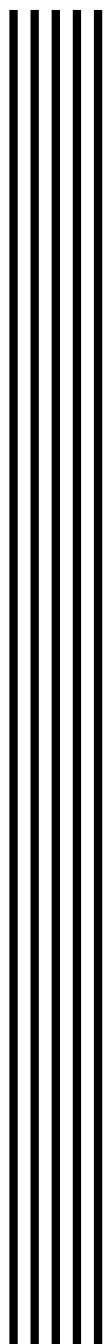




**Министерство образования и науки Украины  
Севастопольский национальный технический университет**



## **ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**

**по дисциплине «РАДИОАВТОМАТИКА»  
для студентов дневной формы обучения  
направления 6.050901 — «Радиотехника»**

**Севастополь  
2013**

УДК 621.396

Лабораторный практикум по дисциплине «Радиоавтоматика» для студентов дневной формы обучения направления 6.050901 — «Радиотехника» / Сост. Э.Ф. Бабуров, Ю.Н. Тыщук. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2013. — 28 с.

Целью методических указаний является оказание помощи студентам дневной формы обучения при выполнении лабораторного практикума по дисциплине «Радиоавтоматика». Приведены указания, необходимые для выполнения и оформления лабораторных работ.

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры радиотехники (протокол № 11 от 18 июня 2012 г.).

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методических указаний

Рецензент:

Доцент кафедры радиотехники и телекоммуникаций, к.т.н. Щекатурин А.А.

Ответственный за выпуск: заведующий кафедрой радиотехники и телекоммуникаций, д-р техн. наук, профессор Гимпилевич Ю.Б.

## СОДЕРЖАНИЕ

|                                                                             |    |
|-----------------------------------------------------------------------------|----|
| Введение.....                                                               | 4  |
| Цель изучения дисциплины.....                                               | 4  |
| 1. Лабораторная работа №1.....                                              | 4  |
| 1.1. Условие.....                                                           | 4  |
| 1.2. Методические рекомендации к выполнению лабораторной<br>работы № 1..... | 6  |
| 1.3. Контрольные вопросы к заданию № 1.....                                 | 10 |
| 2. Лабораторная работа №2.....                                              | 11 |
| 2.1. Условие.....                                                           | 11 |
| 2.2. Методические рекомендации к выполнению лабораторной<br>работы № 2..... | 11 |
| 3. Лабораторная работа №3.....                                              | 13 |
| 3.1. Условие.....                                                           | 13 |
| 3.2. Методические рекомендации к выполнению лабораторной<br>работы № 3..... | 15 |
| 3.3. Контрольные вопросы к заданию № 3.....                                 | 15 |
| 4. Лабораторная работа №4.....                                              | 16 |
| 4.1. Условие.....                                                           | 16 |
| 4.2. Методические рекомендации к выполнению лабораторной<br>работы № 4..... | 17 |
| 4.3. Контрольные вопросы к заданию № 4.....                                 | 20 |
| 5. Лабораторная работа №5.....                                              | 21 |
| 5.1. Условие.....                                                           | 21 |
| 5.2. Методические рекомендации к выполнению лабораторной<br>работы № 5..... | 22 |
| 5.3. Контрольные вопросы к заданию № 5.....                                 | 25 |
| Библиографический список.....                                               | 26 |
| Приложение А. Преобразование Лапласа и Z-преобразование.....                | 27 |

## ВВЕДЕНИЕ

Практически все современные радиотехнические системы и устройства радиосвязи, радионавигации, радиолокации, радиоуправления имеют в своем составе автоматические системы, которые называют **системами радиоавтоматики (СРА)** или **автоматическими радиосистемами (АРС)**. Радиоавтоматика изучает принципы построения и свойства таких систем.

Отчеты о лабораторных работах выполняются на листах формата А4.

При выполнении расчетов и оформлении лабораторных работ рекомендуется использовать компьютер.

Вариант задания выбирается в соответствии с двумя последними цифрами номера зачетной книжки.

**Целью изучения** дисциплины «Радиоавтоматика» является получение знаний студентами в области

- теоретических основ анализа и синтеза автоматических устройств и систем радиолокации, навигации и радиосвязи;
- физических основ функционирования элементов, устройств и систем радиоавтоматических комплексов;
- методов построения современных систем радиоавтоматики и основных тенденций их развития.

### 1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК И СТРУКТУРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ СИСТЕМ РАДИОАВТОМАТИКИ

##### 1.1. Условие

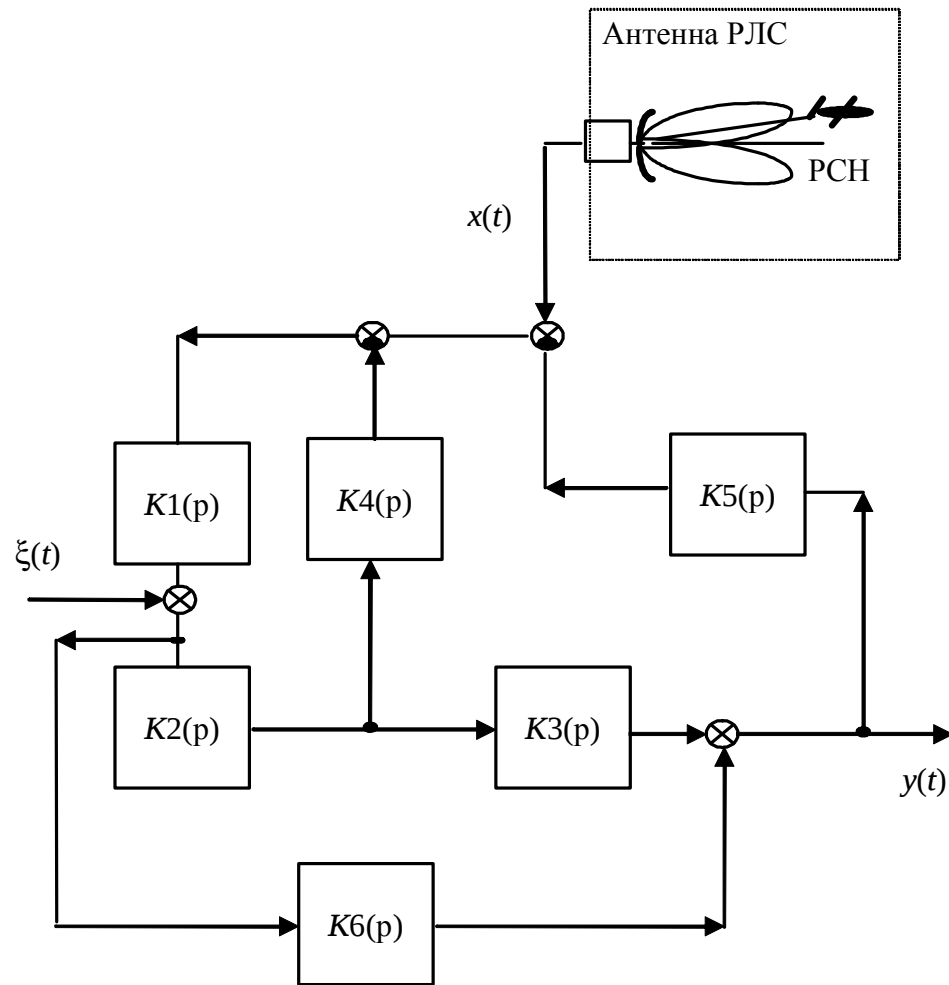
1) Для системы радиоавтоматики, схема которой приведена на рис. 1.1, определить передаточные функции системы по управляющему сигналу и по помехе.

2) Для системы радиоавтоматики, схема которой приведена на рис. 1.2, записать дифференциальное уравнение системы, определить аналитически и построить графически переходную и импульсную характеристики.

3) Построить амплитудно-фазовую характеристику разомкнутой системы, схема которой приведена на рис. 1.2.

3) Построить логарифмические амплитудно-частотную и фазо-частотную характеристики разомкнутой системы, схема которой приведена на рис. 1.2.

