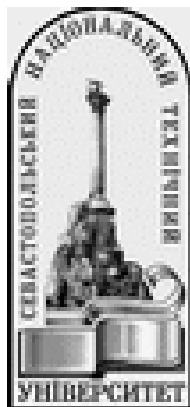


Министерство образования и науки, молодежи и спорта Украины
Севастопольский национальный технический университет



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ
по дисциплине «Цифровая обработка сигналов»
для студентов всех форм обучения
специальности 7(8).05010201 «Компьютерные системы и сети»

Севастополь
2012

Методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Цифровая обработка сигналов» для студентов специальности 7(8).05010201 «Компьютерные системы и сети» всех форм обучения / Сост. К.С. Ткаченко, В.А. Гайский. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2012. — 16 с.

Методические указания содержат требования к выполнению лабораторных работ и оформлению отчетов к лабораторным работам, варианты индивидуальных заданий, контрольные вопросы по дисциплине «Цифровая обработка сигналов».

Методические указания предназначены для студентов специальности 7(8).05010201 «Компьютерные системы и сети» всех форм обучения.

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры кибернетики и вычислительной техники (протокол № 11 от 25 июня 2012 г.).

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методических указаний.

Рецензент:

Иванченко О.В., доцент кафедры кибернетики и вычислительной техники, канд. техн. наук.

Ответственный за выпуск:

Брюховецкий А.А., и.о. зав. кафедрой кибернетики и вычислительной техники, доцент, канд. техн. наук.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Элементарные сигналы. Базовые операции над сигналами	4
2. Дискретные системы	6
3. Исследование свойств дискретного преобразования Фурье	7
4. Исследование аналоговых фильтров	9
5. Исследование дискретных фильтров	12
6. Методы спектрального оценивания	13
Библиографический список использованной литературы	16

1 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Элементарные сигналы. Базовые операции над сигналами

Цель работы: Изучение элементарных сигналов и базовых операций над сигналами с использованием САПР MATLAB [1—4].

1.1 Теоретические сведения

В дискретных сигналах, обозначаемых далее $x(n)$, переменная n - целое число, представляющее отдельные моменты времени. Такие сигналы представляются числовой последовательностью в следующем виде

$$x(n) = \{x(n)\} = \{\dots, x(-1), \underset{\uparrow}{x(0)}, x(1), \dots\},$$

где символом $\uparrow$ обозначена выборка при $n = 0$.

В цифровой обработке сигналов для целей анализа используют несколько элементарных сигналов: дельта (unit sample) функция, функция единичного скачка (unit step), вещественная экспоненциальная последовательность, комплексная экспоненциальная последовательность, синусоидальная последовательность, случайная (random) последовательность, периодическая последовательность. Базовые операции над сигналами: сложение сигналов, умножение (dot) сигналов, масштабирование, сдвиг, фолдинг, сложение отчетов, произведение отчетов.

1.2 Описание лабораторной установки

Лабораторная работа выполняется в лабораториях кафедры кибернетики и вычислительной техники с использованием средств САПР MATLAB. Используется библиотека функций PSWK_DSP [2].

1.3 Порядок выполнения работы

а) В системе MATLAB сформировать на соответствующих интервалах и построить график сигнала согласно варианту (таблица 1.1), в соответствии с последней цифрой номера по списку группы.

б) Для заданной последовательности $x(n)$ определить и построить график сигнала согласно варианту (таблица 1.2), в соответствии с последней цифрой номера по списку группы.

в) Провести декомпозицию сигнала (таблица 1.2) на четную и нечетную части. Построить их графики.

г) Сгенерировать сложный (комплексный) сигнал $x(n) = e^{(a+jb)n}$ и построить графики изменения его амплитуды, фазы, вещественной и мнимой части. Коэффициенты a и b выбрать самостоятельно.

д) Провести исследования для проверки свойств линейной свертки сигналов — ассоциативности, коммутативности, дистрибутивности. Проверка производится на произвольных сигналах.

