} + c \frac{d \delta_2(t)}{dt} + k \delta_2(t) = c_1'',$$

где $c_1'' = -|F_1| = \text{const}$ /

Далее определяются значения функции и ее производной в точке τ_2 :

$$\delta_2(\tau_2), \delta_2'(\tau_2).$$

3. Производится циклическое повторение шагов 1 и 2, при этом значения

$$\{\delta_2(\tau_1 + 2Tn), \delta_2'(\tau_1 + 2Tn)\}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

либо

$$\{\delta_2(\tau_2 + 2Tn), \delta_2'(\tau_2 + 2Tn)\}, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

подставляются в зависимости от номера шага в качестве начальных условий для решения дифференциального уравнения (1) на следующем шаге.

Т.о., на каждом шаге решается линейное неоднородное уравнение второго порядка с постоянной правой частью

$$m(t) \frac{d^2 \delta_2(t)}{dt^2} + c \frac{d \delta_2(t)}{dt} + k \delta_2(t) = c_i,$$

где $c_i = -|F_1|$ либо $c_i = Py$ в зависимости от номера участка на рассматриваемом временном интервале n_i .

Повторение производится до тех пор, пока

$$n \leq N,$$

где N – заданное количество интервалов.

Общее решение (1) получается «сшиванием» решений данного уравнения на отдельных временных интервалах, полученным в соответствии с приведенным выше алгоритмом.

Исследуем коэффициенты уравнения (1) на каждом участке временного интервала n_i . Длительность участков зависит от значений частот колебания инструмента f_1 и f_2 . В данном случае рассматриваются ультразвуковые колебания инструмента, и участки представляют собой достаточно малые промежутки времени, колебания коэффициентов уравнения (1) на которых, определяемые в граничных точках участка, не превышают долей %.

Таким образом, в качестве допущения можно считать коэффициент уравнения (1) постоянным на каждом из участков определенного интервала и равными $\bar{m}, \bar{c}, \bar{k}$.

В этом случае уравнение примет вид

$$\bar{m}(t) \frac{d^2 \delta_2(t)}{dt^2} + \bar{c} \frac{d \delta_2(t)}{dt} + \bar{k} \delta_2(t) = c_i, \quad (6)$$

и задача сводится к получению решения линейного неоднородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью при определенных начальных условиях, в общем случае зависящих в виде

$$\{\delta_2(t_i); \delta_2'(t_i)\} \quad (7)$$

Решение уравнения (6) без правой части будем искать в виде

$$\bar{\delta}_2(t) = q_1 e^{r_1 t} + q_2 e^{r_2 t}, \quad (8)$$

где r_1, r_2 – корни характеристического уравнения

$$\bar{m} r_2 + \bar{c} r + \bar{k} = 0,$$

равные

$$r_{1,2} = \frac{-\bar{c} \pm \sqrt{\bar{c}^2 - 4\bar{m}\bar{k}}}{2\bar{m}}. \quad (9)$$

Здесь рассмотрены 2 случая (случай $r_1 = r_2$ не рассматривается как маловероятный)

1) r_1, r_2 – действительные числа ($\bar{c}_2^2 > 4\bar{m}\bar{k}$), тогда решение будет иметь вид (8)

- 2) r_1, r_2 – комплексно сопряженные числа ($\bar{c}_2 < 4\bar{m}\bar{k}$)
 $\alpha \pm i\beta$,

где $\alpha = -\frac{\bar{c}}{2\bar{m}}$; $\beta = \frac{\sqrt{|\bar{c}^2 - 4\bar{m}\bar{k}|}}{2\bar{m}}$

В этом случае решение будет иметь вид

$$\bar{\delta}_2(t) = e^{\alpha t} (q_1 \cos \beta t + q_2 \sin \beta t).$$

Частное решение уравнения (6) определяется выражением:

$$\delta_2^*(t) = \frac{c_i}{k}.$$

Тогда общее решение уравнения (6) запишем в виде:

– в случае $\bar{c}_2 > 2\bar{m}\bar{k}$)

$$\delta_2(t) = q_1 e^{r_1 t} + q_2 e^{r_2 t} + \frac{c_i}{k}; \quad (10)$$

– в случае $\bar{c}_2 < 2\bar{m}\bar{k}$)

$$\bar{\delta}_2(t) = e^{\alpha t} (q_1 \cos \beta t + q_2 \sin \beta t) + \frac{c_i}{k}. \quad (11)$$

Коэффициенты q_i ($i=1,2$) в (10), (11) ищутся путем решения системы двух алгебраических уравнений при подстановке в эти уравнения условий (7).

