

УДК 519.873

А.Н. Дегтярєв, канд. техн. наук*Севастопольский национальный технический университет,**Ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***КАНАЛОФОРМИРУЮЩИЕ ФИЛЬТРЫ НА ОСНОВЕ
ГИЛЬБЕРТОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ С ВОСПРОИЗВОДЯЩИМ ЯДРОМ**

Сигналы основного и соседних каналов связи рассматриваются как элементы гильбертова пространства с воспроизводящим ядром. В качестве базиса используются физически реализуемые эквидистантные функции, ортогональные с периодическим весом. Показано, что такой подход позволяет устранить межканальные помехи, связанные с неидеальностью каналоформирующих фильтров. Получено аналитическое выражение для общего вида ядра преобразования Гильберта. Приводится структурная схема каналоформирующего фильтра, реализующего данное преобразование.

Ключевые слова: сигнал, физически реализуемые функции, базис, весовая функция, канал связи, межканальные помехи.

Линейные инерционные элементы, входящие в состав каналоформирующего оборудования (КО) системы связи приводят к линейным искажениям сигнала. Эти искажения являются результатом влияния межсимвольной интерференции (МСИ) и межканальных помех (МП).

МСИ обусловлена наложением во времени откликов линейных устройств (КО) на различные элементарные сигналы, несущие информацию о передаваемых символах. В результате такого наложения, на расшифровку одного символа оказывают влияние несколько предыдущих символов.

Причиной межканальных помех является проникновение на выход фильтра данного канала сигналов соседних каналов из-за перекрытия по частоте амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) фильтров каналов. Такие искажения характерны для многоканальных систем с частотным разделением каналов, для спутниковых систем, использующих частотное разделение станций, для различных систем, которым выделяется свой диапазон частот.

Для уменьшения влияния межканальных помех коэффициент прямоугольности АЧХ полосовых фильтров должен быть как можно больше.

Однако, одновременное уменьшение МСИ и МП невозможно. При уменьшении уровня МСИ увеличивается уровень межканальных помех и наоборот. На практике приходится искать параметры КО, оптимальные по критерию минимальной суммарной ошибки, обусловленной действием МСИ, МП и шума в канале связи.

В работе [1] указывалось на то, что одновременное устранение МСИ и МП возможно, если сигналы, используемые для передачи символов сообщения в одном канале связи ортогональны между собой и ортогональны сигналам, используемым в соседних каналах связи.

Целью работы является теоретическое обоснование способа устранения межканальных помех и разработка каналоформирующего фильтра, реализующего данный способ.

Модель сигнала. Пусть импульсные характеристики трех соседних каналов связи равны соответственно $\psi_0(t)$, $\varphi_0(t)$ и $\xi_0(t)$. По этим каналам связи соответственно передаются сигналы $x_1(t)$, $x_2(t)$ и $x_3(t)$. Указанные сигналы с помощью систем линейно-независимых функций $\psi_n(t)$, $\varphi_n(t)$ и $\xi_n(t)$ могут быть представлены в виде рядов [1]:

$$\begin{cases} x_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \psi_n(t); \\ x_2(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \varphi_n(t); \\ x_3(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \xi_n(t). \end{cases} \quad (1)$$

Системы функций $\psi_n(t)$, $\varphi_n(t)$ и $\xi_n(t)$ получим путем смещения импульсных характеристик каналов связи на интервалы времени $n\alpha$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$):

$$\psi_n(t) = \psi_0(t - n\alpha);$$

$$\varphi_n(t) = \varphi_0(t - n\alpha);$$

$$\xi_n(t) = \xi_0(t - n\alpha).$$

Интервал времени α выберем так, чтобы средние квадратические ошибки разложения сигналов $x_1(t)$, $x_2(t)$ и $x_3(t)$ в ряды (1) были минимальны.

