

УДК 616.67, 621.01

Е.А. Чепенюк, аспирант; А.М. Поляков, доцент, канд. техн. наук,*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: chepenyuk@rambler.ru***МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ
ЧЕТЫРЕХЗВЕННОГО МЕХАНИЗМА ПРОТЕЗА КОЛЕННОГО СУСТАВА**

Конструирование протезных устройств как искусственных конечностей – одна из важнейших отраслей медицинской робототехники. В одном из вариантов конструкций протезов для трансфеморальной ампутации¹ нижних конечностей находят применение искусственные коленные суставы в виде полицентрических шарнирных механизмов. Существующее разнообразие полицентрических механизмов свидетельствует о возможности поиска оптимального варианта конструкции протеза, одновременно удовлетворяющего нескольким критериям качества. В статье приводится методика многокритериального синтеза полицентрического механизма искусственного коленного сустава, основанная на методе систематического равномерного исследования пространства параметров синтеза и анализе множества Парето оптимальных решений.

Ключевые слова: трансфеморальная ампутация, протез конечности, полицентрический механизм, шарнирный четырехзвенник.

Введение

Потеря конечности может быть результатом врожденного дефекта, несчастного случая или болезни человека. В последние годы наблюдается постоянный рост внимания общества не только к людям, нуждающимся в протезировании, но и непосредственно к совершенствованию протезов. Это внимание обусловлено, в том числе, значительным увеличением числа инвалидов, получивших увечья в участвовавших военных конфликтах.

Заменять утраченные конечности протезами научились ещё в древности. Одно из первых известных упоминаний о протезировании связано с легендой о побеге из плена грека Фемистокла², который будучи закованным в цепи, решил отпилить себе ногу, заменив ее впоследствии протезом, сделанным знакомым плотником. Исторические документы свидетельствуют о том, что в дальнейшем техника протезирования длительное время развивалась относительно медленными темпами. Искусственные деревянные ноги и другие подобные им устройства, часто упоминаемые в литературе, имели примерно такой же технический уровень. Некоторые примеры таких протезов сохранились до наших дней и присутствуют в качестве экспонатов во многих музеях мира.

К концу XX-го века было разработано и внедрено в практику протезирования множество существенно более совершенных типов протезов, хорошо имитирующих потерянную часть тела. Структурные элементы большинства из них способны совершать движения с помощью встроенных механизмов. По функциональному назначению такие протезы подразделяются на два вида: активные и пассивные. Пассивные выполняют в основном косметические функции. Чаще всего их используют для придания протезу естественного внешнего вида. Активные – предназначены (в большей степени) для восстановления двигательных функций утраченной конечности и подразделяются на механические и биоэлектрические.

В течение длительного периода времени все изобретения в области протезирования представляли собой механические устройства, в которых подвижность искусственных суставов обеспечивалась исключительно за счет механического взаимодействия их элементов друг с другом и с окружающей средой. Их основным недостатком является отсутствие какой-либо связи с организмом человека. Но к настоящему времени конструкторам удалось достичь высокого уровня функциональности механических протезов, который можно считать близким к некоторому пределу. Поэтому перспективы дальнейшего развития связывают в основном с биоэлектрическими протезами. Важнейшим структурным элементом таких протезов является адаптивная система управления, получающая информацию от преобразователей, регистрирующих изменение электромиографической активности мышц³. После микропроцессорной обработки эта информация преобразуется в команды двигателей, приводящих в действие элементы протеза.

¹ Трансфеморальная ампутация (transfemoral amputation) – ампутация нижней конечности выше коленного сустава

² Протезирование. Материал из Википедии – свободной энциклопедии (<http://ru.wikipedia.org/wiki/>)

³ Электромиография – метод исследования биоэлектрических потенциалов, возникающих в скелетных мышцах человека и животных при возбуждении мышечных волокон; регистрация электрической активности мышц.

Одними из наиболее совершенных современных конструкций протезов при трансфеморальной ампутации нижних конечностей являются управляемые микропроцессорами протезы с полицентрическими механизмами коленного сустава и одноосевые протезы с демпфирующими устройствами [1]. Основные преимущества таких протезов: обеспечение походки инвалида, близкой к биологически естественной, устойчивость при ходьбе, психологическая уверенность пациента в протезе, уменьшение количества спотыканий и падений. Инвалид может ходить по ступенькам, наклонным поверхностям, неровной местности, заниматься спортом.

Лучшие образцы современных протезов позволяют обеспечить достаточно комфортные условия жизнедеятельности инвалида. Однако такие протезы, во-первых – очень дороги, и, во-вторых – все еще отличаются невысоким уровнем надежности, что является побудительным мотивом к их совершенствованию. Необходимо отметить разнообразие вариантов конструкций протезов одинаковых типов, что свидетельствует о непрерывном процессе поиска конструкторами наилучших вариантов с точки зрения различных критериев качества.

В Украине проектированием и производством протезов конечностей занимается ряд государственных протезно-ортопедических предприятий: киевское, харьковское, донецкое, днепропетровское, симферопольское и др. Однако продукцию, выпускаемую этими предприятиями, следует признать морально и технически несовершенной.

Очевидно, чем совершеннее протезы, тем лучше проходит процесс реабилитации инвалидов, как с медицинской точки зрения, так и в социально-экономическом аспекте. Поэтому разработка новых недорогих отечественных конструкций, позволяющих обеспечить максимально возможный уровень качества жизни инвалида, вернуть ему полноценную социальную активность, является актуальной и важной государственной задачей.

