

Министерство образования и науки, молодежи и спорта Украины
Севастопольский национальный технический университет



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению контрольной работы № 1

**«ОСНОВЫ РАБОТЫ В ИНЖЕНЕРНО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ПРОГРАММЕ *MathCAD*»**

по дисциплине

«Вычислительная техника и программирование»

Для студентов дневной и заочной форм обучения
направления 6.050901 — «Радиотехника»

Севастополь
2012

УДК 519.67+004.4+621.37 (076.5)

Методические указания к выполнению контрольной работы № 1 «Основы работы в инженерно-математической программе *MathCAD*» по дисциплине «Вычислительная техника и программирование» для студентов дневной и заочной форм обучения направления 6.050901 — «Радиотехника» / СевНТУ ; сост. С.Н. Бердышев. — Севастополь : Изд-во СевНТУ, 2012. — 52 с.

Целью методических указаний является оказание помощи студентам дневной и заочной форм обучения направления 6.050901 — «Радиотехника» в получении практических навыков использования инженерно-математической программы *MathCAD*.

Рассмотрены и утверждены на заседании кафедры радиотехники и телекоммуникаций СевНТУ (протокол № 8 от 30 марта 2012 г.).

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методических указаний.

Рецензент:

Савочкин А.А., канд. техн. наук, доцент кафедры радиотехники и телекоммуникаций.

Ответственный за выпуск:

Гимпилевич Ю.Б., доктор техн. наук, проф., зав. кафедрой радиотехники и телекоммуникаций.

СОДЕЖАНИЕ

Введение.....	4
1. Задание №1	
Изучение интерфейса программы <i>MathCAD</i>	6
1.1. Цель задания	6
1.2. Теоретическая часть.....	6
1.3. Порядок выполнения работы	13
1.4. Оформление отчета.....	15
1.5. Контрольные вопросы	15
2. Задание №2	
Построение графиков в программе <i>MathCAD</i>	16
2.1. Цель задания	16
2.2. Теоретическая часть.....	16
2.3. Порядок выполнения работы	25
2.4. Оформление отчета.....	31
2.5. Контрольные вопросы	31
3. Задание №3	
Выполнение символьных расчетов в программе <i>MathCAD</i>	32
3.1. Цель задания	32
3.2. Теоретическая часть.....	32
3.3. Порядок выполнения работы	36
3.4. Оформление отчета.....	43
3.5. Контрольные вопросы	43
4. Задание №4	
Решение нелинейных уравнений и их систем средствами	
программы <i>MathCAD</i>	44
4.1. Цель задания	44
4.2. Теоретическая часть.....	44
4.3. Порядок выполнения работы	40
4.4. Оформление отчета.....	51
4.5. Контрольные вопросы	51
Библиографический список	52

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Вычислительная техника и программирование» изучается студентами направления 6.050901 «Радиотехника» дневной формы обучения в первом и втором семестрах, студентами заочной формы обучения — во втором или четвертом семестрах.

В результате изучения данной части дисциплины «Вычислительная техника и программирование» студент должен уметь: выбирать методы необходимые для решения поставленной задачи, составлять алгоритмы, разрабатывать и тестировать программы в пакете *MathCAD*, оформлять техническую документацию на программу в соответствии с действующими стандартами, читать специальную техническую литературу, осваивать новые типы программных комплексов.

В данную методическую разработку включены четыре задания, направленные на изучение и получение практических навыков использования инженерно-математического программного пакета *MathCAD*.

Каждый студент выполняет задания индивидуально в соответствии с вариантом, который выдается преподавателем.

Выполняются задания в два этапа. На первом этапе студенты самостоятельно должны:

- проработать по методическим указаниям и рекомендованной литературе основные теоретические положения лабораторной работы и подготовить ответы на контрольные вопросы;

- разработать алгоритм решения задания, составить его структурную схему;

- написать программу на языке пакета *MathCAD*;

- записать пояснения к алгоритму и программе;

- оформить результаты выполнения первого этапа в виде черновика отчета по работе.

На втором этапе, выполняемом в лаборатории университета, студенты должны:

- представить результаты выполнения первого этапа преподавателю;

- отладить и выполнить написанную программу;

- распечатать полученные результаты;

- защитить отчет по работе.

Студенты дневной формы обучения оформляют результаты выполнения первой части в виде черновика контрольной работы, а вторую часть выполняют в лаборатории во время самостоятельной работы или во время проведения консультации. Результаты выполнения заданий студенты дневной формы обучения оформляют в виде контрольной работы в первом семестре.

Студенты заочной формы обучения выполняют задания во время зачётно-экзаменационной сессии на лабораторных занятиях. Каждое задание выполняется в течение двух академических часов и оформляется в виде отчета по лабораторной работе.

Защищать отчеты студенты должны строго по графику, в соответствии с расписанием учебных занятий.

В отчет должны включаться: титульный лист, цель работы, текст задания, программа и результаты выполнения программы. Содержание отчета перечислено в методических указаниях к каждой работе.

На титульном листе обязательно требуется указать фамилию, имя и отчество полностью, группу, номер варианта, название и номер работы.

Отчет оформляется каждым студентом индивидуально на стандартных листах формата А4 с использованием персонального компьютера (ПК) и печатается с помощью принтера. По краям листа должны быть оставлены поля: левое — 25 мм; верхнее и нижнее — 20 мм; правое — 15 мм.

Отчет следует оформлять в соответствии с методическими указаниями по оформлению текстовых работ [1].

При выполнении лабораторных работ и подготовке к защите рекомендуется использовать справочную литературу [2], которая доступна в электронном виде через меню *Справка→Руководства и учебники→User's Guide (Help → Tutorials → User's Guide)* пакета *MathCAD*.

1. ЗАДАНИЕ №1

ИЗУЧЕНИЕ ИНТЕРФЕЙСА ПРОГРАММЫ *MathCAD*

1.1. Цель задания

Изучение интерфейса программы *MathCAD*, способов ввода и редактирования в рабочем поле окна программы.

1.2. Теоретическая часть

Интерфейс программы — совокупность средств графической оболочки программы, позволяющая организовать управление работой *MathCAD*.

1.2.1. Окно программы

Запустить программу *MathCAD* можно из главного меню операционной системы, пункт «Программы». При частом обращении к этой программе удобно поместить её ярлык на рабочий стол или на панель быстрого запуска и пользоваться им для запуска *MathCAD*. Кроме того, двойной щелчок на файле с расширением *.xmcd* — такое расширение имеют файлы, созданные в *MathCAD*, — откроет окно этой программы и загрузит в него содержимое файла.

При запуске программы окно *MathCAD* имеет вид, приведенный на рисунке 1.1. Это стандартное окно программы, которое содержит строку заголовка, меню, полосы прокрутки, перемещаемые панели инструментов и палитры, а также рабочую область.

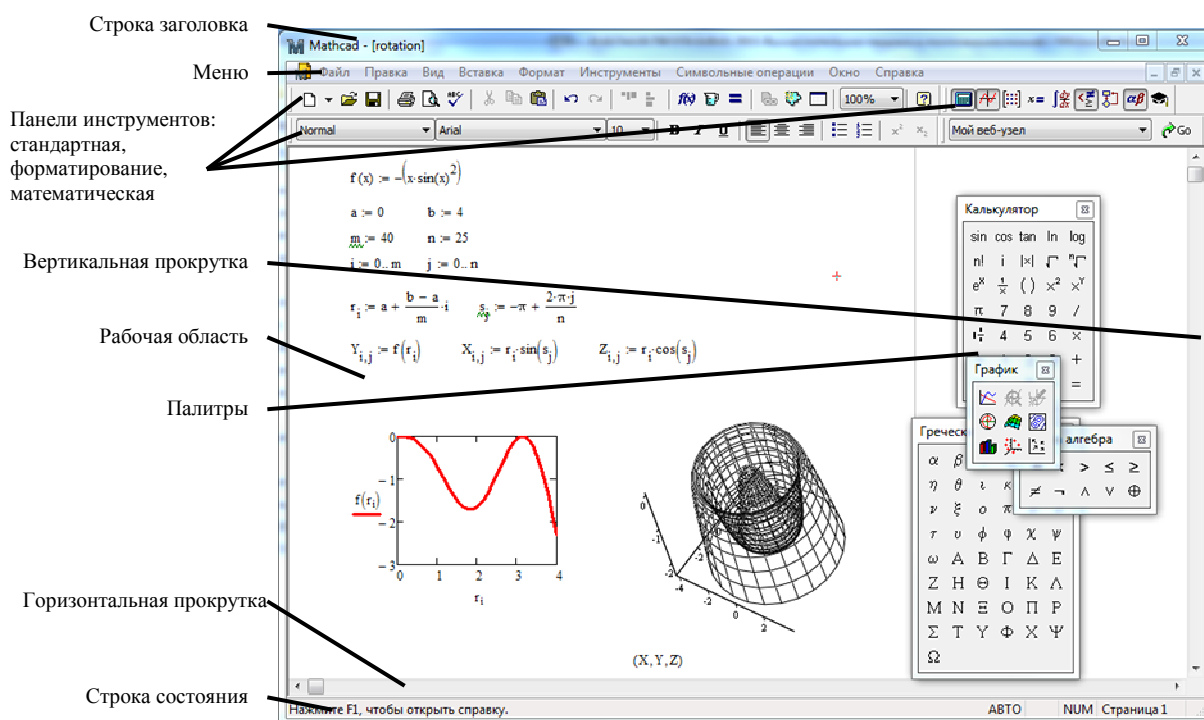


Рисунок 1.1 — Окно программы *MathCAD*

Строка заголовка содержит название программы и название активного документа.

Строка состояния предназначена для отображения подсказок, текущего состояния программы, клавиатуры и номера текущей страницы.

Меню содержит команды для выполнения операций с файлами, редактирования, настройки программы и выполнения математических вычислений.

Панели инструментов содержат кнопки с пиктограммами, соответствующие некоторым, наиболее часто используемым пунктам меню.

Рабочая область предназначена для ввода операторов, математических выражений и комментариев.

Палитры открываются и закрываются при помощи **математической панели инструментов** и используются для организации удобного ввода изображенных на них символов в рабочую область.

Горизонтальная и вертикальная прокрутки используются для быстрого и удобного перемещения по рабочей области.

Программа *MathCAD* является многооконной, то есть одновременно может быть открыто несколько документов, однако вычисления могут вестись только в одном документе, который называют активным.

Документ *MathCAD* размещается в рабочей области окна и состоит из блоков (в общем случае различного размера). Блоки могут быть двух типов: блоки комментариев и исполняемые блоки. Порядок выполнения блоков условно представлен на рисунке 1.2.

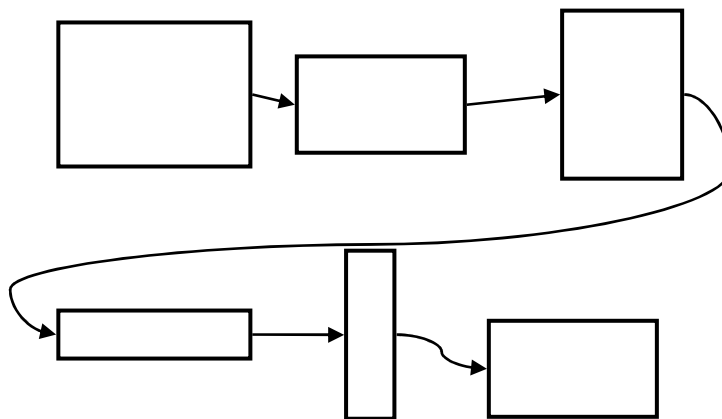


Рисунок 1.2 — Порядок выполнения блоков в документе *MathCAD*

При составлении документа в *MathCAD* необходимо строго соблюдать порядок расположения исполняемых блоков, иначе нарушается порядок производимых вычислений, что может привести либо к неправильным результатам, либо к остановке вычислений из-за невозможности выполнения каких-либо действий.

Блоки комментариев могут располагаться в документе произвольно и не влияют на вычислительные процессы.

Блоки любого документа *MathCAD* могут быть выделены и переташены в окно другого документа мышью или скопированы (перенесены) с помощью буфера обмена.

1.2.2. Основные команды меню программы

Команды работы с файлами — **Файл (File)**:

Создать... (New...) — открыть окно для нового документа;

Открыть... (Open...) — открыть существующий документ;

Заккрыть (Close) — закрыть документ и закончить работу с ним;

Сохранить (Save) — сохранить на диске текущий документ;

Сохранить как... (Save as...) — сохранить текущий документ на диске с новым именем;

Параметры страницы... (Page setup...) — установить параметры страниц документа (размер листа, поля, ориентация);

Предварительный просмотр (Print preview) — предварительный просмотр документа перед печатью;

Печать... (Print...) — распечатать текущий документ;

Выход (Exit) — выйти из программы.

Например, чтобы открыть уже существующий документ и распечатать его содержимое можно выполнить следующую последовательность действий:

- 1) В меню **Файл (File)** выбрать команду **Открыть... (Open...)** и в открывшемся диалоговом окне выбрать файл, содержащий требуемый документ, для чего необходимо навести курсор на его название и дважды щелкнуть левой кнопкой мыши;
- 2) Перед печатью любого документа рекомендуется настроить параметры листов и страниц, для чего в меню **Файл (File)** необходимо выбрать команду **Параметры страницы... (Page setup...)** и в открывшемся окне настроек выбрать в разделе **Бумага (Paper)** размер листов бумаги **Размер (Size)**, в разделе **Ориентация (Orientation)** — вертикальную **Портретная (Portrait)** либо горизонтальную **Альбомная (Landscape)** ориентацию бумаги, а также в разделе **Поля (Fields)** — размеры левого (**Left**), правого (**Right**), верхнего (**Top**) и нижнего (**Bottom**) полей;
- 3) Прежде чем распечатывать содержимое документа, необходимо убедиться в оптимальности расположения вычислительных и текстовых блоков на страницах документа, например, чтобы блоки не «разрезались» границами страниц. Для просмотра того, в каком виде будет распечатан документ, используйте в меню **Файл (File)** команду **Предварительный просмотр (Print preview)**. В открывшемся окне предварительного просмотра можно просмотреть весь документ, используя при этом режимы увеличения или уменьшения, по одной странице, либо по две страницы. Выход из режима просмотра осуществляется командой **Заккрыть (Close)** в инструментарии в верхней части окна;
- 4) После всех вышеизложенных действий, если нет необходимости в редактировании документа, то его можно вывести на печать командой **Печать... (Print)** в меню **Файл (File)**, настроив в диалоговом окне печати требуемые параметры печати.

Операции редактирования — **Правка (Edit)**:

Отменить (Undo) — отменить последнее редактирование документа;

Вернуть (Redo) — повторить действия, отменённые последней командой **Отменить**;

Вырезать (Cut) — переместить выделенную область документа в буфер обмена;

Копировать (Copy) — копировать выделенную область документа в буфер обмена;

Вставить (Paste) — вставить содержимое буфера обмена в документ;

Удалить (Delete) — удалить выделенную область документа;

Найти... (Find...) — найти в документе заданную последовательность символов;

Заменить... (Replace...) — найти в документе заданную последовательность символов и заменить её на другую;

Перейти на страницу... (Go to page...) — перейти на указанную страницу документа.