Потребуем выполнения условий:

$$\left\{ \begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n(t) \varphi_k(t) h(t) dt &= \begin{cases} 1, n = k; \\ 0, n \neq k; \end{cases} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n(t) \psi_k(t) h(t) dt &= 0, \text{ любых } n \text{ и } k; \\ \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n(t) \xi_k(t) h(t) dt &= 0, \text{ любых } n \text{ и } k, \end{aligned} \right. \quad (2)$$

$$h(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \lambda_{nk} \varphi_n(t) \varphi_k(t) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mu_{nk} \varphi_n(t) \psi_k(t) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \eta_{nk} \varphi_n(t) \xi_k(t), \quad (3)$$

где $h(t)$ — весовая функция [1].

Поскольку $\psi_n(t)$, $\varphi_n(t)$ и $\xi_n(t)$ являются эквидистантными функциями, то $h(t)$ представляет собой периодическую функцию [1].

Коэффициенты λ_{nk} , μ_{nk} , η_{nk} определяются после подстановки выражения (3) в формулу (2).

Используя методику, изложенную в [2], можно показать, что система (2) разрешима относительно коэффициентов λ_{nk} , μ_{nk} , η_{nk} методом редукции, если одновременно выполняются неравенства:

$$\left\{ \begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n^2(t) h(t) dt &\neq \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_l(t) \psi_k(t) h(t) dt; \\ \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n^2(t) h(t) dt &\neq \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_l(t) \xi_k(t) h(t) dt; \\ \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n^2(t) h(t) dt &\neq \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_l(t) \varphi_k(t) h(t) dt. \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Первые два неравенства должны выполняться для любых l и k , а последнее для $l \neq k$. Можно показать, что последнее неравенство системы (4) всегда выполняется, если $\varphi_0(t)$ является импульсной характеристикой линейного фильтра выше первого порядка.

Рассмотрим, выполняются ли требования первого и второго неравенств системы (4). Будем считать, что соседние каналы связи сформированы фильтрами, имеющими один низкочастотный прототип, а центральные частоты данных каналов разнесены на интервал $\Delta\omega$

Примем, что импульсная характеристика среднего канала связи равна $\varphi_0(t)$, и запишем импульсные характеристики соседних каналов в виде

$$\psi_0(t) = \varphi_0(t) e^{-j\Delta\omega t}, \quad \xi_0(t) = \varphi_0(t) e^{j\Delta\omega t}.$$

Базисные функции, используемые для разложения сигналов, передаваемых по соседним каналам, запишутся как:

$$\psi_l(t) = \psi_0(t - l\alpha) = \varphi_0(t - l\alpha) e^{-j\Delta\omega(t - l\alpha)} = \varphi_l(t) e^{-j\Delta\omega(t - l\alpha)}; \quad (5)$$

$$\xi_l(t) = \xi_0(t - l\alpha) = \varphi_0(t - l\alpha) e^{j\Delta\omega(t - l\alpha)} = \varphi_l(t) e^{j\Delta\omega(t - l\alpha)}. \quad (6)$$

С учетом выражений (5) и (6) два первых неравенства системы (4) переписутся в виде:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n^2(t) h(t) dt \neq \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_0(t - l\alpha) \varphi_0(t - k\alpha) e^{-j\Delta\omega(t - k\alpha)} h(t) dt; \quad (7)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n^2(t) h(t) dt \neq \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_0(t - l\alpha) \varphi_0(t - k\alpha) e^{j\Delta\omega(t - k\alpha)} h(t) dt. \quad (8)$$

В неравенствах (7) и (8) произведем замену переменных $\tau = t - l\alpha$, $t = \tau + l\alpha$ и получим:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n^2(t) h(t) dt \neq \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_0(\tau) \varphi_0(\tau - (k-l)\alpha) e^{-j\Delta\omega(\tau - (k-l)\alpha)} h(\tau + l\alpha) d\tau; \quad (9)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n^2(t) h(t) dt \neq \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_0(\tau) \varphi_0(\tau - (k-l)\alpha) e^{j\Delta\omega(\tau - (k-l)\alpha)} h(\tau + l\alpha) d\tau. \quad (10)$$

