

УДК 004.67:519.257

К.Н. Маловик, доцент, канд. техн. наук,

И.А. Скатков, доцент, канд. техн. наук

Севастопольский национальный технический университет

ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: kvf.sevntu@gmail.ru

ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КРИТЕРИЕВ НА ОСНОВЕ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОЙ ПРОГРАММНОЙ СРЕДЫ

Описана функциональная структура, алгоритмы работы программного комплекса, приведена методика исследования эффективности непараметрических критериев. Предложена процедура исследования эффективности непараметрических критериев. Предлагаемый подход проиллюстрирован примером.

Ключевые слова: непараметрические критерии, мощность критерия, аппроксимация статистических функций.

Для мониторинга и прогноза отказов систем критического применения и, в частности, надежности элементов оборудования АЭС, необходим постоянный анализ статистических данных. Известно [1], что имеющийся объем статистических данных таких объектов крайне ограничен и недостаточен. Поэтому для обработки ограниченной эксплуатационной информации в таких условиях необходимо использование непараметрических статистических критериев. Исследования, проведенные в [1], показали, что однозначного ответа на вопрос выбора критерия, обладающего максимальной мощностью нет. Мощность критериев нелинейно изменяется под воздействием различных факторов, таких как объем выборок, вид функции распределения, и значение ее параметров, тип и величина возмущающего воздействия, которое изменяет свойства генеральной совокупности.

В работе [2] показано применение инструментального средства в виде программного комплекса для оценивания мощности критерия. Там же определен следующий функционал

$$\pi = f(K, n, F, z),$$

где π — фактическая мощность критерия; $K = \{K_{\text{Смирнова}}, K_{\text{Знаков}}, \dots, K_{\text{Лемана-Розенблатта}}\}$; n — объем выборки; F — функция распределения генеральной совокупности; z — вектор возмущающих воздействий изменяющий свойства генеральной совокупности.

Имеющиеся в настоящее время программы статистических расчетов имеют универсальное назначение и реализуют многовариантный расчет необходимых статистических параметров. В связи с этим они обладают специализированным входным языком команд и функций, и громоздким многовариантным интерфейсом, требуют значительных затрат на подготовку операторов, и поэтому малоприменимы для многократного повторяющихся специализированных задач, применительно к рассматриваемым условиям использования. Кроме того, универсальность этих статистических пакетов обуславливает их низкое быстродействие и требование значительных системных ресурсов. Поэтому для решения указанной задачи в [2] были разработаны: требования к программному комплексу, его основные подсистемы и связи между ними, структурная схема, схема функционирования в условиях решения задач различного типа, а также были определены типовые сценарии его работы.

Учитывая рекомендации работы [2], авторами создано инструментальное средство, позволяющее проводить экспериментальные исследования чувствительности непараметрических критериев.

Основой инструментального средства является программа, представляющая собой исполняемый файл, работающий в любой Microsoft Windows NT совместимой системе. Программа не требует для своего функционирования инсталляции, наличия дополнительных библиотек, конфигурационных файлов, файлов ресурсов, записей в системный реестр и может быть запущена из любого носителя. Программа обеспечивает следующие технические характеристики:

- генерация двух псевдослучайных последовательностей по заданным пользователем законам распределения (равномерному, нормальному, гамма), законы распределения и их параметры могут быть различными для первой и второй последовательности;
- построение гистограмм полученных псевдослучайных последовательностей, число разрядов гистограммы определяется по формуле Стерджесса.
- проверка принадлежности сгенерированных последовательностей к одной или различным генеральным совокупностям с помощью непараметрических критериев при заданном уровне значимости (можно задать любое значение от 0.01 до 0.5);
- выбор проверяемой гипотезы;

- циклический расчет критериев для заданного диапазона объемов выборок и построение графика зависимости частоты принятия выбранной гипотезы от объема выборки, на графике также могут отображаться сглаженные значения частот принятия гипотез, построенные методом скользящей медианы.