1.4 Варианты заданий для исследования

Таблица 1.2 — Варианты заданий для пункта 1.3.а (используется синтаксис языка программирования MATLAB)

№	Сигнал
1	$x(n)=6*\cos(0.7*\pi*n+\pi/9)+1*\sin(0.7*\pi*n); n=[-4:20]$
2	$x(n)=4*\cos(0.8*\pi*n+\pi/4)+5*\sin(0.4*\pi*n); n=[-4:20]$
3	$x(n)=5*\cos(0.5*\pi*n+\pi/8)+1*\sin(0.1*\pi*n); n=[-3:20]$
4	$x(n)=3*\cos(0.8*\pi*n+\pi/6)+3*\sin(0.3*\pi*n); n=[-5:20]$
5	$x(n)=4*\cos(0.8*\pi*n+\pi/7)+6*\sin(0.9*\pi*n); n=[-7:19]$
6	$x(n)=9*\cos(0.2*\pi*n+\pi/4)+7*\sin(0.4*\pi*n); n=[-1:24]$
7	$x(n)=7*\cos(0.8*\pi*n+\pi/2)+9*\sin(0.7*\pi*n); n=[-4:22]$
8	$x(n)=3*\cos(0.8*\pi*n+\pi/3)+9*\sin(0.7*\pi*n); n=[-2:24]$
9	$x(n)=2*\cos(0.8*\pi*n+\pi/5)+3*\sin(0.3*\pi*n); n=[-8:14]$
0	$x(n)=7*\cos(0.1*\pi*n+\pi/4)+8*\sin(0.2*\pi*n); n=[-6:19]$

Таблица 1.2 — Варианты заданий для пункта 1.3.б

№	Сигнал
1	$x(n)=\{4,9,4,6,9,7,8,5,6,9\}; n=[-8:1]; x_1(n)=2x(n-3)-3x(n+8)$
2	$x(n)=\{6,7,4,7,4,9,4,6,2,4\}; n=[-7:2]; x_1(n)=2x(n-3)-5x(n+6)$
3	$x(n)=\{5,9,7,4,7,2,3,5,9,5\}; n=[-3:6]; x_1(n)=6x(n-3)-2x(n+3)$
4	$x(n)=\{1,2,5,4,7,6,7,3,5,3\}; n=[-6:3]; x_1(n)=6x(n-3)-4x(n+2)$
5	$x(n)=\{4,8,9,2,8,5,3,3,4,2\}; n=[-5:4]; x_1(n)=6x(n-5)-6x(n+8)$
6	$x(n)=\{6,7,8,2,8,5,7,5,3,3\}; n=[-8:1]; x_1(n)=5x(n-8)-5x(n+3)$
7	$x(n)=\{6,1,1,3,2,8,8,4,6,2\}; n=[-7:2]; x_1(n)=4x(n-4)-9x(n+3)$
8	$x(n)=\{4,8,3,8,5,4,3,2,5,6\}; n=[-5:4]; x_1(n)=4x(n-8)-4x(n+9)$
9	$x(n)=\{8,4,1,8,8,6,1,9,2,6\}; n=[-6:3]; x_1(n)=8x(n-8)-4x(n+1)$
0	$x(n)=\{3,7,4,6,9,9,5,7,6,6\}; n=[-5:4]; x_1(n)=6x(n-2)-2x(n+4)$

1.5 Содержание отчета о выполнении лабораторной работы

Титульный лист. Название и цель работы. 1. Постановка задачи по варианту. 2. Описание действий, необходимых для решения задачи. 3. Листинги программ, результаты функционирования программ. 4. Анализ результатов, выводы по проделанной работе.

1.6 Контрольные вопросы

- 1) Дать определение дельта-функции.
- 2) Дать определение функции единичного скачка.
- 3) Описать процесс сложения сигналов.
- 4) Описать процесс умножения сигналов.
- 5) Описать процесс масштабирования и сдвига.

2 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Дискретные системы

Цель работы: Изучение дискретных систем с использованием САПР MATLAB.

2.1 Теоретические сведения

Математически, системы с дискретизацией по времени (или дискретные системы) описываются как оператор $T[.]$, который берет последовательность $x(n)$ (называемую возбуждением) и трансформирует ее в другую последовательность $y(n)$ (называемую откликом). То есть $Y(n) = T[x(n)]$ и мы говорим, что система преобразует входной сигнал в выходной. Дискретные системы бывают линейные и не линейные.

