

УДК 621.431

А.В. Неменко, канд. техн. наук, доцент**М.М. Никитин, инженер***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: valesan@list.ru***ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ АСИМПТОТИЧЕСКОГО ЗНАЧЕНИЯ ТЕПЛООВОГО ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА**

Предложена вычислительная схема расчета асимптотического значения для случая равномерно распределенной погрешности данных. Получены формулы для характеристик плотности распределения результирующей погрешности и их асимптотическая оценка.

Ключевые слова: *предупреждение отказов, тепловой переходный процесс, анализ рядов, нестационарный временной ряд, прогноз, асимптотическое значение.*

Введение. Предупреждение отказов судовой энергетической установки актуально в настоящее время ввиду сложности системы, состоящей из значительного количества элементов, наиболее ответственными из которых являются двигатели внутреннего сгорания. Общепринято оснащение вновь строящихся судов системами централизованного контроля, автоматически осуществляющими анализ состояния машин и механизмов в режиме реального времени. Тем не менее, проблема температурных отказов (перегрев охлаждающих сред, подшипников, резкое охлаждение крупногабаритных деталей двигателей внутреннего сгорания) согласно действующим Правилам технической эксплуатации дизелей [1] решается по принципу срабатывания устройств сигнализации и защиты непосредственно при выходе контролируемой температуры за пределы уставки. Существенным недостатком такого подхода является отсутствие возможности влиять на дальнейший процесс остывания или нагрева элемента, что, в сочетании с тепловой инерционностью значительных металлических масс и заполненных жидкостью объемов, в отдельных случаях также способно привести к разрушительным последствиям (трещины, выплавление антифрикционного слоя подшипников скольжения). Прогнозированию же предельного значения температуры в ходе переходного процесса её изменения до недавнего времени препятствовало отсутствие адекватных методов дальнего прогноза существенно нестационарных временных рядов [2].

В [3] рассмотрено применение к этой задаче предложенного авторами алгоритма, вычисляющего асимптотическое значение монотонно возрастающей или убывающей функции на основании массива из фиксированного количества её равноотстоящих значений. Произведенная в [3] проверка на массиве значений тока разряда электрического конденсатора показала принципиальную возможность применения метода к данным, полученным с конечными ошибками измерения. Тем не менее, для корректной работы алгоритма необходима количественная оценка доверительного интервала результата прогноза (для заданных количества измерений температуры и распределения ошибки единичного измерения).

Целью исследования является построение плотности распределения ошибки вычисленного предложенным в [3] методом асимптотического значения и получение количественных характеристик – математического ожидания, дисперсии и доверительного интервала для попадания ошибки в заданную область.

Постановка задачи. Пусть известны $(m+1)$ равноотстоящих значений временного ряда измерений температуры

$$t = t_0, t_1, \dots, t_m, \quad (1)$$

каждое из которых задано с ошибкой измерения δt_n , которая является независимой от ошибок измерения остальных значений величиной, равномерно распределенной в интервале $[-\Delta, \Delta]$.

Требуется построить плотность распределения результирующей ошибки δa вычисления функции

$$a(t_0, t_1, \dots, t_m) = \sum_{n=0}^m c_n(t_0, \dots, t_n) \cdot \binom{m}{n}, \quad (2)$$

где

$$c_n(t_0, \dots, t_n) = \frac{(-1)^n}{n! \cdot h^n} \cdot \sum_{i=0}^n (-1)^i \cdot \binom{n}{i} \cdot t_n, \quad (3)$$

h – интервал между измерениями, c ; $\binom{a}{b}$ – биномиальный коэффициент степени a порядка b

$$\binom{a}{b} = \frac{a!}{b!(a-b)!}.$$

Количественные характеристики распределения (12) определим с помощью известных [4] формул математического ожидания

$$E\xi = \int_{-\infty}^{\infty} k \cdot p(k) dk \quad (13)$$

и дисперсии

$$D\xi = \int_{-\infty}^{\infty} k^2 \cdot p(k) dk - (E\xi)^2. \quad (14)$$

Для практического использования (13), (14) отметим, что наибольшая величина ошибки δa составит

$$\delta a_{\max} = \Delta \cdot \sum_{n=0}^m \text{abs}(b_n). \quad (15)$$

Аналогично, при всех $(\delta t_n = -\Delta)$ получим наименьшее значение $(\delta a = -\delta a_{\max})$. Очевидно, что при $(k \notin [-\delta a_{\max}, \delta a_{\max}])$ выполняется $p(k) \equiv 0$.

Отметим также, что правая часть (12) линейно пропорциональна [5] абсолютной величине m -объема сечения рассмотренного гиперкуба A плоскостью $\left(\sum_{n=0}^m b_n \cdot x_n = k\right)$

$$V_m = \frac{1}{b_m} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{b_m^2} \cdot \sum_{n=0}^{m-1} b_n^2} \cdot \int_{-\Delta}^{\Delta} \dots \int_{-\Delta}^{\Delta} \prod_{n=0}^{m-1} (\Phi(x_n + \Delta) - \Phi(x_n - \Delta)) \times \\ \times \left(\Phi\left(\frac{1}{b_m} \cdot \left(k - \sum_{n=0}^{m-1} b_n \cdot x_{n+1}\right) + \Delta\right) - \Phi\left(\frac{1}{b_m} \cdot \left(k - \sum_{n=0}^{m-1} b_n \cdot x_{n+1}\right) - \Delta\right) \right) dx_0 \dots dx_{m-1}, \quad (16)$$

причем коэффициент пропорциональности между (12) и (16) не зависит от выбора k . Учитывая симметричность гиперкуба относительно начала координат, получим симметричность (12) относительно k , откуда следует нулевое математическое ожидание (13). Запишем окончательно

$$\begin{cases} E\xi = 0 \\ D\xi = \int_{-\delta a_{\max}}^{\delta a_{\max}} k^2 \cdot p(k) dk \end{cases}. \quad (17)$$

В соответствии с законом больших чисел, зависимость $p(k)$ при возрастании m быстро стремится к функции нормального распределения

$$n(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot D\xi}} \cdot e^{-\frac{k^2}{2 \cdot D\xi}}, \quad (18)$$

для которой $D\xi$ вычисляется по второй формуле (17).