Особенностями программы является применение аппроксимирующих зависимостей для получения значений статистических табличных функций (квантилей распределений, граничных значений критериев для заданного уровня значимости). Так, например, для нахождения квантиля распределения χ^2 была использована аппроксимация Корниша-Фишера. Для получения граничных значений критериев Смирнова, Знаков, Вилкоксона, Ван-дер-Вадена применялись аппроксимирующие зависимости из [3, 4]. Кроме того, с помощью пакета Mathcad, авторами были получены аппроксимирующие зависимости для квантиля стандартного нормального распределения и граничных значений критерия Лемана-Розенблатта в виде линейной комбинации набора нелинейных функций. При этом относительная погрешность не превысила 0.1% во всем диапазоне значений (для квантиля нормального распределения в диапазоне значения вероятности 0,01-0,99).

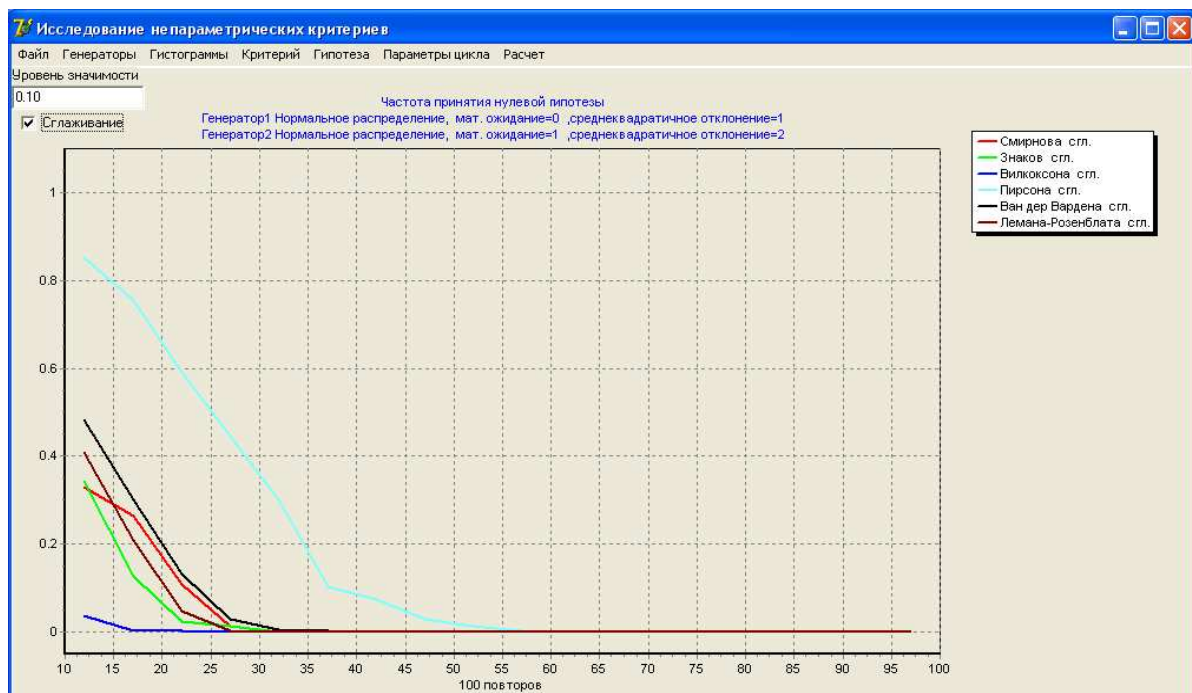


Рисунок 1 — Главная форма программы оценивания эффективности непараметрических критериев

Программа оценивания эффективности непараметрических критериев имеет главное и дополнительные окна. Дополнительные окна открываются в модальном режиме:

Главное окно (рисунок 1) появляется в момент запуска программы и содержит основное меню и график зависимости частоты принятия гипотезы от объемов выборки.

Окно гистограмм (рисунок 2, а) приводит гистограммы последних сгенерированных выборок.

Окна генератора 1 и генератора 2 полностью идентичные (рисунок 2, б) и служат для установки параметров первого и второго генераторов случайных последовательностей.

Окно параметров расчета (рисунок 2, в) позволяет задать диапазон изменения объема выборок и количество итераций расчета критериев для каждого объема.

Управление программой осуществляется с помощью меню. Структура меню показана на рисунке 3.

Пункты меню «Файл» используются для сохранения результатов работы программы, загрузки выборок из внешних текстовых файлов и завершения работы с программой. Значение пунктов подменю файл является следующим.