Управление элементами интерфейса — **Вид (View)**:

Панели инструментов (Toolbars) — включение/выключение панелей инструментов;

Регионы (Regions) — установить подсвеченный режим отображения блоков;

Обновить (Refresh) — обновить изображение на экране;

Масштаб... (Zoom...) — изменить масштаб отображения документа;

Колонтитулы... (Header and Footer...) — форматирование верхнего (**Header**) и нижнего (**Footer**) колонтитулов.

Иногда при создании или редактировании документа в программе *MathCAD* на экране остаются символы или их части, которые «замусоривают» изображение документа и мешают комфортной работе. Для того чтобы устранить «мусор» на экране используйте команду **Обновить (Refresh)** в меню **Вид (Refresh)**.

Команда форматирования верхнего и нижнего колонтитулов позволяет вставлять в колонтитулы печатаемых страниц имя файла, дату и время его последнего сохранения, а также текущую дату и время, номера страниц и их общее количество в документе. Иногда эти дополнительные сведения бывают полезны. В случае если эти данные не нужны, то их можно удалить.

Работа со вставками — **Вставка (Insert)**:

График (Graph) — вставка шаблонов графиков из подменю;

Матрица... (Matrix...) — вставка шаблонов матриц и векторов;

Функция... (Function...) — вставка шаблонов встроенных функций;

Единица измерения... (Unit...) — вставка единиц измерений размерных величин;

Рисунок (Picture) — вставка шаблона импортируемого рисунка;

Разрыв страницы (Page Break) — вставка линии окончания страницы;

Регион формул (Math Region) — вставка математического блока в текстовый блок;

Регион текста (Text Region) — вставка текстового блока;

Компонент (Component) — вставка элементов внешних программ;

Объект... (Object...) — вставка объектов с установлением динамической связи с приложениями, в которых они были созданы;

Ссылка... (Reference...) — вставка в документ кнопки, связанной с заданным файлом;

Гиперссылка... (Hyperlink...) — вставка гиперссылки (текстового блока связанного с некоторым объектом).

Установка и изменение форматов отображения элементов — **Формат (Format)**:

Уравнение... (Equation...) — изменение шрифта, размера и цвета символов в исполняемых блоках;

Результат... (Result...) — установка формата чисел;

Текст... (Text...) — изменение шрифта, размера и цвета выделенных символов в текстовых блоках;

Абзац... (Paragraph...) — изменение формата текстового блока;

Стиль... (Style...) — установка стилей для различных текстовых объектов;

Свойства... (Properties...) — установка свойств различных объектов:

— **Отображение (Highlight Region)** — выделение вычислительного блока фоновым цветом и/или границей;

— **Вычисления (Calculation)** — установка параметров вычислений:

Отключить вычисление (Disable Evaluation) — отключение вычислений в исполняемом блоке (блок становится комментарием);

Включить оптимизацию (Enable Optimization) — включение режима оптимизации (перед вычислением *MathCAD* стремится произвести аналитические упрощения);

График (Graph) — форматирование графиков;

Цвет (Color) — изменение цвета фона, выделения вычислительных блоков и цвета аннотаций;

Разделить регионы (Separate Regions) — автоматическое разделение перекрывающихся блоков.

Управление параметрами вычислительного процесса и документа — **Инструменты (Tools)**:

Вычислить (Calculate) → **Вычислить сейчас (Calculate Now)** — запуск вычислений при отключенном режиме автоматических вычислений;

Вычислить (Calculate) → **Пересчитать документ (Calculate Worksheet)** — запуск вычислений всех блоков от начала до конца документа;

Вычислить (Calculate) → **Автоматический расчет (Automatic Calculation)** — включение/выключение режима автоматических вычислений;

Оптимизировать (Optimize) — включение/выключение оптимизации вычислений, в режиме оптимизации *MathCAD* пытается заменить численные методы расчета на аналитические;

Параметры документа... (Worksheet Options) — вызывает окно установки параметров документа и вычислительных процессов.

Работа с окнами — **Окно (Window)**:

Каскадом (Cascade) — размещение документов друг под другом со смещением;

Сверху вниз (Tile Horizontal) — размещение документов друг под другом во всю ширину окна программы;

Слева направо (Tile Vertical) — размещение документов слева направо во всю высоту окна.

В нижней части меню **Окно (Window)** находится список документов открытых программой, документ, помеченный в списке галочкой, является активным. Окно активного документа помещается программой поверх других документов. Любой из документов можно сделать активным, щелкнув в списке документов на его названии.

Команды работы со справочной системой — **Справка (Help)**:

Справка MathCAD (MathCAD Help) [F1] — вызов справки, которая содержит **Содержание (Contents)** (электронные книги по работе системы), **Указатель (Index)** (справка по ключевым словам), **Поиск (Search)** (поиск справки по отдельным словам);

Руководства и учебники (Tutorials), Шпаргалки (Quick Sheets), Справочные таблицы (Reference Tables), Электронные книги (E-books) — вызов центра информационных ресурсов с альтернативным описанием методов работы с программой и составления документов;

О программе MathCAD (About MathCAD) — краткие сведения о версии программы.

Все справочные материалы представлены на английском языке.

1.2.3. Создание документов и работа с ними

Набор любого блока осуществляется с позиции курсора, который имеет вид красного крестика. Курсор помещается в положение указателя мыши щелчком левой кнопки мыши. При редактировании любого блока, курсор также при помощи мыши помещается в необходимую позицию, причем вид курсора будет меняться в зависимости от области его размещения.

Выделение отдельного символа в пределах исполняемого блока может осуществляться щелчком левой кнопки мыши на данном символе. Символ выделяется курсором — синим уголком. После выделения одного символа можно при помощи клавиш управления курсором и клавиши [Shift], либо клавиши пробела производить выделение группы символов. Для выделения части выражения или области из нескольких блоков можно использовать мышь, для чего достаточно нажать левую кнопку мыши и удерживая ее выделить необходимую область появившейся рамкой.

Копирование, удаление и перетаскивание выделенных областей осуществляется либо при помощи мыши (по нажатию правой кнопки появляется контек-

стное меню с набором возможных операций), либо с использованием команд меню и панелей инструментов.

Рассмотрим пример последовательности действий при создании вычислительного документа:

- 1) Запустите программу *MathCAD*;
- 2) В запущенной программе создайте новый документ;
- 3) В верхней части нового документа установите курсор (красный крестик) в позицию, в которой затем будете создавать блоки;
- 4) Задайте переменную $x := 4$ для чего выполните следующие действия:
 - а) Нажмите на клавиатуре клавишу $[x]$;
 - б) После чего, удерживая клавишу $[Shift]$, нажмите клавишу с двоеточием $[:]$, это позволит ввести символ присвоения $:=$;
 - в) Затем введите цифру 4 ;
 - г) После выполнения данных действий нажмите клавишу $[Enter]$, и курсор перейдет на следующую строчку;
- 5) Задайте выражение $y := 15 \cdot x - 4$, для чего потребуется следующий порядок действий:
 - а) Введите с клавиатуры переменную y ;
 - б) Введите символ присвоения $:=$;
 - в) Наберите число 15 ;
 - г) Используя клавиши $[Shift]$ и $[*]$, либо кнопку умножения из палитры **Калькулятор (Calculator)**, введите символ умножения;
 - д) Введите переменную x ;
 - е) С клавиатуры, либо с палитры **Калькулятор (Calculator)** вставьте символ вычитания;
 - ж) Введите число 4 ;
 - з) Нажмите клавишу $[Enter]$;
- 6) В новой строке введите переменную y и нажмите клавишу $[=]$. Если включен режим автоматических вычислений, то на экране высветится вычисленное значение (см. рисунок 1.3,а).

Рассмотренный пример демонстрирует возможность вычисления функции при одном значении переменной. Для того чтобы вычислить значение функции при нескольких значениях переменной необходимо задавать диапазон и шаг изменения переменной в первой строке вычислительного документа следующим образом:

- 1) В уже созданном документе первую строчку заменим на $x := -2, -1.5..2$, для чего необходимо удалить цифру 4, ввести начальное значение переменной -2 , через запятую ввести следующее значение переменной (то есть первое значение плюс шаг изменения переменной) -1.5 , затем поставить двоеточие при помощи клавиши $[:]$ и после этого ввести последнее значение переменной 2 ;
- 2) Во второй и третьей строчках документа переменную y заменим на функцию $y(x)$;

- 3) Чтобы просмотреть значения переменной x , при которых производятся вычисления функции, введите переменную x и нажмите клавишу [=];
- 4) Результат вычисления будет представлен в виде таблицы (см. рисунок 1.3,б).

$x := -2, -1.5..2$ $y(x) := 15 \cdot x - 4$																			
$x := 4$	$x =$																		
$y := 15 \cdot x - 4$	$y(x) =$																		
$y = 56$																			
	<table border="1"> <tr><td>-2</td><td>-34</td></tr> <tr><td>-1.5</td><td>-26.5</td></tr> <tr><td>-1</td><td>-19</td></tr> <tr><td>-0.5</td><td>-11.5</td></tr> <tr><td>0</td><td>-4</td></tr> <tr><td>0.5</td><td>3.5</td></tr> <tr><td>1</td><td>11</td></tr> <tr><td>1.5</td><td>18.5</td></tr> <tr><td>2</td><td>26</td></tr> </table>	-2	-34	-1.5	-26.5	-1	-19	-0.5	-11.5	0	-4	0.5	3.5	1	11	1.5	18.5	2	26
-2	-34																		
-1.5	-26.5																		
-1	-19																		
-0.5	-11.5																		
0	-4																		
0.5	3.5																		
1	11																		
1.5	18.5																		
2	26																		
а)	б)																		

Рисунок 1.3 — Пример выполнения расчетов
при одном значении переменной (а)
и при нескольких значениях переменной (б)

В данном примере следует обратить внимание на то, что по правилам синтаксической записи чисел в программе *MathCAD* при использовании в вычислениях чисел с десятичными дробями, десятичная часть отделяется от целой части числа не запятой, а точкой.

В случае невозможности выполнения по различным причинам каких-либо математических операций в исполняемых блоках, элементы, с которыми невозможно выполнение операций, выделяются красным цветом. При наведении на выделенные элементы курсора появляется краткая подсказка, указывающая на причину невозможности выполнения операций. Нажатие клавиши [F1] в данной ситуации позволяет вызвать расширенную справку, позволяющую найти описание причины и решения проблемы.

1.3. Порядок выполнения задания

Вариант задания выдается преподавателем. Перед выполнением задания необходимо ознакомиться с разделами 1.1 и 1.2 данных методических указаний, затем выполнить требуемые вычисления в рабочем окне программы *MathCAD*. Индивидуальные задания для выполнения работы см. в таблице 1.1.

1.3.1. Включить компьютер, запустить программу *MathCAD*, создать в окне программы новый документ.

1.3.2. Выполнить вычисление функций, используя необходимые палитры инструментов, и подставляя в математические выражения значения чисел из таблицы 1.1 в соответствии с индивидуальным вариантом вместо букв:

$$A + \frac{B}{C}, \quad \frac{\sqrt{\sin(D)} + A}{[\ln(e^B) + E]^2}, \quad \int_F^G \sin(x) dx, \quad \sum_{x=1}^C \frac{1}{x^2}.$$

Таблица 1.1 — Индивидуальные задания

Вариант	A, a	B, b	C, c	D, d	E, e	F, f	G, g	h	i	j	k	m
1	33	2	12	$\pi/3$	2,45	1	2	0	1	2	3	4
2	35	3	13	$\pi/4$	3,74	0	1,5	5	6	7	8	9
3	22	4	14	$\pi/5$	4,23	1,2	1,6	10	11	12	13	14
4	37	5	15	$\pi/6$	5,82	2	3	15	0	1	2	3
5	15	6	16	$\pi/7$	4,33	0	2	4	5	6	7	8
6	21	7	17	$\pi/8$	2,90	2,2	2,5	9	10	11	12	13
7	47	1	18	$\pi/2$	7,12	-1,2	0	14	15	0	1	2
8	39	2	19	$\pi/3$	6,88	0	0,5	3	4	5	6	7
9	12	3	20	$\pi/4$	9,01	0,5	1	8	9	10	11	12
10	44	4	21	$\pi/5$	3,37	1	1,4	13	14	15	0	1
11	65	5	22	$\pi/6$	5,27	1,5	2,4	2	3	4	5	6
12	31	6	23	$\pi/7$	7,98	2,3	3	7	8	9	10	11
13	27	7	24	$\pi/8$	4,73	-1,7	-0,3	12	13	14	15	16
14	14	2	25	$\pi/2$	9,11	-2	1	0	1	2	3	4
15	45	3	26	$\pi/3$	6,35	0	2,3	5	6	7	8	9
16	12	1	33	$\pi/2$	2	2,45	1	9	4	2	0	3
17	13	6	35	$\pi/3$	1,5	3,74	0	14	9	3	5	8
18	14	11	22	$\pi/4$	1,6	4,23	1,2	3	14	4	10	13
19	15	0	37	$\pi/5$	3	5,82	2	8	3	5	15	2
20	16	5	15	$\pi/6$	2	4,33	0	13	8	6	4	7
21	17	10	21	$\pi/7$	2,5	2,90	2,2	2	13	7	9	12
22	18	15	47	$\pi/8$	0	7,12	-1,2	7	2	1	14	1
23	19	4	39	$\pi/2$	0,5	6,88	0	12	7	2	3	6
24	20	9	12	$\pi/3$	1	9,01	0,5	1	12	3	8	11
25	21	14	44	$\pi/4$	1,4	3,37	1	6	1	4	13	0
26	22	3	65	$\pi/5$	2,4	5,27	1,5	11	6	5	2	5
27	23	8	31	$\pi/6$	3	7,98	2,3	16	11	6	7	10
28	24	13	27	$\pi/7$	-0,3	4,73	-1,7	4	16	7	12	15
29	25	1	14	$\pi/8$	1	9,11	-2	9	4	2	0	3
30	26	6	45	$\pi/9$	2,3	6,35	0	9	9	3	5	8

1.3.3. Выполнить действия над матрицами, осуществляя подстановку значений чисел в них из таблицы 1.1:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} g & h & i \\ j & k & m \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \cdot m.$$

1.3.4. Сохранить полученный документ на диске в папке, указанной преподавателем. Распечатать полученные результаты. Оформить отчет.

1.4. Оформление отчета

1.4.1. Сформулировать цель работы.

1.4.2. Перечислить основные элементы окна программы *MathCAD* и кратко изложить их назначение.

1.4.3. Привести текст индивидуального задания.

1.4.4. Кратко изложить ход выполнения работы. Перечислить используемые элементы интерфейса программы.

1.4.5. Привести распечатки полученных результатов.

1.4.6. В выводах следует отразить следующее:

- Оценить достоинства и недостатки интерфейса программы;
- Указать особенности составления вычислительного документа и выполнения математических расчетов;
- По полученным распечаткам оценить достоверность расчетов.

1.5. Контрольные вопросы

1.5.1. Перечислите способы запуска программы *MathCAD* и основные элементы окна программы, основные панели инструментов и палитры.

1.5.2. Каким образом можно создать новый документ, открыть имеющийся, сохранить и распечатать измененный документ? Каким образом вызывается справочная система *MathCAD*?

1.5.3. Какие команды редактирования документа имеются в программе *MathCAD*?

1.5.4. Каким образом в документ можно вставить текстовый блок? Какие еще типы блоков существуют?

1.5.5. Каков порядок выполнения блоков в вычислительном документе?

1.5.6. Каким образом производится выделение фрагментов документа *MathCAD*? Как осуществляется копирование, удаление и перетаскивание выделенных областей?