1. Устойчивость искусственного коленного сустава трансфеморального протеза

Из всех узлов трансфеморального протеза коленный блок является наиболее сложным. Он должен обеспечивать надежную поддержку инвалида при стоянии, свободно управляемые движения при ходьбе и не ограничивать движения при сидении и повороте.

Коленные узлы подразделяют на две основных категории: с моноцентрическими (одноосевыми) и полицентрическими искусственными коленными суставами. Моноцентрические суставы имеют только одну ось, подвижно соединяющую бедренный и голенный компоненты и обеспечивающую движения сгибания-разгибания протеза с центром вращения, расположенным на оси сустава. Полицентрические – характеризуются переменным положением мгновенного центра вращения компонентов протеза, т.е., понятие «полицентрический», относится к суставу в целом. Эти суставы являются более дорогими по отношению к одноосным, гарантируют высокую функциональность, но отличаются более низкой способностью имитировать естественные движения биологического колена.

Коленный узел характеризуется четырьмя основными связанными между собой факторами: расположением мгновенного центра вращения сустава; расположением линией нагрузки; тормозящим или крутящим моментом, генерируемым в коленном суставе; тормозящим или крутящим моментом, генерируемым в тазобедренном суставе посредством мышц инвалида.

На рисунке 1 показана простейшая схема распределения усилий, действующих на условную нижнюю конечность (без учета трения), позволяющая объяснить понятие «устойчивости коленного сустава».

Предположим, что сила P , приложенная к тазобедренному суставу вместе с моментом M эквивалентны силе Q , действующей на расстоянии d от линии действия P . Та как $Q = P$, то

$$d = \frac{M}{Q} = \frac{M}{P}.$$

Если перенести точку опоры конечности из одного крайнего положения в другое, то изменится и положение линии действия сил Q и P . При этом инвалид генерирует мышечный момент, смещающий линию нагрузки назад (при сгибании) или вперед (при разгибании).

Ч. Рэдклиф показал [2], что искусственный коленный сустав в критические моменты движения остаётся устойчивым до тех пор, пока мгновенный центр вращения находится сзади линии PQ (рисунок 2). Если же мгновенный центр вращения находится перед линией PQ , коленный сустав может произвольно подгибаться под нагрузкой. Область S (рисунок 2) называют областью произвольной устойчивости (voluntary control zone). Она определяет геометрическое место точек расположения мгновенного центра вращения коленного сустава, в которых гарантирована устойчивость в момент переднего (носочного) толчка и лёгкое сгибание сустава при заднем (пяточном) толчке.

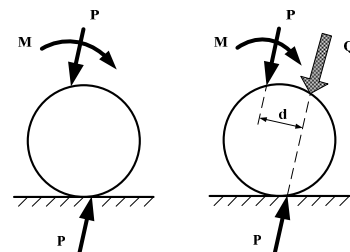


Рисунок 1 – Схема распределения усилий, действующих на условную конечность

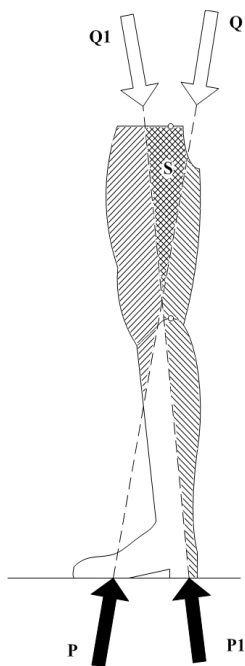


Рисунок 2 – Типичная диаграмма устойчивости коленного сустава

Инвалид может генерировать ограниченный по величине мышечный момент в тазобедренном суставе, что значительно сужает область произвольной устойчивости. Следовательно, конструкция протеза должна обеспечивать расположение мгновенного центра вращения за линией PQ , чтобы обеспечить необходимую устойчивость искусственного коленного сустава при переднем толчке. В одноосных искусственных суставах мгновенный центр вращения находится за линией PQ , обеспечивая устойчивость при переднем толчке, но, с другой стороны, такой коленный сустав трудно согнуть под нагрузкой при заднем толчке [2].

Как показано на рисунке 2, способность инвалида влиять на устойчивость коленного сустава определяется высотой мгновенного центра вращения над поверхностью опоры. Более высокое расположение центра вращения расширяет диапазон произвольного влияния на устойчивость. У одноосных коленных суставов любое изменение вертикального положения мгновенного центра вращения неприемлемо с косметической точки зрения. Напротив, полицентрический коленный шарнир может быть сконструирован так, что мгновенный центр вращения будет лежать выше естественного сустава и, таким образом, располагаться в области произвольной устойчивости. Следовательно, рациональное конструирование полицентрического коленного сустава позволяет повысить устойчивость при переднем толчке и облегчить легкое сгибание при заднем толчке при сохранении требований косметического характера.

2. Многокритериальный синтез полицентрического механизма искусственного коленного сустава

Один из основных недостатков традиционных полицентрических механизмов искусственного коленного сустава (polycentric mechanism of the artificial knee joint, РМАК) состоит в относительно низкой способности моделировать естественные движения колена; повышение уровня функциональности протеза достигается за счет снижения косметического аспекта воссозданного движения. Но, очевидно, в процессе проектирования, оптимального с косметической точки зрения РМАК, этот недостаток может быть устранен или, по крайней мере, сведен к минимуму.

