

УДК 620.53:623.97

**А.И. Бохонский, Н.И. Варминская***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***ОПТИМАЛЬНОЕ ПЕРЕНОСНОЕ ДВИЖЕНИЕ ОБЪЕКТА НА УПРУГОМ ПОДВЕСЕ***Исследованы колебания объекта как абсолютно твердого тела на упругом подвесе (с 6 степенями свободы) при оптимальном переносном движении.***Ключевые слова:** динамика, оптимальное движение, исследование колебаний.

В [1] приведена классическая методика расчета упругого подвеса абсолютно твердого тела, которая предполагает: статический расчет подвеса (определение статических реакций); вычисление собственных частот виброзащитной системы с шестью степенями свободы; определение амплитуд вынужденных колебаний объекта при гармоническом воздействии. В [2] приведены результаты численных экспериментов по исследованию динамики упругого подвеса, выполненные на основе специально разработанного комплекса программ VIBRO.

Цель исследований – анализ динамического поведения упругого подвеса при оптимальном переносном движении основания (по одной координате).

**1. Дифференциальные уравнения динамики относительного движения упругого подвеса**

Дифференциальные уравнения движения составлены при использовании принципа Даламбера для механической системы (метод кинетостатики). В любой момент времени для несвободной системы геометрическая сумма главных векторов задаваемых сил, реакций связей и сил инерции равна нулю и геометрическая сумма главных моментов задаваемых сил, реакций связей и сил инерции относительно центра равна нулю:

$$\bar{P}^* + \bar{R}^* + \bar{\Phi}^* = 0, \quad \bar{M}_O^P + \bar{M}_O^R + \bar{M}_O^\Phi = 0, \quad (1)$$

где  $\bar{P}^*$  – главный вектор задаваемых сил;  $\bar{R}^*$  – главный вектор реакций связей (амортизаторов);  $\bar{\Phi}^*$  – главный вектор сил инерции;  $\bar{M}_O^P$  – главный момент задаваемых сил относительно центра  $O$ ;  $\bar{M}_O^R$  – главный момент реакций связей;  $\bar{M}_O^\Phi$  – главный момент сил инерции.

После проектирования на оси из (1) следует система линейных дифференциальных уравнений, описывающая относительное движение; она составлена при условии малых перемещений:  $\sin \theta_x \approx \theta_x$ ,  $\cos \theta_x \approx 1$ ,  $\sin \theta_y \approx \theta_y$ ,  $\cos \theta_y \approx 1$ ,  $\sin \theta_z \approx \theta_z$ ,  $\cos \theta_z \approx 1$ .

Например, перемещение точки крепления первого амортизатора по направлению оси  $Y_c$  равно поступательному перемещению центра масс твердого тела по этой оси плюс перемещения, обусловленные вращением вокруг осей  $X_c$  и  $Z_c$  (в соответствии с принципом суперпозиции для линейной системы):

$$v_1 = v + v_1 \theta_x + v_1 \theta_z, \quad (2)$$

где  $v$  – перемещение центра масс;  $v_1^{\theta_x} = l_1 \sin \theta_x \cos \beta_1$ ;  $\cos \beta_1 = \frac{Z_1}{l_1}$ ;  $v_1^{\theta_z} = l_1^* \sin \theta_z \cos \beta_1$ ;  $\cos \beta_1^* = \frac{Y_1}{l_1^*}$ ;

$\sin \theta_x \approx \theta_x$ ;  $\sin \theta_z \approx \theta_z$ . После преобразований из (2) следует зависимость:  $v_1 = v + Z_1 \theta_x + Y_1 \theta_z$ . По аналогии вычисляются перемещения точек крепления других амортизаторов.

После перемножений соответствующих коэффициентов жесткостей связей на перемещения (например, на  $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6$ ) и суммирования полученных приращений восстанавливающих сил получено выражение для восстанавливающей силы по оси  $Y_c$ , которое входит в правую часть (с учетом знаков) дифференциального уравнения движения. При составлении уравнений вращения твердого тела учитывались моменты восстанавливающих сил относительно этих осей. Результаты вычислений перемещений сведены в таблицу 1.