Исходные данные приведены в таблице 1.1



$x(t)$  — входное управляющее воздействие;  $y(t)$  — выходной регулируемый сигнал;  $\xi(t)$  — помеха;  $K_i(p)$  — передаточные функции звеньев системы

Рис. 1.1 — Структурная схема системы 1

Таблица 1.1 — Передаточные функции звеньев

| № варианта     | $K1(p)$        | $K2(p)$        | $K3(p)$    | $K4(p)$    | $K5(p)$  | $K6(p)$  |
|----------------|----------------|----------------|------------|------------|----------|----------|
| 00,20,40,60,80 | $p+20$         | $1/5p$         | $0,1p+1$   | $4p+6$     | $5p^2$   | $5p^2$   |
| 01,21,41,61,81 | $20/(p+120)$   | $1/p^2$        | $(p+18)^2$ | $0,1p+1$   | $p^2$    | $p+1$    |
| 02,22,42,62,82 | $1/(0,2p+1)^2$ | $p+10$         | $p+600$    | $0,4p+2$   | $p$      | $p^{-1}$ |
| 03,23,43,63,83 | $p+120$        | $p^{-2}$       | $0,001p+1$ | $0,2p+2$   | $p+10$   | $p+7$    |
| 04,24,44,64,84 | $p+5$          | $(p+380)^{-3}$ | $p$        | $0,5p+50$  | $p^2$    | $p$      |
| 05,25,45,65,85 | $(p+5)^2$      | $(p+50)^{-3}$  | $1/p$      | $0,8p+8$   | $p^3$    | $p+3$    |
| 06,26,46,66,86 | $(p+500)^{-2}$ | $p+100$        | $p^{-1}$   | $100p+0,1$ | $p^{-1}$ | $p+10$   |

Продолжение табл.1.1

| № варианта     | K1(p)          | K2(p)        | K3(p)          | K4(p)      | K5(p)    | K6(p)     |
|----------------|----------------|--------------|----------------|------------|----------|-----------|
| 07,27,47,77,87 | $(p+20)^{-1}$  | p            | $(p+1)^{-4}$   | $0,2p+1$   | p        | $0,1p$    |
| 08,28,48,88,88 | $p^{-2}$       | $p+1$        | $(p+58)^{-1}$  | $17p+10$   | p        | $p^{-2}$  |
| 09,29,49,99,89 | $p+60$         | $1/p$        | $0,15p+1$      | $40p+8$    | $p^2$    | $p^2$     |
| 10,30,50,70,90 | $p+10$         | $p^{-1}$     | $(p+200)^{-2}$ | $20p+0,05$ | $p^{-1}$ | $p+10$    |
| 11,31,51,71,91 | $10/(p+50)$    | $p^{-2}$     | $(p+10)^2$     | $0,2p+1$   | p        | $p+10$    |
| 12,32,52,72,92 | $(p+1)^2$      | $(p+1)^{-3}$ | $p^{-1}$       | $p+1$      | $p^2$    | $p+5p+3$  |
| 13,33,53,73,93 | $p^{-2}$       | $p+1$        | $(p+58)^{-1}$  | $17p+10$   | p        | $p^{-2}$  |
| 14,34,54,74,94 | $p+20$         | $1/4p$       | $0,1p+10$      | $10p+8$    | $2p^2$   | $3p^2$    |
| 15,35,55,75,95 | $p^2+100$      | $p^{-3}$     | $0,01p+2$      | $0,5p+1$   | p        | $p+1$     |
| 16,36,56,76,96 | $p^2$          | $1/p$        | $10p+5$        | $p+6$      | $8p^2$   | $8p^2$    |
| 17,37,57,77,97 | $1/(0,1p+2)^2$ | $p+1$        | $p+12$         | $0,8p+1$   | p        | $5p^{-1}$ |
| 18,38,58,78,98 | $p+40$         | $1/2p$       | $0,1p+10$      | $40p+10$   | $2p^2$   | $3p^2$    |
| 19,39,59,79,99 | $(p+10)^{-1}$  | $10p$        | $(2p+1)^{-4}$  | $p+1$      | $p+1$    | $10p$     |

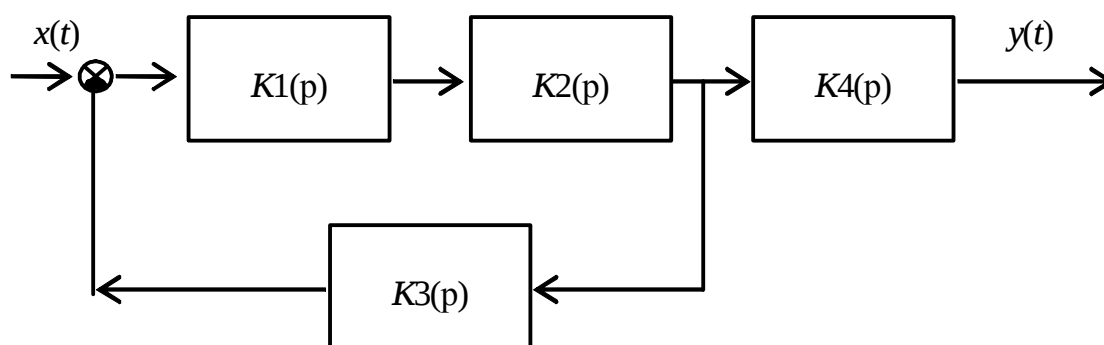


Рис. 1.2 — Структурная схема системы 2

## 1.2. Методические рекомендации к выполнению лабораторной работы №1

**Передаточная функция системы** равна отношению изображения по Лапласу выходного сигнала  $Y(p)$  к изображению по Лапласу входного воздействия  $X(p)$  при нулевых начальных условиях:

$$K(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + K + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + K + a_0}.$$

Передаточная функция системы характеризует динамические свойства системы, она не зависит от воздействия и определяется параметрами системы

$a_i, b_j$ . Знаменатель передаточной функции замкнутой системы, приравненный к нулю, называется **характеристическим уравнением**:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + K + a_0 = 0.$$

Для определения общей передаточной функции двух звеньев, соединенных **последовательно**, перемножают их передаточные функции

$$K_{\text{общПосл}}(p) = K_1(p)K_2(p);$$

при **параллельной** связи — передаточные функции складываются

$$K_{\text{общПар}}(p) = K_1(p) + K_2(p);$$

при соединении типа **обратной связи** общая передаточная функция определяется по формуле

$$K_{\text{общОс}}(p) = \frac{K(p)}{1 + K_1(p)K_2(p)},$$

если  $K_1(p)$  — передаточная функция звена, стоящего в прямой ветви, а  $K_2(p)$  — передаточная функция звена, стоящего в цепи обратной связи. Знак в знаменателе определяется видом обратной связи: «−» соответствует положительной обратной связи, а «+» — отрицательной, которая обозначается на структурной схеме системы с помощью заштрихованного сектора сумматора. Примеры соединения приведены на рис. 1.3.

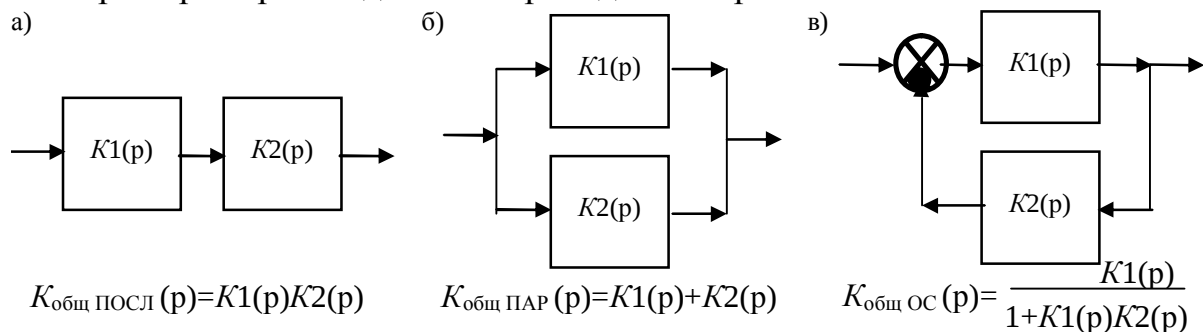


Рис. 1.3 — Соединения звеньев СРА: последовательное (а), параллельное (б) и соединение с обратной связью (в)

Для определения передаточной функции необходимо упростить заданную структурную схему, преобразовав ее к виду последовательного соединения звеньев между входом задающего воздействия (или помехи) и выходом.

Передаточные функции сложных многоконтурных систем определяют путем последовательного приведения структурной схемы к эквивалентной одноконтурной. В процессе преобразования можно переносить точки соединения ветвей (узлы) через звенья для исключения перекрестных связей. При переносе точки съема сигнала против направления прохождения сигналов, в переносимую ветвь нужно включить звено с передаточной функцией тех звеньев, которые расположены между прежней и новой точкой съема сигнала. При переносе ветви по направлению прохождения сигнала в нее добавляются звенья с передаточными функциями, обратными передаточным функциям всех звеньев, расположенных между прежней и новой точками съема (рис. 1.4.).

