

УДК 620.53:623.97

А.И. Бохонский

Севастопольский национальный технический университет

ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053

E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua

ОПТИМАЛЬНОЕ ВРАЩЕНИЕ КОСМИЧЕСКОГО КОРАБЛЯ

Исследовано оптимальное вращение (вокруг продольной оси) космического корабля с упруго защемленными крыльями солнечных батарей. Оптимальное вращательное движение обеспечивает отсутствие колебаний крыльев и корпуса к концу движения. Для подавления случайных колебаний используется регулятор с отрицательной обратной связью.

Ключевые слова: космический корабль, управление вращением, подавление колебаний.

В [1] найдено оптимальное управление вращением упругого ствола с распределенной массой длинноствольной корабельной артиллерийской установки, при котором полностью исключаются изгибные колебания ствола в конце движения; это снижает износ ствола и повышает эффективность стрельбы.

В [1, 2] предложен закон оптимального вращения упругого объекта, который актуален не только в военном деле, при управлении движением манипуляторов минимальной массы, но также может использоваться при монтаже крупногабаритных нежестких конструкций в космическом пространстве [3] и управлении маневрированием космического корабля.

Цель исследования – моделирование оптимального поворота (за минимальное время) космического корабля с упруго защемленными крыльями солнечных батарей вокруг продольной оси корпуса с исключением колебаний (крыльев и корабля) в конечном состоянии.

На рисунке 1 изображена упрощенная схема корабля с солнечными батареями, закрепленных упруго с жесткостью узлов C (Нм). В первом приближении крылья солнечных батарей предполагаются однородными жесткими пластинами [3]. В невесомости горизонтальное положение крыльев массами m и длиной l соответствует статическому положению равновесия. Основное допущение: крылья считаются абсолютно жесткими пластинами, но упруго защемлены в корпусе. При моделировании динамики космического корабля с использованием уравнений Лагранжа второго рода составлены уравнения вращательного движения.

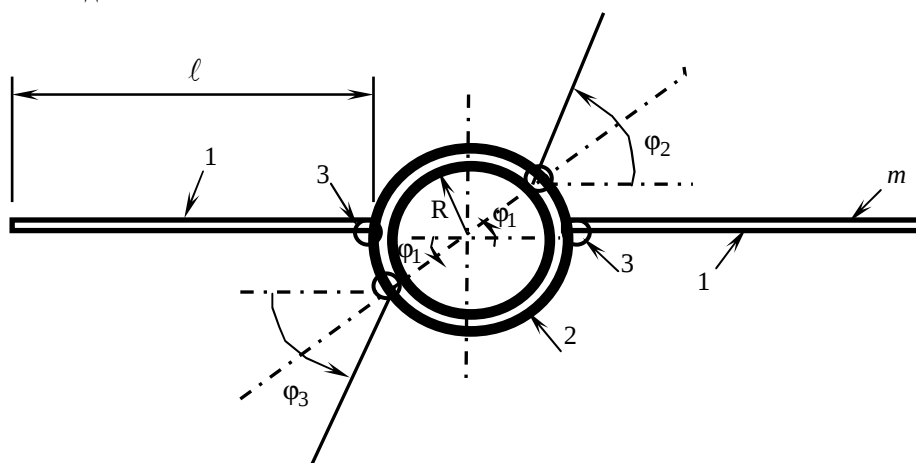


Рисунок 1 – Схема корабля: 1 – крылья солнечной батареи; 2 – корпус; 3 – узлы упругих защемлений крыльев

Задачам синтеза оптимальных управлений переносным движением упруго деформируемых систем с конечным и бесконечным числом степеней свободы из исходного в конечное состояние абсолютного покоя (с допущением колебаний только на временном интервале движения) посвящены работы [2,4]. При поступательном движении предложен, например, закон ускорения в переносном движении упругой системы

$$U_e(t) = \frac{2\pi L}{T^2} \sin^{2n_1-1} \left(\frac{\omega}{n} t \right), \quad (1)$$