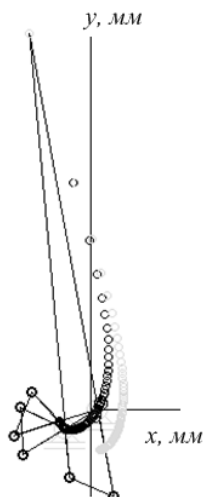


Рисунок 3 – Proteval Acphapend: а) общий вид;
б) центроида в относительном движении голенного компонента

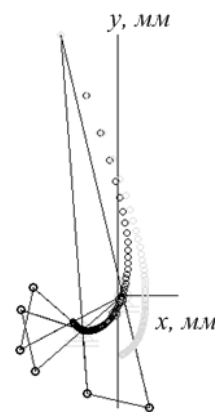


Рисунок 4 – Otto Bock 3R70: а) общий вид;
б) центроида в относительном движении голенного компонента

На сегодняшний день РМАК достаточно подробно исследованы [2,3]. Коммерчески доступно множество вариантов конструкций, предлагаемых известными мировыми производителями протезных устройств: Ossur, Otto Bock, Hosmer, Endolite, Teh Lin и др. Однако, следует отметить, что практически все они существенно различаются друг от друга не только конструктивными, но и функциональными характеристиками. В качестве примера на рисунках 3 – 6 показаны некоторые конструкции современных четырехзвенных РМАК и соответствующие им центроиды при движении голени относительно бедра.

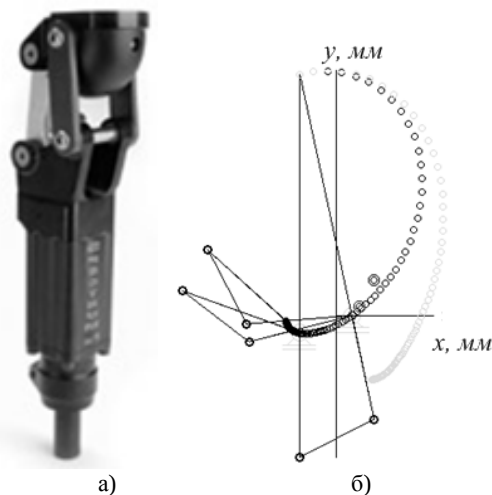


Рисунок 5 – Hosmer Spectrum: а) общий вид; б) центраоида в относительном движении голенного компонента

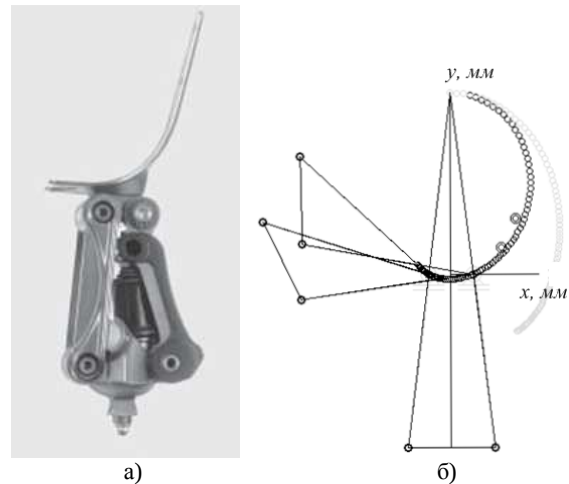


Рисунок 6 – Otto Bock 3R46: а) общий вид; б) центраоида в относительном движении голенного компонента

Таким образом, можно утверждать, что, несмотря на достоинства этих вариантов конструкций, ни один из них не является глобально оптимальным. Однако, все они, очевидно, удовлетворяют некоторым критериям качества, принятым во внимание при проектировании.

Описанные в научной литературе подходы к решению задач оптимизации РМАК основаны на традиционных методах теории механизмов, практическая реализация которых стала возможной в результате внедрения компьютеров в вычислительную практику.

В [4,5], учитывая особенности биомеханики ходьбы, авторы поставили и решили задачу оптимизации РМАК путем минимизации критерия близости желаемой и практически реализуемой центроид в относительном движении бедра и голени

$$\Phi_1 = e_1 U + e_2 x_{HD} + e_3 y_{HD}, \quad (1)$$

где Φ_1 – значение целевой функции; U – максимальное расстояние от мгновенного центра вращения (instant center of rotation – ICR) при любом угле входа до желаемого ICR_D при том же угле; x_{HD} – максимальное горизонтальное смещение; y_{HD} – максимальное вертикальное смещение; e_1, e_2, e_3 – переменные коэффициенты. При данном подходе могут быть использованы различные методы оптимизации: Розенброка [6], Пауэлла [7], Флетчера и Ривса [8] и др.

Как было отмечено авторами, окончательный вариант механизма, который может быть найден этим методом, зависит от большого числа факторов, главными из которых являются качество начального приближения и соответствие реализуемой и желаемой центроид. Для получения окончательного варианта предлагается осуществлять улучшения начальных предположений до тех пор, пока соответствующее решение не будет найдено [4].

Аналогичный подход может быть использован и при формулировке других критериев качества. Например, в [9] авторами предложена процедура оптимизации РМАК с учетом функциональных и косметических требований. При этом, в отличие от [5], координаты центроиды использовались в целевой функции Φ_2 неявно в виде штрафных функций f_i , с учетом ее расположения относительно допускаемой области произвольного управления. Таким образом, целевая функция была представлена в следующем виде:

$$\Phi_2 = \sum_{i=1}^N (f_i) + \sum_{i=1}^N [(x_{RP_i} - x_{P_i})^2 + (y_{RP_i} - y_{P_i})^2], \quad (2)$$

где N – общее число учитываемых положений колена в период опорной фазы; f_i – штрафные функции, равные нулю, если ICR_i лежит внутри зоны свободного управления и принимающие достаточно большие значения в противном случае; $\{x_{RP_i}, y_{RP_i}\}$; $\{x_{P_i}, y_{P_i}\}$ – экспериментальные и реализуемые координаты точки шатуна (coupler), жестко связанного с бедренным компонентом протеза, соответственно.