Пример. Стальной тонкостенный конус $HV \leq 130$: $r = 50 \cdot 10^{-3}$ м – меньший радиус; $l = 5 \cdot 10^{-2}$ м – длина детали; угол конусности равен 45 градусам; $h = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м – толщина стенки; $E = 21 \cdot 10^{10}$ Н/м² – модуль упругости для стали; $\gamma_{ст} = 7,8 \cdot 10^4$ Н/м³ – плотность стали; $f_{тр} = 0,15$ – коэффициент трения; $a = 1 \cdot 10^{-5}$ м – амплитуда виброперемещения резца; $t = 0,3$ мм – глубина резания; $S = 0,02$ мм/об – подача; $V = 0,3$ м/с – скорость резания; $f_1 = 4000$ Гц, $f_2 = 3000$ Гц – частота пилообразных колебаний.

График зависимости прогиба стенки детали от времени при обработке конуса представлен на рисунке 3.

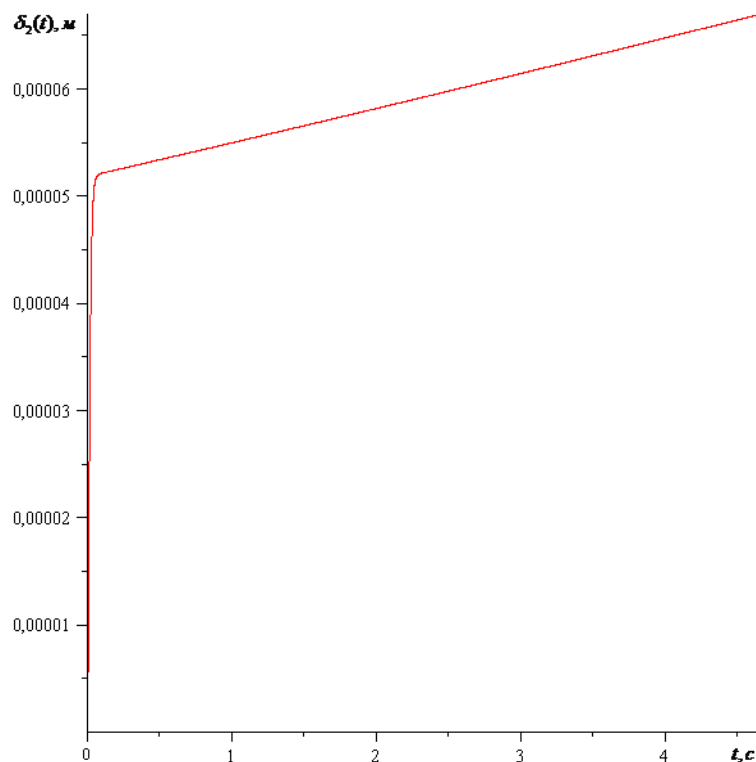


Рисунок 3 – Изменение прогиба стенки детали

Анализ полученных результатов показывает, что увеличение обрабатываемого диаметра при изготовлении конуса приводит к значительному росту величины прогиба стенки детали, что не может не сказаться на точности и качестве обработки. Более подробное изучение параметров влияющих на величину прогиба стенки тонкостенной конической детали позволит снизить величину радиальной деформации за счет изменения характеристик резания в процессе обработки.

Выводы

1. Проведен анализ динамического поведения прогиба стенки тонкостенной конической детали в процессе левитационного точения с пилообразными колебаниями инструмента в радиальном направлении.

2. Представлено решение частного случая данной задачи.

Перспективой дальнейших исследований является определение возможности снижения величины радиальной деформации обрабатываемой детали, определение зависимости величины радиальной деформации обрабатываемой детали от диаметра при изменении окружной скорости и сил резания, анализ динамической устойчивости процесса левитационного точения конических деталей в целом.

Библиографический список использованной литературы

1. Пашков Е.В. Технологические основы обработки точением тонкостенных цилиндрических деталей: учеб. пособие / Е.В. Пашков. — Севастополь: СевНТУ, 2000. — 425 с.

2. Пашков Е.В. Вибрационное точение тонкостенных цилиндров с применением бигармонических колебаний / Е.В. Пашков, В.Я. Копп // Вестник СевГТУ. Сер. Автоматизация процессов и управление: сб. науч. тр. — Севастополь, 1996. — Вып. 2. — С. 23–24.

Поступила в редакцию 14.07.2011 г.

Вожжов А.А. Динамічна поведінка прогину стінки конічної тонкостінної деталі під час точіння з пилкоподібними коливаннями різця в радіальному напрямку

Виконано аналіз динамічної поведінки прогину стінки тонкостінної конічної деталі в процесі левітаційного точіння з пилкоподібними коливаннями інструмента в радіальному напрямку, представлено рівняння, що описує поведінку деталі та варіант його розв'язання.

Ключові слова: тонкостінна конічна деталь, точіння з вібрацією, прогин стінки, пилкоподібні коливання.

Vozhzhov A.A. The dynamic deflection behavior for the wall of the conical thin-walled part during turning with a sawtooth blade in the radial direction

The analysis of the dynamic behavior for the wall of the conical thin-walled part during levitational turning with a sawtooth tool in the radial direction is carried out. An equation describing the behavior of a part and its solution are presented.

Keywords: thin-walled conical part, turning the vibration, the deflection of the wall.