«Сохранить» – открывает вложенное меню сохранения результатов (графика зависимости частоты принятия гипотезы от объема выборки, гистограмм и протокола работы программы). Протокол сохраняется как текстовый файл, графики и гистограммы сохраняются в формате векторной графики WMF. Выбор файла осуществляется стандартным файловым диалогом операционной системы. Графические результаты работы также могут быть скопированы в буфер обмена с помощью всплывающего меню соответствующих графических объектов.

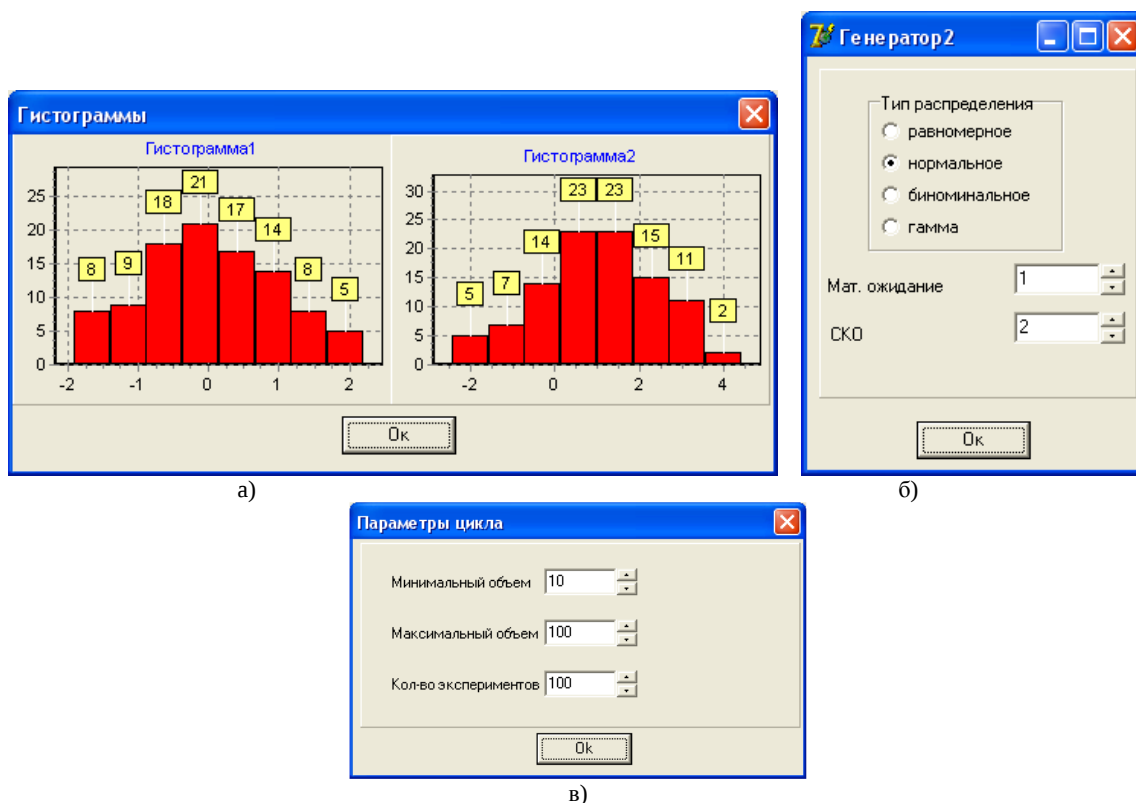


Рисунок 2 — Дополнительные окна программы: а) окно гистограмм; б) окно параметров генератора 2; в) окно параметров расчета частот принятия гипотез