В качестве исходных данных процесса оптимизации задавались:

– координаты экспериментальных точек $\{x_{RP_i}, y_{RP_i}\}$ для каждого экспериментального угла сгибания θ_{F_i} , $i = 1, \dots, N$;

– области допустимых значений параметров

$$x_{\min j} \leq x_j \leq x_{\max j}, \quad j = 1, \dots, 10, \quad (3)$$

ограниченные минимальными $x_{\min j}$ и максимальными $x_{\max j}$ значениями;

– ограничения зоны произвольного управления

$$\rho_{ICR_i} \geq \rho_{H_i}, \quad (4)$$

$$(\alpha_{H_i P_i} - \alpha_{\max_i}) \leq \beta_{ICR_i} \leq (\alpha_{H_i P_i} + \alpha_{\max_i}), \quad (5)$$

где ρ_{ICR_i}, ρ_{H_i} – текущее и минимальное значения расстояний от ICR до центра давления (center of pressure – COP), соответственно; $\alpha_{H_i P_i}$ – угол между линией, соединяющей центр тазобедренного сустава с COP и осью абсцисс глобальной системы координат; $\alpha_{\max_i}$ – максимально допустимый угол между направлением вектора опорной реакции (ground reaction force – GRF) и прямой, проходящей через центр тазобедренного сустава и COP, ограничивающий допустимую область произвольного управления, определяемый для каждого учитываемого этапа опорной фазы (stance phase).

Для минимизации функции (2) рекомендуется использовать специфические алгоритмы с учетом того, что область ее значений имеет множество разрывов, обусловленных наличием штрафных функций, например, генетические [10, 11], нейросетевые [12], контролируемой девиации [13] и др.

Достаточно подробный анализ приведенных выше примеров позволяет утверждать, что аналогичным образом может быть выполнена оптимизация РМАК в соответствии с другими критериями качества. При этом некоторые из возможных критериев могут оказаться противоречивыми и в результате будут получены механизмы с противоречивыми характеристиками.

Корректные решения инженерных задач с заданным комплексом критериев (возможно противоречивых) могут быть получены с использованием методов многокритериальной оптимизации. Например, в [14] гибридные многокритериальные генетические алгоритмы были использованы для Парето оптимального синтеза четырехзвенных механизмов с учетом минимизации двух противоречивых целевых функций одновременно: функции отслеживания ошибок и функции отклонения угла передачи движения от 90 градусов. Авторы обнаружили, что гибридный Парето оптимальный синтез механизмов может раскрыть очень важный компромисс между противоречивыми целевыми функциями, который не был бы найден другими методами.

Впервые генетические алгоритмы были представлены J. Holland [15, 16], после чего с успехом применялись для решения многих оптимизационных задач. Для задач синтеза механизмов они были адаптированы посредством методов, предложенных W. Fang [17]. Как отмечалось в [10], основными преимуществами этих методов является простота в реализации алгоритмов и низкие вычислительные затраты. При их использовании не требуется глубоких знаний о пространстве параметров, таких как непрерывность, наличие локальных минимумов и т.д. Однако указанные преимущества одновременно являются и недостатками при решении задач, в которых свойства пространства параметров оказываются важными, когда это пространство должно быть исследовано как можно более полно. В частности, такой задачей является синтез оптимального РМАК в соответствии с комплексом критериев качества. Существенных преимуществ при ее решении можно добиться, используя метод исследования пространства параметров (Parameter Space Investigation method – PSI method), разработанный И. Соболевым и Р. Статниковым на основе открытых ими LP_t последовательностей точек, равномерно распределенных в многомерном кубе [18, 19, 20].

2.1. Формулировка задачи многокритериальной оптимизации

2.1.1. Математическая модель РМАК

Пусть оптимизируемый РМАК имеет структуру четырехзвенного механизма. Его расчетная схема приведена на рисунке 7.

В данном механизме входом является звено AB . Предполагается, что оно жестко связано с бедром и движется плоскопараллельно относительно условно неподвижного звена O_1O_3 , закрепленного на голени, с которой связана подвижная система координат $O_1x_1y_1$. При движении относительно шарнира A звено AB поворачивается на угол θ_3 , который принят за независимую обобщенную координату. Таким образом, $\theta_2 = \theta_2(\theta_3)$ и $\theta_4 = \theta_4(\theta_3)$ – функции обобщенной координаты θ_3 . Углы поворота всех звеньев отсчитываются от положительного направления оси O_1x_1 и считаются положительными, если направлены против хода часовой стрелки.

С целью унификации введем следующие обозначения [9]: $l_{O_3O_1} = x_1$, $l_{O_1A} = x_2$, $l_{AB} = x_3$, $l_{BO_3} = x_4$, $x_{O_1} = x_5$, $y_{O_1} = x_6$, $\gamma_1 = x_7$, $\theta_3 - \theta_F = x_8$, $l_{AP} = x_9$, $\gamma_3 = x_{10}$. Здесь символом l обозначены длины звеньев, указанных в индексах; x_{O_1}, y_{O_1} – глобальные декартовы координаты шарнира O_1 ; γ_1 – угол наклона звена O_1O_3 относительно оси абсцисс глобальной системы координат; γ_3 – угол между отрезками AB и AP ; θ_F – угол сгибания колена.