1.5.7. Как создать вычислительный документ в *MathCAD*? Каким образом осуществляется ввод арифметических выражений и функций?

2. ЗАДАНИЕ №2

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ В ПРОГРАММЕ *MathCAD*

2.1. Цель задания

Изучение алгоритмов и способов построения и редактирования графиков различных функций в программе *MathCAD*.

2.2. Теоретическая часть

2.2.1. Палитра инструментов для работы с графиками

Построение графиков в программе *MathCAD* осуществляется либо при помощи палитры инструментов **График** (*Graph Toolbar*) , либо при помощи пункта меню **Вставка** → **График** (*Insert* → *Graph*). Программа позволяет производить построение двухмерных и трехмерных графиков, а также просмотр графиков с увеличением, измерение координат точек графиков и изменение их внешнего вида.

В таблице 2.1 представлено описание пиктограмм палитры инструментов **График** (*Graph Toolbar*).

Таблица 2.1 — Палитра инструментов для построения графиков

Пиктограмма	Эквивалентная команда	Описание команды
	График (<i>Graph Toolbar</i>)	Инструментальные средства для построения графиков
	График X-Y (<i>X-Y Plot</i>)	Построение двухмерных графиков в декартовой системе координат
	Полярный график (<i>Polar Plot</i>)	Построение двухмерных графиков в полярной системе координат
	График поверхности (<i>Surface Plot</i>)	Построение трехмерного графика в виде объемной поверхности
	Линии уровня (<i>Contour Plot</i>)	Построение трехмерного графика в виде изолиний (линий равного уровня)
	3D-график разброса (<i>3D Scatter Plot</i>)	Построение трехмерного графика в виде рассеянных точек
	Векторное поле (<i>Vector Field Plot</i>)	Построение трехмерного графика в виде векторного поля
	Столбчатая 3D-диаграмма (<i>3D Bar Plot</i>)	Построение трехмерного графика в виде гистограмм

Продолжение таблицы 2.1

Пиктограмма	Эквивалентная команда	Описание команды
	<i>Масштаб (Zoom)</i>	Просмотр части графика с увеличением. Область графика, выделенная мышью при нажатой левой кнопке, может быть выведена в увеличенном виде
	<i>Трассировка (Trace)</i>	Включение графического курсора, перемещаемого в области графика мышью или курсорными клавишами. При размещении курсора на графике отображаются координаты графического курсора. При включении инструмента <i>Трассировка графика (Track Data Points)</i> перемещение графического курсора возможно только вдоль линии графика.

2.2.2. Общий порядок составления вычислительного документа при построении графиков

Общая структура вычислительного документа и порядок следования вычислительных блоков необходимых для построения графиков представлена на рисунке 2.1.



Рисунок 2.1 — Общая структура вычислительного документа при построении графиков

Блок переменных содержит начальные и конечные значения аргументов функций, а также шаг изменения аргументов. Текст блока переменных содержит строки, имеющие следующий вид:

$$x := \text{аргумент } 1, \text{ аргумент } 2 \dots \text{ аргумент } 3$$

где x — аргумент функции;

аргумент 1 — начальное значение аргумента функции;

аргумент 2 — второе значение аргумента, которое вычисляется как $\text{аргумент } 2 = \text{аргумент } 1 + \text{шаг}$, в случае, если *аргумент 2* не задан, то программа принимает шаг равным единице;
аргумент 3 — конечное значение аргумента функции.

Построение графиков обычно рекомендуется проводить при контролируемом диапазоне и шаге изменения аргументов функций, однако, при построении двумерных графиков, начальное, конечное значения аргумента и его шаг иногда можно не задавать, в этом случае данные параметры будут выбраны программой *MathCAD* автоматически.

Величину шага изменения аргумента следует выбирать оптимальной исходя из требуемого качества графиков и быстродействия системы, поскольку слишком крупный шаг не позволит получить достаточно качественные графики, а слишком мелкий шаг приведет к долгим расчетам.

Блок функций содержит арифметические выражения, встроенные и пользовательские функции, используемые для вычисления значений функций при заданных значениях аргументов.

Графический блок содержит шаблоны для построения графиков выбранные из палитры **График** (*Graph Toolbar*) либо из меню **Вставка** → **График** (*Insert* → *Graph*).

2.2.3. Построение двумерных графиков

Рассмотрим примеры построения двумерных графиков в декартовой системе координат функций (см. рисунок 2.2 и рисунок 2.3):

$$f(x) = \sin(x);$$

$$f(x) = \sin(x)/x;$$

$$f(x) = \frac{d^3}{dx^3} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}.$$

$$x := -15, -14.9..15$$

$$f1(x) := \sin(x) \quad f2(x) := \frac{\sin(x)}{x}$$

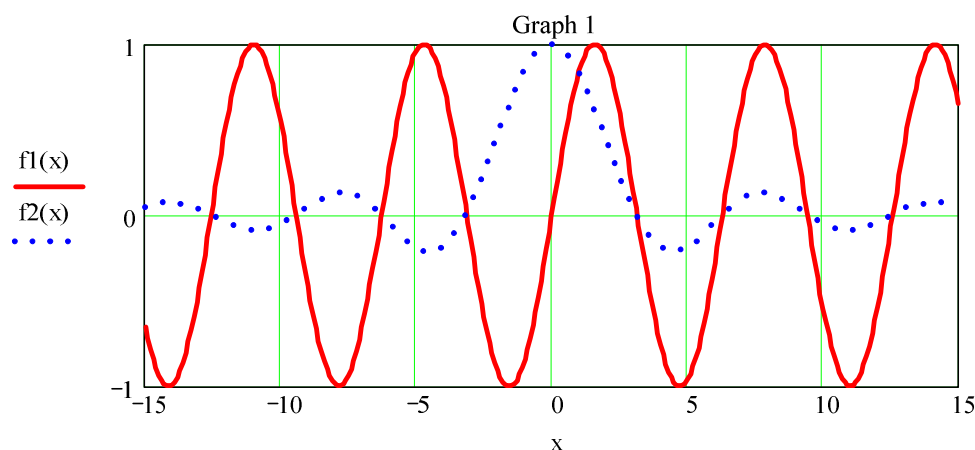


Рисунок 2.2 — Пример построения двух графиков в одной системе координат

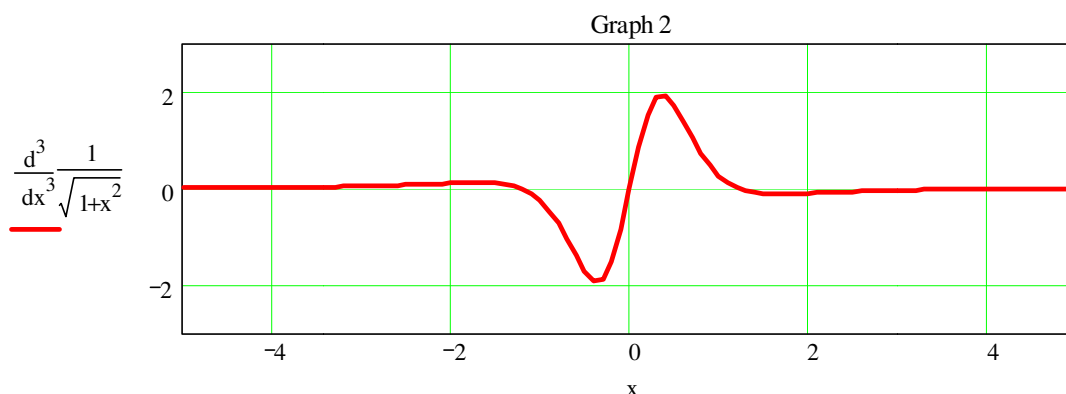


Рисунок 2.3 — Пример построения графика функции без блока переменных и блока функций

Для построения графиков в декартовой системе координат используются шаблоны вставляемые в вычислительный документ при помощи иконки  панели **График (Graph Toolbar)** или из меню **Вставка → График → График X-Y (Insert → Graph → X-Y Plot)**.

Для построения графиков в полярной системе координат необходимо использовать шаблоны, вставляемые при помощи иконки , либо из меню **Вставка → График → Полярный график (Insert → Graph → Polar Plot)**.

Пример построения графика в полярной системе координат приведен на рисунке 2.4.

$$\phi := 0, 0.05 \dots 2 \cdot \pi$$

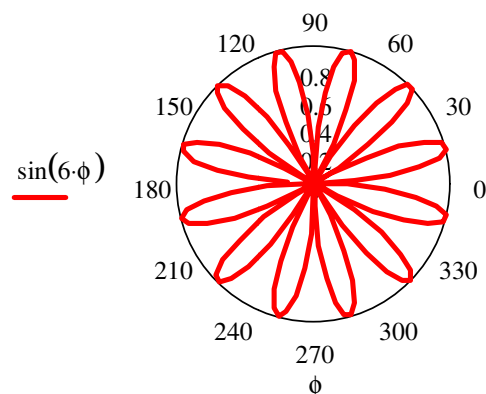
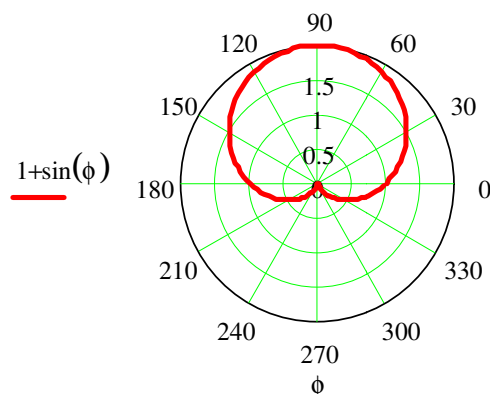


Рисунок 2.4 — Пример построения графиков в полярной системе координат

Кроме приведенных возможностей программа позволяет строить графики параметрических функций как в декартовой, так и в полярной системах координат (см. рисунок 2.5).

$$t := 0, 0.05 \dots 12$$

$$y(t) := \sin(3 \cdot t)$$

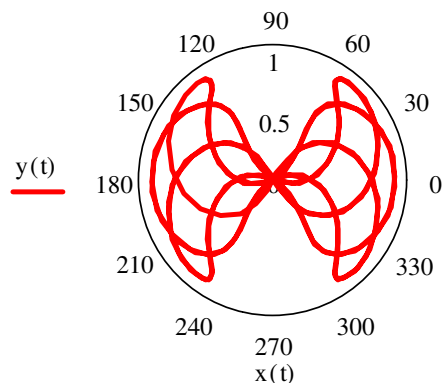
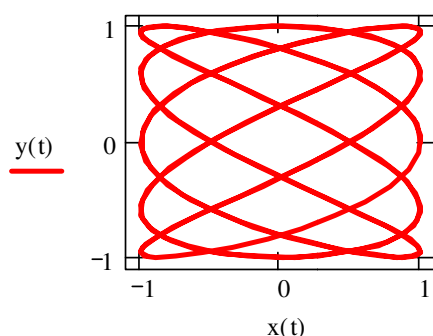
$$x(t) := \cos(5 \cdot t)$$


Рисунок 2.5 — Пример построения графиков параметрических функций

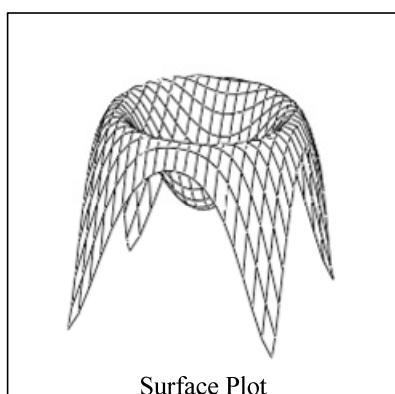
2.2.4. Построение трехмерных графиков

Для построения трехмерных графиков необходимо задавать матрицу значений функции в зависимости от аргументов функции. Матрицу можно задавать либо при помощи иконки  палитры инструментов **Вектор и матрица** (**Vector and Matrix Toolbar**), либо из меню **Вставка** → **Матрица** (**Insert** → **Matrix**). В случае, когда известно математическое выражение описывающее функцию, матрицу можно заполнить используя вычислительные блоки. Для этого необходимо выбрать начальные и конечные значения аргументов функции, количество точек, по которым будет производиться построение, а также шаг изменения аргументов функции. После этого необходимо записать арифметические выражения для вычисления дискретных значений аргументов функции, и уже затем производить вычисления функции в дискретных точках.

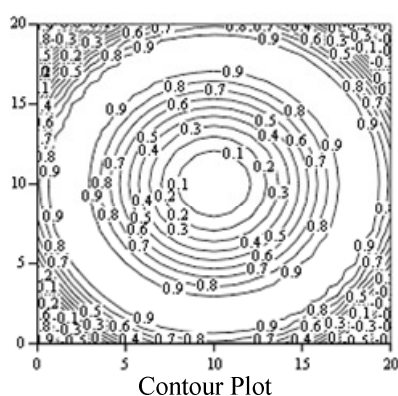
Шаблон для построения трехмерного графика вызывается либо одной из иконок     , либо одним из пунктов меню **Вставка** → **График** → **График поверхности**, **Линии уровня**, **3D-график разброса**, **Векторное поле**, **Столбчатая 3D-диаграмма** (**Insert** → **Graph** → **Surface Plot**, **Contour Plot**, **3D Scatter Plot**, **Vector Field Plot**, **3D Bar Plot**), соответственно. В нижнем левом углу любого из вызванных шаблонов указывается имя матрицы, которая содержит значения функции в дискретных точках (см. рисунок 2.6).

При построении трехмерных графиков следует учитывать, что большое количество точек позволяет получить более мелкий шаг изменения аргументов и, следовательно, более качественные диаграммы и поверхности. Однако при этом требуется значительное время обработки данных, поэтому следует выбирать разумные соотношения между качеством графиков и быстродействием системы.

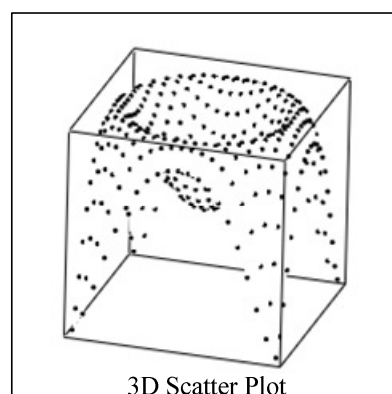
$i := 0, 0 + 1 .. 20$	Индексы аргумента X, для вычисления дискретных значений данного аргумента
$j := 0, 0 + 1 .. 20$	Индексы аргумента Y, для вычисления дискретных значений данного аргумента
$x(i) := -1.5 + 0.15 \cdot i$	Выражение для вычисления дискретных значений аргумента X
$y(j) := -1.5 + 0.15 \cdot j$	Выражение для вычисления дискретных значений аргумента Y
$F(x,y) := \sin(x^2 + y^2)$	Выражение описывающее заданную функцию
$M_{i,j} := F(x(i), y(j))$	Заполнение матрицы значениями функции, вычисленными в дискретных точках



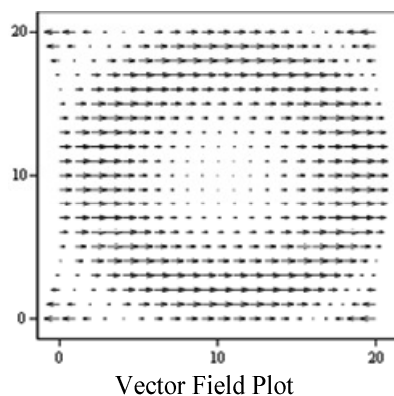
M



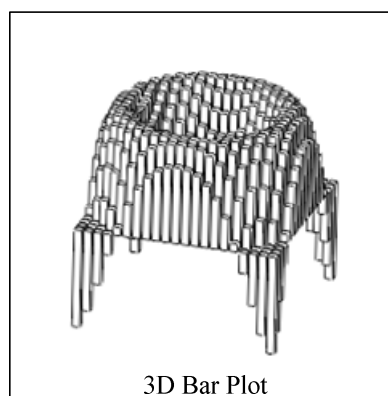
M



M



M



M

Рисунок 2.6 — Построение трехмерных графиков на примере функции

$$F(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$$

2.2.5. Построение трехмерных графиков в сферической системе координат

Программа *MathCAD*, содержит шаблоны трехмерных графиков только для декартовой системы координат, поэтому для отображения графиков в сферической системе координат необходимо производить вычисления координат точек по осям OX , OY и OZ , которые соответствуют значениям заданной функции в сферической системе координат, то есть необходимо осуществлять переход из одной системы координат в другую. Данный переход из сферической системы координат произвольной функции $f(\theta, \phi)$ в декартовую систему осуществляется в соответствии со следующими выражениями:

$$X = f(\theta, \phi) \sin(\phi) \cos(\theta);$$

$$Y = f(\theta, \phi) \sin(\phi) \sin(\theta);$$

$$Z = f(\theta, \phi) \cos(\phi).$$

На рисунке 2.7 приведен пример построения графика функции $f(\theta, \phi) = 1$, то есть сферической поверхности с единичным радиусом.