Дискретная система $T[.]$ является линейным оператором $L[.]$ если, и только если, удовлетворяет принципу суперпозиции

$$L[a_1x_1(n) + a_2x_2(n)] = a_1 L[x_1(n)] + a_2 L[x_2(n)], \quad \forall a_1, a_2, x_1(n), x_2(n).$$

Отклик $L[\delta(n - k)]$ может интерпретироваться как ответ линейной системы во время n на единичный импульс во время k и называется ее импульсной характеристикой и записывается как $h(n, k)$. Выходной сигнал $y(n)$

может быть получен как сумма всех таких откликов $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n, k)$.

Однако, несмотря на наглядность, пользоваться такой формулой не удобно из-за зависимости импульсной характеристики $h(n, k)$ от времени. Поэтому в ЦОС обычно рассматривают не зависящие от времени линейные системы (time-invariant). Линейная система, в которой для каждой пары $x(n)$ и $y(n)$ (входной и соответствующий ему выходной сигнал) не зависит от сдвига во времени, называется не зависящей от времени линейной системой. Выходной сигнал для

такой системы равен $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n - k)$. Математически такая операция

называется линейной сверткой и обозначается $*$, например $y(n) = x(n) * h(n)$.

Линейность и стационарность позволяют легко найти реакцию системы на любой входной сигнал, зная всего одну функцию — реакцию системы на поданную на вход дельта-функцию. Эта реакция называется *импульсной характеристикой* системы и обозначается $h(t)$. Если входной и выходной сигналы системы имеют одинаковую размерность, то импульсная характеристика, как и дельта-функция времени, имеет размерность частоты. Формирование выходного сигнала можно пояснить следующим образом. Бесконечно малый «кусочек» входного сигнала $s_{ex}(t')$ шириной dt' порождает на выходе отклик, представляющий собой импульсную характеристику, умноженную на $s_{ex}(t')dt'$ и задержанную по времени на t' , то есть $s_{ex}(t')h(t-t')dt'$. Чтобы получить значение выходного сигнала в момент времени t , нужно сложить вклады от всех этих бесконечно малых «кусочков», то есть выполнить интегрирование по t' .

2.2 Описание лабораторной установки

Лабораторная работа выполняется в лабораториях кафедры кибернетики и вычислительной техники с использованием средств САПР MATLAB. Используется библиотека функций PSWK_DSP [2].

2.3 Порядок выполнения работы

а) Экспериментально определить, какая из следующих систем является независимой от времени (time-invariant): $T_1[x(n)] = \sum_0^n x(k)$; $T_2[x(n)] = \sum_{n-10}^{n+10} x(k)$; $T_3[x(n)] = x(-n)$. Константу сдвига выборки (sample shift) k задать самостоятельно.

б) Экспериментально определить, какая из следующих систем является линейной: $T_1[x(n)] = 2x(n)$; $T_2[x(n)] = 3x(n) + 4$; $T_3[x(n)] = x(n) + 2x(n-1) - x(n-1) - x(n-2)$. Определить их устойчивость (stability) и причинность (casuality).

в) Выполнить децимацию сигнала, сформированного в п.а.

г) Определить автокорреляцию и кросскорреляцию сигналов из п.1.3.а, 1.3.б.

2.4 Варианты заданий для исследования

Указаны в п.2.3, п.1.3.а, 1.3.б.

2.5 Содержание отчета о выполнении лабораторной работы

Титульный лист. Название и цель работы. 1. Постановка задачи по варианту. 2. Описание действий, необходимых для решения задачи. 3. Листинги программ, результаты функционирования программ. 4. Анализ результатов, выводы по проделанной работе.

2.6 Контрольные вопросы

- 1) Дать определение систем, независимых от времени.
- 2) Дать определение линейных системы.
- 3) Сформулировать определение устойчивости.
- 4) Сформулировать определение причинности.
- 5) Сформулировать определение децимации.

3 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

Исследование свойств дискретного преобразования Фурье

Цель работы: Освоение методики применения ДПФ и проверка известных свойств на конкретных примерах.