Учтем, что весовая функция $h(t)$ является периодической функцией с периодом α , т.е.

$$h(t) = h(t + l\alpha),$$

и из неравенств (9) и (10) получим:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n^2(t) h(t) dt \neq \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_0(\tau) \varphi_0(\tau - (k-l)\alpha) e^{-j\Delta\omega(\tau - (k-l)\alpha)} h(\tau) d\tau; \quad (11)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n^2(t) h(t) dt \neq \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_0(\tau) \varphi_0(\tau - (k-l)\alpha) e^{j\Delta\omega(\tau - (k-l)\alpha)} h(\tau) d\tau. \quad (12)$$

Разложим функцию $h(t)$ в ряд Фурье

$$h(t) = \sum_{m=0}^{\infty} d_m e^{jm \frac{2\pi}{\alpha} t},$$

где d_m — коэффициенты ряда, и, подставив полученный ряд в выражения (11) и (12), будем иметь

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n^2(t) \sum_{m=0}^{\infty} d_m e^{jm \frac{2\pi}{\alpha} t} dt \neq e^{j\Delta\omega(k-l)\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_0(\tau) \varphi_0(\tau - (k-l)\alpha) \sum_{m=0}^{\infty} d_m e^{j(m \frac{2\pi}{\alpha} - \Delta\omega)\tau} d\tau; \quad (13)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n^2(t) \sum_{m=0}^{\infty} d_m e^{jm \frac{2\pi}{\alpha} t} dt \neq e^{-j\Delta\omega(k-l)\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_0(\tau) \varphi_0(\tau - (k-l)\alpha) \sum_{m=0}^{\infty} d_m e^{j(m \frac{2\pi}{\alpha} + \Delta\omega)\tau} d\tau. \quad (14)$$

Поскольку $\varphi_0(t)$ является импульсной характеристикой физически реализуемого линейного фильтра, то

$$\varphi_0(t) = 1(t) \varphi_0(t),$$

$$\varphi_0(t - n\alpha) = 1(t - n\alpha) \varphi_0(t - n\alpha),$$

и неравенства (13) и (14) можно переписать в виде:

$$\int_{n\alpha}^{\infty} \varphi_n^2(t) \sum_{m=0}^{\infty} d_m e^{jm \frac{2\pi}{\alpha} t} dt \neq e^{j\Delta\omega(k-l)\alpha} \int_{(k-l)\alpha}^{\infty} \varphi_0(\tau) \varphi_0(\tau - (k-l)\alpha) \sum_{m=0}^{\infty} d_m e^{j(m \frac{2\pi}{\alpha} - \Delta\omega)\tau} d\tau; \quad (15)$$

$$\int_{n\alpha}^{\infty} \varphi_n^2(t) \sum_{m=0}^{\infty} d_m e^{jm \frac{2\pi}{\alpha} t} dt \neq e^{-j\Delta\omega(k-l)\alpha} \int_{(k-l)\alpha}^{\infty} \varphi_0(\tau) \varphi_0(\tau - (k-l)\alpha) \sum_{m=0}^{\infty} d_m e^{j(m \frac{2\pi}{\alpha} + \Delta\omega)\tau} d\tau. \quad (16)$$

Неравенства (15) и (16) не являются истинными, если одновременно выполняются следующие условия:

$$\begin{cases} k-l = n, \\ \Delta\omega = v \frac{2\pi}{\alpha}, \end{cases} \quad (17)$$

где v — целое число.

Потребуем $\Delta\omega \neq v \frac{2\pi}{\alpha}$. В этом случае весовая функция существует.

Таким образом, соседние каналы необходимо разносить на интервал, не кратный частоте $2\pi/\alpha$.