где L – расстояние, на котором перемещается упругая система; T – общее время движения; $T = 2\pi/p$, $p = \omega/n$; ω – частота собственных колебаний упругой системы (с одной степенью свободы);

$n_1 = 1, 2, 3, 4, \dots$; $n = 2, 3, 4, \dots$. В наиболее простом частном случае при $n_1 = 1$ и $n = 2$ и (1) следует

$$U_e(t) = \frac{2\pi L}{T^2} \sin\left(\frac{\omega}{2}t\right). \quad (2)$$

Аналогично зависимости (2) записывается выражение для углового ускорения при оптимальном вращении упругой системы

$$\mathfrak{E}_e(t) = \frac{2\pi\varphi_*}{T^2} \sin\left(\frac{\omega}{2}t\right), \quad (3)$$

где φ_* – угол поворота, на который необходимо повернуть упругую систему вокруг продольной оси корпуса за время T .

Закон вращения (3) исключает необходимость использования специального демпфирования колебаний, обеспечивая с достаточной для практики точностью достижение относительного покоя крыльев солнечных батарей, что приводит, в том числе, к экономии топлива двигателей малой тяги. Как следует из (3), оптимальное управление, обеспечивающее отсутствие колебаний в конечном состоянии, задается с учетом частоты собственных колебаний; угловое перемещение может осуществляться за минимально возможное время T .

Система “корпус – упруго заземленные крылья” имеет три степени свободы. В качестве обобщенных координат приняты углы поворота корпуса и крыльев: $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. Кинетическая энергия системы в произвольный момент времени выражается через обобщенные угловые скорости

$$T = \frac{1}{2} I_0 \dot{\varphi}_1^2 + m(R\dot{\varphi}_1)^2 + \frac{1}{2} I_1 (\dot{\varphi}_2^2 + \dot{\varphi}_3^2), \quad (4)$$

где I_1 – момент инерции крыльев относительно осей, проходящих через их центры тяжести.

Потенциальная энергия системы в деформируемом состоянии

$$\Pi = \frac{1}{2} C(\varphi_1 - \varphi_2)^2 + \frac{1}{2} C(\varphi_3 - \varphi_1)^2. \quad (5)$$

Уравнение Лагранжа в общем виде:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_i} = - \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_i}. \quad (i = 1, 2, 3) \quad (6)$$

Из (6) с учетом (4) и (5) получена система дифференциальных уравнений вращения:

$$\begin{aligned} (I_0 + 2mR^2) \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + 2C\varphi_1 - C\varphi_2 - C\varphi_3 &= f(t), \\ I_1 \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} + C\varphi_2 - C\varphi_1 &= 0, \\ I_1 \frac{d^2 \varphi_3}{dt^2} + C\varphi_3 - C\varphi_1 &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где $f(t)$ – управление вращением космического корабля. При $f(t) = 0$ с учетом частных решений $\varphi_1 = A_1 \sin \omega t$, $\varphi_2 = A_2 \sin \omega t$, $\varphi_3 = A_3 \sin \omega t$ и $A_1 \neq 0$, $A_2 \neq 0$, $A_3 \neq 0$ из (7) следует частотный определитель (вековое уравнение):

$$\begin{vmatrix} 2C - (I_0 + 2mR^2)\omega^2 & -C & -C \\ -C & C - I_1\omega^2 & 0 \\ -C & 0 & C - I_1\omega^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Исходные данные [4]: момент инерции корпуса относительно центральной продольной оси $I_0 = 16mR^2$, где m – масса каждого крыла; $l = 6R = 3$ м. Далее приведена процедура определения частот собственных колебаний космического корабля. Как и следовало ожидать, первая частота равна нулю, т.е. корабль может вращаться как абсолютно твердое тело (без колебаний).

