

Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический
университет

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Лабораторный практикум
по дисциплине
«ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ»

Для студентов направления 6.05.901
дневной и заочной форм обучения

(Часть 1)

Севастополь

2008

УДК 621.396.1

Методические указания «Лабораторный практикум по дисциплине «Основы теории цепей»» / Сост. В. Б. Салицкий, А. В. Лукьянчиков: Ч.1. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2008. — 74 с.

Целью методической разработки является оказание помощи студентам очной и заочной форм обучения в подготовке и проведении лабораторного практикума по дисциплине «Основы теории цепей» а также в получении ими теоретических знаний и практических навыков анализа, характеристик электрических цепей.

Методическое пособие написано на основании программы дисциплины «Основы теории цепей», (шифр ИН 004, Киев, 1994 год), рассмотрено и утверждено на заседании кафедры радиотехники (протокол № 10 от 15 мая 2008 г.)

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методических указаний

Рецензент: кандидат технических наук, доцент

Зиборов С.Р.

Ответственный за выпуск: доктор технических наук, профессор

Гимпилевич Ю.Б.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
1. Лабораторная работа № 1 Исследование линейных цепей постоянного тока	5
2. Лабораторная работа № 2 Исследование простейших линейных электрических цепей при гармоническом внешнем воздействии	11
3. Лабораторная работа № 3 Исследование разветвлённой линейной электрической цепи при гармоническом воз- действии	24
4. Лабораторная работа № 4 Исследование последовательного колебательного контура.....	37
5. Лабораторная работа № 5 Исследование параллельного колебательного контура первого вида	48
6. Лабораторная работа № 6 Исследование параллельного колебательного контура второго и третьего видов	58
7. Лабораторная работа № 7 Исследование системы двух связанных контуров	66
Библиографический список.....	72

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Основы теории цепей» изучается студентами направления 6.05.901 «Радиотехника» дневной и заочной форм обучения во 2-ом и 3-ем семестрах. В данную методическую разработку включены семь лабораторных работ, выполняемых в первой части дисциплины.

Методические рекомендации по выполнению каждой лабораторной работы содержат следующие разделы: цель работы, краткие теоретические сведения, описание лабораторного макета, порядок выполнения работы, оформление отчета, контрольные вопросы.

В основу лабораторного практикума положен фронтальный метод проведения работ, суть которого заключается в том, что группа студентов, разбитая на бригады, выполняет одну и ту же лабораторную работу на различных лабораторных установках. Это позволяет синхронизировать тематику лабораторного практикума с процессом изучения теоретического материала, а также дает возможность преподавателю по ходу занятия давать пояснения, обсуждать методику эксперимента и результаты со всей группой студентов одновременно. Фронтальный метод позволяет также студентам осуществлять предварительную подготовку к лабораторным занятиям, поскольку их тематика заранее известна.

Бригада состоит, как правило, из 2-3 студентов. В процессе выполнения работы студенты должны вести подробный протокол, в котором излагают ход работы и фиксируют результаты экспериментов. После завершения работы преподаватель просматривает полученные данные и подписывает протокол. На основании протокола каждый студент оформляет отчет, который должен иметь титульный лист и содержать следующие разделы: цель работы, схему лабораторного макета, экспериментальные данные (таблицы с результатами измерений, осциллограммы и др.), результаты обработки экспериментальных данных (графики, диаграммы, измеренные и рассчитанные параметры и др.), выводы по работе. Отчеты по лабораторным работам следует оформлять в соответствии с [5].

1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1.1. Цель работы

Опытная проверка закона Ома, законов Кирхгофа и принципа суперпозиций (наложения) в линейных электрических цепях постоянного тока.

1.2. Краткие теоретические сведения

Закон Ома связывает ток I , протекающий через некоторое сопротивление R , с падением напряжения U на этом сопротивлении.