Теоретические основы построения каналоформирующего фильтра. Система (2) позволяет выделить сигнал $x_2(t)$ из аддитивной смеси $y(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t)$. Действительно, умножив $y(t)$ на

произведение $\varphi_n(t)h(t)$ и проинтегрировав результат, получаем коэффициенты разложения $x_2(t)$ в ряд в соответствии с (1)

$$\int_{-\infty}^{\infty} y(t)\varphi_n(t)h(t)dt = a_n.$$

Определяя все коэффициенты разложения сигнала $x_2(t)$ в ряд, умножая функции $\varphi_n(t)$ на соответствующие коэффициенты a_n , и складывая произведения $a_n\varphi_n(t)$, получим $x_2(t)$.

Приведенная методика исключения межканальных помех требует использования достаточно громоздких устройств.

Другой способ выделения полезного сигнала $x_2(t)$ из аддитивной смеси $y(t)$ основан на том факте, что базисные функции $\varphi_n(t)$ являются собственным функциям интегрального преобразования с воспроизводящим периодическим ядром.

Пусть сигнал $x_2(t)$ раскладывается в ряд по эквидистантным функциям $\varphi_n(t)$ согласно системе (1), и выполняются требования (2). Тогда можно записать

$$x_2(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \varphi_n(t), \quad (18)$$

где

$$a_n = \int_{-\infty}^{\infty} x_2(t)\varphi_n(t)h(t)dt, \quad (19)$$

T — время наблюдения сигнала.

Подставим выражение (19) в (18) и получим

$$x_2(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_2(\tau)\varphi_n(\tau)h(\tau)d\tau\varphi_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_2(\tau)h(\tau) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varphi_n(\tau)\varphi_n(t)d\tau. \quad (20)$$

Обозначим

$$B(t, \tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varphi_n(\tau)\varphi_n(t). \quad (21)$$

Таким образом, интегральное преобразование

$$x_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_2(\tau)h(\tau)B(t, \tau)d\tau$$

является интегральным преобразованием с воспроизводящим ядром, а пространство функций, которое задается базисными функциями $\varphi_n(t)$, есть гильбертово пространство.

Если функции $\varphi_n(t)$ являются эквидистантными, т.е. $\varphi_n(t) = \varphi(t - n\alpha)$, то $B(t, \tau)$ представляет собой периодическую функцию с периодом α , и справедливы соотношения

$$B(t, \tau) = B(t + \alpha, \tau) = B(t, \tau + \alpha) = B(t + \alpha, \tau + \alpha).$$

Предложение 1. Если эквидистантные функции $\varphi_n(t)$ являются эквидистантно смещенными импульсными характеристиками физически реализуемого фильтра, то функция $B(t, \tau)$ в квадрате $0 \leq t \leq \alpha$, $0 \leq \tau \leq t$ может быть представлена в виде

$$B(t, \tau) = \sum_{m=1}^M z_m(t) f_m(\tau) g_m(t - \tau), \quad (22)$$

где $z_m(t)$, $f_m(\tau)$ и $g_m(t - \tau)$ — некоторые функции своих аргументов.

Для того чтобы показать справедливость предложения 1, запишем в общем виде импульсную характеристику физически реализуемого фильтра в виде

$$\varphi_0(t) = \sum_{k=1}^K b_k t^{q_k} e^{p_k t}, \quad (23)$$

где p_k — корень характеристического уравнения дифференциального уравнения, описывающего работу фильтра ($p_k < 0$), q_k — кратность соответствующего корня характеристического уравнения, K — конечное число слагаемых, составляющих импульсную характеристику.