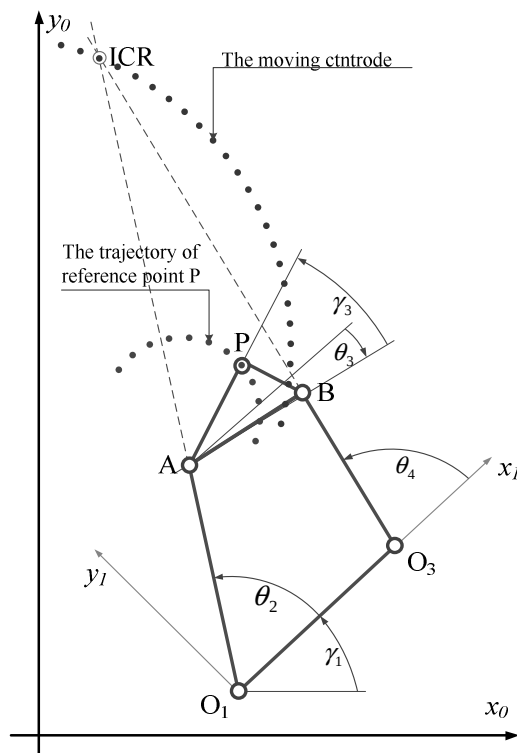


Рисунок 7 – Расчетная схема четырехзвенного РМАК

Из условий замкнутости контура $O_1ABO_3O_1$, получим [9]:

$$\theta_2 = 2 \arctan \left(\frac{F_1 \pm \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - F_3^2}}{F_2 + F_3} \right), \quad (6)$$

$$\theta_4 = \arcsin \left(\frac{x_2 \sin(\theta_2) + x_3 \sin(\theta_3)}{x_4} \right), \quad (7)$$

$$x_{ICR} = x_5 + \frac{\tan(\theta_4 + x_7) \cos(x_7) - \sin(x_7)}{\tan(\theta_4 + x_7) - \tan(\theta_2 + x_7)} \cdot x_1, \quad (8)$$

$$y_{ICR} = x_6 + \frac{\tan(\theta_2 + x_7) [\tan(\theta_4 + x_7) \cos(x_7) - \sin(x_7)]}{\tan(\theta_4 + x_7) - \tan(\theta_2 + x_7)} \cdot x_1, \quad (9)$$

$$x_P = x_5 + x_2 \cos(\theta_2 + x_7) + x_9 \cos(\theta_3 + x_{10} + x_7), \quad (10)$$

$$y_P = x_6 + x_2 \sin(\theta_2 + x_7) + x_9 \sin(\theta_3 + x_{10} + x_7), \quad (11)$$

где $F_1 = \sin(\theta_3)$, $F_2 = \cos(\theta_3) - \frac{x_1}{x_3}$, $F_3 = -\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - x_4^2}{2x_2x_3} + \frac{x_1}{x_2} \cos(\theta_3)$.

2.1.2. Критерии качества РМАК (целевые функции), параметрические и функциональные ограничения

Предположим, что РМАК одновременно должен удовлетворять $m=2$ критериям качества (1) и (2). При этом в (2) штрафные функции f_i можно считать постоянными и равными нулю, а в (1)

$$U = \sum_{i=1}^N \left[(x_{DICR_i} - x_{ICR_i})^2 + (y_{DICR_i} - y_{ICR_i})^2 \right], e_1 = 1, e_2 = e_3 = 0.$$

С учетом выражений (6-11) критерии (1) и (2) вычисляются однозначно, если заданы координаты $\{x_{DICR_i}, y_{DICR_i}\}$ точек желаемой центроиды и координаты $\{x_{RP_i}, y_{RP_i}\}$ точек желаемой траектории точки P для множества значений θ_{Fi} , $i = 1, \dots, N$.

На данном этапе информация о зависимости критериев не требуется. Кроме того, при условии их зависимости, они могут быть согласованными или противоречивыми. При решении более сложной задачи может быть принято во внимание большее число критериев качества.

Точное решение задачи многокритериальной оптимизации сложных объектов, как правило, получить не удастся. В связи с этим, на начальном этапе необходимо задать допустимую, с объективной точки зрения, точность решения в виде ограничений критериев качества

$$\Phi_k(X) \leq \Phi_{\max k}, k = 1, \dots, m, \quad (12)$$

где $\Phi_{\max k}$ – худшее значение $\Phi_k(X)$, приемлемое для экспертов. Эти ограничения могут быть повторно пересмотрены в процессе решения задачи.

В качестве переменных синтеза (design variable) примем $n=10$ независимых параметров x_j , $j = 1, \dots, n$, ограничения которых задаются неравенствами (3). Совокупность этих параметров представляет собой точку $X(x_1, \dots, x_n)$ n -мерного пространства переменных синтеза, и граничные значения $x_{\min j}$ и $x_{\max j}$ определяют параллелепипед Π в этом пространстве. С точки зрения экспертов, граничные значения могут быть изменены, если это приводит к улучшению основных критериев.

Функциональные ограничения обычно задаются в форме неравенств вида

$$c_{\min r} \leq f_r(X) \leq c_{\max r}, r = 0, \dots, l. \quad (13)$$

В данной задаче в качестве функциональных ограничений приняты $l=2$ условия (4) и (5). Функции $f_r(X)$ вместе с $c_{\min r}$ и $c_{\max r}$ являются рядом требований к проектируемому объекту, которые специалист иногда может последовательно пересмотреть с целью повышения основных критериев качества.