3.1 Теоретические сведения

Соотношения, определяющие ДПФ, выглядят следующим образом:

$$X_k = \Delta t \cdot \sum_{i=0}^{N-1} x_i \cdot e^{-j 2 \pi \frac{ik}{N}},$$

$$x_i = \Delta f \cdot \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot e^{j 2 \pi \frac{ik}{N}}$$

Здесь шаги дискретизации рассчитываются как $\Delta t = 1/2F$, $\Delta f = 1/T$; при этом T , F — соответственно временной и частотный диапазоны сигнала, считанного в N точках. Функции, удовлетворяющие соотношениям ДПФ, обладают определенной структурной симметрией, которую можно использовать для повышения экономичности расчетов. Например, изображение достаточно рассчитать лишь в половине точек $N/2$.

Преобразование Фурье является *линейным* интегральным преобразованием. Смысл свойства линейности можно сформулировать так: спектр суммы равен сумме спектров. Говоря математическим языком, линейная комбинация сигналов имеет спектр в виде такой же (с теми же коэффициентами) линейной комбинации их спектральных функций: если $s(t) = \alpha f(t) + \beta g(t)$, то $S(\omega) = \alpha F(\omega) + \beta G(\omega)$.

Некоторые сигналы могут быть без потерь информации представлены своими дискретными отсчетами. Выражение для спектра дискретизированного сигнала позволяет выделить тот класс сигналов, для которых это возможно, и описать способ такого восстановления. Спектр дискретизированного сигнала представляет собой сумму сдвинутых копий спектра исходного сигнала, при этом шаг сдвига равен частоте дискретизации ω_d . Если в спектре аналогового сигнала не содержится составляющих с частотами, превышающими частоту Найквиста ($\omega_d/2$), то сдвинутые копии спектра не будут перекрываться. В этом случае использование идеального ФНЧ с прямоугольной АЧХ позволит выделить исходную (несдвинутую) копию спектра, сосредоточенную в окрестностях нулевой частоты, и, таким образом, в точности восстановить исходный аналоговый сигнал. Имеется в виду спектральная функция *всего сигнала, имеющего бесконечную длительность*. При этом *мгновенные спектры отдельных фрагментов* сигнала могут содержать сколь угодно высокие частоты.

3.2 Описание лабораторной установки

Лабораторная работа выполняется в лабораториях кафедры кибернетики и вычислительной техники с использованием средств САПР MATLAB. Используется библиотека функций PSWK_DSP [2].

3.3 Порядок выполнения работы

а) Рассчитать амплитудный и фазовый спектр заданного сигнала аналитически с помощью интегрального преобразования Фурье.

б) Построить ДПФ сигнала с помощью программы быстрого преобразования Фурье (БПФ) в трех вариантах: когда шаг квантования времени меньше, равен и больше, рекомендованного теоремой Котельникова-Шеннона.

в) Вычислить обратное ДПФ, во всех трех случаях и обосновать результаты.

3.4 Варианты заданий для исследования

Таблица 3.1 — Варианты заданий

N п/п	X(s)	N п/п	X(s)	N п/п	X(s)
1	$\frac{1}{(s+a)}$	9	$\frac{s}{(s+a)(s+b)}$	17	$\frac{s}{(s+a)^3}$
2	$\frac{1}{(s+a)^2}$	10	$\frac{1}{(s+a)^3}$	18	$\frac{1}{(s+a)(s+b)^2}$
3	$\frac{s}{(s+a)^2}$	11	$\frac{s^2}{(s+a)^3}$	19	$\frac{s}{(s+a)(s+b)^2}$
4	$\frac{s+b}{(s+a)^2}$	12	$\frac{s+\alpha}{(s+\beta)^3}$	20	$\frac{s^2}{(s+a)(s+b)^2}$
5	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$	13	$\frac{(s+\alpha)^2}{(s+\beta)^3}$	21	$\frac{s+\alpha}{(s+\gamma)(s+\beta)^2}$
6	$\frac{1}{(s+a)^2+b^2}$	14	$\frac{s+\alpha}{(s+\gamma)(s+\beta)}$	22	$\frac{(s+\alpha)^2}{(s+\gamma)(s+\beta)^2}$
7	$\frac{\ln(s^2+a^2)}{(s^2+b^2)}$	15	$\frac{(s+\gamma)2\lambda}{((s+\gamma)^2+\lambda^2)^2}$	23	$\frac{\ln(s^2+a^2)}{(s^2+b^2)}$
8	$\frac{s+\alpha}{(s+\gamma)^2+\beta^2}$	16	$\frac{1}{(s+\alpha)(s+\beta)(s+\gamma)}$	24	$\frac{s}{(s+a)^2+b^2}$