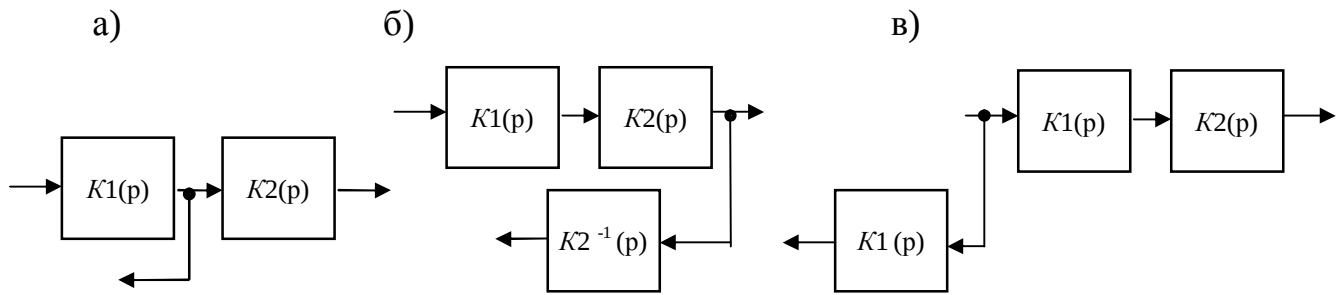


Рис. 1.4 — Преобразования звеньев СРА: исходная схема (а), при переносе ветви по направлению прохождения сигнала (б), при переносе ветви против прохождения сигнала (в)

Отношение спектральной плотности сигнала на выходе в установившемся режиме к спектральной плотности сигнала на входе называют **комплексным коэффициентом передачи**.

$$K(j\omega) = \operatorname{Re} K(j\omega) + j \operatorname{Im} K(j\omega) = |K(j\omega)| e^{j\phi(\omega)}.$$

**Амплитудно-фазовой характеристикой** или **годографом частотной характеристики** СРА называется кривая, которую описывает на плоскости комплексного переменного вектор частотной характеристики при изменении частоты от 0 до  $\infty$ . Построение годографа может происходить в декартовых или полярных координатах.

Обычно исследуются следующие частотные характеристики

- **Амплитудно-частотная характеристика** — зависимость от частоты модуля комплексного коэффициента передачи

$$A(\omega) = |K(j\omega)| = \sqrt{[\operatorname{Re} K(j\omega)]^2 + [\operatorname{Im} K(j\omega)]^2}.$$

- **Фазо-частотная характеристика** — зависимость сдвига фаз между входным и выходным сигналами

$$\Phi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} K(j\omega)}{\operatorname{Re} K(j\omega)}.$$

Большое распространение в теории и практике автоматического управления получили **логарифмические частотные характеристики (ЛЧХ)**, для которых частота откладывается в логарифмическом масштабе. Логарифмическая амплитудная характеристика (ЛАХ) — это зависимость  $\Lambda(\omega) = 20 \lg A(\omega)$ . При построении логарифмической фазовой характеристики (ЛФХ) принято сдвиг фаз откладывать в радианах. Основным достоинством ЛЧХ является возможность их построения без вычислений, так как они могут быть аппроксимированы с большой точностью отрезками прямых линий — асимптотами. Такие ЛАЧХ называются асимптотическими.

Логарифмические амплитудные и фазовые характеристики для любой системы, структурная схема которой представляет собой последовательное соединение нескольких типовых звеньев легко построить без вычислений, графически сложив характеристики отдельных звеньев. Однако построение характеристик каждого звена и графическое суммирование загромождают

результатирующие графики и затрудняют анализ характеристик, поэтому удобно пользоваться следующей **методикой построения логарифмических характеристик**:

1) преобразовать исходную передаточную функцию разомкнутой системы так, чтобы записать ее как произведение передаточных функций типовых звеньев: усилительного  $K_{yc}(p)=k$  (коэффициент усиления  $k$  равен произведению коэффициентов усиления всех последовательно соединенных звеньев), интегрирующих  $K_{инт}(p)=1/p$  или дифференцирующих  $K_{диф}(p)=p$  (если таких звеньев несколько, то соответствующие передаточные функции запишутся как  $K_{инт}(p)=1/p^r$  или  $K_{диф}(p)=p^r$ , где  $r$  — количество этих звеньев), апериодических  $K_{ап}(p)=1/(Tp+1)$  и форсирующих  $K_{ф}(p)=(Tp+1)$ , выписать сопряженные частоты форсирующих и апериодических  $\omega_{ci}=1/T_i$  звеньев в порядке возрастания; на характеристиках вспомогательной линией провести вертикали через сопряженные частоты;

2) на логарифмической амплитудной характеристике на вертикали, проведенной через  $\omega=1$ , отложить отрезок  $20\lg k$ , через полученную точку провести отрезок до пересечения с первой вертикалью справа, наклон отрезка «20дБ/дек» при наличии дифференцирующего звена, «-20дБ/дек» при наличии интегрирующего звена, без наклона при отсутствии таких звеньев. Если имеется несколько указанных звеньев ( $r$ ), то наклон отрезка « $\pm 20 \cdot r$  дБ/дек»;

3) наклон следующего участка (слева направо) логарифмической амплитудной характеристики определяется суммой наклона предыдущего участка и наклона характеристики того звена, которому соответствует данная сопряженная частота, а именно, добавляется «+20 дБ/дек» при «включении» форсирующего звена или «20 дБ/дек» при «включении» апериодического звена; подобная операция проводится при каждом пересечении с проведенными вертикалями до полного построения характеристики. Такая упрощенная характеристика отличается от точной расчетной не более, чем на 3 дБ — на сопряженных частотах;

4) на вертикали, проведенной через  $\omega=1$ , отмечается значение « $\pi/2$ » при наличии дифференцирующего звена, « $-\pi/2$ » при наличии интегрирующего звена, 0 при отсутствии этих звеньев, или величина пропорциональная указанному значению, если таких звеньев несколько;

5) затем над вертикалями, соответствующими включаемым звеньям, подписывают выражение  $[A_i]+B_i \rightarrow C_i$  и отмечают точкой величину  $[A_i]+B_i$ , где  $A_i=A_{i-1}+C_{i-1}$ ,  $B_i$  — значение фазочастотной характеристики данного звена на сопряженной частоте (« $\pi/4$ » для форсирующего звена и « $-\pi/4$ » для апериодического звена),  $C_i$  — значение фазочастотной характеристики данного звена при  $\omega=\infty$  (« $\pi/2$ » для форсирующего звена и « $-\pi/2$ » для апериодического звена), через отмеченные точки строят суммарную характеристику. Точность построения такой характеристики достаточна для ориентировочного анализа устойчивости.

В качестве **временных характеристик** широко используются переходная и импульсная характеристики.

• **Переходная характеристика** — это реакция динамического элемента на воздействие в виде единичной ступенчатой функции.

Учитывая, что изображение функции  $1(t)$  по Лапласу равно  $1/p$ , можно определить переходную характеристику  $h(t)=L^{-1}[K(p)/p]$  (см. Приложение А).

• **Импульсная характеристика** — это реакция динамического элемента на воздействие в виде  $\delta$ -функции.

Импульсная характеристика определяется как  $g(t)=L^{-1}[K(p)]$ .

### 1.3. Контрольные вопросы к лабораторной работе №1

1. Что такое динамическое звено системы радиоавтоматики?
2. Определение линейного звена, линейной системы, принцип суперпозиции.
3. Непрерывные и дискретные системы.
4. Стационарные, нестационарные системы. Безынерционные системы.
5. Виды типовых динамических звеньев.
6. Как определить передаточную функцию, зная уравнение движения звена, системы?
7. Какими частотными и временными характеристиками пользуются для описания свойств динамических звеньев и СРА?
8. Как определить импульсную характеристику, зная передаточную функцию звена?
9. Как определить переходную характеристику, зная передаточную функцию звена?
10. Определение параметров переходной характеристики.
11. Связь передаточной функции и комплексного коэффициента передачи.
12. Построение частотных характеристик: отличие ЛАЧХ, ЛФЧХ от АЧХ, ФЧХ.
13. Построение амплитудно-фазовой характеристики (логограф комплексной частотной характеристики) в полярных и декартовых координатах.
14. Привести передаточную функцию, ЛАЧХ и ЛФЧХ безынерционного звена.
15. Привести передаточную функцию, ЛАЧХ и ЛФЧХ идеального интегрирующего звена.
16. Привести передаточную функцию, ЛАЧХ и ЛФЧХ апериодического звена 1-го порядка, 2-го порядка.
17. Привести передаточную функцию, ЛАЧХ и ЛФЧХ колебательного звена.
18. Привести передаточную функцию, ЛАЧХ и ЛФЧХ идеального дифференцирующего звена.
19. Привести передаточную функцию, ЛАЧХ и ЛФЧХ форсирующего звена.
20. Какой наклон ЛАЧХ характеризует участок дифференцирования, участок интегрирования входного сигнала?

21. Основные правила преобразований структурных схем: определение общей передаточной функции для последовательного, параллельного, встречно-параллельного соединения звеньев. Правило переноса точки съема сигнала по (против) направлению прохождения сигналов

22. Привести передаточную функцию, ЛАЧХ и ЛФЧХ звена с «опережением по фазе», из характеристик каких звеньев могут быть составлены такие характеристики? В каком интервале частот осуществляется приближенное дифференцирование?