Базисные функции $\varphi_n(t)$ имеют вид

$$\varphi_n(t) = \varphi_0(t - n\alpha) = \sum_{k=1}^K b_k(t - n\alpha)^{q_k} e^{p_k(t - n\alpha)}. \quad (24)$$

С учетом (24) перепишем выражение (21) в виде

$$\begin{aligned} B(t, \tau) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^K b_k(\tau - n\alpha)^{q_k} e^{p_k(\tau - n\alpha)} \sum_{l=1}^K b_l(t - n\alpha)^{q_l} e^{p_l(t - n\alpha)} = \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K b_k(\tau - n\alpha)^{q_k} e^{p_k(\tau - n\alpha)} b_l(t - n\alpha)^{q_l} e^{p_l(t - n\alpha)}. \end{aligned} \quad (25)$$

Выделим из ряда (25) одно слагаемое S_{nkl} , соответствующее индексам n, l и k

$$S_{nkl} = b_k(\tau - n\alpha)^{q_k} e^{p_k(\tau - n\alpha)} b_l(t - n\alpha)^{q_l} e^{p_l(t - n\alpha)} = b_k b_l (\tau - n\alpha)^{q_k} (t - n\alpha)^{q_l} e^{p_k \tau + p_l t - \alpha n(p_k + p_l)}.$$

Преобразуем S_{nkl} , используя формулу бинома Ньютона, и получим

$$\begin{aligned} S_{nkl} &= b_k b_l \sum_{i=0}^{q_k} (-1)^i C_{q_k}^i \tau^{q_k-i} (n\alpha)^i \sum_{j=0}^{q_l} (-1)^j C_{q_l}^j t^{q_l-j} (n\alpha)^j e^{p_k \tau + p_l t - \alpha n(p_k + p_l)} = \\ &= b_k b_l e^{p_k \tau + p_l t - \alpha n(p_k + p_l)} \sum_{i=0}^{q_k} \sum_{j=0}^{q_l} (-1)^{i+j} C_{q_k}^i C_{q_l}^j \tau^{q_k-i} t^{q_l-j} (n\alpha)^{i+j}. \end{aligned} \quad (26)$$

Преобразуем экспоненту, стоящую в выражении (26) перед знаком суммы

$$Q = e^{p_k \tau + p_l t - \alpha n(p_k + p_l)} = e^{-\alpha n(p_k + p_l)} e^{p_l(t - \tau)} e^{(p_k + p_l)\tau}. \quad (27)$$

Преобразуем произведение $\tau^{q_k-i} t^{q_l-j}$, стоящее под знаком суммы в выражении (26)

$$P = \tau^{q_k-i} t^{q_l-j} = (t - (t - \tau))^{q_k-i} t^{q_l-j}.$$

Используя формулу бинома Ньютона, получим

$$\begin{aligned} P &= (t - (t - \tau))^{q_k-i} t^{q_l-j} = t^{q_l-j} \sum_{r=0}^{q_k-i} (-1)^{q_k-i-r} C_{q_k-i}^r t^{q_k-i-r} (t - \tau)^r = \\ &= \sum_{r=0}^{q_k-i} (-1)^{q_k-i-r} C_{q_k-i}^r t^{q_k+q_l-i-r-j} (t - \tau)^r. \end{aligned} \quad (28)$$

Подставим выражения (27) и (28) в (26) и будем иметь

$$\begin{aligned} S_{nkl} &= b_k b_l e^{-\alpha n(p_k + p_l)} e^{p_l(t - \tau)} e^{(p_k + p_l)\tau} \times \sum_{i=0}^{q_k} \sum_{j=0}^{q_l} (-1)^{i+j} C_{q_k}^i C_{q_l}^j (n\alpha)^{i+j} \sum_{r=0}^{q_k-i} (-1)^{q_k-i-r} C_{q_k-i}^r t^{q_k+q_l-i-r-j} (t - \tau)^r = \\ &= b_k b_l e^{-\alpha n(p_k + p_l)} e^{p_l(t - \tau)} e^{(p_k + p_l)\tau} \times \sum_{i=0}^{q_k} \sum_{j=0}^{q_l} \sum_{r=0}^{q_k-i} (-1)^{q_k+j-r} (n\alpha)^{i+j} C_{q_k}^i C_{q_l}^j C_{q_k-i}^r t^{q_k+q_l-i-r-j} (t - \tau)^r = \\ &= b_k b_l e^{-\alpha n(p_k + p_l)} \sum_{i=0}^{q_k} \sum_{j=0}^{q_l} \sum_{r=0}^{q_k-i} \left((-1)^{q_k+j-r} (n\alpha)^{i+j} C_{q_k}^i C_{q_l}^j C_{q_k-i}^r \times t^{q_k+q_l-i-r-j} e^{(p_k + p_l)\tau} (t - \tau)^r e^{p_l(t - \tau)} \right). \end{aligned} \quad (29)$$