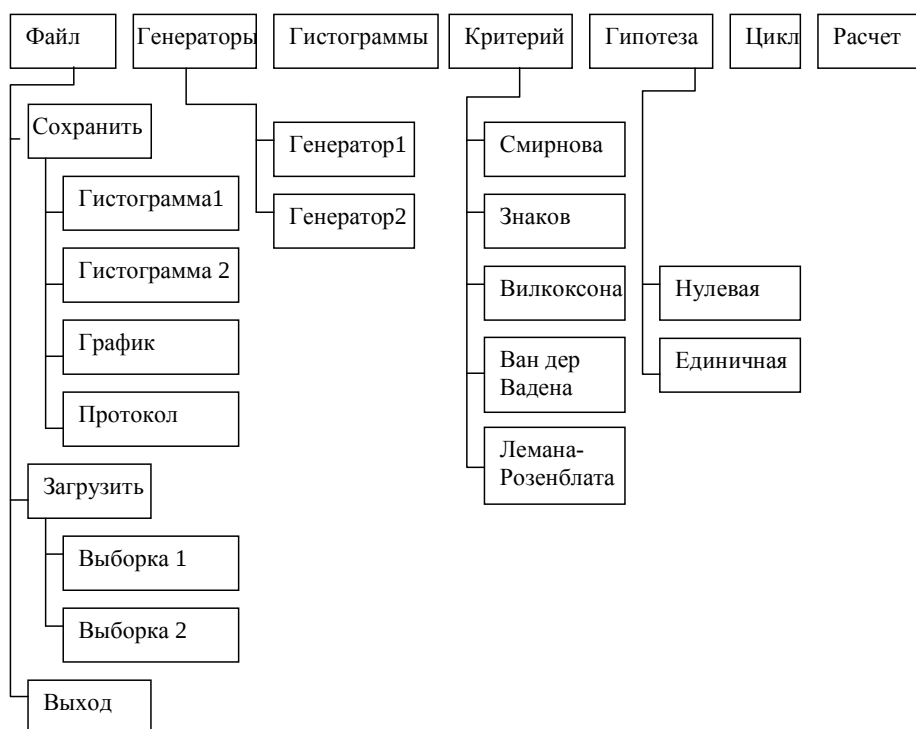


Рисунок 3 — Структура меню программы

«Загрузить» — загружает для анализа выборку из текстовых файлов. Как и в предыдущем случае, выбор файла осуществляется стандартным файловым диалогом. Формат файла: каждая строка — значение элемента.

«Выход» — завершение текущего сеанса работы с программой.

Пункты меню «Генератор» используются для установки параметров генераторов. Пункт подменю «Генератор1» открывает форму параметров первого генератора, «Генератор 2» — второго (рисунок 2, б).

Пункт меню «Гистограммы» открывает окно гистограмм (рисунок 2, а)

Пункт меню «Критерии» открывает подменю со списком критериев. Каждый элемент меню критерии имеет флажок, установив или сняв который можно включить или исключить соответствующий критерий из расчета.

Пункт меню «Гипотеза» открывает подменю с двумя переключаемыми элементами – нулевая и единичная гипотезы.

Пункт меню «Цикл» открывает модальное окно с параметрами цикла расчета частот (рисунок 2, в).

Пункт меню «Расчет» запускает расчет частот принятия решений.

Оценка вероятности ошибки первого рода α осуществляется при фиксированном числе попарных сравнений и переменных значениях объемов выборок. Параметры генераторов назначаются одинаковыми.

Задача оценки вероятности ошибки первого рода α решается по следующей схеме

- выборки сравниваются циклически, число сравнений задается и равно k ;
- k раз генерируются выборки с заданными законами распределения и проверяется нулевая гипотеза для пары выборок, принадлежащих одной генеральной совокупности;
- определяется число случаев k_1 , в которых нулевая гипотеза не была признана верной при заданном уровне значимости;
- отношение k_1/k (частота ошибки первого рода) рассматривается как оценка вероятности ошибки первого рода α .

В случае оценки вероятности ошибки второго рода методика работы с программой будет отличаться тем, что необходимо экспертно постулировать законы распределения таким образом, чтобы полученные последовательности были статистически различимы, и установить параметры генераторов в соответствии с выбранными законами распределения. Порядок получения оценок риска ошибки второго рода β и мощности критерия $(1 - \beta)$ следующий:

- задается число попарных сравнений выборок k ;
- k раз генерируются выборки с заданными законами распределения и проверяется единичная гипотеза для двух неоднородных выборок одинакового объема;
- определяется число случаев k_2 , в которых единичная гипотеза была принята (необходимо заметить, что для некоторых случаев $k_2 \neq k_2 - k_1$);
- отношение k_2/k принимается в качестве оценки риска ошибки второго рода β , мощность исследуемого критерия определяется как $1 - \beta$;

Алгоритм расчета частот принятия решений приведен на рисунке 4. Назначение переменных:

$nmin...nmax$ – диапазон изменения числа элементов в выборках;

n – текущее значение числа элементов выборок;

i – индекс элемента выборки;

$a1, a2$ – динамические массивы, содержащие элементы первой и второй выборок;

n – текущее значение числа элементов выборок;

m – число повторов расчета по критерию 4

k – индекс текущего расчета;

$krit$ – массив функций расчета критериев;

j – индекс критерия;

sum – количество принятых гипотез для j -го критерия.