restart; with (linalg): Antena kosmos

```
M:=array(1..3,1..3,[[[],[]]]):
```

```
M[1,1]:=2*C-(J0+2*m*R^2)*om^2: M[1,2]:=-C: M[1,3]:=-C: M[2,1]:=-C:
```

```
M[2,2]:=C-J1*om^2: M[2,3]:=0: M[3,1]:=-C: M[3,2]:=0: M[3,3]:=C-J1*om^2: om:=sqrt(t):
```

```
evalm(M): J0:=16*m*R^2: R:=0.5: C:=m*9.81*3/(2*0.1): J1:=m*3^2/3:
```

$$\begin{bmatrix} 2C - (J_0 + 2mR^2)om^2 & -C & -C \\ -C & C - J_1 om^2 & 0 \\ -C & 0 & C - J_1 om^2 \end{bmatrix}$$

Частотный определитель

```
S:=simplify(det(M)/(m^3))=0;
```

```
S := -0.0002000000000 t (0.1136788931 10^10 - 0.33108750 10^8 t + 202500. t^2) = 0
```

fsolve(S,t); РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ; ЧАСТОТЫ

```
0., 49.04999998, 114.4500000
```

```
om1:=0: om2:=sqrt(49.04999998): om3:=sqrt(114.45):
```

```
om1 := 0
```