3.5 Содержание отчета о выполнении лабораторной работы

Титульный лист. Название и цель работы. 1. Постановка задачи по варианту. 2. Описание действий, необходимых для решения задачи. 3. Листинги программ, результаты функционирования программ. 4. Анализ результатов, выводы по проделанной работе.

3.6 Контрольные вопросы

- 1) Дать определение терминов дискретизации и квантования.
- 2) Сформулировать принципы выполнения дискретного преобразования Фурье.
- 3) Сформулировать алгоритм быстрого преобразования Фурье.
- 4) Сформулировать теорему Котельникова-Шеннона.
- 5) Дать определение обратного дискретного преобразования Фурье.

4 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Исследование аналоговых фильтров

Цель работы: Научиться проектировать аналоговые фильтры, настраивать и исследовать их характеристики.

4.1 Теоретические сведения

Одной из часто возникающих на практике задач является создание фильтров, пропускающих сигналы в определенной полосе частот и задерживающих остальные частоты. При этом различают:

- *фильтры нижних частот* (ФНЧ; английский термин — low-pass filter), пропускающие частоты, меньшие некоторой частоты среза ω_0 ;
- *фильтры верхних частот* (ФВЧ; английский термин — high-pass filter), пропускающие частоты, большие некоторой частоты среза ω_0 ;
- *полосовые фильтры* (ПФ; английский термин — band-pass filter), пропускающие частоты в некотором диапазоне $\omega_1 \dots \omega_2$ (они могут также характеризоваться средней частотой $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$ и шириной полосы пропускания $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$);
- *режекторные фильтры* (другие возможные названия — заграждающий фильтр, фильтр-пробка, полосно-задерживающий фильтр; английский термин — band-stop filter), пропускающие на выход *все* частоты, *кроме* лежащих в некотором диапазоне $\omega_1 \dots \omega_2$ (они тоже могут характеризоваться средней частотой $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$ и шириной полосы задерживания $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$).

Кроме того, рассчитав ФНЧ, можно несложными преобразованиями изменить его частоту среза, превратить его в ФВЧ, полосовой либо режекторный фильтр с заданными параметрами. Поэтому расчет аналогового фильтра начинается с расчета так называемого *фильтра-прототипа*, представляющего собой ФНЧ с частотой среза, равной 1 рад/с.

С целью перехода от квадрата АЧХ к передаточной функции $A(p)$ необходимо факторизовать исходное выражение, т.е. представить его в виде

$$|A(\tilde{f})|^2 = A(j\tilde{f})A(-j\tilde{f})$$

а затем использовать подстановку $p = j\omega = j2\pi\tilde{f}f_c$. Факторизацию, т.е. разложение на комплексно сопряженные сомножители четного дробно-рационального выражения, всегда можно осуществить, например, методом неопределенных коэффициентов. В качестве передаточной функции $A(p)$ устойчивого ФНЧ используют ту компоненту полученного произведения, которая содержит нули и полюсы в левой комплексной полуплоскости.

Фильтры низких частот являются базовыми при проектировании в других диапазонах частот. Для их расчета достаточно, в простейшем случае, задать параметры n, f_c, ε . Переход к другим фильтрам (с передаточной функцией $A(P_0)$) осуществляется заменой переменной в передаточной функции $A(p)$ ФНЧ:

- для ФВЧ $p = f_c^2 / P_0$
- для ФПП $p = f_c(P_0^2 + f_{сн} f_{св}) / (P_0(f_{св} - f_{сн}))$
- для ФПЗ $p = f_c P_0(f_{св} - f_{сн}) / (P_0^2 + f_{сн} f_{св})$