Функции массива $krit$ работают по следующему алгоритму:

- вычисляется значение критерия
- вычисляется критическое значение для заданного уровня значимости по аппроксимирующим зависимостям [3–5]
- формируется результат булевого типа.

Для оценки вероятности ошибки второго рода β предлагается следующая методика работы с программой.

1. Установить параметры первого генератора в соответствии с ожидаемыми параметрами генеральной совокупности. Параметры второго генератора изменить по сравнению с первым в соответствии с ожидаемым вектором z возмущающих воздействий, который изменяет свойства генеральной совокупности [2]. Набор параметров законов распределения определяется экспертно.

2. Отредактировать с помощью меню «критерии» список критериев, для которых будет произведен расчет. Для сокращения времени решения задачи необходимо исключать из расчетов заведомо неэффективные для данных условий критерии.

3. Задать с помощью меню «Параметры цикла» минимальный и максимальный объем выборок и число сравнений пар выборок для каждого объема. Установка большого значения числа пар сравнений существенно увеличивает время решения задачи, но повышает достоверность полученного решения.

4. С помощью меню «Гипотеза» выбрать проверяемую гипотезу (единичная).
5. С помощью меню «Расчет» запустить выполнение задачи и из полученного графика зависимости частоты принятия правильного решения от объема выборок определить диапазон применимости критерия для данных законов распределения и требуемого уровня значимости.