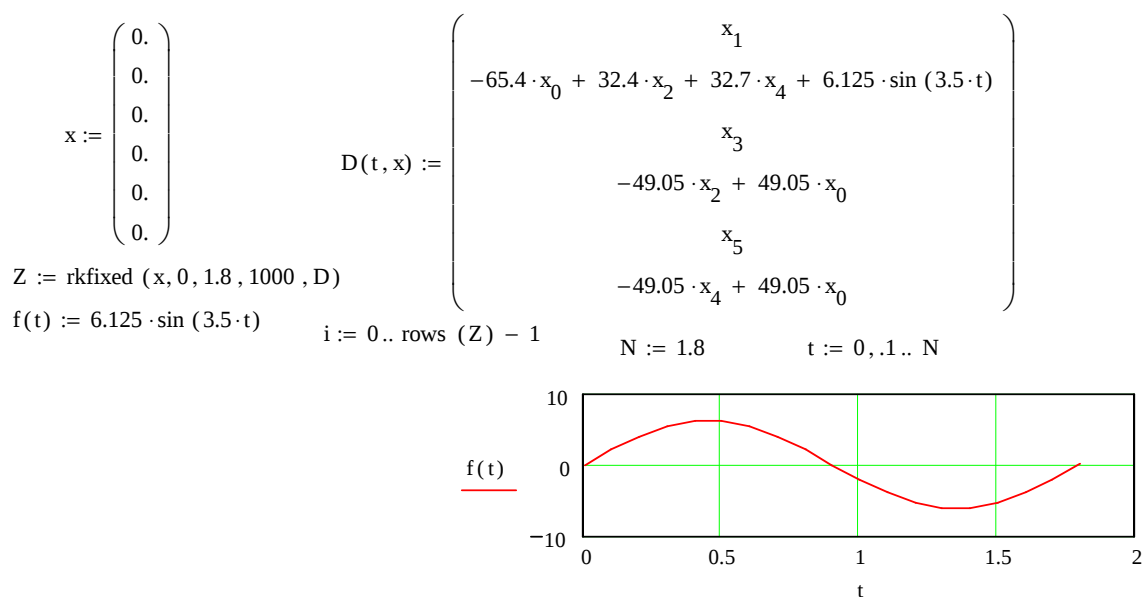
```
om2 := 7.003570517
```

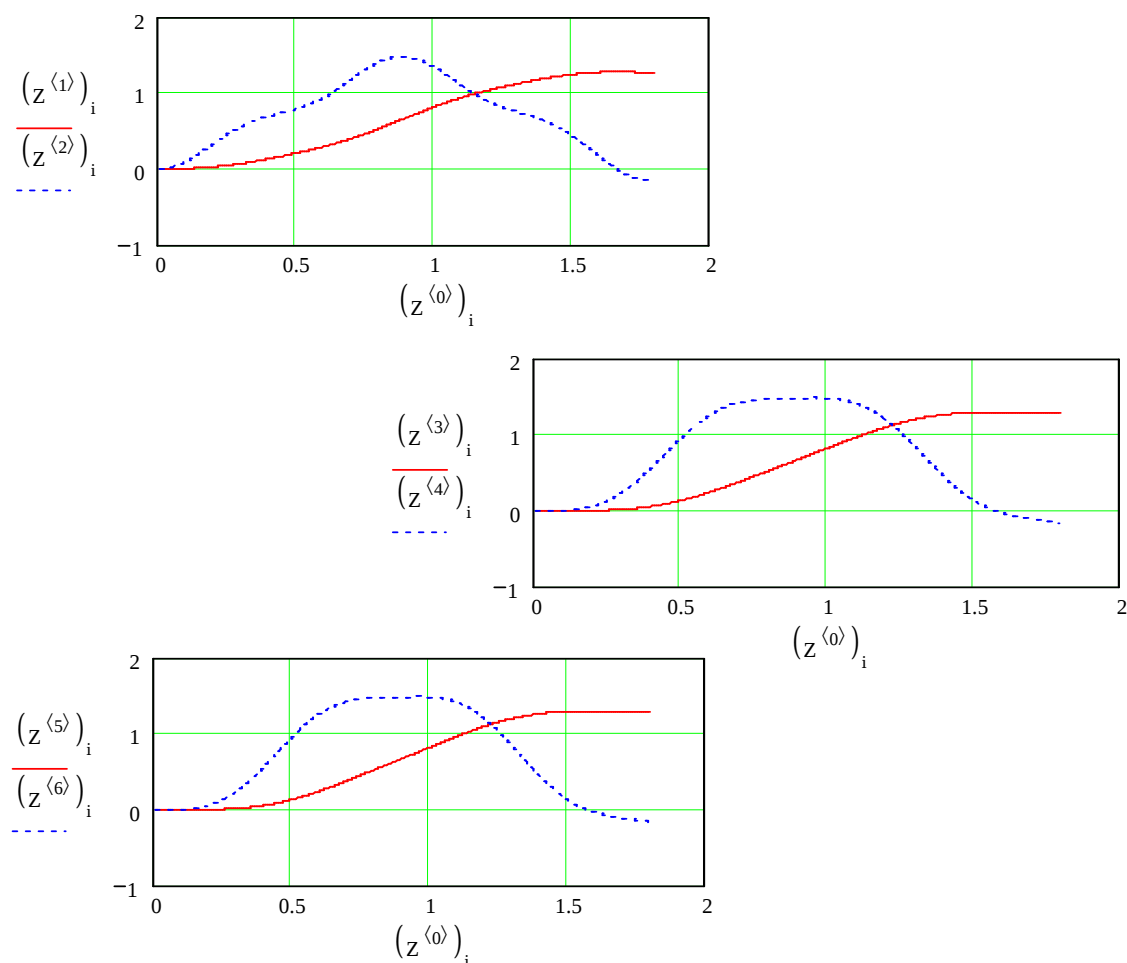
```
om3 := 10.69813068
```

Итак, получены частоты собственных колебаний: $\omega_1 = 0$; $\omega_2 = 7,0036 \text{ с}^{-1}$; $\omega_3 = 10,698 \text{ с}^{-1}$.

Для анализа динамического поведения космического корабля с учетом правой части (в первом уравнении системы (7)) осуществлялось численное интегрирование уравнений в Mathcad при оптимальном повороте корабля на заданный угол из исходного состояния относительного покоя.

В программе приведены графики – управления, угловых перемещений и скоростей: $f(t)$, ϕ_1 , $\dot{\phi}_1$; ϕ_2 , $\dot{\phi}_2$; ϕ_3 , $\dot{\phi}_3$. Как следует из графиков, при оптимальном повороте колебания корабля и крыльев в конечном состоянии отсутствуют.