Введем следующие обозначения:

$$z_{klirj}(t) = t^{q_k+q_l-i-r-j};$$

$$f_{kl}(\tau) = e^{(p_k + p_l)\tau};$$

$$g_{rl}(t - \tau) = (t - \tau)^r e^{p_l(t - \tau)}.$$

С учетом введенных обозначений перепишем выражение (29) в виде

$$S_{nkl} = b_k b_l e^{-\alpha n(p_k + p_l)} \times \sum_{i=0}^{q_k} \sum_{j=0}^{q_l} \sum_{r=0}^{q_k-i} (-1)^{q_k+j-r} (n\alpha)^{i+j} C_{q_k}^i C_{q_l}^j C_{q_k-i}^r z_{klirj}(t) f_{kl}(\tau) g_{rl}(t-\tau). \quad (30)$$

Подставим выражение (30) в (25) и получим

$$\begin{aligned} B(t, \tau) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K S_{nkl} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \left(b_k b_l e^{-\alpha n(p_k + p_l)} \times \right. \\ &\quad \left. \times \sum_{i=0}^{q_k} \sum_{j=0}^{q_l} \sum_{r=0}^{q_k-i} (-1)^{q_k+j-r} (n\alpha)^{i+j} C_{q_k}^i C_{q_l}^j C_{q_k-i}^r z_{klirj}(t) f_{kl}(\tau) g_{rl}(t-\tau) \right) = \\ &= \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \sum_{i=0}^{q_k} \sum_{j=0}^{q_l} \sum_{r=0}^{q_k-i} \left((-1)^{q_k+j-r} b_k b_l C_{q_k}^i C_{q_l}^j C_{q_k-i}^r \times z_{klirj}(t) f_{kl}(\tau) g_{rl}(t-\tau) \sum_{n=-\infty}^{\infty} (n\alpha)^{i+j} e^{-\alpha n(p_k + p_l)} \right). \quad (31) \end{aligned}$$

Вычислим

$$A_{ijk} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (n\alpha)^{i+j} e^{-\alpha n(p_k + p_l)},$$

приняв во внимание, что $n < 0$, и приведем (31) к виду

$$B(t, \tau) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \sum_{i=0}^{q_k} \sum_{j=0}^{q_l} \sum_{r=0}^{q_k-i} (-1)^{q_k+j-r} b_k b_l C_{q_k}^i C_{q_l}^j C_{q_k-i}^r A_{ijk} z_{klirj}(t) f_{kl}(\tau) g_{rl}(t-\tau).$$

Последнее выражение для $B(t, \tau)$ представляет собой сумму, содержащую конечное число слагаемых M . Распишем эту сумму, по порядку пронумеруем слагаемые и получим выражение (22).

Предложение 1 доказано.

Введем в рассмотрение функции:

$$Z_m(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} z_m(t - k\alpha);$$

$$F_m(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_m(t - n\alpha);$$

$$G_m(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} g_m(t - l\alpha),$$

и для бесконечных интервалов изменения аргументов t и τ , получим

$$B(t, \tau) = \sum_{m=1}^M Z_m(t) F_m(\tau) \cdot G_m(t - \tau). \quad (32)$$

Подставим выражение (32) в (20) и будем иметь

$$x_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_2(\tau) h(\tau) \sum_{m=1}^M Z_m(t) F_m(\tau) G_m(t - \tau) d\tau = \sum_{m=1}^M Z_m(t) \int_{-\infty}^{\infty} x_2(\tau) h(\tau) F_m(\tau) G_m(t - \tau) d\tau. \quad (33)$$