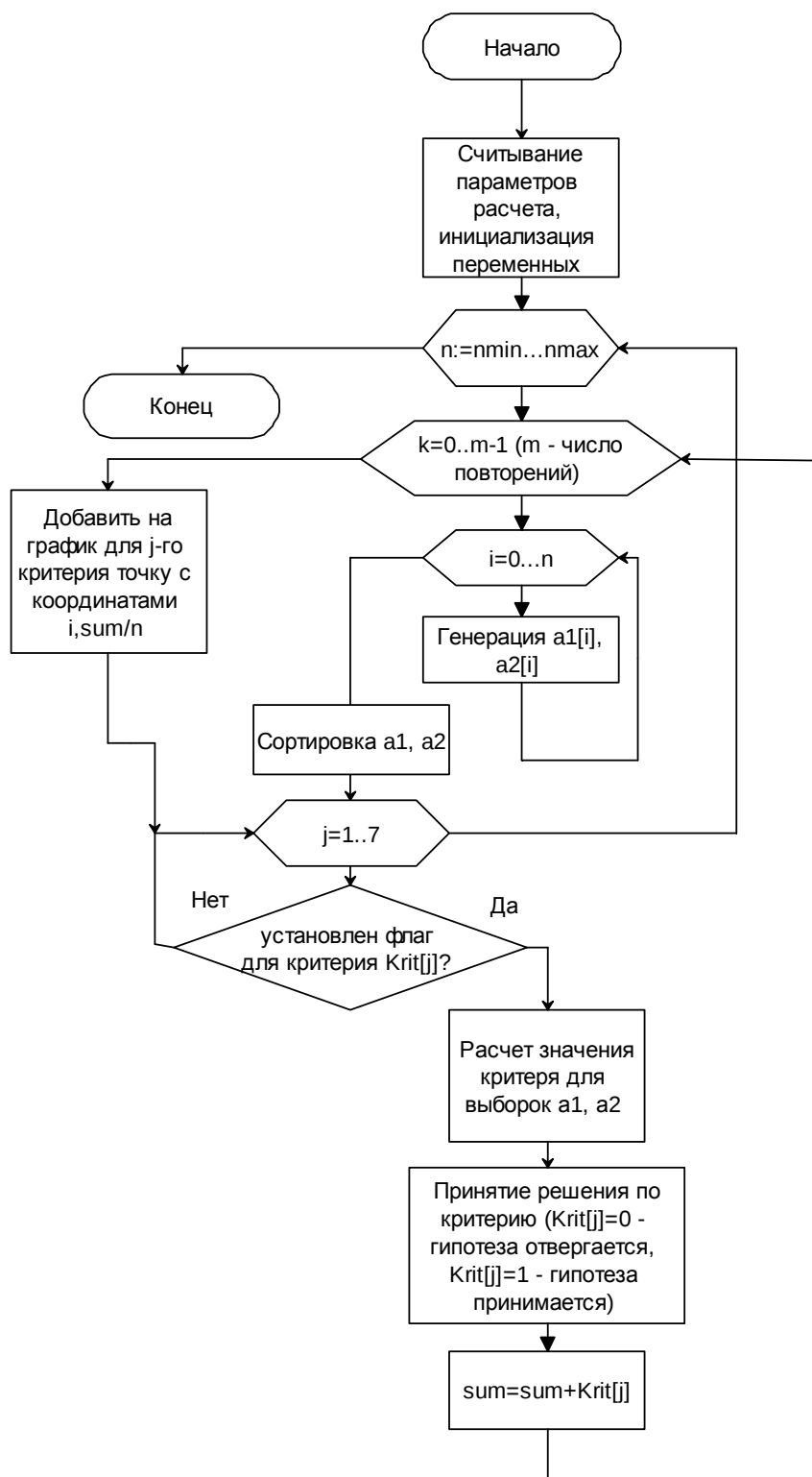


Рисунок 4 — Алгоритм работы программы

Приведем пример решения задачи. Пусть необходимо определить критерий, который лучше других определяет сдвиг математического ожидания для нормального закона распределения. С помощью экспертных оценок определено, что статистически различимый сдвиг будет составлять 50 от

среднеквадратичного отклонения. Задаем уровень значимости — 0,1. Задаем параметры первого генератора: вид распределения — нормальное, математическое ожидание — 0, среднеквадратичное отклонение — 1. параметры второго генератора — вид распределения — нормальное, математическое ожидание — 0,5, среднеквадратичное отклонение — 1. Таким образом, постулируется неоднородность статистического материала. Однако определение имеющейся неоднородности затрудняются тем, что обе выборки имеют одинаковый тип закона распределения и отличаются только одним параметром. Выбираем в списке критериев все критерии. Задаем число пар сравнения — 100. Устанавливаем минимальный объем — 10, максимальный — 100, тип гипотезы — единичная. Запускаем расчет и оцениваем получившийся график зависимости частоты принятия единичной гипотезы от объема выборок (рисунок 5).