23. Привести передаточную функцию, ЛАЧХ и ЛФЧХ звена с «отставанием по фазе», из характеристик каких звеньев могут быть составлены такие характеристики? В каком интервале частот осуществляется приближенное интегрирование?

24. Привести характеристики интегро-дифференцирующего звена.

25. Определение параметров частотных характеристик: частота сопряжения, частота среза, критическая частота.

## **2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2**

### **ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ УСТОЙЧИВОСТИ СРА**

#### **2.1. Условие**

Для системы радиоавтоматики, схема которой приведена на рис. 1.2, необходимо

- 1) оценить устойчивость системы с помощью алгебраического критерия, проанализировав матрицу Гурвица.
- 2) оценить устойчивость системы с помощью частотного критерия Михайлова, построив годограф характеристического вектора.
- 3) оценить устойчивость системы с помощью частотного критерия Найквиста, используя годограф частотной характеристики разомкнутой системы (п.1.3.).
- 4) оценить устойчивость системы с помощью частотного критерия Найквиста, используя логарифмические частотные характеристики разомкнутой системы (п.1.4.).

#### **2.2. Методические рекомендации к выполнению лабораторной работы №2**

Система называется **устойчивой**, если её свободное движение со временем затухает. Вывод об устойчивости системы можно сделать в зависимости от расположения корней характеристического уравнения системы на комплексной плоскости.

**Система устойчива тогда и только тогда, когда все корни характеристического уравнения имеют отрицательные вещественные**

**части**, то есть все корни должны быть расположены **слева** от мнимой оси на плоскости комплексного переменного.

**Критерии устойчивости** — правила позволяющие судить об устойчивости системы непосредственно по коэффициентам характеристического уравнения без вычисления корней. Существуют алгебраические и частотные критерии. Прежде чем воспользоваться для оценки устойчивости любым критерием, следует проверить выполнение **необходимого условия устойчивости** — все коэффициенты характеристического уравнения должны быть больше нуля.

**Критерий Рауса-Гурвица.** Коэффициенты характеристического уравнения ( $a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0 = 0$ ) записывают в матрицу Гурвица, которая имеет вид

$$\begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & a_0 \end{bmatrix}$$

Порядок составления матрицы Гурвица следующий:

— по главной диагонали записывают коэффициенты в порядке убывания начиная с коэффициента  $a_{n-1}$ , последним элементом будет  $a_0$ ;

— над элементами главной диагонали записывают коэффициенты в порядке убывания;

— под элементами главной диагонали — в порядке возрастания.

Для оценки устойчивости необходимо вычислить определители Гурвица

$$\Delta_1 = a_{n-1} > 0; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix} > 0; \quad \Delta_3 > 0; \quad \dots; \quad \Delta_n > 0,$$

которые получают из матрицы путем отчеркивания равного числа строк и столбцов в левом верхнем углу.

Для того, чтобы система была устойчивой все определители должны быть больше 0.

**Критерий Михайлова.** Характеристическому уравнению соответствует характеристический вектор, который получают путем замены  $p$  на  $j\omega$  в левой части уравнения.

**Система РА устойчива, если годограф характеристического вектора, начинаясь на положительной оси, обходит последовательно в положительном направлении  $n$  квадрантов, где  $n$  — порядок характеристического уравнения.**

**Критерий Найквиста.** Этот критерий позволяет судить об устойчивости замкнутой системы по частотным характеристикам разомкнутой системы.

**Система РА, устойчивая в разомкнутом состоянии, будет устойчива и в замкнутом, если годограф частотной характеристики разомкнутой системы не охватывает точку с координатами  $(-1, j0)$ .**

Существует понятие **абсолютно устойчивой системы**, когда система теряет устойчивость только при увеличении коэффициента усиления, то есть, годограф пересекает вещественную ось только справа от точки  $(-1, j0)$ , и **условно устойчивой системы**, когда система может стать неустойчивой как при увеличении, так и при уменьшении коэффициента усиления.

Частотный критерий Найквиста применительно к логарифмическим характеристикам для систем, устойчивых в разомкнутом состоянии, формулируется следующим образом: **для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы частота среза была меньше критической частоты  $\omega_{cp} < \omega_{кр}$ .**

**Частотой среза** называют частоту, на которой АЧХ разомкнутой системы равна 1, то есть ЛАЧХ проходит через 0.

**Критической частотой** называют частоту, на которой фазочастотная характеристика принимает значение  $-\pi$ .

**Более полная формулировка критерия:** чтобы система, устойчивая в разомкнутом состоянии была устойчива и в замкнутом, необходимо и достаточно, чтобы при положительных значениях логарифмической амплитудной частотной характеристики разность числа переходов логарифмической фазовой характеристики через ось  $-\pi$  сверху вниз и снизу вверх была равна 0.

Различают запас устойчивости по фазе и по усилению

**Запас устойчивости по фазе  $D\Phi$**  показывает на какое значение фазочастотная характеристика разомкнутой системы отличается от  $-\pi$  на частоте среза

$$\Delta\Phi = \pi - \Phi_p(\omega_{cp}).$$

**Запас устойчивости по усилению  $\Delta\Lambda$**  соответствует значению логарифмической амплитудно-частотной характеристики на критической частоте, взятому с противоположным знаком

$$\Delta\Lambda = -\Lambda_p(\omega_{кр}).$$

Запас устойчивости по усилению определяет во сколько раз  $\alpha$  нужно увеличить коэффициент усиления, чтобы достичь **критического коэффициента усиления  $K_{кр}$** , при котором система оказывается на границе устойчивости

$$\alpha = \frac{1}{|K_p(j\omega_{кр})|}.$$

### 3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

#### ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ КОРРЕКЦИИ СРА

##### 3.1. Условие

1) Построить логарифмические характеристики разомкнутой системы с заданной передаточной функцией. Оценить устойчивость замкнутой системы.

2) Для обеспечения устойчивости системы и придания необходимых запасов устойчивости последовательно включить корректирующие звенья (одно или несколько звеньев с опережением по фазе или интегро-дифференцирующих).

3) Определить запасы устойчивости после коррекции.

Задана исходная передаточная функция разомкнутой системы:

$$\text{Варианты 00,20,40,60,80. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{10}{(p^2 + 10)(p + 10)^2}.$$

$$\text{Варианты 01,21,41,61,81. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{10^6}{p(p + 200)(p + 10)^2}.$$

$$\text{Варианты 02,22,42,62,82. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{(60 + p)(10 + p)}{p(0,5p + 1)^3}.$$

$$\text{Варианты 03,23,43,63,83. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{(120 + p)(1 + 0,001p)}{p^2}.$$

$$\text{Варианты 04,24,44,64,84. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{1000(50 + p)}{p(p + 5)^3}.$$

$$\text{Варианты 05,25,45,65,85. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{100(500 + p)^2}{p(p + 50)^3}.$$

$$\text{Варианты 06,26,46,66,86. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{10(10 + p)}{p(0,01p + 1)^3}.$$

$$\text{Варианты 07,27,47,77,87. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{100}{(0,02p + 1)(p + 1)^4}.$$

$$\text{Варианты 08,28,48,88,88. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{5 \cdot 10^4 (1 + p)}{p(p + 58)^2 (0,01p + 1)}.$$

$$\text{Варианты 09,29,49,99,89. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{60 + p}{p(0,15p + 1)^2}.$$

$$\text{Варианты 10,30,50,70,90. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{10(10 + p)}{p(0,05p + 1)^2}.$$

$$\text{Варианты 11,31,51,71,91. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{(100 + p)(1 + 100p)}{p^3}.$$

$$\text{Варианты 12,32,52,72,92. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{10}{(0,1p+1)(p+1)^3}.$$

$$\text{Варианты 13,33,53,73,93. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{2 \cdot 10^2(1+p)}{p(p+65)^2(0,1p+10)}.$$

$$\text{Варианты 14,34,54,74,94. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{5(100+p)^2}{p(p+50)^4}.$$

$$\text{Варианты 15,35,55,75,95. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{5 \cdot 10^3(1+p)}{p(p+25)^2(0,01p+15)}.$$

$$\text{Варианты 16,36,56,76,96. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{10(10+p)}{p(p+10)^3}.$$

$$\text{Варианты 17,37,57,77,97. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{(1+p)}{p(p+5)^2(p+15)}.$$

$$\text{Варианты 18,38,58,78,98. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{(1+p)p}{p(p+5)^2(0,01p+10)}.$$

$$\text{Варианты 19,39,59,79,99. } K_{\text{раз}}(p) = \frac{100(10+p)}{p(0,01p+1)^2}.$$

### 3.2. Методические рекомендации к выполнению лабораторной работы №3

**Корректирующие звенья** — динамические звенья, обладающие заданными, необходимыми динамическими свойствами.

Различают три основных способа введения корректирующих устройств: последовательно, параллельно, в цепи обратной связи. В задании корректирующее звено включается последовательно, так как в линейной системе для любого типа звена может быть найдено эквивалентное последовательное звено. Рекомендуется применить одно или несколько звеньев с опережением по фазе либо интегро-дифференцирующие звенья.