Формулируется закон Ома следующим образом: *“ток в проводнике прямо пропорционален приложенному напряжению и обратно пропорционален сопротивлению проводника”* или *“падение напряжения на проводнике прямо пропорционально протекающему по нему току и сопротивлению проводника”*.

В математической форме этот закон можно записать в виде:
для цепи постоянного тока

$$I = \frac{U}{R}, \quad U = IR;$$

для цепи переменного тока

$$i = \frac{u}{R}, \quad u = iR.$$

Ветвью электрической цепи называется участок цепи, по всем элементам которого протекает один и тот же ток. Направление тока протекающего по ветви электрической цепи обозначается стрелкой на проводнике, а направление напряжения — стрелкой параллельной этому участку цепи (рис. 1.1). Ток и напряжение на сопротивлении всегда совпадают по направлению. Ветви электрической цепи нумеруются индексами токов, например если в ветви протекает тока i_1 то это ветвь — первая и т. д.

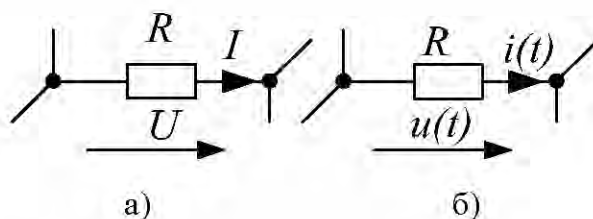


Рис. 1.1 — Ветви электрических цепей постоянного тока (а) и переменного тока (б)

Первый закон Кирхгофа устанавливает баланс между токами ветвей в любом узле электрической цепи и формулируется следующим образом: *«алгебраическая сумма мгновенных значений токов всех ветвей, подключенных к одному узлу всегда равно нулю»*.

В математической форме этот закон можно записать в виде:

для цепи постоянного тока

$$\sum_{k=1}^m I_k = 0;$$

для цепи переменного тока

$$\sum_{k=1}^m i_k = 0,$$

где k — номер ветви, подключенной к рассматриваемому узлу;
 m — число этих ветвей.

Узлом электрической цепи называется точка соединения трех и более ветвей. Всем токам, одинаково ориентированным относительно узла, присваивается одинаковый знак. Условимся токам, направленным к узлу присваивать знак «+», а токам, направленным от узла, — знак «-».

Тогда первый закон Кирхгофа для узла электрической цепи постоянного тока, изображенного на рис. 1.2,а выглядит следующим образом

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0.$$

Первый закон Кирхгофа для узла цепи переменного тока, изображенного на рис. 1.2,б, запишется в виде:

$$i_1 - i_2 + i_3 = 0.$$

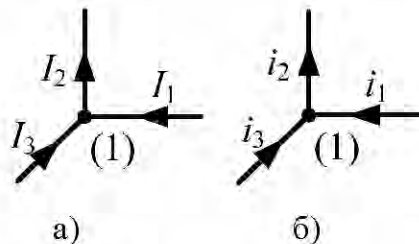


Рис. 1.2 — Узлы электрических цепей постоянного тока (а) и переменного тока (б)

Исходные направления токов ветвей цепи выбираются произвольно. Число независимых уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа, для произвольной цепи на единицу меньше числа узлов этой цепи:

$$M = q - 1,$$

где q — число узлов цепи.

Узлы электрической цепи (см. рис. 1.2) нумеруются арабскими цифрами в скобках, начиная с нуля. Обычно для нулевого узла уравнение по первому закону Кирхгофа не составляется.

Первый закон Кирхгофа отражает тот факт, что в узле электрический заряд не накапливается и не расходуется (закон сохранения заряда).

Второй закон Кирхгофа устанавливает баланс напряжений в контурах электрической цепи и формулируется следующим образом: «в любом контуре электрической цепи алгебраическая сумма мгновенных значений напряжений на пассивных элементах, входящих в контур, равна алгебраической сумме мгновенных значений ЭДС, действующих в этом контуре».