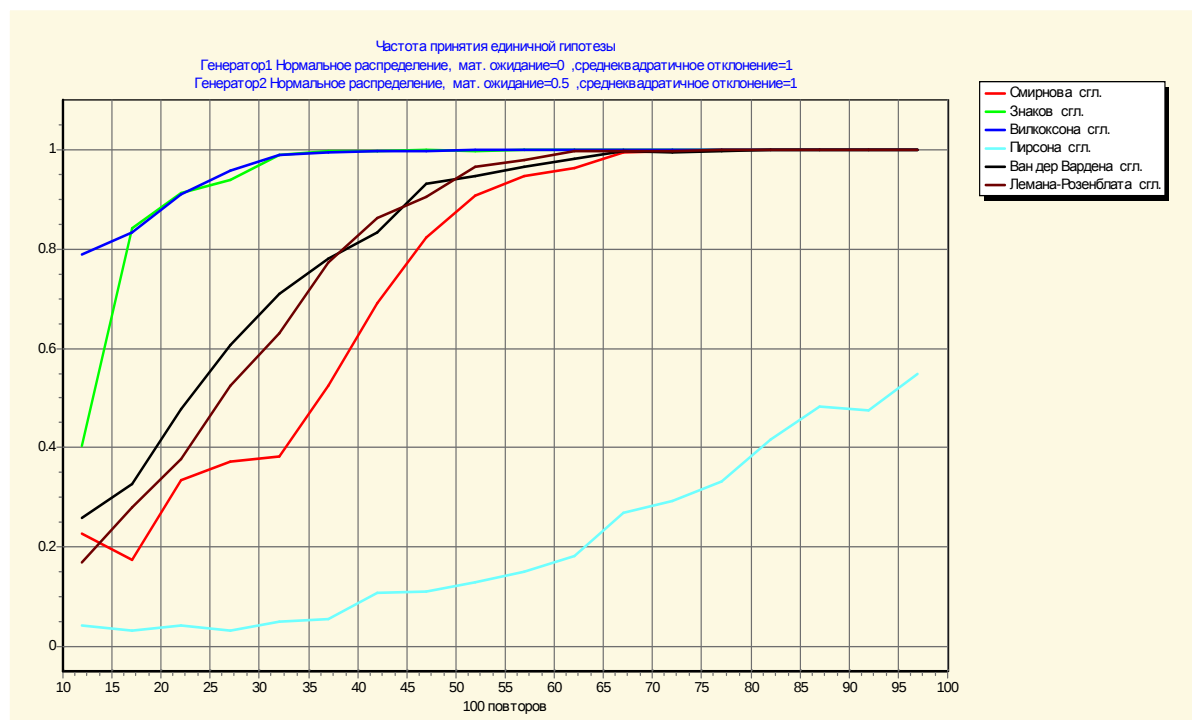


Рисунок 5 — Результаты расчета частот принятия единичной гипотезы

Из анализа полученного графика для данного примера можно сделать следующие выводы:

Наибольшую мощность имеет критерий Вилкоксона.

При объеме выборок 17—27 элементов критерий знаков имеет незначительно большую мощность, чем критерий Вилкоксона, что может объясняться случайными факторами, (необходимо повторить исследование, изменив параметры цикла: увеличив число пар сравнений выборок, изменив минимальный и максимальный объем выборок и исключив из расчета остальные критерии).

При объеме выборок менее 10 элементов, исследуемое возмущающее воздействие на генеральную совокупность статистически неразличимо.

Для принятия правильной гипотезы с вероятностью 0.9 указанными критериями, выборки должны содержать не менее 25 элементов.

Предложено инструментальное средство для проведения обширных исследований применимости различных статистических критериев

Характерной особенностью программы инструментального средства является применение аппроксимирующих зависимостей для расчета критических значений с уровнем значимости, отличающимся от общепринятого, т.е. в диапазонах 0.01 ÷ 0.5.

Разработанное инструментальное средство представляет собой научную и практическую ценность для исследования применимости непараметрических критериев для предупреждения отказов объектов критического применения. Целесообразно дальнейшее использование полученных результатов для стандартизации указанных программных средств.

Библиографический список использованной литературы

1. Ловягин В.С. Программный комплекс для исследования чувствительности непараметрических критериев / В.С. Ловягин, К.М. Маловик, А.В. Скاتков // Системы обработки інформації. — Х: Изд-во ХУПС, 2011. — № 5 (95). — С. 79–82.

2. Маловик К.Н. Анализ ограниченной информации о надежности с применением непараметрических критериев / К.Н. Маловик, Ю.И. Новикова // Науковий вісник КУЕІТУ «Нові технології»: зб. наук. пр. — Кременчук, 2011. — Вып. 3 (33). — С. 94–102.

3. Большев Л.Н. Таблицы математической статистики / Л.Н. Большев, Н.В. Смирнов. — М.: Наука. Главная редакция физико-математическом литературы, 1983. — 416 с.

4. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками, таблицами /под ред. М. Абрамовиц, И. Стиган /Пер. с англ. — М., 1979. — 832 с.

5. Давидович М.И. Статистическое оценивание и проверка гипотез на ЭВМ / М.И. Давидович, М.Л. Петрович. — М.: Финансы и статистика, 1989. — 191 с.

6. Харченко В.С. Методы моделирования и оценки качества и надежности программного обеспечения. Учеб. пособие / В.С. Харченко, В.В. Складар, Д.М. Тарасюк. — Х.: НАУ ХАИ, 2004. — 158 с.

Поступила в редакцию 13.03.2012 г.

Маловик К.М., Скатков І.О. Інструментальні засоби оцінювання ефективності непараметричних критеріїв на основі спеціалізованого програмного середовища

Описано функціональну структуру, алгоритми роботи програмного комплексу, наведено методику дослідження ефективності непараметричних критеріїв. Запропоновано процедуру дослідження ефективності непараметричних критеріїв. Запропонований підхід проілюстровано прикладом.

Ключові слова: непараметричні критерії, потужність критерію, апроксимація статистичних функцій.

Malovik K.N., Skatkov I.A. Instrumental means for estimation of nonparametric criteria efficiency on the basis of the specialized software environment

The functional structure, operation algorithms, program complex is described, the technique of nonparametric criteria efficiency research is resulted. Procedure of nonparametric criteria efficiency research is offered. The offered approach is illustrated by an example.

Keywords: nonparametric criteria, criterion, capacity, statistical functions approximation.