2.1.3. Задача многокритериальной оптимизации

Переменные синтеза (3), функциональные (13) и критериальные (12) ограничения определяют допустимое множество решений $D \subset \Pi$. Сформулируем основную задачу многокритериальной оптимизации:

необходимо определить допустимое множество решений $D \subset \Pi$ и найти такое множество $P \subset D$, что $\Phi(P) = \min_{X \in D} [\Phi_1(X), \dots, \Phi_m(X)]$, где P – Парето оптимальное множество.

Точка $X_i \in D$ называется оптимальной по Парето, если не существует точки $X \in D$, такой, что $\forall k \in [1, m]: \Phi_k(X) \leq \Phi_k(X_i)$ и $\exists k: \Phi_k(X) < \Phi_k(X_i)$.

2.2. Алгоритм метода исследования пространства параметров

Главная особенность метода исследования пространства параметров состоит в возможности систематического исследования n -мерного пространства параметров точек, равномерно распределенных в нем.

Независимые переменные проектирования x_j , $j = 1, \dots, n$ получаем в качестве координат точек X_i , $i = 1, \dots, s$ в равномерно распределенном n -мерном пространстве P_n . Очевидно, что для получения истинного решения задачи, пространство параметров P_n должно быть исследовано в как можно более полном объеме, в противном случае, возможна потеря действительно оптимального решения с точки зрения выбранного критерия. Предложенные И.Соболев и Р.Статниковым LP_t последовательности точек, равномерно распределенных в n -мерном кубе, позволяют систематически исследовать пространство параметров P_n , что дает возможность значительно сократить число пробных точек при синтезе, сведя их к минимуму.

Пусть i – число точек X_i , а j – одна из ее координат. Тогда для множества i рассчитывается вспомогательный параметр $M = 1 + \frac{\ln i}{\ln 2}$, а затем для $j = 1, \dots, n$ – рассчитываются координаты точек $S_{i,j}$ последовательности LP_t [18].

$$S_{i,j} = \sum_{k=1}^M 2^{-k+1} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{l=k}^M [2\{i2^{-l}\}] [2\{R_j^{(l)} 2^{k-1-l}\}] \right\}, \quad (14)$$

где $R_j^{(l)}$ – коэффициент таблицы числителей; z – номер в квадратных или фигурных скобках, $[z]$ – целая часть, $\{z\}$ – дробная часть числа z . Координаты пробной точки X_i (переменные параметры синтеза) рассчитывается затем по формуле

$$\alpha_{ij} = x_{\min j} + (x_{\max j} - x_{\min j}) S_{i,j}. \quad (15)$$

Для $X_i = (\alpha_{i1}, \dots, \alpha_{in})$ рассчитываются выражения (6)–(11) и проверяются функциональные ограничения (13). Если они будут удовлетворены, то точка X_i отображается в виде пробной и для нее рассчитываются значения критериев качества (12). В противном случае, эта точка отбрасывается. Пусть число выбранных точек $nsp \leq n$. Для каждого из вычисленных критериев качества строится таблица тестов, в которых

$$\Phi_k(X^{k1}) \leq \Phi_k(X^{k2}) \leq \dots \leq \Phi_k(X^{knsp}), \quad (16)$$

где числа $k1, k2, \dots, knsp$ в целом, отличаются для каждого $k = 1, \dots, m$.

По данным исследования пространства параметров может быть построена корреляционная матрица $\|r_{\mu\nu}\|$, где $r_{\mu\nu}$ – коэффициенты парной корреляции критериев $\Phi_\mu(X)$ и $\Phi_\nu(X)$, $\mu \neq \nu$. Эта матрица позволяет оценить степень линейной зависимости между любыми двумя критериями. Если, например, $r_{\mu\nu} \approx 1$, то критерии $\Phi_\mu(X)$ и $\Phi_\nu(X)$ линейно зависимы при изменении координат точки X : $\Phi_\nu(X) \approx K \cdot \Phi_\mu(X)$, где K – некоторая константа. Если $K < 0$, тогда приведенные выше критерии противоречивы, т.е. уменьшение значение одного из них приводит к увеличению другого. Схема алгоритма определения допустимого множества решений $D \subset \Pi$ показана на рисунке 8.