Численные примеры. Построим плотность распределения вычислительной ошибки (12) применения формулы (4) для случая пяти используемых членов ряда (1), известных с инструментальной ошибкой $(\Delta = 0,5C)$. В принятых обозначениях имеем $(m=4)$ и коэффициенты b_n принимают, соответственно, следующие значения: $b_0 = -5/8$; $b_1 = -1/6$; $b_2 = 5/4$; $b_3 = 1/2$; $b_4 = 1/24$.

Плотность распределения (12), рассчитанная с помощью этих данных в системе символьной математики, после раскрытия интегралов, представляет собой сложную кусочно-параболическую функцию $p(k)$ четвертого порядка, график которой показан на рисунке 1. Её дисперсия, вычисленная согласно (17), $D\xi = 0,1654$, а математическое ожидание $E\xi = 0$.

Несмотря на аналитическое выражение в (12), практические вычисления с их помощью в настоящее время не представляются возможными, если m больше нескольких десятков. Причиной этому является то, что точная функция $p(k)$ является кусочно-параболической зависимостью, число участков которой с ростом m возрастает экспоненциально. Поэтому с возрастанием количества удерживаемых членов ряда (1) эффективнее определять наибольшие пределы вычислительной ошибки непосредственно по формуле (15). В частности, при $(m=15)$, $\Delta = 0,1C$ получим наибольшую ошибку суммирования 1,3 C.

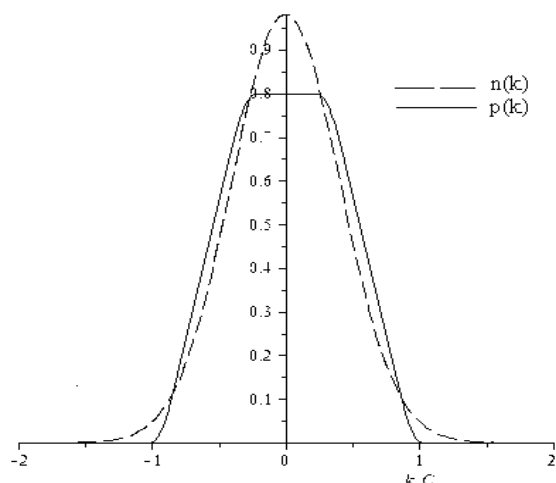


Рисунок 1 – Плотность распределения ошибки функции (4) при использовании пяти измерений температуры с инструментальной ошибкой $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ и плотность нормального распределения (18) с той же дисперсией

Выводы. Получена вычислительная погрешность (4) расчета асимптотического значения теплового переходного процесса в случае равномерно распределенной погрешности исходных данных с математическим ожиданием, равным нулю.

Получена формула (12), выражающая плотность распределения результирующей погрешности через кратный интеграл. При ее непосредственном использовании в среде Maple интеграл выражается в виде кусочно-параболической зависимости высокого порядка, что препятствует использованию формулы при возрастании количества m удерживаемых коэффициентов ряда (1). В этом случае оценка вычислительной погрешности может быть произведена по формуле (15).

Результаты [3] и настоящей работы могут быть непосредственно использованы для выбора количества используемых значений временного

ряда измерений температуры, известных с заданной точностью, по критерию минимума погрешности математической модели и вычислительной погрешности.

Бibliографический список использованной литературы

1. Правила технической эксплуатации морских и речных судов. Дизели. Нормативный документ морского транспорта Украины. КПД 31.2.002.03-96 II. — ЮжНИИМФ, 1996. — 64 с.
2. Бокс Дж. Анализ временных рядов, прогноз и управление (часть 1) / Дж. Бокс, Г. Дженкинс. — М.: Наука, 1974. — 405 с.
3. Неменко А.В. Применение асимптотических методов к задаче прогнозирования тепловых переходных процессов в судовой энергетической установке / А.В. Неменко, М.М. Никитин // Вестник СевНТУ. Сер. Механика, энергетика, экология: сб. науч.тр. — Севастополь: СевНТУ, 2011. — Вып. 119. — С. 66–70.
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. — М.: Высш. шк., 2001. — 575 с.
5. Хадвигер Г. Лекции об объеме, площади поверхности и изопериметрии / Г. Хадвигер. — М.: Наука, 1966. — 416 с.

Поступила в редакцию 21.03.2012 г.

Неменко О.В., Никитин М.М. Оцінка точності прогнозування асимптотичного значення теплового перехідного процесу

Запропоновано обчислювальну схему розрахунків асимптотичного значення для випадку рівномірно розподіленої похибки даних. Отримано формули для характеристик щільності розподілу результируючої похибки та їх асимптотичну оцінку.

Ключові слова: попередження відмов, тепловий перехідний процес, аналіз рядів, нестационарний часовий ряд, прогноз, асимптотичне значення.

Nemenko A., Nikitin M. Accuracy estimation for prognostication of asymptotic value of thermal transient

The calculable chart of calculation of the asymptotic value is offered by authors and is considered for the case of equipartition error of basic data. Formulas for descriptions of closeness of distribution of resultant error and their asymptotic estimation are obtained.

Keywords: warning of refuses, thermal transient, analysis of rows, non-stationary temporal row, prognosis, asymptotic value.