$N := 20$ Число вертикальных линий раздела

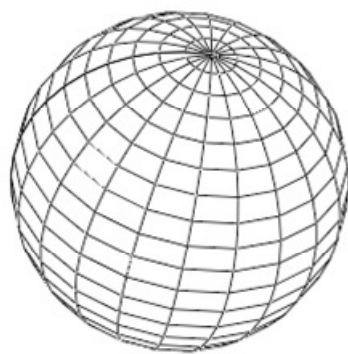
$f(\theta, \phi) := 1$ Заданная функция

Вычисление сферических координат:

$$i := 0..N \quad \phi_i := i \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{N} \quad j := 0..N \quad \theta_j := j \cdot \frac{\pi}{N}$$

Вычисление декартовых координат:

$$X_{i,j} := f(\theta_j, \phi_i) \cdot \sin(\theta_j) \cdot \cos(\phi_i) \quad Y_{i,j} := f(\theta_j, \phi_i) \cdot \sin(\theta_j) \cdot \sin(\phi_i) \quad Z_{i,j} := f(\theta_j, \phi_i) \cdot \cos(\theta_j)$$



Сферическая поверхность

(X, Y, Z)

Рисунок 2.7 — Пример построения графика в сферической системе координат

2.2.6. Построение трехмерных фигур вращения

Построение трехмерных графиков методом вращения линии вокруг координатной оси используется в тех случаях, когда необходимо получить изображение тела вращения при известной функции, описывающей его профиль.

Для осуществления построения графика функции рассматриваемым методом необходимо определить пределы изменения аргумента функции и количество точек, в которых вычисляется значение функции. Ввести угловую координату по аналогии с цилиндрической системой координат. Затем вычислить значение функции от аргумента функции и определить ее проекции на координатные оси, причем проекция функции на ось вращения получится равной величине аргумента функции либо значению функции, а две другие координаты точки тела вращения получаются как проекции путем умножения значения функции либо ее аргумента на синус и косинус текущего угла в зависимости от того, вокруг какой из осей производится вращение.

Примеры построения фигур вращения приведены на рисунках 2.8 и 2.9.

Исходная функция: $f(x) := x^2 \cdot \sin(x)$

Пределы изменения аргумента x : $a := -1.5$ $b := 2.3$

Количество отсчетов аргумента: $m := 40$

Количество угловых отсчетов: $n := 25$

Индексы отсчетов аргумента и угла: $i := 0..m$ $j := 0..n$

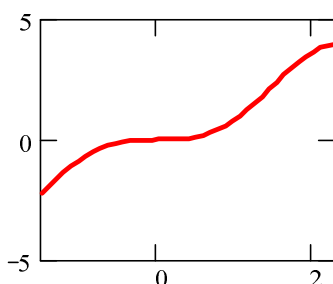
Значение аргумента функции по оси, вокруг которой происходит вращение: $r_i := a + \frac{b-a}{m} \cdot i$

Значение текущего угла фигуры вращения: $s_j := \frac{2 \cdot \pi \cdot j}{n}$

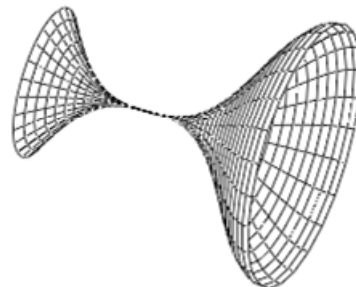
Проекция функции на ось вращения OX : $X_{i,j} := r_i$

Проекции функции на оси OY и OZ : $Y_{i,j} := f(r_i) \cdot \cos(s_j)$ $Z_{i,j} := f(r_i) \cdot \sin(s_j)$

График функции $f(x)$



Фигура, образованная вращением линии $f(x)$ вокруг оси OX



(X, Y, Z)

Рисунок 2.8 — Построение фигуры вращением линии вокруг оси OX

Исходная функция: $f(x) := -(x \cdot \sin(x)^2)$

Пределы изменения аргумента x : $a := 0$ $b := 4$

Количество отсчетов аргумента: $m := 40$

Количество угловых отсчетов: $n := 25$

Индексы отсчетов аргумента и угла: $i := 0..m$ $j := 0..n$

Значение аргумента функции: $r_i := a + \frac{b-a}{m} \cdot i$

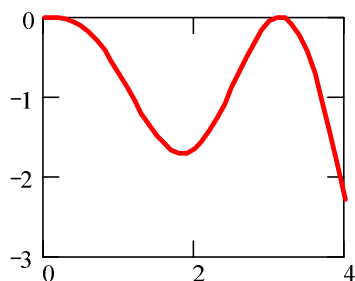
Значение текущего угла фигуры вращения: $s_j := -\pi + \frac{2 \cdot \pi \cdot j}{n}$

Проекция значения функции на ось вращения OY : $Y_{i,j} := f(r_i)$

Проекции аргумента функции на оси OX и OZ : $X_{i,j} := r_i \cdot \sin(s_j)$ $Z_{i,j} := r_i \cdot \cos(s_j)$

График функции $f(x)$

Фигура, образованная вращением линии $f(x)$ вокруг оси OY



(X, Y, Z)

Рисунок 2.9 — Построение фигуры вращением линии вокруг оси OY

2.2.7. Параметры двумерных графиков

Для изменения параметров двумерных графиков необходимо навести курсор мыши на шаблон графика, и щелкнуть дважды левой кнопкой мыши. При этом откроется окно настройки с четырьмя закладками:

Оси X - Y (X - Y Axes) — управление опциями осей;

Трассировка (*Traces*) — управление линиями графика;

Подписи (*Labels*) — управление метками (подписями) у осей;

По умолчанию (*Defaults*) — задание опций по умолчанию.

Далее рассмотрим подробнее основные настройки на указанных закладках.

Управление опциями осей — **Оси X - Y (X - Y Axes)**:

Логарифмический масштаб (*Log Scale*) — установка логарифмического масштаба осей;

Линии сетки (*Grid Lines*) — установка линий масштабной сетки;

Нумерация (*Numbered*) — установка цифровых данных по осям;

Автомасштабирование (*Autoscale*) — автоматическое масштабирование графика;

Нанести риски (*Show Markers*) — установка делений по осям;

Автосетка (Auto Grid) — автоматическая установка масштабных линий;
Количество сеток (No. of Grids) — установка заданного числа масштабных линий;

Отображение осей (Axes Style) — параметры координатных осей:

- **По краям (Boxed)** — оси в виде прямоугольника;
- **По центру (Crossed)** — оси в виде креста по центру графика;
- **Не отображать (None)** — не отображать оси;
- **В одинаковом масштабе (Equal Scales)** — установка равенства масштабов по осям графика.

Если параметр **Линии сетки (Grid Lines)** отключен, то масштабная сетка графика не строится, хотя на осях размещаются короткие деления. Параметр **Нумерация (Numbered)** обеспечивает редактирование области изменения координаты и функции.

Управление параметрами линий — **Трассировка (Traces)**:

Обозначение в легенде (Legend Label) — указание типа линий у оси ординат;

Символ (Symbol) — выбор символа, который помещается на линию;

Линия (Line) — установка типа линий (сплошная, пунктирная и др.);

Цвет (Color) — установка цвета линии и базовых точек;

Тип (Trace type) — тип отображения графиков (линия, точки и др.);

Толщина линии (Weight) — толщина линий;

Символ (Symbol) — установка символа отметки базовых точек графика;

Скрыть аргументы (Hide Argument) — прячет обозначения математических выражений по осям графика;

Скрыть легенду (Hide Legend) — прячет обозначения имен кривых графика.

При печати документов, содержащих двухмерные графики, рекомендуется увеличить толщину линий либо выделить их символами, для чего необходимо выполнить следующие действия:

- 1) Навести курсор на шаблон графика и дважды щелкнуть левой кнопкой мыши;
- 2) В открывшемся окне настроек выбрать закладку **Трассировка (Traces)**;
- 3) На данной закладке окна настроек необходимо выбрать номер требуемого графика, и затем можно изменить представление графика, добавив символы, подобрав тип и цвет линии, изменив толщину линии. При необходимости также можно изменить и тип графика. Просмотреть все изменения можно не закрывая окна настроек нажав кнопку **Применить (Apply)**.

Управление надписями на графике — **Подписи (Labels)**:

Заголовок (Title) — установка титульной надписи к рисунку;

Ось X (X-Axis) — установка надписи по оси X;

Ось Y (Y-Axis) — установка надписи по оси Y.

В группе *Заголовок (Title)* содержатся опции *Сверху (Above)* и *Снизу (Below)* для установки названия рисунка либо сверху, либо снизу. Параметр *Показывать заголовок (Show Title)* позволяет включать или выключать отображение названия графика.

Задание опций по умолчанию — *По умолчанию (Defaults)*:

Использовать умолчания (Change to Defaults) — вернуть значения по умолчанию;

Использовать в качестве значений по умолчанию (Use for Defaults) — использовать новые настройки для значений по умолчанию.

2.2.8. Параметры трехмерных графиков

Для изменения параметров трехмерных графиков необходимо навести курсор мыши на шаблон графика, и щелкнуть дважды левой кнопкой мыши. При этом также откроется окно настройки с несколькими закладками:

Общие (General) — общий вид графиков, осей и рамок;

Оси (Axes) — вид осей;

Оформление (Appearance) — выбор цветов, параметров и типов линий, заливки и точек;

Подсветка (Lighting) — параметры подсветки трехмерных графиков;

Заголовок (Title) — заголовок графика;

Задние планы (Backplanes) — настройка заднего плана графика;

Специальная (Special) — настройка специальных параметров контуров, столбчатых диаграмм и сетки;

Дополнительно (Advanced) — дополнительные настройки просмотра графиков;

Данные быстрого графика (Quick Plot Data) — выбор системы координат, настройка начальных и конечных значений, а также сетки.

Каждая закладка имеет группы настроек, рассмотрим подробнее основные закладки.

Общий вид графиков, осей и рамок — *Общие (General)*:

Группа *Просмотр (View)* — настройки отображения графика:

Поворот (Rotation) — задание угла поворота;

Наклон (Tilt) — задание угла наклона;

Изгиб (Twist) — угол кручения;

Масштаб (Zoom) — задание масштаба отображения графика;

Группа *График N (Plot N)* — настройки вида 3D графиков:

График поверхности (Surface Plot) — в виде 3D поверхности;

Линии уровня (Contour Plot) — в виде линий равного уровня;

Точки данных (Data Point) — в виде отдельных точек в 3D пространстве;

Векторное поле (Vector Field Plot) — в виде векторного поля;

Столбчатая диаграмма (Bar Plot) — в виде трехмерных гистограмм;

Лоскутный график (Patch Plot) — в виде ленточных, фрагментарных поверхностей, закрывает непрозрачными площадками ячейки трехмерного графика;

Группа **Рамки (Frames)** — установка опций видимости ограничительных элементов графиков:

Показать границу (Show Border) — задает рисунок графика в рамке;

Показать поле (Show Box) — задает рисунок графика в трехмерном параллелепипеде.

Вид осей — **Оси (Axes)**:

Провести линии (Draw Lines) — вывод масштабных линий;

Нарисовать деления (Draw Ticks) — вывод делений на осях;

Автосетка (Auto Grid) — автоматический выбор числа линий;

Цвет линии (Line Color) — цвет линий сетки;

Число (Number) — прямое задание количества интервалов;

Толщина линии (Line Weight) — толщина линий сетки;

Показать числа (Show Numbers) — вывод числовых значений у линий сетки;

Цвет осей (Axis Color) — выбор цвета осей;

Толщина осей (Axis Weight) — толщина линий осей;

Мин. значение (Minimum Value) — минимальное значение координаты;

Макс. значение (Maximum Value) — максимальное значение координаты.

Выбор цветов, параметров и типов линий, заливки и точек — **Оформление (Appearance)**:

Группа **Параметры заливки (Fill Options)** — установка параметров заливки поверхности трехмерного графика:

Поверхность с заливкой (Fill Surface) — заливка поверхности трехмерного графика цветом;

Заливка контуров (Fill Contours) — контурное раскрашивание графика;

Без заливки (No Fill) — отображение графика без заливки;

Группа **Параметры линий (Line Options)** — установка параметров отображения линий графика:

Каркас (Wireframe) — отображение всех линий графика;

Линии контура (Contour Lines) — отображает только контурные линии уровней;

Без линий (No Lines) — скрывает все линии графика;

Скрыть линии (Hide Lines) — скрывает линии графика, закрываемые (поверхностью) линиями переднего плана;

Группа **Параметры точек (Point Options)** — параметры отображения узловых точек графика:

Нарисовать точки (Draw Points) — отобразить узловые точки графика;

Символ (Symbol) — установить символ для узловых точек;

Размер (Size) — установить размер символов узловых точек.

Заголовок (Title) — заголовок графика:

Заголовок графика (Graph Title) — окно ввода название графика;

Сверху (Above) и **Снизу (Below)** — установка местоположения надписи относительно рисунка;

Скрыть (Hide) — скрыть заголовок графика.

Группа **Задние планы (Back Plans)** — настройки заднего плана графика:

Заливка заднего плана (Fill Backplane) — установка цвета плоскости заднего плана;

Граница заднего плана (Backplane Border) — отобразить границу плоскости заднего плана;

Провести линии (Draw Lines) — отобразить линии сетки на плоскости заднего плана;

Выводить деления (Draw Ticks) — отобразить деления на осях.

2.3. Порядок выполнения задания

Вариант задания выдается преподавателем. Перед выполнением задания необходимо ознакомиться с разделами 2.1 и 2.2 данных методических указаний, затем выполнить требуемые действия в рабочем окне программы *MathCAD*. Исходные данные для выполнения индивидуального задания см. в таблицах 2.2 и 2.3.

2.3.1. Включить компьютер, запустить программу *MathCAD*, создать в окне программы новый документ.