Например, уравнение поступательного движения объекта вдоль оси  $X_c$  следующее:

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} = - \left[ \left( \sum_{i=1}^4 C_{ui} + \sum_{i=5}^6 C_{wi} \right) u + \left( \sum_{i=1}^6 C_{ui} z_i \right) \theta_y + \left( - \sum_{i=1}^6 C_{ui} y_i \right) \theta_z \right] - m \ddot{\xi}_x.$$

Таблиця 1 – Перемещения точек крепления амортизаторов

|   |                                       |   |                                       |   |                                       |
|---|---------------------------------------|---|---------------------------------------|---|---------------------------------------|
| 1 | $u_1 = u - Z_1\theta_y + X_1\theta_z$ | 2 | $u_2 = u - Z_2\theta_y + X_2\theta_z$ | 3 | $u_3 = u - Z_3\theta_y - X_3\theta_z$ |
|   | $v_1 = v + Z_1\theta_x + X_1\theta_z$ |   | $v_2 = v + Z_2\theta_x + X_2\theta_z$ |   | $v_3 = v + Z_3\theta_x - X_3\theta_z$ |
|   | $w_1 = w - Y_1\theta_x - X_1\theta_y$ |   | $w_2 = w - Y_2\theta_x + X_2\theta_y$ |   | $w_3 = w + Y_3\theta_x + X_3\theta_y$ |
| 4 | $u_4 = u - Z_4\theta_y - X_4\theta_z$ | 5 | $u_5 = u + Z_5\theta_y - X_5\theta_z$ | 6 | $u_6 = u + Z_6\theta_y - X_6\theta_z$ |
|   | $v_4 = v + Z_4\theta_x - X_4\theta_z$ |   | $v_5 = v - Z_5\theta_x - X_5\theta_z$ |   | $v_6 = v - Z_6\theta_x - X_6\theta_z$ |
|   | $w_4 = w + Y_4\theta_x - X_4\theta_y$ |   | $w_5 = w + Y_5\theta_x - X_5\theta_y$ |   | $w_6 = w + Y_6\theta_x + X_6\theta_y$ |

Знаки в правой части уравнения принимаются так, чтобы при учете знаков координат амортизаторов восстанавливающая сила имела действительное направление, соответствующее физическому смыслу задачи. Например, для амортизатора с №1  $y_1$  отрицательно, поэтому  $C_{u1}y_1 > 0$ , а с учетом знака перед квадратной скобкой в правой части дифференциального уравнения истинное направление восстанавливающей силы за счет поворота сохраняется. Для амортизатора с №2 справедливы аналогичные рассуждения, т.к.  $y_2$  отрицательно.

Для амортизатора с №4  $y_4 > 0$  восстанавливающая сила направлена по положительному направлению оси. Тогда  $-C_{u4}y_4 < 0$ , но с учетом знака перед квадратной скобкой в дифференциальном уравнении истинное направление восстанавливающей силы в связи с вращением вокруг оси  $Z_c$  для амортизатора с №4 сохраняется. Знаки сохраняются согласно физическому смыслу восстанавливающих сил при учете координат крепления амортизаторов. Для амортизаторов с другими номерами рассуждения аналогичные.

Уравнения движения линейной системы принимают вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{d^2 u}{dt^2} = -C_u u - C_{uy} \theta_y - C_{uz} \theta_z - m \ddot{\xi}_x, \\ m \frac{d^2 v}{dt^2} = -C_v v - C_{vx} \theta_x - C_{vz} \theta_z - m \ddot{\xi}_y, \\ m \frac{d^2 w}{dt^2} = -C_w w - C_{wx} \theta_x - C_{wy} \theta_y - m \ddot{\xi}_z, \\ I_x \frac{d^2 \theta_x}{dt^2} = -C_{vx} v - C_{wx} w - D_x \theta_x - D_{xy} \theta_y - D_{xz} \theta_z - B_x, \\ I_y \frac{d^2 \theta_y}{dt^2} = -C_{uy} u - C_{wy} w - D_{xy} \theta_x - D_y \theta_y - D_{yz} \theta_z - B_y, \\ I_z \frac{d^2 \theta_z}{dt^2} = -C_{uz} u - C_{vz} v - D_{xz} \theta_x - D_{yz} \theta_y - D_z \theta_z - B_z. \end{array} \right. \quad (3)$$