где $f_{сн}, f_{св}$ — нижняя и верхняя граничные частоты (частоты среза). Эту же операцию можно осуществить путем структурного преобразования операторной схемы включения фильтров. Так образом,

- ФВЧ получают, дополняя ФНЧ прямой единичной связью,
- ФПП получают последовательным включением ФНЧ и ФВЧ,
- ФПЗ получают параллельным включением ФНЧ и ФВЧ

При сравнении результатов использования фильтров различного типа в какой-либо системе обработки сигналов следует помнить о том, что частота среза для разных фильтров определяется по-разному. Функция передачи фильтра-прототипа Баттерворта (Butterworth filter) не имеет нулей, а ее полюсы равномерно расположены на s -плоскости в левой половине окружности единичного радиуса. Функция передачи фильтра Чебышева первого рода (Chebyshev type I filter) также не имеет нулей, а ее полюсы расположены в левой половине эллипса на s -плоскости. Функция передачи фильтра Чебышева второго рода (Chebyshev type II filter), в отличие от предыдущих случаев, имеет и нули, и полюсы. По этой причине фильтры Чебышева второго рода называют еще *инверсными фильтрами Чебышева* (inverse Chebyshev filter). Эллиптические фильтры (фильтры Кауэра; английские термины — elliptic filter, Cauer filter) в некотором смысле объединяют в себе свойства фильтров Чебышева первого и второго рода, поскольку АЧХ эллиптического фильтра имеет пульсации заданной величины как в полосе пропускания, так и в полосе задерживания. В отличие от фильтров предыдущих типов, фильтры Бесселя (Bessel filter) не аппроксимируют прямоугольную АЧХ — их АЧХ по форме близка к гауссовой кривой (точнее, стремится к ней с ростом порядка фильтра).

Идеальная (прямоугольная) форма АЧХ не может быть физически реализована. Поэтому в теории аналоговых фильтров разработан ряд методов *аппроксимации* прямоугольных АЧХ.

4.2 Описание лабораторной установки

Лабораторная работа выполняется в лабораториях кафедры кибернетики и вычислительной техники с использованием средств САПР MATLAB. Используется библиотека функций PSWK_DSP [2].

4.3 Порядок выполнения работы

- а) Рассчитать квадрат ФНЧ в соответствии с заданным вариантом.
- б) Рассчитать передаточную функцию данного ФНЧ путем факторизации квадрата АЧХ. Построить АЧХ полученного ФНЧ.
- в) Преобразовать полученный фильтр в заданный ФВЧ, ФПП или ФПЗ одним из известных способов. Построить АЧХ полученного фильтра.
- г) Моделировать работу фильтра в установившемся режиме при заданном входном сигнале.
- д) Продемонстрировать работоспособность заданного фильтра, оценив спектр выходного сигнала

4.4 Варианты заданий для исследования

Заданный входной сигнал представляет собой линейную комбинацию синусоидальных функций $x(t) = \sin(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t)$. Известны параметры аналогового фильтра $n=2, \varepsilon=0.05$, f_c , обрабатывающего этот сигнал. Причем, частоты f_1 и f_2 подобраны так, чтобы оказаться в полосе пропускания и полосе затухания фильтра соответственно. Основу для выбора варианта составляет число А—последние две цифры зачетной книжки. Таким образом, необходимые параметры можно определить из формул:

$$f_{сн} = A + 10; f_c = f_{св} = f_{сн} + 100;$$

$$f_1 = f_c - 50; f_2 = f_c + 50;$$

Кроме того, тип проектируемого фильтра выбирается из таблицы 4.1

Таблица 4.1 — Варианты заданий

А	Тип фильтра
00+09	ФНЧ Чебышева
10+19	ФВЧ Баттерворта
20+29	ФВЧ Чебышева
30+39	ФВЧ инв. Чебышева
40+49	ФПП Баттерворта
50+59	ФПП Чебышева
60+69	ФПП инв. Чебышева
70+79	ФПЗ Баттерворта
80+89	ФПЗ Чебышева
90+99	ФПЗ инв. Чебышева

4.5 Содержание отчета о выполнении лабораторной работы

Титульный лист. Название и цель работы. 1. Постановка задачи по варианту. 2. Описание действий, необходимых для решения задачи. 3. Листинги программ, результаты функционирования программ. 4. Анализ результатов, выводы по проделанной работе.