В математической форме этот закон можно записать в виде:
 для цепи постоянного тока

$$\sum_{k=1}^m U_k = \sum_{i=1}^n E_i;$$

для цепи переменного тока

$$\sum_{k=1}^m u_k = \sum_{i=1}^n e_i,$$

где n — число источников напряжения в контуре;

m — число пассивных элементов контура.

Контуром называется замкнутый путь, проходящий по ветвям электрической цепи, в котором ни одна из ветвей не встречается дважды. При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа независимые контура обозначаются стрелками, соответствующими направлениям обхода и римскими цифрами, начиная с единицы. Направление обхода контуров, выбирается произвольно. Напряжение на элементах контура и ЭДС источников напряжения, входящих в этот контур, берутся со знаком «+», если направления напряжений и направления ЭДС совпадают с направлением обхода контура. В противном случае соответствующие слагаемые берутся со знаком «-».

Например, в контуре цепи постоянного тока, изображенном на рис 1.3,а, уравнение баланса напряжений выглядит следующим образом

$$U_{R1} + U_{R2} + U_{R3} - U_{R4} = -E_1 + E_2 - E_3.$$

Уравнение баланса напряжений, в контуре цепи переменного тока изображенном на рис 1.3,б, запишется в виде

$$u_{R1} + u_{R2} + u_{R3} - u_{R4} = -e_1 + e_2 - e_3.$$

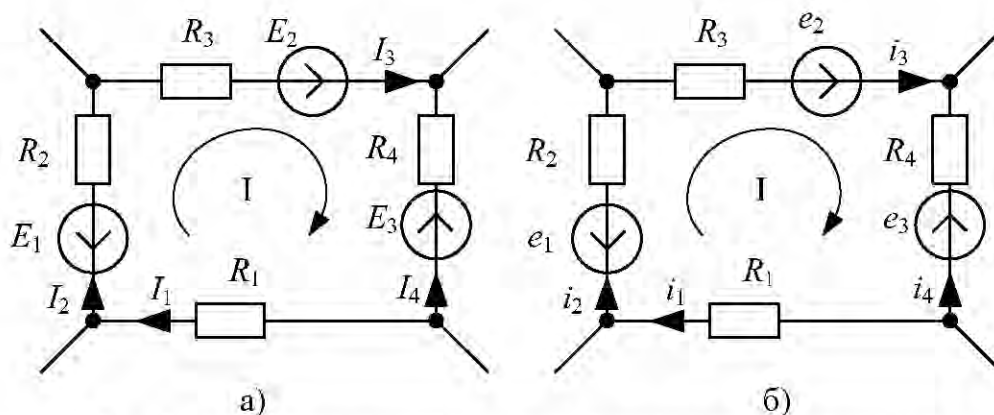


Рис. 1.3 — Контуры электрических цепей постоянного тока (а) и переменного тока (б)

Число уравнений N , составленных по второму закону Кирхгофа для независимых контуров, рассчитывается по формуле:

$$N = p - q + 1,$$

где p — число ветвей цепи;

q — число узлов цепи.

Общее число уравнений, составленных по первому и второму закону Кирхгофа, равно:

$$M + N = (q - 1) + (p - q + 1) = p,$$

то есть это число равно числу ветвей цепи или числу неизвестных токов.

Принцип суперпозиций (наложения) в линейных цепях состоит в том, что реакция цепи на сумму воздействий равна сумме реакций на каждое из этих воздействий в отдельности. Из принципа наложения следует:

— *ток любой ветви линейной цепи, равен алгебраической сумме частичных токов, создаваемых в этой ветви каждым источником электрической энергии в отдельности.*

— *напряжение на любом участке линейной цепи, равно алгебраической сумме частичных напряжений, создаваемых на этом участке каждым источником электрической энергии в отдельности.*

Для расчета тока в любой ветви цепи методом наложения необходимо поочередно удалять из цепи все источники электрической энергии кроме одного, каждый раз рассчитывая частичный ток в ветви, создаваемый оставшимся в схеме источником. Далее все найденные частичные токи алгебраически (с учетом направления) складываются и, таким образом, определяется интересующий нас ток при одновременном воздействии всех источников цепи.