Заметим, что если выполнено условие (2), то справедливо выражение

$$x_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(\tau) h(\tau) \sum_{m=1}^M Z_m(t) F_m(\tau) G_m(t - \tau) d\tau = \sum_{m=1}^M Z_m(t) \int_{-\infty}^{\infty} y(\tau) h(\tau) F_m(\tau) G_m(t - \tau) d\tau. \quad (34)$$

Структурная схема каналоформирующего фильтра. Выражения (33) и (34) позволяют построить каналоформирующие фильтры, исключающие межканальные помехи, связанные с неидеальностью фильтров. Структурная схема такого фильтра показана на рисунке 1.

В состав оборудования входят: генератор весовой функции $h(t)$, перемножитель, переключатель $S1$, тактовый генератор, два канала №1 и №2, сумматоры. Каждый из каналов состоит из перемножителей №1...№ M , фильтров №1...№ M , импульсные характеристики которых равны соответственно $g_m(t)$ и сумматора канала.

На вход оборудования поступает аддитивная смесь $y(t)$. Генератор весовой функции вырабатывает сигнал, пропорциональный весовой функции $h(t)$, которая определяется из соотношений (2) и (3). Входной сигнал $y(t)$ перемножается с выходным сигналом генератора весовой функции в перемножителе. Выход перемножителя с помощью переключателя $S1$ по очереди подключается ко входам каналов на время, равное периоду весовой функции α . В течение этого времени один канал формирует отклик оборудования на одну секцию входного сигнала, длительностью α , а второй — осуществляет обработку последующей секции входного сигнала, длительность которой также равна α .