При проведении коррекции следует считать, что характеристики исходной системы удовлетворяют предъявленным требованиям по точности и быстродействию. Следовательно, частота среза и вид ЛАЧХ в низкочастотной области не должны быть существенно изменены.

### 3.3. Контрольные вопросы к лабораторной работе №3

1. Понятие устойчивой системы.
2. Расположение корней характеристического уравнения на плоскости комплексного переменного. Связь с устойчивостью системы.
3. Необходимое условие устойчивости.
4. Алгебраический критерий устойчивости Гурвица.
5. Частотный критерий устойчивости Михайлова.
6. Частотный критерий устойчивости Найквиста (годограф).

7. Частотный критерий устойчивости Найквиста (ЛАЧХ и ЛФЧХ).
8. Запасы устойчивости по фазе и усилению, критический коэффициент усиления.
9. Связь между желаемой ЛАЧХ и ЛАЧХ корректирующего элемента.
10. Виды корректирующих элементов.
11. Влияние на характеристики системы идеального дифференцирующего звена.
12. Влияние на характеристики системы форсирующего звена.
13. Влияние на характеристики системы реального дифференцирующего звена.
14. Влияние на характеристики системы звена «с опережением по фазе».
15. Влияние на характеристики системы интегро-дифференцирующего звена.

#### 4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

### ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ СРА

#### 4.1. Условие

1) Для заданной системы, определите ошибку при воздействии детерминированного сигнала вида  $x(t)=et^2$  ( $\xi(t)=0$ ), используя метод коэффициентов ошибок.

2) Определите суммарную среднеквадратическую ошибку при воздействии детерминированного сигнала  $x(t)=at$  и помехи  $\xi(t)$  в виде «белого» шума со спектральной плотностью  $N_0$ .

3) Определите суммарную среднеквадратическую ошибку при воздействии случайного сигнала со спектральной плотностью  $S_0(\omega)=\frac{D_0}{\omega^2}$  и помехи  $\xi(t)$  в виде «белого» шума со спектральной плотностью  $N_0$ .

4) Поясните письменно зависимость ошибки от порядка астатизма системы.

Исходные данные приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 — Исходные данные

| Вариант №      | $K1$ | $K2$ | $T$  | $a$ | $e$ | $D_0$ | $N_0$ |
|----------------|------|------|------|-----|-----|-------|-------|
| 00,20,40,60,80 | 3    | 5    | 0,08 | 4   | 2   | 1     | 0,1   |
| 01,21,41,61,81 | 10   | 1    | 0,1  | 10  | 1   | 1     | 0,01  |
| 02,22,42,62,82 | 5    | 15   | 0,05 | 5   | 10  | 10    | 0,02  |
| 03,23,43,63,83 | 5    | 5    | 0,2  | 2   | 5   | 1     | 0,05  |
| 04,24,44,64,84 | 25   | 4    | 0,05 | 10  | 10  | 0,1   | 0,1   |
| 05,25,45,65,85 | 2    | 50   | 0,25 | 1   | 20  | 0,01  | 0,05  |
| 06,26,46,66,86 | 20   | 5    | 0,05 | 2   | 25  | 0,1   | 0,1   |
| 07,27,47,77,87 | 4    | 25   | 0,4  | 10  | 100 | 0,2   | 0,5   |
| 08,28,48,88,88 | 10   | 50   | 0,01 | 1   | 50  | 0,02  | 0,05  |
| 09,29,49,99,89 | 10   | 10   | 0,02 | 20  | 5   | 0,5   | 0,2   |
| 10,30,50,70,90 | 10   | 5    | 0,05 | 2   | 5   | 0,01  | 0,5   |

|                |    |    |      |    |    |      |      |
|----------------|----|----|------|----|----|------|------|
| 11,31,51,71,91 | 15 | 6  | 0,08 | 5  | 7  | 10   | 0,02 |
| 12,32,52,72,92 | 6  | 9  | 0,01 | 4  | 10 | 0,01 | 0,03 |
| 13,33,53,73,93 | 7  | 10 | 0,03 | 5  | 10 | 0,5  | 0,01 |
| 14,34,54,74,94 | 8  | 11 | 0,2  | 7  | 5  | 15   | 0,05 |
| 15,35,55,75,95 | 9  | 40 | 0,05 | 9  | 7  | 25   | 0,5  |
| 16,36,56,76,96 | 10 | 22 | 0,4  | 15 | 2  | 0,8  | 0,04 |
| 17,37,57,77,97 | 20 | 8  | 0,07 | 22 | 1  | 22   | 0,6  |
| 18,38,58,78,98 | 18 | 10 | 0,05 | 7  | 25 | 14   | 0,05 |
| 19,39,59,79,99 | 16 | 5  | 0,1  | 11 | 30 | 0,06 | 0,01 |

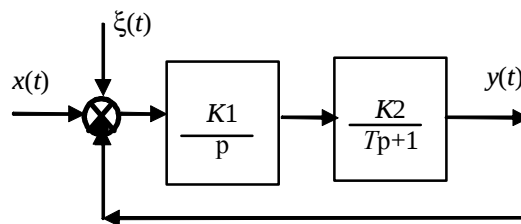


Рис. 4.1 — Структурная схема системы радиоавтоматики

#### 4.2. Методические рекомендации к выполнению лабораторной работы №4

Точность системы радиоавтоматики является важнейшим показателем качества. Точность характеризуется ошибкой системы. Под **ошибкой следящей системы** понимают разницу между входным и выходным сигналами  $e(t) = x(t) - y(t)$ .

Чем меньше ошибка, тем выше точность и, следовательно, качество.

Ошибка замкнутой автоматической системы зависит от вида задающего воздействия и передаточной функции ошибки. Передаточная функция ошибки равна отношению изображения по Лапласу сигнала ошибки к изображению входного сигнала. Ее можно выразить через передаточную функцию замкнутой или разомкнутой системы:

$$K_E(p) = \frac{E(p)}{X(p)} = 1 - K_3(p) = \frac{1}{1 + K_p(p)},$$

Наиболее полно точность системы характеризуется зависимостью ошибки от времени  $e(t)$ . Установившееся значение ошибки.

$$e_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$$

Установившемуся режиму системы  $t \rightarrow \infty$  в области изображений соответствует значение  $p \rightarrow 0$ , установившееся значение ошибки можно определить, используя теорему о конечном значении функции ( $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pF(p)$ )

$$e_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pE(p) = \lim_{p \rightarrow 0} pK_E(p)X(p).$$

**Статическая ошибка** — ошибка системы при воздействии стационарного сигнала, то есть сигнала, параметры которого не изменяются во времени. Например, сигнала вида  $x(t) = C1(t)$ .

В зависимости от характера статической ошибки различают статические и астатические системы.

**Система называется статической**, если статическая ошибка в установившемся режиме отлична от нуля. Соответственно, в **астатической системе** эта ошибка равна нулю (рис. 4.2).

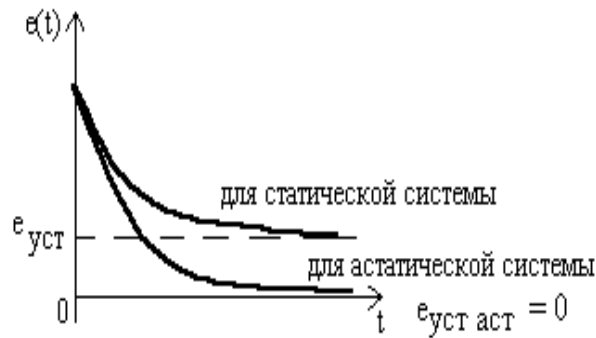


Рис. 4.2 — К определению характера статической ошибки

$X(p) = C \cdot \frac{1}{p}$  — изображение входного сигнала  $x(t) = C1(t)$ .

$$e_{\text{уст.ст.}} = \lim_{p \rightarrow 0} p K_E(p) C \frac{1}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} K_E(p) C.$$

Из этого выражения видно, для того чтобы значение статической ошибки  $e_{\text{уст}}$  было равно нулю, передаточная функция ошибки должна содержать множитель  $p$  (иметь нуль в точке  $p=0$ )

$$\lim_{p \rightarrow 0} K_E(p) C = \lim_{p \rightarrow 0} C \frac{1}{1 + K_p(p)}.$$

Это соответствует наличию в передаточной функции разомкнутой системы множителя  $p$  в знаменателе (полюс в точке  $p=0$ ). То есть, **астатическая система должна содержать интегрирующее звено**.

Увеличение порядка астатизма системы радиоавтоматики является эффективным средством повышения помехоустойчивости системы.