2.3.2. Построить двумерный график функции $f_1(x)$ в декартовой системе координат (таблица 2.2). Начальное и конечное значения аргумента, а также его шаг выбрать самостоятельно с учетом области допустимых значений аргумента функции. Пример решения задания см. на рисунках 2.2 и 2.3.

2.3.3. Построить двумерный график $f_2(\phi)$ в полярной системе координат (таблица 2.2). Изменение аргумента функции должно производиться от 0, а конечное значение аргумента и его шаг требуется выбрать и обосновать самостоятельно с учетом области допустимых значений аргумента функции. Пример решения задания см. на рисунке 2.4.

2.3.4. Построить график параметрической функции в декартовой системе координат заданной выражениями $x(t)$ и $y(t)$ при изменении параметра от t_1 до t_2 (таблица 2.2). Шаг изменения параметра t выбрать самостоятельно. Пример решения задания см. на рисунке 2.5.

2.3.5. Построить график функции $z(x, y)$ в виде трехмерной поверхности (таблица 2.3). Начальные и конечные значения аргументов, а также шаг их изменения выбрать самостоятельно. Пример решения задания см. на рисунке 2.6.

2.3.6. Построить в сферической системе координат график функции $f_3(\theta, \phi) = \sqrt{1 + A^2 \cos^2 \phi \sin^2 \theta + 2A \cos \phi \sin \theta}$. Аргумент θ изменяется от 0 до π , а аргумент ϕ — от 0 до 2π . Коэффициент A выбирается из таблицы 2.3. Пример решения задания см. на рисунке 2.7.

Таблица 2.2 — Индивидуальные задания

Вариант	$f_1(x)$	$f_2(\phi)$	$x(t)$	$y(t)$	t_1	t_2
1	$\sin(3x)/(3x)$	$0,1\phi$	$\cos(4t)$	$\cos(4t)$	0	2π
2	$\cos(x)/x$	$e^{0,15\phi}$	$6\cos(t) - 3\cos(6t)$	$6\sin(t) - 3\sin(6t)$	0	2π
3	$\operatorname{tg}(x)/x$	$e^{0,1\phi}[1 + 0,3\sin(8\phi)]$	$3\cos(t) - 3\cos(3t)$	$3\sin(t) - 3\sin(3t)$	0	2π
4	$\sin^2(x)/x^2$	$1 + \cos(\phi)$	$9\cos(t) - 3\cos(9t)$	$9\sin(t) - 3\sin(9t)$	0	2π
5	$1/\cos(x)$	$0,5 + 2\sin(\phi)$	$9\cos(t) - 7\cos(9t)$	$9\sin(t) - 7\sin(9t)$	0	2π
6	$e^{-x} \cos(x)$	$2 - \cos(3\phi)$	$9\cos(t) + 5\cos(9t)$	$9\sin(t) - 5\sin(9t)$	0	2π
7	$1/(x^2 - 3)$	$1 + 2\cos^2(\phi)$	$\sin(5t) + t$	$\cos(5t)$	0	3π
8	$x^3 - 4x^2 + 3x - 1$	$e^{0,1\phi} \sin(\phi)$	t^2	$\cos(3t)$	0	4π
9	$x^3 - x^2 - \operatorname{tg}(x)$	e^ϕ	$\ln(t)$	$\cos(7t)$	0	π
10	$1/(x-1)^2$	$e^{\cos(\phi)}$	$t - 3$	$(t^2 + 3t - 1)/t$	0	10
11	$1/(x^2 + 1)$	$\operatorname{tg}(0,2\phi)$	$\sin(t)$	$t^2 + 5t - 2$	-5	12
12	$e^x - e^{-2x}$	$\ln(3\phi)$	$ \cos(t) $	t^2	0	12
13	$\sin(x^2 + 2x + 1)$	$\sqrt{1,7\phi - 1}$	$ \cos(t) $	$ \sin(2t) $	0	$\pi/2$
14	$\ln[\operatorname{tg}(2x - 1)]$	$(\phi^2 - 1)/(\phi + 5)$	$\cos(t)$	$\sin(3t)$	0	2π
15	$(1 - x)/(1 + x)$	$(\phi - 3)/(\phi + 1)$	$\cos(4t)$	$t^2 + 3t$	0	5π
16	$\sin(x)/x$	$(\phi - 5)/(\phi + 4)$	$\sin(3t)$	$\sin(3t)$	0	2π
17	$\cos(x - 2)/(x - 2)$	$(\phi^2 - 2)/(\phi + 3)$	$5\sin(t) - 2\sin(5t)$	$5\cos(t) - 2\cos(5t)$	0	2π
18	$\operatorname{tg}(x + 7)/x$	$\sqrt{5,7\phi + 1}$	$2\sin(t) - 2\sin(3t)$	$2\cos(t) - 2\cos(3t)$	0	2π
19	$\sin^2(x + 2)/(x + 2)^2$	$\lg(7\phi)$	$7\sin(t) - 3\sin(7t)$	$7\cos(t) - 3\cos(7t)$	0	2π
20	$1/\cos(2x + 1)$	$\operatorname{tg}(1,75\phi)$	$8\sin(t) - 6\sin(8t)$	$8\cos(t) - 6\cos(8t)$	0	2π
21	$e^{-x} \sin(x)$	$e^{\sin(\phi)}$	$9\sin(2t) - 4\sin(t)$	$9\cos(2t) + 4\cos(t)$	0	2π
22	$1/(x^2 + 3)$	$e^{-\phi}$	$\cos(7t)$	$\sin(7t) + t$	0	2π
23	$2x^3 + 2x^2 - 3x - 7$	$e^{0,1\phi} \cos(\phi)$	$\sin(3t)$	t^2	0	π
24	$\operatorname{tg}(x) - x^3 + x^2$	$1 - 3\cos^2(\phi)$	$\cos(5t)$	$\lg(t)$	0	π
25	$1/(x + 1)^2$	$1 - \cos(2\phi)$	$(t^2 + 2t - 1)/t$	$t - 5$	-2	11
26	$1/(x^2 - 1)$	$0,7 + 3\cos(\phi)$	$t^2 + 4t - 3$	$\sin(1,5t)$	-6	9
27	$e^{0,5x} - e^{-x}$	$1 + \sin(\phi)$	$t^2 - 2$	$ \cos(t) $	-5	14
28	$\sin(x^2 - 2x - 1)$	$e^{0,1\phi}[1 + \sin(2\phi)]$	$ \sin(2t) $	$ \cos(t) $	0	$\pi/2$
29	$\lg[\operatorname{tg}(5x - 7)]$	$e^{-0,25\phi}$	$\sin(3t)$	$\cos(t)$	0	2π
30	$(2 - x)/(2 + x)$	$-0,34\phi$	$t^2 - 3t$	$\cos(5t)$	0	5π

Таблица 2.3 — Индивидуальные задания

Вариант	$z(x, y)$	A	$z(x)$	x_1	x_2
1	$\sin(x^3 + y^3)$	0,9	$x^3 \sin(x)$	-1,5	2,5
2	$\cos(x^2 + y^2)$	1,0	$x^2 \cos(x)$	-1,5	2,5
3	$e^{x^2+y^2}$	3,1	$\operatorname{tg}(x)$	0	2
4	$x^2 + y^2$	1,2	e^x	0	3
5	$x^3 + y^3$	3,3	$e^{\sin(x)}$	-1	2
6	$x^2 \cos(y)$	1,4	$x^{\cos(x)}$	0	5
7	$x^2 \sin(y)$	3,5	$x^3 - 2x^2 + 3x - 1$	-3	3
8	$\sin(x) \cos(y)$	1,6	$x^3 + 5x^2 - 7x + 3$	-2,5	2,9
9	$\sin(x) \sin(y)$	1,7	$\sin(x^3)$	-2	2
10	$ \sin(xy) $	1,8	$\cos(x^2)$	$-\pi$	π
11	$\cos(2x + y)$	1,9	$e^{-x} \sin(5x)$	0	π
12	$(2x - 1)(10y + 2)$	2,0	$e^x \cos(6x)$	0	π
13	$e^{2x} + y^2$	4,1	$(1 - e^{-x}) \cos(4x)$	0	4
14	$e^x \sin(3y)$	2,2	$(1 - e^{-x}) \sin(8x)$	-3	0
15	$e^{2y} \cos(5x)$	2,3	$3x - 2x^2$	0	2
16	$\cos(x^3 + y^3)$	0,7	$5x - x^2$	-5	5
17	$\sin(x^2 + y^2)$	1,1	$(1 - e^{-x}) \sin(2x)$	-3	0
18	$e^{x^2-y^2}$	3,4	$(1 - e^{-x}) \cos(3x)$	-1	0
19	$x^2 - y^2$	1,3	$e^x \cos(2,5x)$	0	3
20	$x^3 - y^3$	3,7	$e^{-x} \sin(3x)$	1	3
21	$x^2 \cos(2y)$	5,4	$\sin(2x^2)$	-1	1
22	$x^2 \sin(2y)$	3,1	$\cos(x^3 - 1)$	-1	1,5
23	$\cos(x) \sin(y)$	2,6	$x^3 - 5x^2 + 5x - 2$	-10	-5
24	$\cos(x) \cos(y)$	2,7	$x^3 + 2x^2 - 2x + 1$	-10	10
25	$ \cos(xy) $	2,8	$x^{\sin(x)}$	2	6
26	$\sin(3x + 2y)$	2,9	$e^{\cos(x)}$	0	5
27	$(2x + 0,5)(5y - 1)$	3,0	e^{1-x}	0	1
28	$x^2 + e^{2y}$	4,5	$1/\operatorname{tg}(x)$	0,2	2
29	$e^x \cos(2y)$	3,2	$x^2 \sin(x)$	-1	1,5
30	$e^{1,5y} \sin(3x)$	5,7	$x^3 \cos(x)$	5	7

2.3.7. Построить трехмерную фигуру, полученную вращением кривой описываемой функцией $z(x)$ вокруг оси OZ . Значение аргумента функции x изменяется от x_1 до x_2 (таблица 2.3). Шаг изменения аргумента выбрать самостоятельно. Пример решения задания см. на рисунках 2.8 и 2.9.

2.3.8. Сохранить полученный документ на диске в папке, указанной преподавателем. Распечатать полученные результаты. Оформить отчет.

2.4. Оформление отчета

2.4.1. Сформулировать цель работы.

2.4.2. Перечислить основные элементы палитры инструментов *График* (*Graph Toolbar*) используемой при построении графиков.

2.4.3. Привести текст индивидуального задания.

2.4.4. Кратко изложить ход выполнения работы. Обосновать для строящихся графиков начальные и конечные значения аргументов, а также величину шага изменения аргументов. Перечислить используемые элементы интерфейса программы.

2.4.5. Привести распечатки полученных результатов.

2.4.6. В выводах следует отразить следующее:

- Изложить особенности построения различных типов графиков в программе *MathCAD*;
- Изложить критерии выбора шага изменения аргументов функций при построении графиков;
- Оценить достоинства и недостатки программы *MathCAD* при построении графиков.

2.5. Контрольные вопросы

2.5.1. Перечислите палитры инструментов и команды программы *MathCAD* используемые при работе с графиками.

2.5.2. Опишите общую структуру вычислительного документа при построении графиков.

2.5.3. Каковы критерии выбора количества точек, по которым строятся графики? Как в программе *MathCAD* задать автоматический выбор величины шага изменения аргумента функции, его начального и конечного значений?

2.5.4. Каким образом строятся двухмерные графики? Чем отличается построение графиков в полярной системе координат от построения в декартовой системе? Каковы особенности построения графиков параметрических функций?

2.5.5. Каким образом производится построение трехмерных графиков? Каковы особенности построения трехмерных графиков? Какие виды отображения трехмерных графиков существуют?

2.5.6. Каким образом производится построение трехмерных графиков в сферической системе координат?

2.5.7. Каким образом производится построение фигур вращения в программе *MathCAD*?

3. ЗАДАНИЕ №3

ВЫПОЛНЕНИЕ СИМВОЛЬНЫХ РАСЧЕТОВ В ПРОГРАММЕ *MathCAD*

3.1. Цель задания

Изучение способов и алгоритмов проведения символьных вычислений и преобразований в программе *MathCAD*.

3.2. Теоретическая часть

Программа *MathCAD* имеет встроенное ядро символьной математики, которое позволяет производить символьные преобразования и оптимизацию численных выкладок. Данное ядро было заимствовано у разработчиков математического программного обеспечения *Waterloo Maple Software* в сокращенном виде и поэтому имеет ограниченные возможности символьных преобразований и вычислений, по сравнению с оригинальной исходной версией ядра символьных преобразований.

Символьные вычисления и преобразования осуществляются двумя способами:

- Используя пункт меню ***Символьные операции (Symbolics)***;
- С помощью палитры операторов символьной математики .

При проведении символьных расчетов с использованием меню исходное выражение должно быть выделено (курсор должен находиться внутри выражения). Выделенное выражение будет отображаться в рамке. Если для проведения символьного преобразования должна быть указана переменная, относительно которой это преобразование будет выполняться, то она должна быть выделена курсором (синим уголком). В преобразуемые выражения нельзя вводить функции пользователя.

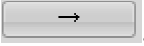
3.2.1. Символьные вычисления

При символьном вычислении некоторые переменные могут не иметь определенного числового значения. Чтобы произвести символьные вычисления через пункт меню ***Символьные операции*→*Вычислить*→*Аналитически (Symbolics)→*Evaluate*→*Symbolically****, необходимо:

- 1) Ввести в документ математическое выражение;
- 2) Используя манипулятор «мышь» или курсорные клавиши выделить полностью математическое выражение;
- 3) Войти в меню ***Символьные операции (Symbolics)*** и в нем выбрать команду ***Вычислить*→*Аналитически (Evaluate)→*Symbolically****.

После выполнения команды на экране ниже заданного выражения появится результат численных вычислений, если положение курсора задано не верно, либо заданное выражение является слишком сложным, то вместо результата будет выведено то же самое выражение либо сообщение о невозможности вычислений.

Для использования в символьных вычислениях палитры операторов символьной математики **Символьные операции (Symbolic)** необходимо:

- 1) Вызвать данную палитру либо через меню **Вид→Панели инструментов (View→Toolbars)**, либо нажатием кнопки ;
- 2) Ввести в документ математическое выражение;
- 3) Используя манипулятор «мышь» или курсорные клавиши выделить полностью математическое выражение;
- 4) Затем в палитре **Символьные операции (Symbolic)** необходимо выбрать инструмент **Аналитические преобразования (Symbolic Evaluation)** .

После выбора указанного инструмента на экране справа от стрелки появится результат численных вычислений.

Пример численных вычислений с помощью меню **Символьные операции (Symbolics)** приведен на рисунке 3.1, а с помощью палитры **Символьные операции (Symbolic)** — на рисунке 3.2.

$$\frac{d}{dx} \sin(a \cdot x)$$

$$\sum_i$$

$$\cos(a \cdot x) \cdot a$$

$$\frac{1}{2} \cdot i^2 - \frac{1}{2} \cdot i$$

$$\frac{d}{dx} \sin(a \cdot x) \rightarrow \cos(a \cdot x) \cdot a$$

$$\sum_i i \rightarrow \frac{1}{2} \cdot i^2 - \frac{1}{2} \cdot i$$

Рисунок 3.1 — Пример символьных вычислений через меню **Символьные операции (Symbolics)**

Рисунок 3.2 — Пример символьных вычислений через палитру **Символьные операции (Symbolic)**

3.2.2. Символьные преобразования

Символьные преобразования можно производить либо используя меню **Символьные операции (Symbolics)**. Однако более удобным и наглядным вариантом символьных преобразований является использование палитры **Символьные операции (Symbolic)** . При использовании палитры операторов символьной математики можно либо нажимать мышью кнопку соответствующего оператора на палитре и заполнять поля появившегося шаблона, или нажать клавишу шаблона  и в вызванном шаблоне вводить преобразуемое математическое выражение.