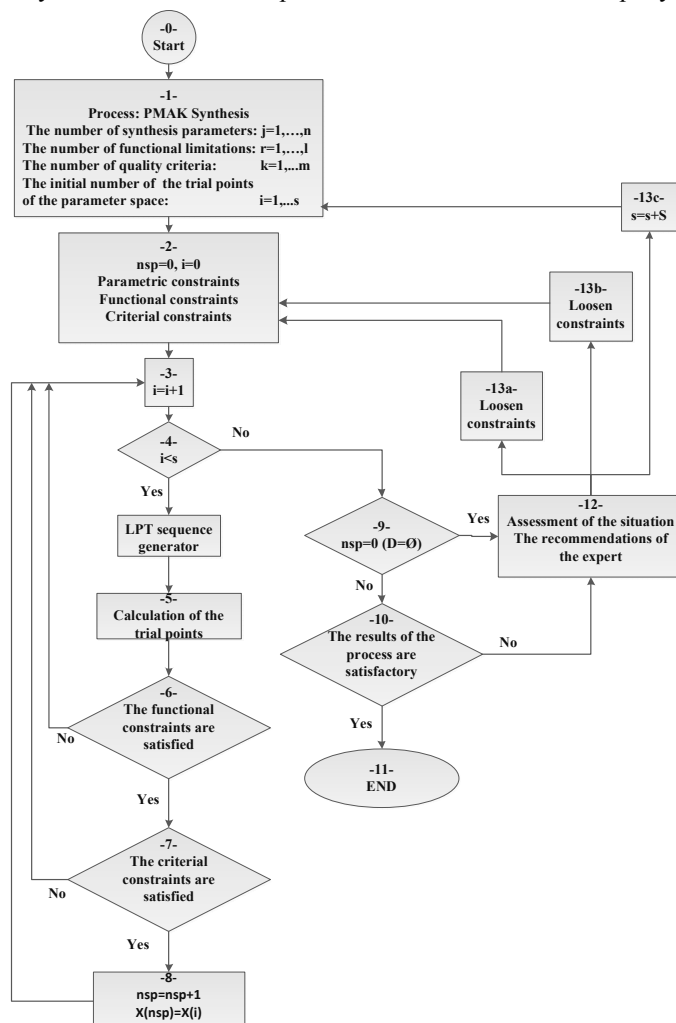


Рисунок 8 – Схема алгоритма определения допустимого множества решений

Наконец, анализ допустимого множества решений $D \subset \Pi$ позволяет построить Парето оптимальное множество решений $P \subset D$.

Программа для осуществления процедур многокритериального синтеза РМАК была разработана на основе метода PSI. Тестирование программы проводилось в соответствии с целями, изложенными в [4] и [9]. Тем не менее, желаемые центроиды и траектории точки P изгиба колена были в целом взяты произвольно. Предполагалось, что соответствующие точки желаемых центроидов принадлежат отрезку прямой, а точка отсчета траектории лежит на дуге окружности, ориентированной определенным образом в непосредственной близости от синтезированного РМАК. Сначала предполагалось исследовать пространство параметров, которое включает 10^4 точек.

В дополнение к описанным выше функциональным ограничениям (4) и (5), в рамках программы был предусмотрен расчет граничных конфигурации механизма в случаях, когда не выполняются условия Грасгофа [21].

Параметрические ограничения (3) выбраны на основе известных размеров реализуемого четырехзвенного РМАК.

Заключение

На рисунке 9 показаны различные конфигурации синтезированного четырехзвенного РМАК, подвижная центроида и траектория точки P .

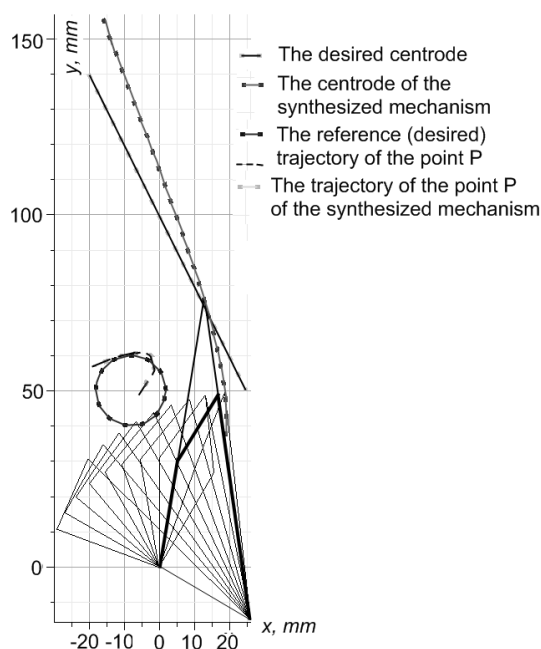


Рисунок 9 – Тестовое решение многокритериального синтеза РМАК

Четырехзвенный механизм, полученный в результате синтеза, не может рассматриваться как оптимальный с точки зрения его использования в протезировании нижних конечностей для трансфеморальных ампутаций. Однако этот механизм близок к оптимальному с учетом принятых критериев качества и требуемых функциональных характеристик, которые в данном случае были выбраны произвольно. В результате синтеза было получено множество оптимальных решений Парето, и их анализ позволил выбрать наиболее подходящий вариант с точки зрения авторов.

Для достижения действительно оптимального РМАК на начальной стадии синтеза необходимо указать реальные требуемые характеристики, которые могут быть получены в результате биомеханического анализа походки не только различных категорий инвалидов, но и различных условий их жизни. При разработке критериев качества должны приниматься во внимание динамические характеристики протеза, а также особенности предлагаемой системы управления.

Следует отметить простоту реализации метода PSI и высокий уровень его информативности. Процесс диалога в решении проблемы позволяет, наконец,

получить наиболее подходящий дизайн. Кроме того, метод PSI, что очень важно, позволяет разработчику анализировать и "плохие варианты", которые могут быть оптимальными для других критериев качества. К недостаткам можно отнести относительно большие вычислительные затраты. Однако, учитывая рост скорости современных компьютеров и важность задач, которые необходимо решить, их можно считать незначительными.

Библиографический список использованной литературы

1. Michael J.W. Modern Prosthetic Knee Mechanisms / J.W. Michael // *Clinical Orthopaedics & Related Research*. — 1999. — Vol. 361, № 4. — P. 39–47.
2. Radcliffe C.W. Four-bar linkage prosthetic knee mechanisms: kinematics, alignment and prescription criteria / C.W. Radcliffe // *Prosthetics and Orthotics International*. — 1994. — Vol. 18, № 3. — P. 159–173.
3. De Vries J. Conventional 4-bar linkage knee mechanisms: A strength-weakness analysis / J. de Vries // *Journal of Rehabilitation Research and Development*. — 1995. — Vol. 32, № 1. — P. 36–42.
4. Hobson D.A. Computer optimization of polycentric prosthetic knee mechanisms / D.A. Hobson, L.E. Torfason // *Bulletin of prosthetics research*. — 1975. — BPR-10-23. — P. 187–201.
5. Hobson D.A. Optimization of four-bar knee mechanisms – A computerized approach / D.A. Hobson, L.E. Torfason // *Journal of Biomechanics*. — 1974. — Vol. 7, № 4. — P. 371–376.
6. Rosenbrook H.H. An Automatic Method for Finding the Greatest or Least Value of a Function / H.H. Rosenbrook // *Computer Journal*. — 1960. — Vol. 3, № 3. — P. 175–184.