В реальных условиях возможны различные типы помех, что не позволяет достаточно строго осуществить оптимальный программный поворот корабля с устранением случайных колебаний. Для подавления таких колебаний используется отрицательная обратная связь. На рисунке 2 дана блок-схема комбинированного управления – программного и с регулятором в обратной связи, которая повышает демпфирование колебаний. Введение обратной связи повысило быстродействие системы при снижении чувствительности к изменению параметров объекта управления.

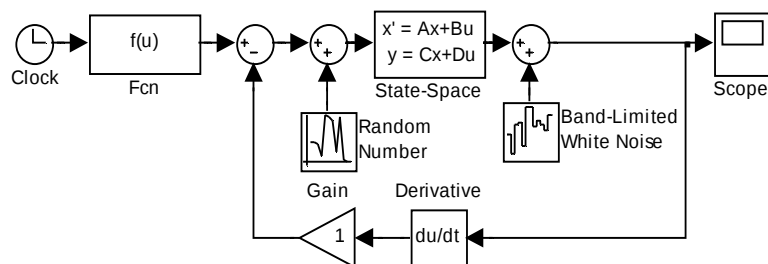


Рисунок 2 – Блок-схема комбинированного управления вращением космического корабля

Анализ исходной системы уравнений существенно упрощается при использовании метода главных координат. Система управления при использовании метода главных координат разработана в Simulink [5].

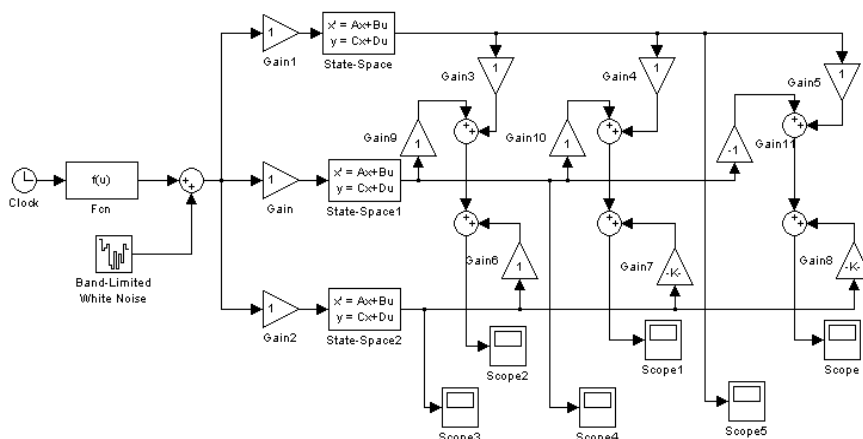


Рисунок 3 – Блок-схема системы управления, основанная на методе главных координат

Уравнения движения в главных координатах записываются так [6]:

$$\frac{d^2 q_k}{dt^2} + \omega_k^2 q_k = \frac{Q_k(t)}{J_k}, \quad (k=1, \dots, 3),$$

где $Q_k(t)$ – обобщенные силы; J_k – обобщенные моменты инерции; ω_k – частота собственных колебаний. Физические координаты выражаются через главные [5]. Уравнения в главных координатах:

$$\frac{d^2 q_1}{dt^2} = \frac{Q_1(t)}{J_1}, \quad \frac{d^2 q_2}{dt^2} + \omega_2^2 q_2 = \frac{Q_2(t)}{J_2}, \quad \frac{d^2 q_3}{dt^2} + \omega_3^2 q_3 = \frac{Q_3(t)}{J_3}.$$

Метод главных координат облегчает построение структурных схем многомерных систем управления; при этом упрощается построение матрицы передаточных функций [6]. Блок-схема управляемого космического корабля, построенная на основании использования известного в теории колебаний метода главных координат [5, 6], изображена на рисунке 3.

Рассмотренный подход в управлении вращением объектов конечной жесткости может использоваться не только при управлении вращением космического корабля и монтаже крупногабаритных космических конструкций малой жесткости, но и для оптимального вращения ствола корабельной артиллерийской установки [1]. Схема линейного и углового перемещений объектов малой жесткости (бруса) из исходного в конечное состояние (со стыковкой) изображена на рисунке 4. Движения реализуются с помощью сосредоточенных управлений в виде силы $U_1(t)$ и момента $U_2(t)$ (пары сил).