Расшифровка основных операторов символьного преобразования приведена в таблице 3.1.

Примеры выполнения символьных преобразований в программе *MathCAD* показаны на рисунках 3.3 и 3.4.

Таблица 3.1 — Основные операторы символьных преобразований

Оператор в палитре <i>Символьные операции</i> (<i>Symbolic</i>)	Команда в меню <i>Символьные операции</i> (<i>Symbolics</i>)	Описание оператора
<i>simplify</i>	<i>Упростить (Simplify)</i>	Упростить
<i>expand</i>	<i>Развернуть (Expand)</i>	Разложить выражение на наибольшее число слагаемых
<i>factor</i>	<i>Факторизовать (Factor)</i>	Разложить на множители
<i>collect</i>	<i>Сборка (Collect)</i>	Представить в виде многочлена
<i>coeffs</i>	<i>Полиномиальные коэффициенты (Polinomial Coefficients)</i>	Выделить коэффициенты полинома в виде вектора
	<i>Переменная→Дифференцировать (Variable→Differentiate)</i>	Дифференцировать по указанной переменной
	<i>Переменная→Интегрировать (Variable→Integrate)</i>	Интегрировать по указанной переменной
<i>series</i>	<i>Переменная→Разложить в ряд... (Variable→Expand to Series...)</i>	Разложить в ряд Тейлора, по умолчанию $n = 6$
<i>substitute</i>	<i>Переменная→Подставить (Variable→Substitute)</i>	Произвести подстановку для указанной переменной
<i>solve</i>	<i>Переменная→Решить (Variable→Solve)</i>	Найти символьное решение уравнения относительно заданной переменной. Решается уравнение типа $F(x) = 0$
<i>fourier</i>	<i>Преобразование→Фурье (Transform→Fourier)</i>	Прямое преобразование Фурье относительно выделенной переменной
<i>invfourier</i>	<i>Преобразование→Обратное Фурье (Transform→Inverse Fourier)</i>	Обратное преобразование Фурье относительно выделенной переменной
<i>laplace</i>	<i>Преобразование→Лапласа (Transform→Laplace)</i>	Прямое преобразование Лапласа относительно выделенной переменной

Продолжение таблицы 3.1.

Оператор в палитре <i>Символьные операции</i> (<i>Symbolic</i>)	Команда в меню <i>Символьные операции</i> (<i>Symbolics</i>)	Описание оператора
<i>invlaplace</i>	<i>Преобразование→ Обратное Лапласа (Transform→ Inverse Laplace)</i>	Обратное преобразование Лапласа относительно выделенной переменной
<i>ztrans</i>	<i>Преобразование→ Z-преобразование (Transform→Z)</i>	Прямое Z-преобразование относительно выделенной переменной
<i>invztrans</i>	<i>Преобразование→ Обратное Z (Transform→Inverse Z)</i>	Обратное Z-преобразование относительно выделенной переменной

Series - разложение в ряд Тейлора

$$\frac{\sin(x+1)}{x+1} \text{ series, } x=0 \rightarrow \sin(1) + (\cos(1) - \sin(1)) \cdot x + \left(\frac{1}{2} \cdot \sin(1) - \cos(1)\right) \cdot x^2 + \left(\frac{5}{6} \cdot \cos(1) - \frac{1}{2} \cdot \sin(1)\right) \cdot x^3 + \dots$$

Substitute - подстановка для указанной переменной

$$\text{Заменить } x \text{ на } y-a \quad x^3 + 2 \cdot x^2 + 1 \text{ substitute } x = y-a \rightarrow (y-a)^3 + 2 \cdot (y-a)^2 + 1$$

Solve - символьное решение уравнений относительно заданной переменной

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c \text{ solve, } x \rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2 \cdot a} \cdot \left[-b + \left(b^2 - 4 \cdot a \cdot c \right)^{\frac{1}{2}} \right] \\ \frac{1}{2 \cdot a} \cdot \left[-b - \left(b^2 - 4 \cdot a \cdot c \right)^{\frac{1}{2}} \right] \end{array} \right]$$

$$x^4 + 9 \cdot x^3 + 31 \cdot x^2 + 59 \cdot x + 60 \text{ solve, } x \rightarrow \left(\begin{array}{c} -4 \\ -3 \\ -1 + 2 \cdot i \\ -1 - 2 \cdot i \end{array} \right)$$

Fourier Transform - прямое преобразование Фурье

$$\frac{1}{2} \cdot \exp\left(\frac{-1}{8} \cdot t^2\right) \text{ fourier, } t \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \sqrt{8 \cdot \pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \exp(-2 \cdot \omega^2)$$

Inverse Fourier Transform - обратное преобразование Фурье

$$\frac{\sin(\omega)}{\omega} \text{ invfourier } \omega \rightarrow \frac{1}{4} \cdot \Phi(t+1) - \frac{1}{4} \cdot \Phi(-t-1) - \frac{1}{4} \cdot \Phi(t-1) + \frac{1}{4} \cdot \Phi(-t+1)$$

Рисунок 3.3 — Примеры символьных преобразований в программе *MathCAD*

Simplify - упрощение

$$\frac{-5}{x} + \frac{5}{x-1} - \frac{5}{(x-1)^2} + \frac{6}{(x-1)^3} + \frac{-4}{(x-1)^4} \text{ simplify} \rightarrow \frac{(x^2-5)}{x \cdot (x-1)^4}$$

$$\frac{d^3}{dx^3} \frac{1}{3 \cdot x + 2} \text{ simplify} \rightarrow \frac{-162}{(3 \cdot x + 2)^4}$$

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1+x^2}} \frac{1}{x^2 + y^2 + 1} dy dx \text{ simplify} \rightarrow \frac{-1}{4} \cdot \ln(\sqrt{2} - 1) \cdot \pi$$

Expand - разложение на наибольшее число слагаемых

$$\sin(5 \cdot x) \text{ expand}, x \rightarrow 16 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)^4 - 12 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)^2 + \sin(x)$$

$$\text{expand}[(a+b)^5] \rightarrow a^5 + 5 \cdot a^4 \cdot b + 10 \cdot a^3 \cdot b^2 + 10 \cdot a^2 \cdot b^3 + 5 \cdot a \cdot b^4 + b^5$$

Factor - разложение на множители

$$x^3 - 6 \cdot x^2 + 11 \cdot x - 6 \text{ factor} \rightarrow (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)$$

$$x^2 - y^2 \text{ factor} \rightarrow (x-y) \cdot (x+y)$$

$$1 + 2 \cdot \cos(a)^2 + \cos(a)^4 \text{ factor} \rightarrow (1 + \cos(a)^2)^2$$

Collect - представление в виде многочлена

$$(a^3 + b)^4 \text{ collect}, a \rightarrow a^{12} + 4 \cdot b \cdot a^9 + 6 \cdot b^2 \cdot a^6 + 4 \cdot b^3 \cdot a^3 + b^4$$

Coeffs - выделение коэффициентов полинома в виде вектора

$$a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \text{ coeffs}, x \rightarrow \begin{pmatrix} d \\ c \\ b \\ a \end{pmatrix} \quad (a+b) \cdot (a-b) \text{ coeffs}, a \rightarrow \begin{pmatrix} -b^2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Differentiate - дифференцирование по указанной переменной

исходное выражение	$(x \cdot \ln(x))^3$	$\Gamma(x)$	$\text{erf}(x)$
результат (через меню)	$3 \cdot x^2 \cdot \ln(x)^3 + 3 \cdot x^2 \cdot \ln(x)^2$	$\Psi(x) \cdot \Gamma(x)$	$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \exp(-x^2)$

Integrate - интегрирование по указанной переменной

исходное выражение	$\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$	$\ln(x)^3$
результат (через меню)	$\ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$	$\ln(x)^3 \cdot x - 3 \cdot x \cdot \ln(x)^2 + 6 \cdot x \cdot \ln(x) - 6 \cdot x$

Рисунок 3.4 — Примеры символьных преобразований в программе *MathCAD*

3.3. Порядок выполнения задания

Вариант задания выдается преподавателем. Перед выполнением задания необходимо ознакомиться с разделами 3.1 и 3.2 данных методических указаний, затем выполнить требуемые действия в рабочем окне программы *MathCAD*. Исходные данные для выполнения индивидуального задания см. в таблицах 3.2 — 3.10. Примеры решения заданий см. на рисунках 3.1 — 3.4.

3.3.1. Включить компьютер, запустить программу *MathCAD*, создать в окне программы новый документ.

3.3.2. Выполнить символьные вычисления функции F_1 (таблица 3.2), либо упростить заданное выражение F_2 (таблица 3.3). Примеры символьных вычислений приведены на рисунках 3.1 и 3.2, пример символьных упрощений изображен на рисунке 3.4.

Таблица 3.2 — Индивидуальные задания

Вариант	F_1
1	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bxy + cy^2}{dx^2 + exy + fy^2}$
2	$\int_0^{2\pi} \int_0^r \sqrt{1 + 4\rho^2} \cdot \rho d\rho d\theta, \text{ при } r = 2$
3	$\sum_{x=1}^{10} \frac{1}{x^2}$
4	$\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx$
5	$\int_0^{\infty} e^{-b \cdot t} dt$
6	$\int_{-r-\sqrt{r^2-x^2}}^r \int_{-\sqrt{r^2-x^2}}^{\sqrt{r^2-x^2}} \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx} f(x, y)\right)^2 + \left(\frac{d}{dy} f(x, y)\right)^2} dy dx,$ при $f(x, y) = x^2 + y, r = \sqrt{2}$
7	$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot x^{2k+1}}{7^{2k+1} \cdot (2k+1)!}$
8	$\int_0^3 \cos\left(\frac{x}{2}\right) dx$
9	$\int_2^3 \frac{dt}{\sqrt{2t^2 - 3t - 2}}$
10	$\int_0^{1/4} \frac{dx}{x^4 + 1}$
11	$\int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{t^2 + 1}}$
12	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$
13	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{tg}(x-1)}{x-1}$

Продолжение таблицы 3.2

Вариант	F_1
14	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{2x - 4}$
15	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 7} - 3}{x - 4}$

Таблица 3.3 — Индивидуальные задания

Вариант	F_2
16	$\int \frac{x+a}{x^2+b} dx$
17	$\int_a^b \sin(x) dx$
18	$\left\{ \left[\left(\frac{5}{x-1} - \frac{5}{x} \right) - \frac{5}{(x-1)^2} \right] + \frac{6}{(x-1)^3} \right\} - \frac{4}{(x-1)^4}$
19	$\frac{d}{dx} \frac{d}{dx} \frac{d}{dx} \frac{1}{3x+2}$
20	$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1+x^2}} \frac{1}{x^2+y^2+1} dy dx$
21	$\left(\frac{r+s}{s} + \frac{s}{r-s} \right) / \left(\frac{s}{r-s} \right)$
22	$\sum_{k=0}^3 \frac{3!}{k! \cdot 3-k!} \cdot x^k \cdot 2^{3-k}$
23	$x^2 + 2 \frac{x^3}{x-1} - 2x$
24	$\left(1 + \frac{2}{3x-1} \right) \left(1 - \frac{9x-9x^2}{3x+1} \right)$
25	$\frac{1}{b(abc+a+c)} - \frac{1}{a+(1/(b+1/c))} / \frac{1}{a+1/b}$
26	$\frac{(ab^{-1} + a^{-1}b + 1)(a^{-1} - b^{-1})^2}{a^2b^{-2} + a^{-2}b^2 - (ab^{-1} + a^{-1}b)}$
27	$\frac{4x(x + \sqrt{x^2 - 1})^2}{(x + \sqrt{x^2 - 1})^4 - 1}$

Продолжение таблицы 3.3

Вариант	F_2
28	$\frac{\sqrt{(x+2)^2 - 8x}}{\sqrt{x} - 2/\sqrt{x}}$
29	$\left(6a^2 + 5a - 1 + \frac{a+4}{a+1}\right) / \left(3a - 2 + \frac{3}{a-1}\right)$
30	$\left(2 - x + 4x^2 + \frac{5x^2 - 6x + 3}{x-1}\right) / \left(2x + 1 + \frac{2x}{x-1}\right)$

3.3.3. Найти корни уравнения $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ при заданных значениях коэффициентов (таблица 3.4). Пример решения см. на рисунке 3.3.

Таблица 3.4 — Индивидуальные задания

Вариант	a	b	c	d	e	Вариант	a	b	c	d	e
1	1	-6	2	0	1	16	0	8	-20	-10	33
2	2	0	2	0	1	17	0	3	$2\sqrt{3}$	-21	$6\sqrt{3}$
3	3	2	3	6	12	18	0	8	4	-34	15
4	-1	0	3	6	0	19	0	64	-24	-6	1
5	-2	2	3	0	0	20	1	-6	7	6	-2
6	0	0	1	2	1	21	1	-4	3	8	-10
7	4	0	-64	0	128	22	0	12	4	-17	6
8	0,5	1	2	0	0	23	0	2	-5	6	-2
9	0	0	5	2	-12	24	0	6	-3	-2	1
10	1	9	31	59	60	25	1	-1	-22	16	96
11	1	2	4	2	4	26	0	1	-7	12	-10
12	0	1	3	6	1	27	0	1	-10	-2	20
13	1	0	2	1	1	28	0	1	-2	-3	10
14	2	4	0	0	8	29	0	10	-3	-2	1
15	2	-6	0	0	8	30	0	27	9	-48	20

3.3.4. Разложить на наибольшее число слагаемых выражение $F_3(x)$ (таблица 3.5). Пример решения см. на рисунке 3.4.

Таблица 3.5 — Индивидуальные задания

Вариант	$F_3(x)$	Вариант	$F_3(x)$	Вариант	$F_3(x)$
1	$\sin 4x$	5	$\cos 8x$	9	$\cos 9x$
2	$\sin 3x$	6	$(a+x)^3$	10	$\sin 9x$
3	$\sin 6x$	7	$(a+x)^4$	11	$(a+x)^7$
4	$\sin 7x$	8	$(a+x)^5$	12	$(a+x)^8$

Продолжение таблицы 3.5

Вариант	$F_3(x)$	Вариант	$F_3(x)$	Вариант	$F_3(x)$
13	$\sin 8x$	19	$(a+x)^6$	25	$(a+x)^9$
14	$\cos 3x$	20	$\sin 5x$	26	$(a-x)^7$
15	$\cos 4x$	21	$(a-x)^3$	27	$(a-x)^8$
16	$\cos 5x$	22	$(a-x)^4$	28	$(a-x)^9$
17	$\cos 6x$	23	$(a-x)^5$	29	$(\sin 3x - x)^2$
18	$\cos 7x$	24	$(a-x)^6$	30	$(\cos 3x + x)^2$

3.3.5. Разложить полином $F_4(x)$ на множители (таблица 3.6). Пример решения см. на рисунке 3.4.