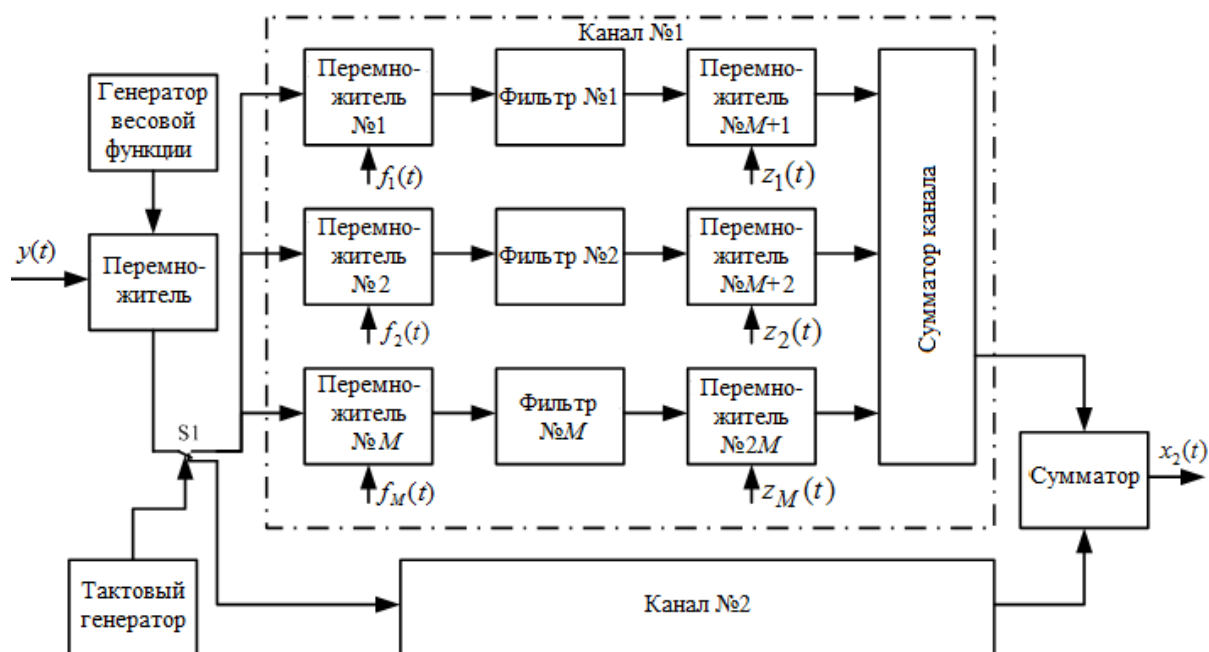


Рисунок 1 — Структурная схема фильтра

Рассмотрим работу канала №1. На вход указанного канала поступает сигнал $y(t)h(t)$, который подается на первые входы перемножителей №1...№M. На вторые входы этих перемножителей подаются сигналы, пропорциональные функциям $f_m(t)$. Выходные сигналы перемножителей №1...№M, равные $y(t)h(t)f_m(t)$, поступают на входы фильтров №1...№M с импульсными характеристиками $g_m(t)$. Выходные сигналы фильтров пропорциональны сверткам

$$u_m(t) = \int_{n\alpha}^{(n+1)\alpha} y(t)h(\tau)f_m(\tau) \cdot g_m(t-\tau)d\tau.$$

Сигналы $u_m(t)$ перемножителями №M+1...№2M перемножаются с сигналами $z_m(t)$. Выходные сигналы перемножителей №M+1...№2M складываются в сумматоре канала с целью получения сигнала

$$v_n(t) = \sum_{m=1}^M z_m(t) \int_{n\alpha}^{(n+1)\alpha} y(t)h(\tau)f_m(\tau) \cdot g_m(t-\tau)d\tau.$$

Выходные сигналы каналов складываются в сумматоре, на выходе которого формируется сигнал $x_2(t)$.

Направление дальнейших исследований. Полученные выше соотношения для ядра интегрального преобразования позволяют построить детектор символов сообщений, исключаяющий МСИ. Целью дальнейших исследований является доработка теоретического аппарата, до состояния, пригодного для разработки структурной схемы такого детектора.

Библиографический список использованной литературы

1. Дегтярев А.Н. Разложение сигналов по системе физически реализуемых функций / А.Н. Дегтярев // Вісник СевНТУ. Сер. Інформатика, електроніка, зв'язок: зб. наук. пр. — Севастополь, 2010. — Вип. 101. — С. 169–176.
2. Грибанов Ю.И. Координатные пространства и бесконечные системы линейных уравнений / Ю.И. Грибанов // Изв. ВУЗов. Математика. — 1964. — № 2 (39). — С. 53–64.

Поступила в редакцию 03.04.2012 г.

Дегтярьов А.М. Фільтри, що формують канал, на основі гільбертових перетворень з відтворювальним ядром

Сигнали основного і сусідніх каналів зв'язку розглядаються як елементи простору Гільберта з відтворювальним ядром. Як базиси використовуються еквідистантні функції, що фізично реалізуються та є ортогональними з періодичною вагою. Показано, що такий підхід дозволяє усунути міжканальні перешкоди, які пов'язані з неідеальністю фільтрів, що формують канали. Отримано аналітичний вираз щодо загального вигляду ядра перетворення Гільберта. Наводиться структурна схема фільтра, який формує канал, та який реалізує таке перетворення.

Ключові слова: сигнал, функції, що фізично реалізуються, базис, вагова функція, канал зв'язку, міжканальні перешкоди.

Degtyaryev A.N. Channel-forming filters based on Gilbert transformations with reconstruction core

Signals of the main and adjacent communication channels are considered as elements of the Gilbert space with the reconstruction core. Physically realized equidistant functions, orthogonal with periodical weight, are used as the basis. It's demonstrated that such approach allows to remove the inter-channel interferences related to non-ideal channel forming filters. Analytical expression for the general view of the Gilbert transformation core is obtained. The structural diagram of channel-forming filter which realizes given transformation is presented.

Keywords: signal, physically realized functions, basis, weighted function, communication channel, inter-channel interferences.