Для численного интегрирования линейной системы уравнений (3) осуществлялось приведение исходной системы к форме Коши. Введены переменные:  $u = YY[1]$ ;  $du/dt = YY[2]$ ;  $v = YY[3]$ ;  $dv/dt = YY[4]$ ;  $w = YY[5]$ ;  $dw/dt = YY[6]$ ;  $\theta_x = YY[7]$ ;  $d\theta_x/dt = YY[8]$ ;  $\theta_y = YY[9]$ ;  $d\theta_y/dt = YY[10]$ ;  $\theta_z = YY[11]$ ;  $d\theta_z/dt = YY[12]$ .

Обобщенные координаты и производные от них представляют собой одномерный массив из 12 элементов. Правые части дифференциальных уравнений записываются в одномерный массив *DERY* [12]. Система уравнений (3) записывается в форме Коши (с использованием операторов языка *Maple*):

```
DERY [1] := YY [2];
DERY [2] := - (CUDS·YY [1] + LUYD·YY [9] + LUZD·YY [11]) / OM - SK;
DERY [3] := YY [4];
DERY [4] := - (CVDS·YY [3] + LVXD·YY [7] + LVZD·YY [11]) / OM - ET;
DERY [5] := YY [6];
DERY [6] := - (CWDS·YY [5] + LWXD·YY [7] + LWYD·YY [9]) / OM - DZ;
DERY [7] := YY [8];
DERY [8] := - (LVXD·YY [3] + LWXD·YY [5] + MXD·YY [7] + MXYD·YY [9] +
MXZD·YY [11]) / XXI - Ax;
DERY [9] := YY [10];
DERY [10] := - (LUYD·YY [1] + LWYD·YY [5] + MXYD·YY [7] + MYD·YY [9] +
MYZD·YY [11]) / YYI - AY;
```

**DERY [11] := YY [12];**

**DERY [12] := - (LUZD·YY [1] + LVZD·YY [3] + MXZD·YY [7] + MYZD·YY [9] + MZD·YY [11]) / ZZI - AZ.**

Обозначения:  $OM$  – масса объекта;  $XXI$ ,  $YYI$ ,  $ZZI$  – физические моменты инерции объекта соответственно относительно осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ;  $SK$ ,  $ET$ ,  $DZ$ ,  $Ax$ ,  $Ay$ ,  $Az$  – воздействия как функции времени, которые вычисляются на шаге численного интегрирования уравнений движения.

Если, например, исключить амортизаторы с №5 и №6 и жесткость в направлении оси  $Z_c$ , т.е.  $C_{wi} = 0$ , то выражения для коэффициентов жесткости записываются так:

$$C_u = \sum_{i=1}^4 C_{ui}; \quad C_v = \sum_{i=1}^4 C_{vi}; \quad C_{uy} = \sum_{i=1}^4 C_{ui}y_i; \quad C_{uz} = -\sum_{i=1}^4 C_{ui}y_i; \quad C_{vx} = -\sum_{i=1}^4 C_{vi}z_i; \quad C_{vz} = \sum_{i=1}^4 C_{vi}x_i;$$

$$D_z = \sum_{i=1}^4 (C_{ui}y_i^2 + C_{vi}x_i^2); \quad D_y = \sum_{i=1}^4 C_{ui}z_i^2; \quad D_x = \sum_{i=1}^4 C_{vi}y_i^2; \quad D_{xz} = -\sum_{i=1}^4 C_{vi}x_i z_i; \quad D_{yz} = -\sum_{i=1}^4 C_{ui}y_i z_i.$$

## 2. Обоснование законов оптимального переносного движения упругого объекта (с одной степенью свободы)

Функционалы переносного и относительного оптимального движения упругого объекта.

Упругую систему (с известной частотой собственных колебаний  $\omega$  (рисунок 1)) необходимо переместить на расстояние  $L$  за время, которое кратно периоду собственных колебаний. К концу движения скорость и перемещения упругой системы в относительном и скорость в переносном движении должны быть равны нулю, т.е. достигается абсолютный покой.