7. Fletcher R. A Rapidly Convergent Descent Method for Minimization / R. Fletcher, M.J.D. Powell // Computer Journal. — 1963. — Vol. 6, № 2. — P. 163–168.
8. Fletcher R. Function Minimization by Conjugate Gradients / R. Fletcher, C.M. Reeves // Computer Journal. — 1964. — Vol. 7, № 2. — P. 149–154.
9. Sancisi N. Optimal Four-Bar Linkage for the Stability and the Motion of the Human Knee Prostheses / N. Sancisi, R. Caminati, V. Parenti-Castelli // Atti del XIX CONGRESSO dell'Associazione Italiana di Meccanica Teorica e Applicata. Ancona, 14-17 September, 2009. — 2009. — P. 1–10.
10. Cabrera J.A. Optimal synthesis of mechanisms with genetic algorithms / J.A. Cabrera, A. Simon, M. Prado // Mechanism and Machine Theory. — 2002. — Vol. 37, № 10. — P. 1165–1177.
11. Starosta R. Application of genetic algorithm and Fourier coefficients (ga-fc) in mechanism synthesis / R. Starosta // Journal of Theoretical and Applied Mechanics. — 2008. — Vol. 46, № 2. — P. 395–411.
12. Galán-Marín G. Shape optimization for path synthesis of crank-rocker mechanisms using a wavelet-based neural network / G. Galán-Marín, F.J. Alonso, J.M. del Castillo // Mechanism and Machine Theory. — 2009. — Vol. 44, № 6. — P. 1132–1143.
13. Bulatovic R.R. Optimal Synthesis of a Four-Bar Linkage by Method of Controlled Deviation / R.R. Bulatovic, S.R. Djordjevic // Journal of Theoretical and Applied Mechanics. — 2004. — Vol. 31, № 3-4. — P. 265–280.
14. Nariman-Zadeh N. Pareto optimal synthesis of four-bar mechanisms for path generation / N. Nariman-Zadeh, M. Felezi, A.J.M. Ganji // Mechanism and Machine Theory. — 2009. — Vol. 44, № 1. — P. 180–191.
15. Holland J.H. Genetic algorithms and the optimal allocations of trials / J.H. Holland // SIAM Journal of Computing. — 1973. — Vol. 2, № 2. — P. 88–105.
16. Holland J.H. Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control and Artificial Intelligence / J.H. Holland. — Michigan: The University of Michigan Press, 1975. — 255 p.
17. Fang W.E. Simultaneous type and dimensional synthesis of mechanisms by genetic algorithms / W.E. Fang // Mechanism Synthesis and Analysis. — 1994. — Vol. 70. — P. 35–41.
18. Соболев И.М. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями / И.М. Соболев, Р.Б. Статников. — М.: Наука, 1981. — 111 с.
19. Статников Р.Б. Решение многокритериальных задач конструирования машин на основе изучения пространства параметров / Р.Б. Статников // Многокритериальные задачи принятия решений / Под ред. Р.Б. Статникова. — М.: Машиностроение, 1978. — С. 148–155.
20. Visualization Approaches for the Prototype Improvement Problem / R. Statnikov, K.A. Anilc, A. Bordetsky, A. Statnikov // Journal of multicriteria decision analysis. — 2008. — Vol. 15. — P. 45–61.
21. Поляков А.М. Альтернативное доказательство теоремы Грасгофа на основе анализа кинематических передаточных функций механизма / А.М. Поляков // Вестник СевНТУ. Сер. Механика, энергетика, экология. — Севастополь, 2011. — Вып. 119. — С. 5–17.

Поступила в редакцию 12.02.2012 г.

Чепенюк О.О., Поляков О.М. Багатокритеріальна кінематична оптимізація чотириланкового механізму протеза колінного суглоба

Конструювання протезних пристроїв як штучних кінцівок – одна з найважливіших галузей медичної робототехніки. В одному з варіантів конструкцій протезів для трансфеморальної ампутації нижніх кінцівок знаходять застосування штучні колінні суглоби у вигляді поліцентричних шарнірних механізмів. Існуюча різноманітність поліцентричних механізмів свідчить про можливість пошуку оптимального варіанта конструкції протеза, який одночасно задовольняє декільком критеріям якості. У статті наведено методику багатокритеріального синтезу поліцентричного механізму штучного колінного суглоба, заснована на методі систематичного рівномірного дослідження простору параметрів синтезу та аналізу безлічі Парето оптимальних рішень.

Ключові слова: трансфеморальна ампутація, протез кінцівки, поліцентричний механізм, шарнірний чотириланник.

Chepenyuk O.O., Poliakov O.M. Four-bar linkages multicriterion kinematic optimization for knee prosthesis

In one of variants of the prosthesis designs for lower limb transfemoral amputations artificial knee joints with polycentric mechanisms are used. Such prostheses are characterized by high stability during the stance phase of the movement. The existing variety of polycentric mechanisms indicates the possibility of finding the optimal prosthesis design satisfying several quality criteria. In this paper we present a multicriteria method for the synthesis of the artificial polycentric knee mechanism based on the uniform systematic study of the design parameters space and on the analysis of Pareto optimal solutions.

Keywords: transfemoral amputation, prosthetic limbs, polycentric mechanism, four-bar linkage.