**Метод коэффициентов ошибок.** Поскольку установившемуся режиму работы  $t \rightarrow \infty$  в области изображений соответствует значение  $p \rightarrow 0$ , при вычислении ошибки в установившемся режиме передаточную функцию ошибки можно разложить в степенной ряд по степени  $p$  в окрестности точки  $p=0$ :

$$K_E(p) = C_0 + C_1 p + \frac{1}{2} C_2 p^2 + \dots + \frac{1}{k!} C_k p^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} C_k p^k$$

$$E(p) = K_E(p) X(p) = X(p) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} C_k p^k. \quad (4.1)$$

где коэффициенты  $C_k = k! \cdot \left. \frac{\partial^k K_E(p)}{\partial p^k} \right|_{p=0}$  (при  $k=0, 1, 2, \dots$ ) — называются коэффициенты ошибок.

Определение коэффициентов ошибок путем дифференцирования передаточной функции ошибки — процедура довольно трудоемкая. Поскольку передаточная функция — всегда дробно-рациональная функция переменной  $p$ , коэффициенты ошибок удобнее находить делением числителя передаточной функции ошибки на ее знаменатель с последующим сравнением полученного ряда с рядом (4.1). Существуют также специальные таблицы, пользуясь которыми можно определить коэффициенты ошибок статических и астатических систем через параметры передаточной функции в общем виде [1].

**Для статической системы все коэффициенты ошибок отличны от нуля. Для астатической системы  $r$  первых коэффициентов ошибок равны нулю ( $r$  — порядок астатизма).**

Зная коэффициенты ошибок исследуемой системы, можно оценить установившуюся ошибку системы при известном задающем воздействии. В области действительного переменного установившаяся ошибка системы равна

$$e(t) = C_0 x(t) + C_1 \frac{\partial x(t)}{\partial t} + \frac{1}{2} C_2 \frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2} + \dots + \frac{1}{k!} C_k \cdot x^{(k)}(t).$$

Здесь каждое слагаемое  $e_k(t) = \frac{1}{k!} C_k \cdot x^{(k)}(t)$  — составляющая установившейся ошибки по  $k$ -той производной входного воздействия.

Установившуюся ошибку системы удобно рассчитывать с помощью коэффициентов ошибок в том случае, когда входное воздействие имеет конечное число  $m$  отличных от нуля производных. В этом случае бесконечный ряд превращается в полином, содержащий  $m+1$  слагаемых.

**Анализ точности при случайных воздействиях.** Качество работы системы РА при случайных воздействиях оценивается по суммарной среднеквадратической ошибке ( $\bar{e}^2$ ).

Для расчета составляющих суммарной среднеквадратической ошибки достаточно учесть математическое ожидание и дисперсию, полностью характеризующие параметры процесса  $e(t)$  при нормальном распределении ошибки

$$\bar{e}^2 = m_e^2 + \sigma_e^2,$$

где  $m_e$  — математическое ожидание суммарной ошибки;

$\sigma_e^2$  — дисперсия ошибки ( $\sigma_e$  — среднеквадратическое отклонение).

Математическое ожидание суммарной ошибки рассчитывают по теореме о конечном значении функции

$$m_e = \lim_{p \rightarrow 0} p K_E(p) m_c,$$

где  $m_c$  — математическое ожидание случайного сигнала на входе системы. (Для помехи принимаем математическое ожидание равное нулю, что соответствует распространенным на практике случаям).

Точность системы, относительно случайных составляющих сигнала и помехи оценивается дисперсией ошибки

$$\sigma_e^2 = \text{Re}(\tau) \Big|_{\tau=0} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_e(\omega) e^{-j\omega\tau} d\omega.$$

Дисперсия ошибки определяется двумя составляющими: одна из которых, определяющая точность воспроизведения сигнала, зависит от передаточной функции ошибки, а вторая, обусловленная действием помехи — от передаточной функции замкнутой системы.

В общем случае, если учитывать взаимную корреляцию сигнала и помехи, спектральная плотность определяется четырьмя слагаемыми:

$$S_E(\omega) = |K_E(j\omega)|^2 S_c(\omega) + |K_z(j\omega)|^2 S_n(\omega) + \\ + K_E(-j\omega)K_z(j\omega)S_{cn}(\omega) + K_E(j\omega)K_z(-j\omega)S_{nc}(\omega)$$

где  $S_c(\omega)$  — спектральная плотность сигнала,

$S_n(\omega)$  — спектральная плотность помехи,

$S_{cn}(\omega), S_{nc}(\omega)$  — взаимные спектральные плотности.

Соответственно, дисперсия ошибки равна

$$\sigma_e^2 = \sigma_{e_c}^2 + \sigma_{e_n}^2 + \sigma_{e_{cn}}^2 + \sigma_{e_{nc}}^2.$$

Здесь, первое слагаемое зависит от АЧХ системы и статистических характеристик сигнала, определяет среднеквадратическую ошибку воспроизведения сигнала. Второе слагаемое зависит от АЧХ замкнутой системы и характеристик помехи, определяет ошибку системы, возникающую вследствие действия помехи. Третье и четвертое слагаемые — составляющие ошибки возникающие при корреляции сигнала с помехой и помехи с сигналом.

Если сигнал и помеха некоррелированы, то взаимные корреляционные функции  $R_{nc}(\tau) = R_{cn}(\tau) = 0$ , и взаимные спектральные плотности  $S_{cn}(\omega) = S_{nc}(\omega) = 0$ , тогда выражение для дисперсии ошибки определится двумя слагаемыми

$$\sigma_e^2(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [|K_e(j\omega)|^2 S_c(\omega) + |K_z(j\omega)|^2 S_n(\omega)] d\omega.$$

Суммарная среднеквадратическая ошибка системы в этом случае будет рассчитываться по формуле

$$e_{\Sigma \text{ск}} = \sqrt{m_e^2 + \sigma_{e_c}^2 + \sigma_{e_n}^2}.$$

При вычислении удобно пользоваться формулами для интегрирования спектральной плотности (см. приложение Б).

#### 4.3. Контрольные вопросы к лабораторной работе №4

1. Понятие ошибки системы радиоавтоматики.
2. Статические, динамические, переходные ошибки.
3. Понятие астатизма. Статические и астатические системы.

4. Особенность передаточной функции астатической системы.
5. Сущность метода коэффициентов ошибок.
6. Понятие памяти астатической системы.
7. Расчет суммарной среднеквадратической ошибки при случайных воздействиях.
8. Расчет математического ожидания суммарной ошибки.
9. Связь спектральной плотности ошибки и ее дисперсии.

## 5. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

### ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСКРЕТНОЙ СИСТЕМЫ РАДИОАВТОМАТИКИ

#### 5.1. Условие

- 1) Определить передаточные функции замкнутой и разомкнутой СРА и оценить ее устойчивость.
- 2) Записать разностное уравнение и построить алгоритм работы.
- 3) Определить и построить переходную характеристику системы, оценить длительность переходного процесса.
- 4) Определить ошибку СРА при воздействии единичного скачка  $x(t)=c1(t)$ , при воздействии линейно-нарастающего сигнала  $x(t)=dt$ .

Исходные данные приведены в таблице 5.1.

Таблица 5.1 — Исходные данные

| Диапазон частот входных сигналов 1...100 Гц |                    |                |     |      |
|---------------------------------------------|--------------------|----------------|-----|------|
| Вариант №                                   | $K1(p)$            | $K2(p)$        | $c$ | $d$  |
| 00,20,40,60,80                              | $(p^2+1)^{-1}$     | $p^{-2}$       | 5   | 10   |
| 01,21,41,61,81                              | $(p^2+100)^{-1}$   | $10p^2$        | 10  | 100  |
| 02,22,42,62,82                              | $p(p+1)^{-1}$      | $(p+10)^{-1}$  | 100 | 1000 |
| 03,23,43,63,83                              | $(0,01p^2+1)^{-1}$ | $10p$          | 10  | 10   |
| 04,24,44,64,84                              | $p(2p+1)^{-1}$     | $(p+100)^{-1}$ | 1   | 100  |
| 05,25,45,65,85                              | $(p(p+10))^{-1}$   | $10p$          | 20  | 50   |
| 06,26,46,66,86                              | $10p^{-1}$         | $p^{-2}$       | 50  | 2,5  |
| 07,27,47,77,87                              | $(p^2+10)^{-1}$    | $p$            | 25  | 40   |
| 08,28,48,88,88                              | $(50p+1)^{-2}$     | 100            | 10  | 10   |
| 09,29,49,99,89                              | $(p+100)^{-2}$     | $p$            | 5   | 50   |
| 10,30,50,70,90                              | $(p+1)^{-1}$       | $p^{-1}$       | 100 | 100  |
| 11,31,51,71,91                              | $(0,5p^2+2)^{-1}$  | $5p$           | 10  | 20   |
| 12,32,52,72,92                              | $(p(p+2))^{-1}$    | $100p$         | 2   | 5    |
| 13,33,53,73,93                              | $20p^{-1}$         | $p^{-2}$       | 5   | 25   |
| 14,34,54,74,94                              | $(5p^2+10)^{-1}$   | $2p$           | 25  | 40   |

|                |                 |           |     |    |
|----------------|-----------------|-----------|-----|----|
| 15,35,55,75,95 | $(5p+1)^{-2}$   | 10        | 100 | 1  |
| 16,36,56,76,96 | $(3p+100)^{-2}$ | $p$       | 30  | 5  |
| 17,37,57,77,97 | $(3p+1)^{-1}$   | $3p^{-1}$ | 10  | 10 |
| 18,38,58,78,98 | $(p^2+1)^{-1}$  | $4p^{-2}$ | 45  | 40 |
| 00,20,40,60,80 | $(2p^2+7)^{-1}$ | $10p^2$   | 20  | 25 |