Упругая система в относительном движении при нулевых начальных условиях колеблется с двумя частотами. Закон относительного движения (колебаний) на основании теории колебаний:

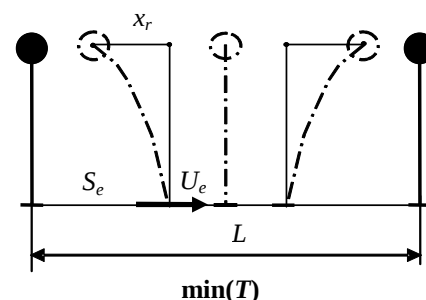


Рисунок 1 – Оптимальное перемещение упругой системы с одной степенью свободы

$$x_r(t) = \frac{Lp^3}{2\pi\omega(\omega^2 - p^2)} \sin \omega t - \frac{Lp^2}{2\pi(\omega^2 - p^2)} \sin pt. \quad (4)$$

Объект движется без затухания. Из (4) следует выражение для относительного ускорения:

$$a_r(t) = \frac{d^2 x_r(t)}{dt^2} = \frac{Lp^3\omega}{2\pi(\omega^2 - p^2)} \sin \omega t + \frac{Lp^4}{2\pi(\omega^2 - p^2)} \sin pt. \quad (5)$$

Графики (рисунок 2 и 3) построены при исходных данных:  $T = 4$  с;  $p = 2\pi/T$ ;  $\omega = 4p$ .

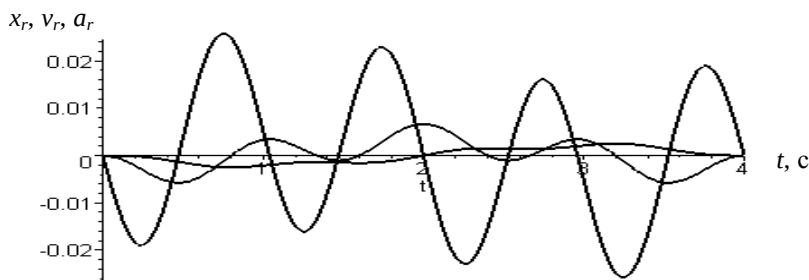


Рисунок 3 – Графики перемещения, скорости и ускорения в относительном движении упругого объекта

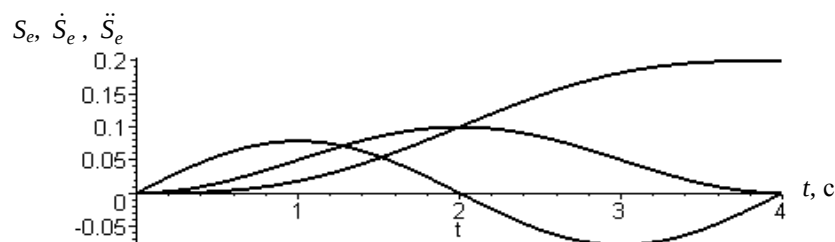


Рисунок 4 – Графики перемещения, скорости и ускорения в переносном движении

После умножения выражения (4) на  $\omega^2$  и сложения с (5) получено уравнение относительного движения:

$$\ddot{x}_r + \omega^2 x_r = -\frac{Lp^2}{2\pi} \sin pt. \quad (6)$$

Если (6) – уравнение Эйлера, то восстанавливается следующий функционал, отражающий относительное движение

$$J_r = \int_0^T \left( \frac{\dot{x}_r^2}{2} - \frac{\omega^2 x_r^2}{2} - \frac{Lp^2}{2\pi} x_r \sin pt \right) dt.$$

Правая часть дифференциального уравнения (6) соответствует закону переносного движения:

$$\ddot{S}_e = \frac{Lp^2}{2\pi} \sin pt \quad (7)$$

(движение из состояния покоя  $S_e(0) = 0$ ;  $\dot{S}_e = V_e(0) = 0$ ). После двукратного интегрирования следуют выражения для скорости и перемещения

$$\dot{S}_e = V_e = \frac{L}{2\pi} (p - p \cdot \cos pt), \quad S_e = \frac{L}{2\pi} (pt - \sin pt),$$