Таблица 3.6 — Индивидуальные задания

Вариант	$F_4(x)$	Вариант	$F_4(x)$
1	$x^3 - 5x^2 - 4x + 20$	16	$3x^3 + 18x^2 + 27x$
2	$x^3 - 6x^2 + 12x - 8$	17	$x^3 + 27$
3	$2x^2 - 3x + 1$	18	$x^2 - 4$
4	$x^3 + 2x^2 - 9x - 18$	19	$\sin^2(x) - \cos^2(x)$
5	$x^4 - 64$	20	$\sin^3(x) + \cos^3(x)$
6	$x^3 - 8$	21	$x^6 + 729$
7	$x^4 - 16$	22	$x^4 - 8x$
8	$x^6 - 64$	23	$x^3 - 9x$
9	$x^4 - 4x^3 + 4x^2$	24	$6x^3 - 9x^2 + 3x$
10	$x^3 - 64$	25	$x^7 - 64x$
11	$3x^3 + 18x^2 + 27x$	26	$2x^5 - 32x$
12	$x^3 + 27$	27	$3x^4 - 48$
13	$x^2 - 4$	28	$2x^3 - 12x^2 + 24x - 16$
14	$\sin^2(x) - \cos^2(x)$	29	$3x^4 - 15x^3 - 12x^2 + 60x$
15	$\sin^3(x) + \cos^3(x)$	30	$2x^4 - 8x^3 + 8x^2$

3.3.6. Разложить выражение $F_5(x)$ в ряд Тейлора в окрестности точки x_0 (таблица 3.7). Пример решения см. на рисунке 3.3.

Таблица 3.7 — Индивидуальные задания

Вариант	$F_5(x)$	x_0	Вариант	$F_5(x)$	x_0
1	$\sin(x)/x$	0	4	$1/(1+x)$	1
2	$\sin(x)/(x-1)$	0	5	$\sin(x+3)/(x+3)$	-3
3	$\cos(x+2)/(x+2)$	-2	6	$\sin(x-1,5)/x$	0

Продолжение таблицы 3.7

Вариант	$F_5(x)$	x_0	Вариант	$F_5(x)$	x_0
7	e^x	0	19	$1/\sqrt{1+x}$	1
8	$\sin(x)/(x-1)$	1	20	$e^{\sin(x-1)}$	1
9	e^{x-1}	1	21	$e^{\cos(x+1)}$	-1
10	$e^{-x} \sin(x)$	0	22	e^{x^2}	1
11	$\cos(x)/x$	0	23	$x/(e^x - 1)$	1
12	$1/x$	1	24	$1/(x-1)$	0
13	$1/x^2$	2	25	$\sqrt{1+x}$	0
14	$1/\cos(x)$	0	26	$e^{\arcsin x}$	0
15	$1/(x-5)$	0	27	$e^{\arccos x}$	0
16	$1/\sin(3x-1)$	1/3	28	$e^x(1+x)$	-1
17	$1/\cos(x)$	$\pi/2$	29	$1/\sin(2x-1)$	1/2
18	$1/(x^3+2)$	0	30	$\operatorname{tg}(x-1)/(x-1)$	1

3.3.7. Выполнить дифференцирование и интегрирование функции $F_6(x)$ (таблица 3.8). Пример решения см. на рисунке 3.4.

Таблица 3.8 — Индивидуальные задания

Вариант	$F_6(x)$	Вариант	$F_6(x)$	Вариант	$F_6(x)$
1	$\sqrt{x+1}$	11	$1/(x\sqrt{a^2+x^2})$	21	$x^5/(x^2-b^2)^2$
2	$\ln(x^3)$	12	$\operatorname{arctg}(2x)$	22	ax^2+bx+c
3	$1/(ax+b)$	13	$(ax+b)^n$	23	$\sin x \cos^2 x$
4	$1/(ax^2+bx+c)$	14	$x \cdot \arccos(x)$	24	$\sin^2 x \cos x$
5	$\sin(x)/(ax+b)$	15	$1/\sqrt{ax^2+bx+c}$	25	$\sin^2 x \cos^2 x$
6	$\sqrt{ax^2+bx+c}$	16	$x^2/(a+bx)^2$	26	$\sin x \cos x$
7	$1/\sqrt{a^2-x^2}$	17	$1/(x^2(a+bx))$	27	$\sin^3 x \cos x$
8	$x/(ax^2+bx+c)$	18	$1/(1-x^2)$	28	$\sin^3 x/\cos^3 x$
9	$\arcsin(x)$	19	$1/(a^2-x^2)$	29	$\cos x/(1+\sin x)$
10	$\cos(x)/(ax+b)$	20	$1/(x^2-b^2)^2$	30	$\sin x/(1-\cos x)$

3.3.8. Выполнить прямое преобразование Фурье для функций времени $F_7(t)$ (таблица 3.9). Пример решения см. на рисунке 3.3. В таблице 3.9 функция $\Phi(t)$ — функция Хевисайда.

Таблица 3.9 — Индивидуальные задания

Вариант	$F_7(x)$	Вариант	$F_7(x)$
1	$e^{-\tau t}$	16	$\Phi(t+1) - \Phi(t-1)/2$
2	$-\Phi(-t-c) + \Phi(-t+c)$	17	$t \Phi(t+1) - t \Phi(t-1)$
3	$\Phi(t) + \Phi(t-1)$	18	$t \Phi(t+1) - 2t \Phi(t-1)$
4	$e^{-\tau t} \sin t$	19	$\Phi(t+3) + \Phi(t-2)$
5	$e^{-\tau t} \cos(t-2)$	20	$e^{\tau(0,5-t)} \sin 2t$
6	$e^{-\tau(t+3)}$	21	$e^{-t} \Phi(t+1) - e^{-0,5t} \Phi(t-1)$
7	$\Phi(t+2) + \Phi(t-2)$	22	$e^{-\tau \cos(3t-5)}$
8	$-\Phi(-t-1) + \Phi(t+1)$	23	$3\Phi(t) - 3\Phi(t-5)$
9	$-t \Phi(t+1) + t \Phi(t-1)$	24	$2\Phi(t-0,5) - \Phi(t-3)$
10	$e^{-\tau \cos(t-1)}$	25	$e^{-(1-t)} \cos(t+2)$
11	$e^{-\tau(1-t)} \cos(t-1)$	26	$\sin t/t$
12	$0,5(\Phi(t+1) - \Phi(t-1))$	27	$\cos(0,5t)/(0,5t)$
13	$\Phi(2t+0,5) - \Phi(2t-0,5)$	28	$t^2 \Phi(t+1) - t^2 \Phi(t-1)$
14	$e^{\tau(1-t)} \sin t$	29	$\frac{\cos(0,5t)(\Phi(t+0,5) - \Phi(t-0,5))}{0,5t}$
15	$\Phi(t) - \Phi(t-1)$	30	$t^{0,5}(\Phi(t) - \Phi(t-1))$

3.3.9. Выполнить обратное преобразование Фурье для функций частоты $F_8(\omega)$ (таблица 3.10). Пример решения см. на рисунке 3.3. В таблице 3.10 величина i — мнимая единица, $\text{ch}(\omega)$ — гиперболический косинус, $\text{sh}(\omega)$ — гиперболический синус.

Таблица 3.10 — Индивидуальные задания

Вариант	$F_8(x)$	Вариант	$F_8(x)$	Вариант	$F_8(x)$
1	$\frac{\text{sh}(2\omega)}{2\omega}$	7	$\frac{\text{ch } \omega}{2\omega}$	13	$\frac{\text{ch } 7\omega}{7\omega} + \frac{\text{ch}(-7\omega)}{7\omega}$
2	$\frac{\sin i\omega}{i\omega} - \frac{\sin(-i\omega)}{i\omega}$	8	$\frac{\text{sh } \omega}{0,3\omega}$	14	$\frac{\text{sh}(5i\omega)}{5i\omega} + \frac{\text{sh}(-5i\omega)}{-5i\omega}$
3	$\sqrt{2\pi} e^{-2\omega^2}$	9	$i/(\omega+0,4)$	15	$\sin \omega/\omega$
4	$\frac{\sin(\omega+2)}{\omega-3}$	10	$\frac{\sin \omega}{\omega} - \frac{\sin(-\omega)}{\omega}$	16	$\frac{\text{ch } 1,5i\omega}{1,5i\omega} + \frac{\text{ch}(-1,5i\omega)}{1,5i\omega}$
5	$\frac{\text{sh}(i\omega)}{i\omega}$	11	$\frac{\sin 3\omega}{3\omega}$	17	$\frac{-i}{\omega} e^{i\omega c} + \frac{i}{\omega} e^{-i\omega c}$
6	$\frac{\text{sh } \omega}{\omega} + \frac{\text{sh}(-\omega)}{-\omega}$	12	$\sqrt{3\pi} e^{-3\omega^2}$	18	$\frac{\text{sh}(2i\omega)}{2\omega} + \frac{\text{sh}(-2i\omega)}{-2\omega}$

Продолжение таблицы 3.10

Вариант	$F_8(x)$	Вариант	$F_8(x)$	Вариант	$F_8(x)$
19	$\frac{\operatorname{ch} 3i\omega}{3\omega} + \frac{\operatorname{ch}(-3i\omega)}{3\omega}$	23	$\frac{\operatorname{ch} 0,5\omega}{0,5\omega}$	27	$\frac{-i}{\omega} e^{2i\omega}$
20	$\frac{\operatorname{sh}(1,5i\omega)}{1,5\omega}$	24	$\frac{i}{\omega} e^{-2i\omega}$	28	$\frac{\operatorname{ch}(i\omega)}{i\omega}$
21	$\frac{\operatorname{sh}(3,5i\omega)}{3,5i\omega}$	25	$\frac{\sin(\omega-1)}{\omega-1}$	29	$\frac{1}{\omega} e^{\pi\omega}$
22	i/ω	26	$\sin(i\omega)^2$	30	$\cos(i\omega)^2$

3.3.10. Сохранить полученный документ на диске в папке, указанной преподавателем. Распечатать полученные результаты. Оформить отчет.

3.4. Оформление отчета

3.4.1. Сформулировать цель работы.

3.4.2. Описать основные способы символьных вычислений и преобразований. Перечислить основные операторы символьных преобразований.

3.4.3. Привести текст индивидуального задания.

3.4.4. Кратко изложить ход выполнения работы. Перечислить используемые элементы интерфейса программы и палитры *Символьные операции (Symbolic)*.

3.4.5. Привести распечатки полученных результатов.

3.4.6. В выводах следует отразить следующее:

- привести возможности, достоинства и недостатки ядра символьных преобразований программы *MathCAD*;
- изложить особенности проведения символьных расчетов и преобразований;
- оценить удобство использования и форму представления результатов символьных преобразований.

3.5. Контрольные вопросы

3.5.1. Для чего предназначено ядро символьной математики?

3.5.2. Опишите все способы проведения символьных вычислений и преобразований.

3.5.3. Каким образом осуществляются символьные преобразования?

3.5.4. Перечислите основные операции символьных преобразований доступные в программе *MathCAD*.

3.5.5. Перечислите все возможные варианты проведения символьных операций дифференцирования, интегрирования, прямого и обратного преобразований Фурье, прямого и обратного преобразований Лапласа, прямого и обратного Z-преобразований.

4. ЗАДАНИЕ №4

РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ И ИХ СИСТЕМ СРЕДСТВАМИ ПРОГРАММЫ MathCAD

4.1. Цель задания

Изучение методов решения нелинейных уравнений и их систем в программе *MathCAD*.

4.2. Теоретическая часть

Программа *MathCAD* позволяет производить поиск решений линейных и нелинейных уравнений, а также их систем. Решения линейных уравнений и их систем определяются обычно довольно простыми известными точными методами, в то время как нелинейные уравнения и системы нелинейных уравнений имеют лишь приближенные решения.

4.2.1. Поиск корней нелинейного уравнения с помощью функции *Root*

Для решения трансцендентных нелинейных уравнений, а также для систем нелинейных дифференциальных уравнений, которые не могут быть решены аналитически, программа *MathCAD* имеет встроенные функции, вычисляющие корни многочленов численными методами с заданной погрешностью. Погрешность вычислений задается системной переменной *TOL*, которая может быть изменена в меню *Инструменты* → *Параметры документа* → *Встроенные переменные* (*Tools* → *Worksheet Options* → *Built-In Variables*). Для простейших уравнений вида $F(x) = 0$ решение находится с помощью функции

root(Выражение, Имя переменной),

где ***Выражение*** — заданная функция $F(x)$, ***Имя переменной*** — переменная заданной функции.

Функция ***root*** решает единственное уравнение с единственным неизвестным и заданным начальным приближением для неизвестного. Функция реализует вычисления итерационным методом, причем можно задать начальное значение переменной. Это особенно полезно, если возможно несколько решений. Возможные структуры вычислительных документов использующих функцию ***root*** приведены на рисунке 4.1, на котором отображается нахождение корней нелинейного уравнения $\cos(x) = x + 0,2$ и на рисунке 4.2, на котором определяются корни кубического многочлена $x^3 - 6x^2 + 21x - 52 = 0$.

Заданное уравнение $\cos(x) = x + 0,2$ преобразуем к виду $\cos(x) - x - 0,2 = 0$

Записываем предполагаемое решение: $x := 1$

Для решения уравнения записываем функцию ***root***: $\text{root}(\cos(x) - x - 0,2, x) = 0.616$

Рисунок 4.1 — Последовательность действий для нахождения корня нелинейного уравнения

Вводим функцию многочлена: $F(x) := x^3 - 6 \cdot x^2 + 21 \cdot x - 52$

1) Вычисление действительного корня

Записываем предполагаемое решение: $x := 1$

Для решения уравнения записываем функцию **root**: $x1 := \text{root}(F(x), x)$

Получаем действительный корень: $x1 = 4$

2) Вычисление других, возможно комплексных корней

Записываем предполагаемое решение: $x := 1 + i$

Для нахождения второго корня записываем функцию **root**: $x2 := \text{root}\left(\frac{F(x)}{x - x1}, x\right)$

Получаем комплексный корень: $x2 = 1 + 3.464i$

Для поиска второго корня $x2$, первый исключается делением многочлена $F(x)$ на $(x - x1)$, что и было сделано. Для нахождения третьего корня $x3$, функция $F(x)$ делится еще и на $(x - x2)$. Итак, определим третий корень.

Для нахождения третьего корня записываем функцию **root**: $x3 := \text{root}\left[\frac{F(x)}{(x - x1) \cdot (x - x2)}, x\right]$

Получаем третий корень: $x3 = 1 - 3.464i$

Рисунок 4.2 — Последовательность действий при нахождении корней кубического уравнения

Функцию **root** можно использовать и в составе функции пользователя, что нередко позволяет получать довольно простые решения для нетривиальных задач, а также задавать диапазон, в котором находится решение [2].

4.2.2. Поиск корней многочлена с помощью функции *Polyroots*

Как видно из рисунка 4.2, применение функции **root** не всегда удобно и не всегда оправдано, поэтому для вычисления корней многочлена в программе имеется специальная функция

polyroots(V)

где V — вектор (матрица–столбец) заполненный коэффициентами многочлена.

Данная функция возвращает вектор корней многочлена степени n , коэффициенты которого находятся в векторе V , имеющем длину, равную $n + 1$. Пример нахождения корней многочлена $x^3 - 6x^2 + 21x - 52 = 0$ приведен на рисунке 4.3.

Для многочлена $x^3 - 6x^2 + 21x - 52 = 0$ заполним матрицу коэффициентов V .