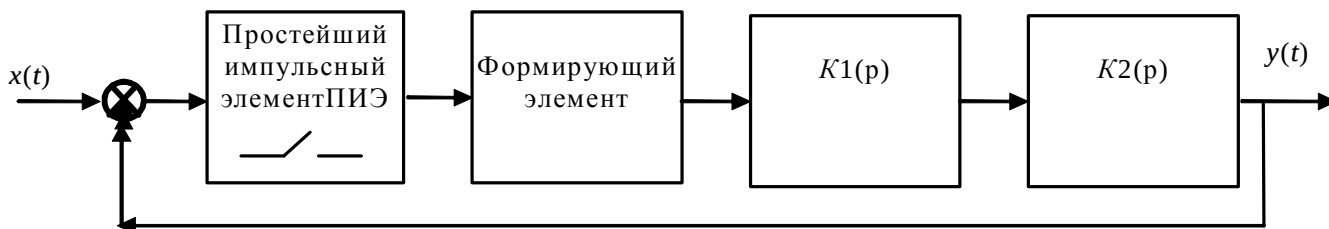


Рис. 5.1 — Структурная схема системы

## 5.2 Методические рекомендации к выполнению лабораторной работы №5

На структурных схемах дискретных систем автоматики процесс дискретизации сигнала отображается введением ключа, который называют дискретизатором или простейшим импульсным элементом. Для восстановления сигнала по последовательности мгновенных импульсов необходимо, чтобы выполнялось условие теоремы Котельникова:  $T \leq \frac{1}{2f_{\text{макс}}}$ . Последовательность

мгновенных импульсов подается на цифровое устройство системы, в котором в соответствии с алгоритмом преобразования информации преобразуется в выходную последовательность мгновенных импульсов. В системах РА с непрерывными объектами управления для преобразования выходной последовательности мгновенных импульсов в непрерывный сигнал применяются преобразователи, сигнал на выходе которых остается постоянным между дискретными моментами времени — формирующие элементы. Каждый мгновенный импульс последовательности  $u^*(t)$  преобразуется в прямоугольный импульс длительностью  $T$ , амплитуда которого равна площади мгновенного импульса.

В непрерывных системах связь между входной задающей и выходной регулируемой величиной определяется дифференциальным уравнением, а в дискретных системах — разностным уравнением:

$$a_n y[n] + a_{n-1} y[n-1] + \dots + a_0 = b_m x[n] + b_{m-1} x[n-1] + \dots + b_0.$$

Разностные уравнения позволяют вычислить значения регулируемой величины  $y[n]$  в любой момент времени  $nT$  при заданных начальных значениях  $y[0], y[1], \dots, y[n-1]$  и известном входном воздействии.

Определение и анализ разностного уравнения составляет задачу исследования дискретной системы.

Математическим аппаратом исследования дискретных систем является Z-преобразование. Оно играет ту же роль, что и преобразование Лапласа при исследовании непрерывных систем.

Преобразование Лапласа последовательности мгновенных импульсов

$$X(p) = \int_0^{\infty} x^*(t)e^{-pt} dt = \sum_0^{\infty} x(nT)e^{-pnT}.$$

Обозначим  $e^{pT} = Z$  ( $p = \frac{1}{T} \ln Z$ ).

Тогда  $X(z) = \sum_0^{\infty} x(nT)z^{-n} = Z[x(t)]$ . Функция  $X(z)$  — это Z-преобразование сигнала  $x(t)$  (см. Приложение А).

**Дискретную передаточную функцию системы** можно определить как отношение z-преобразования выходного сигнала к z-преобразованию входного сигнала при нулевых начальных условиях. Передаточная функция замкнутой системы в целом  $K_{З\text{ дс}}(z)$  и передаточная функция ошибки  $K_{Е\text{ дс}}(z)$  определяются по общим формулам:

$$K_{З\text{ дс}}(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{K_{\text{цф}}(z)}{1 + K_{\text{цф}}(z)}; \quad K_{Е\text{ дс}}(z) = \frac{1}{1 + K_{\text{цф}}(z)},$$

где  $K_{\text{цф}}$  — передаточная функция цифрового фильтра находится путем дискретизации аналогового фильтра-прототипа с помощью z-преобразования.

$$K_{\text{цф}}(z) = Z\{K_{\text{фэ}}(p)K_p(p)\} = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{K_p(p)}{p}\right\},$$

здесь  $K_p(p) = K_1(p)K_2(p)$  — передаточная функция аналогового фильтра-прототипа,  $K_{\text{фэ}} = \frac{1 - e^{-pT}}{p}$  — передаточная функция формирующего элемента.

### Оценка устойчивости дискретных систем

Известно, что система автоматического регулирования будет устойчива в том случае, когда переходная составляющая решения стремиться к нулю, для этого необходимо, чтобы корни характеристического уравнения лежали в левой полуплоскости на комплексной плоскости  $p$ . При отображении на плоскость  $z$  область устойчивости располагается внутри окружности единичного радиуса.

Следовательно, **условием устойчивости дискретной системы является нахождение полюсов передаточной функции замкнутой системы  $\Phi(Z)$  внутри окружности единичного радиуса на плоскости  $Z$ .**

$$|z_i| < 1.$$

Если характеристическое уравнение имеет невысокий порядок, то можно вычислить корни и проверить выполнение этого условия. Для уравнений более высокого порядка исследование устойчивости усложняется. В этом случае используют еще одно преобразование (**s-преобразование**) производят замену

$z = \frac{1+s}{1-s}$ . В этом случае область устойчивости отображается на всю левую полуплоскость комплексной плоскости  $s$ , и для оценки устойчивости могут быть использованы критерии, разработанные для непрерывных систем. При выполнении задания рекомендуется пользоваться алгебраическим критерием Гурвица. Для этого необходимо составить матрицу Гурвица из коэффициентов характеристического уравнения дискретной системы, предварительно проведя  $s$ -преобразование.

### Построение переходного процесса

Определить показатели качества системы можно с помощью построения переходного процесса.

Переходная функция может быть получена одним из нескольких способов:

1) аналитически — через обратное  $z$ -преобразование произведения изображения единичного скачка сигнала на передаточную функцию замкнутой системы

$$h(t) = Z^{-1}\{H(z)\} = Z^{-1}\left\{K_{з\text{дс}}(z) \frac{z}{z-1}\right\};$$

2) путем разложения  $H(z)$  в ряд Лорана, то есть делением многочлена числителя на многочлен знаменателя с выделением коэффициентов при отрицательных степенях  $z$ , как последовательных значений переходной функции. В результате получим

$$H(z) = h_0 + h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + \dots + h_k z^{-k} + \dots$$

Коэффициенты при  $(z^{-i})$  определяют дискретные значения переходного процесса  $h(nT)$ :  $h(0)=h_0$ ,  $h(T)=h_1$ ,  $h(2T)=h_2, \dots$  Это процесс можно построить и определить время, за которое выходная величина достигает 0,95 от установившегося значения, то есть определить длительность переходного процесса.

3) можно получить выражение, определяющее значения выходной величины в любой момент времени, для этого необходимо получить и проанализировать разностное уравнение системы.