и тогда  $\frac{L}{2\pi} \sin pt = -\dot{S}_e + \frac{Lpt}{2\pi}$ ; итак, дифференциальное уравнение переносного движения принимает вид:

$$\ddot{S}_e + p^2 S_e = \frac{Lp^3}{2\pi} t. \quad (8)$$

Графики перемещения, скорости и ускорения в переносном движении изображены на рисунке 3. Дифференциальному уравнению (8), как уравнению Эйлера, соответствует функционал:

$$J_e = \int_0^T \left( \frac{\dot{S}_e^2}{2} - \frac{p^2 S_e^2}{2} + \frac{Lp^3}{2\pi} t \cdot S_e \right) dt. \quad (9)$$

Для переносного движения возможен функционал:

$$J_e = \int_0^T \left( \frac{\dot{S}_e^2}{2} - \frac{Lp^2}{2\pi} \sin pt \cdot S_e \right) dt. \quad (10)$$

Функционалы  $J_r$  и  $J_e$  отражают сложное движение упругого объекта и по существу являются интегральными квадратичными критериями оптимальности.

Наблюдается не единственность решения задачи о восстановлении функционала. Функционалы (9) и (10) можно рассматривать как критерии качества сложного оптимального движения упругой системы:

$$J_r = \int_0^T \left( \frac{\dot{x}_r^2}{2} - \frac{\omega^2 x_r^2}{2} - U x_r \right) dt, \quad J_e = \int_0^T \left( \frac{\dot{S}_e^2}{2} - U \cdot S_e \right) dt,$$

или

$$J = J_r + J_e = \int_0^T \left( \frac{\dot{x}_r^2}{2} - \frac{\omega^2 x_r^2}{2} - U x_r + \frac{\dot{S}_e^2}{2} - U \cdot S_e \right) dt.$$

Функционал  $J$  имеет энергетическую форму, т.е. математический образ соответствует принципу действия в форме Гамильтона-Остроградского и теперь естественно, что уравнениями Эйлера будут

$$\ddot{x}_r + \omega^2 x_r = -U(t), \quad \ddot{S}_e = U(t). \quad (11)$$

Решения уравнений (11) должны удовлетворять краевым условиям для переносного и относительного движений: в переносном движении  $S_e(0) = 0$ ;  $\dot{S}_e = V_e(0) = 0$ ;  $S_e(T) = L$ ;  $\dot{S}_e = V_e(L) = 0$ ; в относительном движении равны нулю перемещение и скорость в начальный момент времени и выполняются моментные соотношения на правом конце, из которых находится соотношение между периодом собственных колебаний системы и общим временем переносного движения.

Конкретное значение соотношения в виде констант между периодом собственных колебаний и общим временем движения уточнено с использованием ограничения на энергию управления  $\int_0^T U^2 dt = B$ .

Если во втором уравнении системы (11) управление переносным движением единицы массы (“разгон-торможение”)  $U = A \sin(pt)$ , то интегрируя уравнение дважды с учетом краевых условий, находим

$A = \frac{Lp^2}{2\pi}$ . Оптимальному процессу движения упругих объектов соответствует принцип действия как обобщенный критерий оптимальности.

**Утверждение.** Всякому кососимметричному оптимальному управлению переносным движением упругого объекта соответствует такое **минимальное** время движения, за которое осуществимо перемещение объекта из начального в конечное состояния абсолютного покоя.

Если известна частота собственных колебаний  $\omega$  упругой системы с одной степенью свободы (период  $T = 2\pi/\omega$ ) и задано оптимальное кососимметричное управление переносным движением (ускорение), то находится минимально возможное время движения  $T_*$ , при котором, после отключения управления, колебания объекта в конце движения отсутствуют ( $t \geq T_*$ ). Равенство нулю скорости и перемещения упругого объекта в момент  $T_*$  с одновременным отключением управления – необходимые и достаточные условия полного исключения колебаний.

Итак, для всех кососимметричных управлений  $U_e(t)$  (для которых выполняются условия  $\int_0^T U_e(t) dt = 0$ ,  $U_e(T/2) = 0$ ) существуют такие соотношения между периодом собственных колебаний упругого объекта и минимальным временем переносного движения, при которых осуществляется движение упругого объекта из исходного в конечное состояние абсолютного покоя.