4.6 Контрольные вопросы

- 1) Дать определение аналогового фильтра.
- 2) Сформулировать понятие передаточной функций.
- 3) Описать фильтр низких частот.
- 4) Описать фильтр высоких частот.
- 5) Сформулировать понятие установившегося режима.

5 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

Исследование дискретных фильтров

Цель работы: Научиться проектировать дискретные фильтры, настраивать и исследовать их характеристики.

5.1 Теоретические сведения

В отличие от аналоговых дискретные фильтры работают не с непрерывными сигналами, а с сигналами дискретизированными по времени (решетчатая функция, значения этой функции определены только для определенных значений аргумента). Промежуток времени между двумя соседними отсчетами сигнала называется периодом дискретизации T_d , величина обратная ему — частотой дискретизации f_d . При дискретизации непрерывных сигналов частоту дискретизации следует выбирать с учетом теоремы Котельникова.

5.2 Описание лабораторной установки

Лабораторная работа выполняется в лабораториях кафедры кибернетики и вычислительной техники с использованием средств САПР MATLAB. Используется библиотека функций PSWK_DSP [2].

5.3 Порядок выполнения работы

- а) Синтезировать дискретный фильтр с бесконечной импульсной характеристикой
- б) Синтезировать дискретный фильтр с конечной импульсной характеристикой
- в) Построить и сравнить характеристики фильтров с их прототипами во временной и частотной области

5.4 Варианты заданий для исследования

Варианты заданий использовать из предыдущей лабораторной работы.

5.5 Содержание отчета о выполнении лабораторной работы

Титульный лист. Название и цель работы. 1. Постановка задачи по варианту. 2. Описание действий, необходимых для решения задачи. 3. Листинги программ, результаты функционирования программ. 4. Анализ результатов, выводы по проделанной работе.

5.6 Контрольные вопросы

- 1) Дать определение дискретного фильтра.
- 2) Описать общие характеристики фильтров.
- 3) Сформулировать характеристики дискретных фильтров с бесконечной импульсной характеристикой.
- 4) Сформулировать характеристики дискретных фильтров с конечной импульсной характеристикой.
- 5) Описать принципы сравнения фильтров с их прототипами.

6 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6 **Методы спектрального оценивания**

Цель работы: Освоить практические методы классического и параметрического спектрального оценивания и сравнить их эффективность.

6.1 Теоретические сведения

Спектральное оценивание относится к числу традиционных областей исследования статистиков. Появление же два десятилетия назад цифровых алгоритмов быстрого преобразования Фурье (БПФ) превратило его в средство решения многих практических задач. Соответствующие методы можно разбить на два основных класса:

- классические, базирующиеся на дискретном преобразовании Фурье (ДПФ);
- параметрические, опирающиеся на авторегрессионное (АР) спектральное оценивание.

Прямое и обратное преобразование Фурье (ДПФ) выглядит следующим образом:

$$X_k = \Delta t \cdot \sum_{i=0}^{N-1} x_i \cdot \exp(-j \frac{2\pi i k}{N}), k = 0, N-1$$

$$x_i = \Delta f \cdot \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot \exp(j \frac{2\pi i k}{N}), i = 0, N-1$$

Здесь Δt - шаг квантования времени и Δf - шаг квантования частоты, которые определяются исходя из теоремы Котельникова - Шеннона и по правилам ДПФ

$$\Delta t = \frac{1}{F}, \Delta f = \frac{1}{T}, T = N \cdot \Delta t, F = N \cdot \Delta f,$$

где T -продолжительность наблюдения процесса, а F -его частотный диапазон. В силу симметрии спектра вещественной последовательности его достаточно рассчитывать лишь для $k = 0, \frac{N}{2}$. Кроме того, оба приведенных соотношения обеспечивают периодичность оригинала x_i и изображения X_k .

Периодограмма рассчитывается по формуле: $\hat{W}(\omega) = \frac{1}{Nf_o} \left| \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-j\omega k T} \right|^2$.