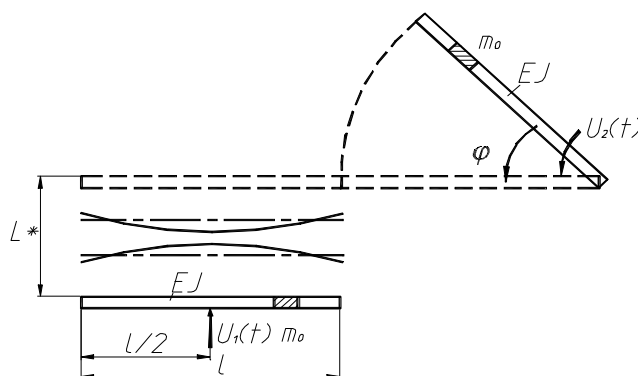


Рисунок 4 – Схема сборки объектов малой жесткости

Силы (либо моменты) могут быть отнесены к граничным условиям. В качестве подвижной системы координат при поступательном движении выбраны главные центральные оси и колебания происходят относительно осей, движущихся поступательно [2]. При этом нежесткие объекты рассматриваются как системы с распределенными массами.

Дальнейшие исследования направлены на использование предложенных управлений для монтажа крупногабаритных нежестких конструкций в космическом пространстве, в частности, при проектировании и монтаже космического рефлектора для освещения м. Херсонес [7].

Библиографический список использованной литературы

1. Бохонский А.И. Оптимальное вращение нежесткого объекта вокруг неподвижной оси / А.И. Бохонский // Зб. наук. праць Севастоп. військово-морського ордену Червоної Зірки ін-ту ім. П.С. Нахімова. — Севастополь: СВМІ ім. П.С. Нахімова, 2008. — С. 3–10.
2. Бохонский А.И. Оптимальное управление переносным движением деформируемых объектов: теория и технические приложения / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, М.И. Мозолевский. — Севастополь: СевНТУ, 2007. — 296 с.
3. Сборник задач по теоретической механике / К.С. Колесников [и др.]. — М.: Наука, 1989. — 448 с.
4. Бохонский А.И. Оптимальное переносное движение упругих систем / А.И. Бохонский // Вестник СевГТУ. Сер. Механика, энергетика, экология: сб. науч. тр. — Севастополь, 2002. — Вып. 38. — С. 33–38.
5. Черных И.В. Simulink: среда создания инженерных приложений / И.В. Черных // Simulink. — М.: Диалог-МИФИ, 2003. — 496 с.
6. Бидерман В.Л. Прикладная теория колебаний / В.Л. Бидерман. — М.: Высш. шк., 1972. — 416 с.
7. Бохонский А.И. Технические проекты / А.И. Бохонский // Вестник Крымской Академии Наук (Севастопольское отделение). — Севастополь : Изд-во КАН, 2011. — Вып. 2. — С. 98.

Поступила в редакцию 14.06.2012 г.

Бохонський О.І. Оптимальне обертання космічного корабля

Досліджено оптимальне управління обертанням (навколо поздовжньої осі) космічного корабля з пружно закріпленими крилами сонячних батарей. Показано, що зворотній зв'язок забезпечує відсутність коливань корабля в кінці руху.

Ключові слова: космічний корабель, управління обертанням, знищення коливань.

Bokhonsky A.I. Optimum rotation of a spacecraft

Optimum control of rotation around of a longitudinal axis of a spacecraft of special purpose (assignment) is offered with it is elastic the wings of solar batteries jammed in the case. It is shown, that rotary movement provides. Absence of fluctuations of wings at the end of movement. Suppression of casual fluctuations is carried out with use negative feedback.

Keywords: a spacecraft, control of rotation, suppression of fluctuations.