Моментные соотношения, которые при нулевых начальных условиях ( $t=0$ ,  $x_r(0)=0$  и  $\dot{x}_r(0)=0$ ) одновременно равняются нулю в конце движения:

$$\int_0^{T_*} u_e(t) \cos \omega t dt = 0, \quad \int_0^{T_*} u_e(t) \sin \omega t dt = 0. \quad (12)$$

Для всех кососимметричных управлений  $U_e(t)$  выполняются не только условия  $\int_0^T U_e(t) dt = 0$ ,  $U_e(T/2) = 0$ , но и  $\int_0^{T/2} U_e(t) dt + \int_{T/2}^T U_e(t) dt = 0$ .

На рисунке 4 приведены два примера графиков кососимметричного управления (ускорения переносного движения).

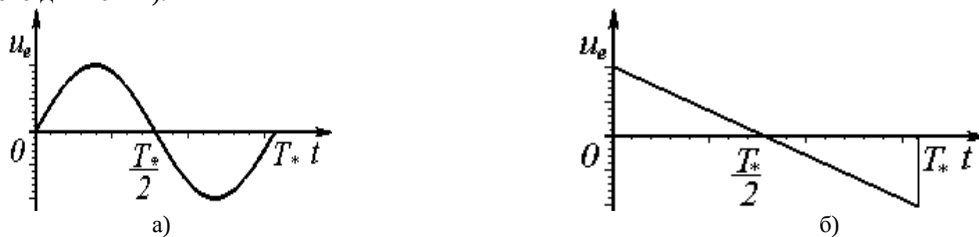


Рисунок 4 – Графики кососимметричных управлений переносным движением:

а)  $u_e(t) = 2\pi L \sin pt / T_*^2 \cdot (H(t) - H(t - T_*))$ ;

б)  $u_e(t) = 6L(1 - 2t/T_*) / T_*^2 \cdot (H(t) - H(t - T_*))$ , где  $H(t)$  – функция Хевисайда

**Случай 1.** Если управление а), то с учетом  $p = \omega/n$  и  $T_* = 2\pi/p$  моментные соотношения (12) преобразуются к трансцендентным уравнениям

$$\cos 2n\pi - 1 = 0, \quad \sin 2n\pi = 0, \quad (13)$$

которые выполняются одновременно при  $n = 2, 3, 4, \dots$ , т.е. упругие колебания объекта при  $t \geq T_*$  отсутствуют.

**Случай 2.** Для управления б) моментные соотношения преобразуются к системе

$$-2 \sin \omega T_* + \omega T_* (1 + \cos \omega T_*) = 0, \quad 2 \cos \omega T_* + \omega T_* \sin \omega T_* - 2 = 0,$$

которая сводится к одному уравнению:

$$\operatorname{tg}(\omega T_*/2) - \omega T_*/2 = 0. \quad (14)$$

Уравнение (14) при  $T_* = nT = n \cdot 2\pi/\omega$  записывается так:

$$\operatorname{tg}(n\pi) - n\pi = 0. \quad (15)$$

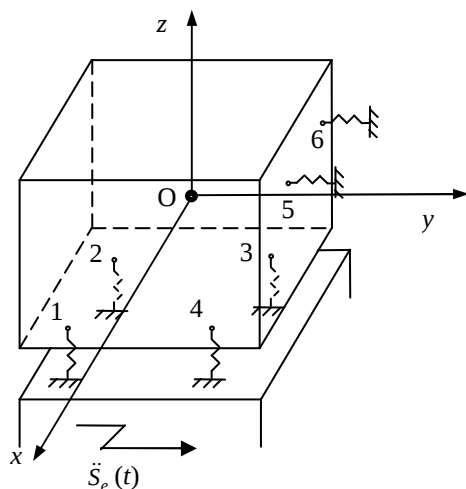


Рисунок 5 – Схема упругого подвеса объекта:  
1 – 6 – амортизаторы

Второй корень уравнения (15)  $n_2\pi = 4,4934$ , т.е.  $n_2 = 1,4303$ . Таким образом, наименьшее время оптимального движения для управления б)  $T_* = 2\pi n_2/\omega$ ,  $T_{*s} = T_* + 2\pi\eta/\omega$ , где  $\eta = 1, 2, 3 \dots$

Можно привести множество примеров кососимметричных управлений, которые обеспечивают перенос упругого объекта из исходного в конечное состояние абсолютного покоя за приемлемое минимальное время. С отключением управления **абсолютный покой** имеет место для любого из кососимметричных управлений.