Разностное уравнение можно получить на основе передаточной функции.

$$K_{з\text{дс}}[z] = \frac{Y[z]}{X[z]} = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_0}{a_q z^q + a_{q-1} z^{q-1} + \dots + a_0},$$

$$(a_q z^q + a_{q-1} z^{q-1} + \dots + a_0)Y[z] = (b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_0)X[z].$$

Затем необходимо левую и правую часть выражения разделить на  $z$  в максимальной степени. Здесь для упрощения обобщенных математических выкладок примем  $q=m$ . Значит левую и правую часть выражения надо делить на  $z^q$ .

$$(a_q + a_{q-1} z^{-1} + \dots + a_0 z^{-q})Y[z] = (b_m + b_{m-1} z^{-1} + \dots + b_0 z^{-q})X[z].$$

Затем перейдем во временную область. В соответствии с первой теоремой смещения ( $Z[x(nT-kT)] = z^{-k}Z[x(nT)]$ ) те слагаемые, которые имеют множитель  $z^{-k}$  будут отставать во времени на соответствующее число —  $k$  тактов.

$$a_q y(nT) + a_{q-1} y(nT-T) + \dots + a_0 y(nT-qT) = \\ = b_{m-1} x(nT) + b_{m-1} x(nT-T) + \dots + b_0 x(nT-qT)$$

где  $nT$  — любой текущий дискретный момент времени. Выделим значение выходной величины в этот момент времени:

$$y(nT) = \frac{1}{a_q} \left( \sum_{i=0}^m b_i \cdot x(nT-iT) - \sum_{j=1}^q a_j \cdot y(nT-jT) \right).$$

Или запишем это же выражение в виде решетчатых функций

$$y[n] = \frac{1}{a_q} \left( \sum_{i=0}^m b_i \cdot x[n-i] - \sum_{j=1}^q a_j \cdot y[n-j] \right).$$

Выходная величина  $y(nT)$  в любой временной точке ( $nT$ ) зависит от значений входной величины в различные моменты времени, а также от предшествующих значений выходной величины. Если в это выражение подставим значения единичного входного сигнала и учтем, что при отрицательных аргументах значения решетчатых функций равны нулю, то получим значения переходной характеристики.

#### Оценка точности дискретных систем

Точность дискретных систем характеризуется переходными и установившимися — статическими и динамическими ошибками.

Ошибки систем в установившемся режиме определяются с помощью теоремы о конечном значении функции.

$$e_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} e^*(t) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} Z[e(t)] = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} K_{Е\text{ дс}}(z) Z[x(t)],$$

Случай воздействия стационарного сигнала на входе системы:  $x(t) = C1(t)$ . Изображение

$$Z[x(t)] = \frac{z}{z-1};$$

$$e_{уст} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} K_{Е\text{ дс}}(z) C \frac{z}{z-1} = \lim_{z \rightarrow 1} K_{Е\text{ дс}}(z) C.$$

При полиномиальном входном воздействии ошибку вычисляют по формуле

$$e[n] = C_0 x[n] + C_1 x'[n] + \frac{1}{2} C_2 x''[n] + \dots + \frac{1}{k!} C_k \cdot x^{(k)}[n],$$

где

$$C_k = k! \cdot \left. \frac{\partial^k K_{Е\text{ дс}}(e^{pT})}{\partial p^k} \right|_{p=0} \quad \text{— коэффициенты разложения в ряд Маклорена;}$$

$x[n]$ ,  $x'[n]$ ,  $x''[n]$ ... — решетчатые функции, получающиеся при дискретизации входного воздействия и его производных.

### 5.3. Контрольные вопросы к лабораторной работе №5

1. Назначение дискретизатора и простейшего импульсного элемента.
2. Применение z-преобразования для анализа дискретных систем.
3. Определение передаточной функции дискретной системы.
4. Условия устойчивости дискретных систем.
5. Применение s-преобразования для оценки устойчивости.
5. Методы оценки точности дискретных систем.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Коновалов Г.Ф. Радиоавтоматика / Г.Ф. Коновалов: учеб. для вузов. — М.: Высш.шк., 1990. — 335с.
2. Бессекерский В.А. Радиоавтоматика / В.А. Бессекерский, А.А. Елисеев, А.В. Небылов; под ред. В.А. Бессекерского. — М.: Высш. шк., 1985. — 271с.
3. Первачев С.В. Радиоавтоматика / С.В. Первачев. — М.: Радио и связь, 2002. — 318 с.
4. Арсеньев Г.Н. Радиоавтоматика / Г.Н. Арсеньев, Г.Ф. Зайцев. — С-Пб.: Сайнс-Пресс, 2008. — 287 с.
5. Каганов В.И. Радиоэлектронные системы автоматического управления / В.И. Каганов. — М.: Горячая линия-Телеком, 2009. — 432 с.
6. Айфичер Э.С. Цифровая обработка сигналов / Э.С. Айфичер, Б.У. Джервис. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. — 992 с.
7. Лащенко И.В. Конспект лекций по дисциплине «Радиоавтоматика»/ И.В. Лащенко. — Севастополь: СевНТУ, 2002. — 130с.

# ПРИЛОЖЕНИЕ А

(справочное)

## Преобразование Лапласа и Z - преобразование

Функциональное преобразование вида  $F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt = L[f(t)]$ , где

$p=c+j\beta$  — комплексная переменная, называют прямым преобразованием Лапласа.

Решетчатая функция  $f(nT)$  (или в сокращенной записи  $f[n]$ ) получается из непрерывной функции  $f(t)$  квантованием в моменты времени  $t = nT$ .

Z-преобразование — изображение решетчатой функции  $f[n]$ , определяемое формулой  $F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f[n]z^{-n} = Z\{f[n]\}$ , где  $z = e^{pT}$ .

Таблица А.1 — Преобразование Лапласа и Z-преобразование некоторых функций

| Оригинал                                                                      | Прямое преобразование Лапласа | Решетчатая функция   | Прямое z-преобразование                 |
|-------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|----------------------|-----------------------------------------|
| 1                                                                             | 2                             | 3                    | 4                                       |
| $\begin{cases} 1 & \text{при } t = 0 \\ 0 & \text{при } t \neq 0 \end{cases}$ | —                             | $\delta_0[n]$        | 1                                       |
| $1(t)$                                                                        | $\frac{1}{p}$                 | $1[n]$               | $\frac{z}{z-1}$                         |
| $t$                                                                           | $\frac{1}{p^2}$               | $nT$                 | $\frac{Tz}{(z-1)^2}$                    |
| $\frac{t^2}{2!}$                                                              | $\frac{1}{p^3}$               | $\frac{(nT)^2}{2!}$  | $\frac{T^2 z(z+1)}{2!(z-1)^3}$          |
| $\frac{t^3}{3!}$                                                              | $\frac{1}{p^4}$               | $\frac{(nT)^3}{3!}$  | $\frac{T^3 z(z^2 + 4z + 1)}{3!(z-1)^4}$ |
| $\frac{t^k}{k!}$                                                              | $\frac{1}{p^{k+1}}$           | $\frac{(nT)^k}{k!}$  | $\frac{T^k z R_k(z)}{k!(z-1)^{k+1}}$    |
| $e^{-\alpha t}$                                                               | $\frac{1}{p+\alpha}$          | $e^{-\alpha nT}$     | $\frac{z}{z-d}$                         |
| $1 - e^{-\alpha t}$                                                           | $\frac{\alpha}{p(p+\alpha)}$  | $1 - e^{-\alpha nT}$ | $\frac{(1-d)z}{(z-1)(z-d)}$             |

Продолжение таблицы А.1

| 1                                    | 2                                         | 3                                  | 4                                                            |
|--------------------------------------|-------------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| $t \cdot e^{-\alpha t}$              | $\frac{1}{(p+\alpha)^2}$                  | $nT e^{-\alpha nT}$                | $\frac{zd}{(z-d)^2}$                                         |
| $\frac{t^k}{k!} \cdot e^{-\alpha t}$ | $\frac{1}{(p+\alpha)^{k+1}}$              | $\frac{(nT)^k}{k!} e^{-\alpha nT}$ | $\frac{zR_k(d^{-1}z)d^k}{k!(z-d)^{k+1}}$                     |
| $\sin \pi \frac{t}{T}$               | $\frac{\pi T^{-1}}{p^2 + \pi^2 T^{-2}}$   | 0                                  | 0                                                            |
| $\cos \pi \frac{t}{T}$               | $\frac{p}{p^2 + \pi^2 T^{-2}}$            | $\cos \pi n = (-1)^n$              | $\frac{z}{z+1}$                                              |
| $\sin \beta t$                       | $\frac{\beta}{p^2 + \beta^2}$             | $\sin \beta nT$                    | $\frac{z \sin \beta T}{z^2 - 2z \cos \beta T + 1}$           |
| $\cos \beta t$                       | $\frac{p}{p^2 + \beta^2}$                 | $\cos \beta nT$                    | $\frac{z^2 - z \cos \beta T}{z^2 - 2z \cos \beta T + 1}$     |
| $e^{-\alpha t} \sin \beta t$         | $\frac{\beta}{(p+\alpha)^2 + \beta^2}$    | $e^{-\alpha nT} \sin \beta nT$     | $\frac{zd \sin \beta T}{z^2 - 2zd \cos \beta T + d^2}$       |
| $e^{-\alpha t} \cos \beta t$         | $\frac{p+\alpha}{(p+\alpha)^2 + \beta^2}$ | $e^{-\alpha nT} \cos \beta nT$     | $\frac{z^2 - zd \cos \beta T}{z^2 - 2zd \cos \beta T + d^2}$ |

Примечания:

Для всех непрерывных и решетчатых функций, приведенных в таблице предполагается, что они тождественно равны нулю при  $t < 0$ .