Деление на частоту дискретизации f_d необходимо для получения оценки спектральной плотности мощности *аналогового* случайного процесса, восстановленного по отсчетам $x(k)$. Если при расчете спектра используется весовая функция (окно) с коэффициентами $w(k)$, то формула слегка модифицируется — вместо числа отсчетов N в знаменателе должна стоять сумма квадратов модулей коэффициентов окна. Полученная оценка спектра мощности называется *модифицированной периодограммой* (modified periodogram):

$$\hat{W}(\omega) = \frac{1}{f_o} \frac{\left| \sum_{k=0}^{N-1} x(k) w(\omega) e^{-j\omega k T} \right|^2}{\sum_{k=0}^{N-1} |w(\omega)|^2}.$$

Периодограмма не является состоятельной

оценкой спектральной плотности мощности, поскольку дисперсия такой оценки сравнима с квадратом ее математического ожидания. С ростом числа используемых отсчетов значения периодограммы начинают все быстрее флуктуировать.

При вычислении периодограммы по длинному фрагменту случайного сигнала она оказывается весьма изрезанной. Для уменьшения этой изрезанности необходимо применить какое-либо усреднение. Даниелл (Daniell) предложил сглаживать быстрые флуктуации выборочного спектра путем усреднения по соседним частотам спектра. Данный метод, называемый *периодограммой Даниелла*, сводится к вычислению свертки периодограммы со сглаживающей функцией. В методе Бартлетта (Bartlett) анализируемый сигнал делится на неперекрывающиеся сегменты, для каждого сегмента вычисляется периодограмма и затем эти периодограммы усредняются. Если корреляционная функция сигнала на длительности сегмента затухает до пренебрежимо малых значений, то периодограммы отдельных сегментов можно считать независимыми. В этом случае дисперсия *периодограммы Бартлетта* обратно пропорциональна числу используемых сегментов, однако с ростом числа сегментов при фиксированном общем числе отсчетов сигнала падает спектральное разрешение (за счет того, что сегменты становятся короче).

6.2 Описание лабораторной установки

Лабораторная работа выполняется в лабораториях кафедры кибернетики и вычислительной техники с использованием средств САПР MATLAB. Используется библиотека функций PSWK_DSP [2].

6.3 Порядок выполнения работы

Для заданной псевдослучайной функции $x(t) = e^{-\alpha t} \cdot \sin \omega t$ рассчитать плотность спектра мощности тремя методами: аналитически с помощью непрерывного преобразования Фурье; численно (классическим методом) с помощью дискретного преобразования Фурье; численно (параметрическим методом) построением авторегрессионной модели $/ p \geq 4 /$. Сравнить результаты графически или таблично, представив все необходимые промежуточные расчеты.

6.4 Варианты заданий для исследования

Частота ω выбирается по двум последним цифрам зачетной книжки студента. Затухание псевдослучайной функции рекомендуется осуществить за два-три периода гармоника.

6.5 Содержание отчета о выполнении лабораторной работы

Титульный лист. Название и цель работы. 1. Постановка задачи по варианту. 2. Описание действий, необходимых для решения задачи. 3. Листинги программ, результаты функционирования программ. 4. Анализ результатов, выводы по проделанной работе.

6.6 Контрольные вопросы

- 1) Методы расчета плотности спектра.
- 2) Описать аналитический метод расчета плотности спектра с помощью

непрерывного преобразования Фурье.

3) Описать численный метод расчета плотности спектра с помощью дискретного преобразования Фурье.

4) Описать метод расчета плотности спектра параметрическим построением модели.

5) Сформулировать принципы синтеза линейного разностного уравнения.

6) Дать определение плотности спектра мощности.

Библиографический список использованной литературы

1. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов: Учебник для вузов / А.Б. Сергиенко. — СПб.: Питер, 2006. — 751 с.
2. Ingle V.K. Digital signal processing using MATLAB / Vinay K. Ingle, John G. Proakis. — Northeastern University, PWS-Kent: 1997. — 421 с.
3. Дьяконов В.А. Matlab 2000: учебный курс / В.А. Дьяконов. — СПб: Питер, 2001. — 592 с.
4. Дьяконов В.А. Matlab 8/2000: Специальный справочник / В.А. Дьяконов. — СПб: Питер, 2002. — 586 с.