Рассмотренный подход в обосновании оптимального управления переносным движением упругого объекта распространяется и на вращательное движение упругих систем, включая, например, найденное и исследованное оптимальное вращение ствола корабельной артиллерийской установки [1] и монтаж нежестких конструкций в космическом пространстве [5].

Для исследования поведения упругого подвеса принято оптимальное переносное движение по оси  $y$  по

закону (7):  $\ddot{S}_e = \frac{Lp^2}{2\pi} \sin pt$ . Численные значения:  $L = 2,0$  м;  $p = n\omega$ ,  $\omega = 139,05$  1/с,  $n = 10$ . Общее время движения  $T = 2\pi/p$ . Графики ускорения переносного движения, скорости и перемещения изображены на рисунке 6.

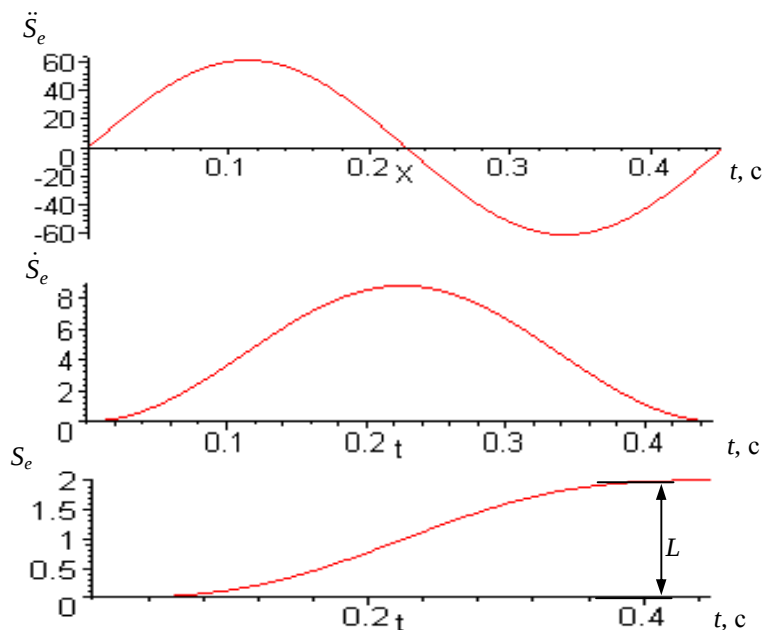


Рисунок 6 – Переносное движение (ускорение, скорость и перемещение), используемое для упругого подвеса

**Пример.** Исходные данные (записаны в Maple):

**OM:=233:** масса объекта.

**XXI:=36.75:YYI:=35.87:ZZI:=13.1:** физические моменты инерции относительно осей.

Координаты точек крепления амортизаторов:

**X:=[0.223, 0.223, -0.207, -0.207, 0.234, -0.22]:**

**Y:=[0.2, -0.19, -0.19, 0.2, -0.281, -0.281]:**

**Z:=[-0.6235, -0.6235, -0.6235, -0.6235, 0.617, 0.617]:**

Динамические жесткости амортизаторов:

**CU:=[0.17\*10^7, 0.17\*10^7, 0.17\*10^7, 0.17\*10^7, 0.12\*10^7, 0.12\*10^7]:**

**CV:=[0.9\*10^6, 0.9\*10^6, 0.9\*10^6, 0.9\*10^6, 0.65\*10^6, 0.65\*10^6]:**

**CW:=[0.22\*10^7, 0.22\*10^7, 0.22\*10^7, 0.22\*10^7, 0.11\*10^7, 0.11\*10^7]:**

Частоты собственных колебаний упругого подвеса, расположенные по мере их возрастания:

$$\omega_{\text{н\ddot{a}}} := [139.0505867, 151.7924930, 207.3618550, 247.9892090, 273.8719123, 355.8305395]$$

На рисунках показаны относительное перемещение, скорость и ускорение упругого подвеса при переносном движении по закону (7).