Далее используем функцию **polyroots** для нахождения корней уравнения:

$$V := \begin{pmatrix} -52 \\ 21 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix} \quad S := \text{polyroots}(V) \quad S = \begin{pmatrix} 1 + 3.464i \\ 1 - 3.464i \\ 4 \end{pmatrix}$$

Полученная матрица S содержит корни полинома

Рисунок 4.3 — Последовательность действий для нахождения корней многочлена

4.2.3. Решение систем нелинейных уравнений с помощью функций *Find* и *Minerr*

При решении системы нелинейных уравнений в программе *MathCAD* используется специальный вычислительный блок, открываемый служебным словом директивой **Given** и имеющий следующую структуру:

Given

Уравнения

Ограничительные условия

Выражения с функциями **Find** и **Minerr**

Ограничительные условия задаются с помощью операторов — знаков отношения величин: больше, больше или равно, меньше, меньше или равно, равно, неравно. Все символы операторов сравнения можно взять из палитры символов или набрать с помощью специальных комбинаций клавиш.

В блоке используется только одна из двух функций:

- **Find**($v_1, v_2, \dots, v_n$) — возвращает значение одной или ряда переменных для точного решения системы уравнений;
- **Minerr**($v_1, v_2, \dots, v_n$) — возвращает значение одной или ряда переменных для приближенного решения.

Первая функция используется, когда решение реально существует (хотя и не является аналитическим). Вторая функция пытается найти максимальное приближение даже к несуществующему решению путем минимизации среднеквадратичной погрешности решения.

На рисунке 4.4 приведен пример решения системы нелинейных уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 6; \\ x + y = 2, \end{cases}$$

и нелинейного уравнения $x^2 = 3$.

$x := 1$	$y := 1$	Ввод приближенных значений корней системы
Given		
$x^2 + y^2 = 6$	$x + y = 2$	Запись системы нелинейных уравнений. Знак равенства вводится либо с палитры Boolean , либо комбинацией клавиш Ctrl + =
$\text{Find}(x, y) = \begin{pmatrix} 2.414 \\ -0.414 \end{pmatrix}$		Вывод значений корней системы уравнений
$x := 10$		Ввод приближенного значения корня
Given		
$x^2 = 3$		Запись нелинейного уравнения
$x0 := \text{MinErr}(x)$		Вычисление корня уравнения
$x0 = 1.732$		Вывод значения корня нелинейного уравнения

Рисунок 4.4 — Нахождение корней системы нелинейных уравнений

При наличии в системе нескольких решений будет получено одно из них, ближайшее к введенному приближенному решению. Для определения всех решений системы необходимо вводить ограничения. На рисунке 4.5 приведен пример нахождения точек пересечения параболы $y = x^2$ и прямой $y = 3x + 8$. Графики на указанном рисунке показывают, что прямая и парабола имеют две точки пересечения. Первое пересечение — около $x \approx -2$, а второе — около точки $x \approx 5$. Для нахождения первого решения системы используем нулевые начальные значения, а для нахождения второго решения введем ограничения.

Построим графики заданных функций:

$x := -6, -5.75..6$

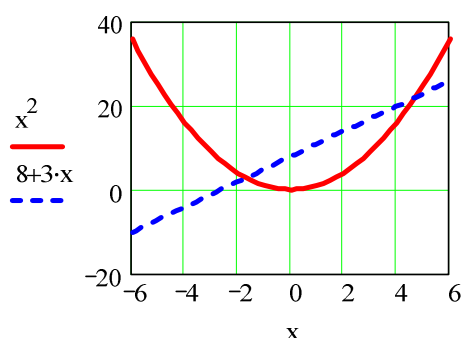


График показывает, что прямая и парабола имеют две точки пересечения

Ищем решения при нулевых начальных значениях:

$x := 0 \quad y := 0$

Given

$y = x^2 \quad y = 8 + 3 \cdot x$

$\begin{pmatrix} x1 \\ y1 \end{pmatrix} := \text{Find}(x, y)$ Первое решение: $\begin{pmatrix} x1 \\ y1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.702 \\ 2.895 \end{pmatrix}$

Найдем второе решение (подобно первому, но задав ограничение $x > 0$):

$x := 3 \quad y := 0$

Given

$y = x^2 \quad y = 8 + 3 \cdot x \quad x > 0$

$\begin{pmatrix} x2 \\ y2 \end{pmatrix} := \text{Find}(x, y)$ Второе решение: $\begin{pmatrix} x2 \\ y2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.702 \\ 22.105 \end{pmatrix}$

Рисунок 4.5 — Нахождение нескольких решений системы нелинейных уравнений

При записи систем нелинейных уравнений в символьном виде, решения также могут быть найдены в символьном виде.

4.3. Порядок выполнения задания

Все студенты выполняют либо единые задания, либо задания могут быть выданы преподавателем. Перед выполнением работы необходимо ознакомиться с разделами 4.1 и 4.2 данных методических указаний, затем выполнить требуе-

мые действия в рабочем окне программы *MathCAD*. Исходные данные для выполнения индивидуального задания см. в таблицах 4.1 — 4.3. Примеры решения заданий изображены на рисунках 4.1 — 4.5.

4.3.1. Включить компьютер, запустить программу *MathCAD*, создать в окне программы новый документ.

4.3.2. Найти корни нелинейного уравнения $F_1(x)=0$ с помощью функции **root** (таблица 4.1). Чтобы указать предполагаемые значения корней, предварительно постройте графики функций и определите точки пересечения с осью абсцисс. Пример см. на рисунке 4.1.

Таблица 4.1 — Индивидуальные задания

Вариант	$F_1(x)$	Вариант	$F_1(x)$
1	$e^{\sin x} + 0,5x = 0$	16	$e^{\cos x} - 2x = 0$
2	$\sqrt{2-x^2} = 0$	17	$e^{\cos 1,5x-x} - \sqrt{x} = 0$
3	$e^x + x = 0$	18	$e^{x-1} - 1 = 0$
4	$e^x + \sin x = 0$	19	$e^{x-\sin x} - 2 = 0$
5	$\cos x + e^{\cos x} = 0$	20	$e^{\cos 2x+x} - 3 = 0$
6	$e^{\sin 0,5x+x} - 2,5 = 0$	21	$e^x - x^3 = 0$
7	$e^{1-x^2} - \sin x = 0$	22	$e^{x-\cos x} - 2 = 0$
8	$\sin x + e^{\cos x} = 0$	23	$e^{0,3x} - \sqrt{3x} = 0$
9	$e^{\cos x} - x^2 = 0$	24	$e^{\cos 1,5x-x} - 1,5x = 0$
10	$\cos x + e^{\sin x} = 0$	25	$e^{0,5\sin x} - x = 0$
11	$\sqrt{3-x^2} = 0$	26	$e^x - \sqrt{7x} = 0$
12	$\sin x + e^{\sin x} = 0$	27	$e^{\sin 0,5x+x} - 4,5x = 0$
13	$e^{2x} - e^x = 0$	28	$\sqrt{4x} - e^{0,2x} = 0$
14	$\sqrt{x^3 - 3} = 0$	29	$e^{-x} + \sin 0,5x = 0$
15	$e^x - 3x = 0$	30	$e^{\cos x} - x = 0$

4.3.3. Найти корни заданных многочленов $F_2(x)=0$ (таблица 4.2), вначале используя функцию **root** (см. рисунок 4.2), а затем — **polyroots** (см. рисунок 4.3). Сравнить результаты, полученные при определении корней двумя различными операторами. Чтобы указать предполагаемые значения корней многочленов, предварительно постройте их графики и определите точки пересечения с осью абсцисс.

Таблица 4.2 — Индивидуальные задания

Вариант	$F_2(x)$	Вариант	$F_2(x)$
1	$x^3 - 10x + 2 = 0$	16	$6x^3 - 3x^2 - 2x + 1 = 0$
2	$x^3 + (3 + 2i)x^2 + (6i - 4)x - 8i = 0$	17	$x^3 - 6x^2 - 39x - 10 = 0$
3	$x^4 - 3x^3 + 17,2x^2 - 3x + 60,5 = 0$	18	$x^3 + x^2 - 20x - 50 = 0$
4	$x^4 - 3x^3 + 8x^2 - 21x + 7 = 0$	19	$x^3 - 7x^2 + 12x - 10 = 0$
5	$8x^4 + x^3 + 64x + 8 = 0$	20	$x^3 - 10x^2 - 2x + 20 = 0$
6	$8x^3 - 20x^2 - 10x + 33 = 0$	21	$x^4 - x^3 - 22x^2 + 16x + 96 = 0$
7	$8x^3 + 4x^2 - 34x + 15 = 0$	22	$x^3 - 2x^2 - 3x + 10 = 0$
8	$64x^3 - 24x^2 - 6x + 1 = 0$	23	$10x^3 - 3x^2 - 2x + 1 = 0$
9	$3x^3 + 2\sqrt{3}x^2 - 21x + 6\sqrt{3} = 0$	24	$27x^3 + 9x^2 - 48x + 20 = 0$
10	$x^4 - 6x^3 + 7x^2 + 6x - 2 = 0$	25	$4x^4 - 16x^3 + 3x^2 + 4x - 1 = 0$
11	$x^3 - 3\sqrt{2}x^2 + 7x - 3\sqrt{2} = 0$	26	$x^4 + 5x^3 + 15x - 9 = 0$
12	$2x^5 - x^4 - 2x^3 + x^2 - 4x + 2 = 0$	27	$x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6 = 0$
13	$x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 8x - 10 = 0$	28	$x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6 = 0$
14	$12x^3 + 4x^2 - 17x + 6 = 0$	29	$x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 12x - 8 = 0$
15	$2x^3 - 5x^2 + 6x - 2 = 0$	30	$x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 20x - 24 = 0$

4.3.4. Решить систему нелинейных уравнений, приведенную в таблице 4.3, в соответствии с вариантом задания. Примеры решения изображены на рисунках 4.4 и 4.5.

Таблица 4.3 — Индивидуальные задания

Вариант	Система уравнений	Вариант	Система уравнений
1	$\begin{cases} 2x + y = 5 - 2z^2; \\ y^3 + 4z = 4; \\ xy + z = e^z. \end{cases}$	4	$\begin{cases} x + yz = 2; \\ y + zx = 2; \\ z + xy = 2. \end{cases}$
2	$\begin{cases} y = -x^2; \\ y = 3x^2 - 8. \end{cases}$	5	$\begin{cases} x^6 + y^6 = 65; \\ x^4 - x^2y^2 + y^4 = 13. \end{cases}$
3	$\begin{cases} y = e^{\sin x}; \\ y = x^2 - 9. \end{cases}$	6	$\begin{cases} x^4 + x^2y^2 + y^4 = 91; \\ x^2 + xy + y^2 = 13. \end{cases}$

Вариант	Система уравнений	Вариант	Система уравнений
7	$\begin{cases} y = 12x - 7; \\ y = 0,5x^3 - 3x^2 + 2x - 1. \end{cases}$	19	$\begin{cases} 4/(x+y) + 4/(x-y) = 3; \\ (x+y)^2 + (x-y)^2 = 20. \end{cases}$
8	$\begin{cases} x^2 + y = y^2 + x; \\ y^2 + x = 6. \end{cases}$	20	$\begin{cases} xy(x+1)(y+1) = 72; \\ (x-1)(y-1) = 2. \end{cases}$
9	$\begin{cases} x^3 + y^3 = 19; \\ x^2y + xy^2 = -6. \end{cases}$	21	$\begin{cases} x + y + xy = 7; \\ x^2 + y^2 + xy = 13. \end{cases}$
10	$\begin{cases} x^2 + y - 20 = 0; \\ x + y^2 - 20 = 0. \end{cases}$	22	$\begin{cases} (x+y)(y+1) = 10; \\ (x+y)(xy+1) = 25. \end{cases}$
11	$\begin{cases} x^3 + 3xy^2 = 158; \\ 3x^2y + y^3 = -185. \end{cases}$	23	$\begin{cases} x + \sqrt{y} - 56 = 0; \\ \sqrt{x} + y - 56 = 0. \end{cases}$
12	$\begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 30; \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 35. \end{cases}$	24	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 34; \\ x + y + xy = 23. \end{cases}$
13	$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 3; \\ x^2 + 2xy - 2y^2 = 6. \end{cases}$	25	$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 3y - 9 = 0; \\ 2x^2 + 2y^2 + x - 5y - 1 = 0. \end{cases}$
14	$\begin{cases} x + y + z = 2; \\ 2x + 3y + z = 1; \\ x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9. \end{cases}$	26	$\begin{cases} x + y + z = 0; \\ 2x + 3y + z = 0; \\ (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14; \end{cases}$
15	$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3; \\ \sqrt{x+5} + \sqrt{y+3} = 5. \end{cases}$	27	$\begin{cases} x^2 + y^4 = 20; \\ x^4 + y^2 = 20. \end{cases}$
16	$\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 17; \\ x^2 - 2xy = -3. \end{cases}$	28	$\begin{cases} (x-y)(x^2 + y^2) = 5; \\ (x+y)(x^2 - y^2) = 9. \end{cases}$
17	$\begin{cases} x + y + z = 6; \\ x(y+z) = 5; \\ y(x+z) = 8. \end{cases}$	29	$\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{y+z} = 3; \\ \sqrt{y+z} + \sqrt{z+x} = 5; \\ \sqrt{z+x} + \sqrt{x+y} = 4. \end{cases}$
18	$\begin{cases} x^4 + y^4 = 17; \\ x^2 + y^2 = 5. \end{cases}$	30	$\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{2x+y+2} = 7; \\ 3x + 2y = 23. \end{cases}$

4.3.5. Сохранить полученный документ на диске в папке, указанной преподавателем. Распечатать полученные результаты. Оформить отчет.

4.4. Оформление отчета

4.4.1. Сформулировать цель работы.

4.4.2. Кратко описать основные методы решения нелинейных уравнений и их систем.

4.4.3. Привести текст индивидуального задания.

4.4.4. Кратко изложить ход выполнения работы. Перечислить используемые элементы интерфейса программы.

4.4.5. Привести распечатки полученных результатов.

4.4.6. В выводах следует отразить следующее:

- Описать имеющиеся возможности по нахождению корней нелинейных уравнений и решения систем в программе *MathCAD*;
- Изложить особенности нахождения корней нелинейных уравнений;
- Изложить особенности решения систем нелинейных уравнений;
- Сделать выводы по сравнению результатов определения корней многочленов двумя способами;
- Привести достоинства и недостатки программы, выявленные при нахождении корней уравнений и систем.

4.5. Контрольные вопросы

4.5.1. Опишите все методы нахождения корней нелинейных уравнений в программе *MathCAD*.

4.5.2. Опишите все методы решения систем нелинейных уравнений в программе.

4.5.3. Каким образом осуществляется изменение погрешности вычислений в программе *MathCAD*?

4.5.4. Каковы отличия функций *Root* и *Polyroots*?

4.5.5. Чем отличается решение систем уравнений с помощью функций *Find* и *Minerr*?

4.5.6. Для чего используется директива *Given*? Опишите её структуру.

4.5.7. Каким образом выбор приближенных значений корней уравнений и систем отражается на результатах вычислений?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Методические указания по оформлению текстовых работ для студентов дневной и заочной форм обучения направления 6.050901 — «Радиотехника» / СевНТУ ; сост. В.Г. Слезкин. — Севастополь : Изд-во СевНТУ, 2010. — 20 с.

2. Руководство пользователя *MathCAD* / Корпорация «*Parametric Technology Corporation*». — Нидем (США) : *PTC*, 2011. — 190 с.

Заказ № _____ от «_____» _____ 2012 г. Тираж _____ экз.

Изд-во СевНТУ