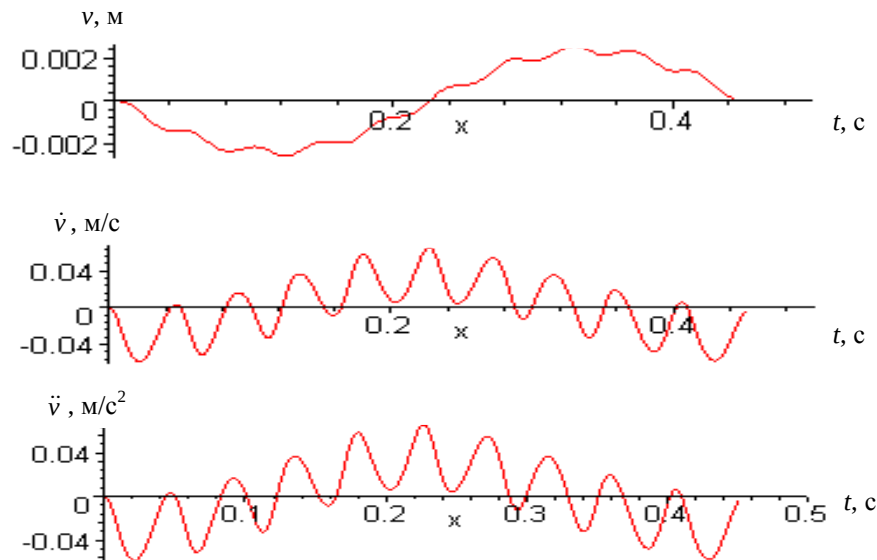


Рисунок 7 – Графики относительного перемещения, скорости и ускорения упругого подвеса

Как следует из графиков (рисунок 7), к концу движения наступает абсолютный покой. Выбор времени движения (в зависимости от периода основного тона колебаний) и амплитудного значения переносного ускорения обеспечивает устранение колебаний к концу движения упругого подвеса на расстояние  $L$ .

В дальнейших исследованиях предполагается использовать комбинации оптимальных переносных движений объекта на упругом подвесе с учетом всего спектра частот собственных колебаний. При этом система виброизоляции проектируется с отличающимися в целое число раз частотами.

#### **Библиографический список использованной литературы**

1. Вибрации в технике: Справочник. Т. 6. Защита от вибрации и ударов / Под ред. К.В. Фролова. — М: Машиностроение, 1981. — 456 с.
2. Бохонский А.И. Защита от динамических воздействий объектов как абсолютно твердых тел | А.И. Бохонский // Вестник СевГТУ. Сер. Механика, энергетика, экология. — Севастополь: СевНТУ, 1997. — Вып. 6. — С. 7–14.
3. Бохонский А.И. Динамика объекта с упругопластическими связями / А.И. Бохонский, А.В. Исаев, Е.В. Исаева // Зб. наук. пр. — Севастополь: Севастопольський ВМІ ім. П.С. Нахімова, 2002. — Вип. 1. — С. 10–15.
4. Бохонский А.И. Оптимальное управление переносным движением деформируемых объектов: теория и технические приложения / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, М.М. Мозолевский; под. ред. А.И. Бохонского. — Севастополь: СевНТУ, 2007. — 296 с.
5. Bokhonsky A.I. Modelling and analysis of elastic system in motion / A.I. Bokhonsky, S.J. Zobkiewski. — Wydawnictwo Politechniki. Gliwice, 2011. — 171 p.

Поступила в редакцию 7.03.2012 г.

#### **Бохонський О.І., Вармінська Н.І. Оптимальний переносний рух об'єкту на пружному підвісі**

Досліджено коливання об'єкту як абсолютно твердого тіла з пружним підвісом (з 6 ступенями свободи) при оптимальному переносному русі.

**Ключові слова:** динаміка, оптимальний рух, дослідження коливань.

#### **Bohonsky A.I., Varminska N.I. Optimum portable movement of an object with elastic connection**

Fluctuations of an object as of an absolutely firm body with elastic connection (with 6 degrees of freedom) are investigated at optimum portable movement.

**Keywords:** dynamics, optimum movement, research of fluctuations.