Следует помнить, что, удаляя из схемы источники электрической энергии, необходимо оставлять в цепи их внутреннее сопротивление!

1.3. Описание лабораторного макета

Лабораторная установка состоит из двух частей: базового блока и сменного макета. В базовом блоке размещены источники нерегулируемого постоянного стабилизированного напряжения. На лицевой панели (рис. 1.4) макета изображена схема и расположены измерительные приборы (микроамперметры ИП₀...ИП₂), органы управления (тумблеры S_1 и S_2) и гнезда (Г1...Г3) для подключения вольтметра.

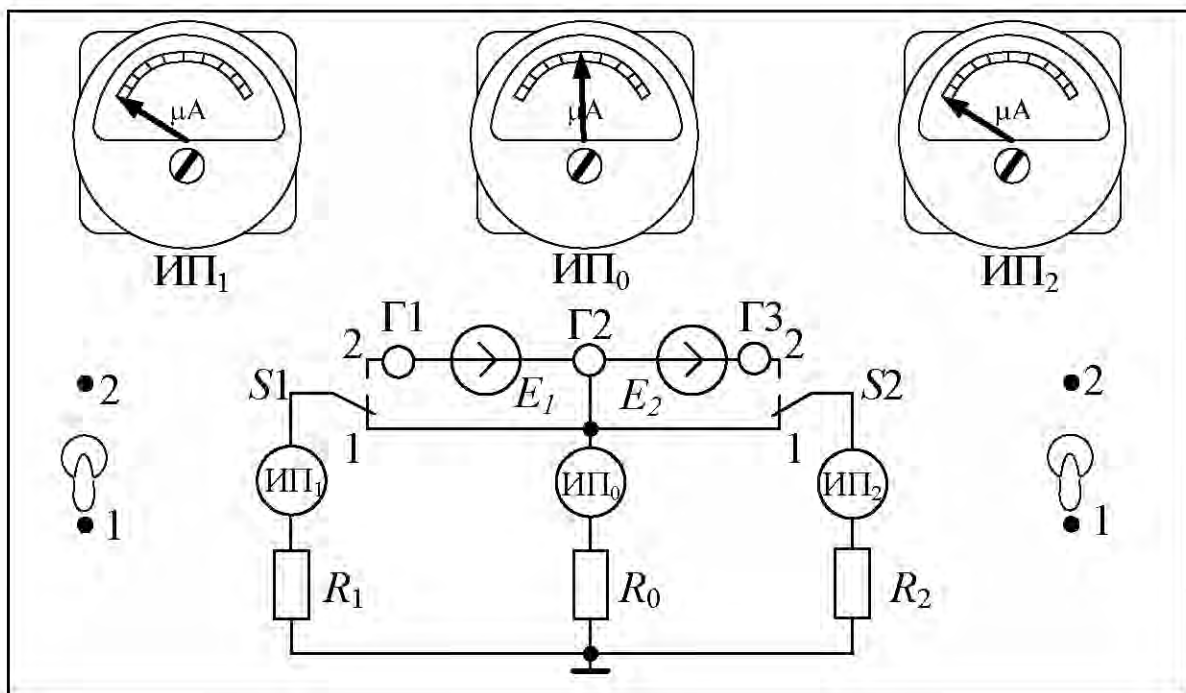


Рис. 1.4 — Лицевая панель лабораторного макета

Выбор цепи для исследования осуществляется с помощью тумблера $S1$ и тумблера $S2$, которые позволяют получить три различные электрические цепи постоянного тока:

- 1) цепь с внешним воздействием в виде источника постоянного напряжения E_1 (тумблер $S1$ в положении 2, тумблер $S2$ в положении 1);
- 2) цепь с внешним воздействием в виде источника постоянного напряжения E_2 (тумблер $S1$ в положении 1, тумблер $S2$ в положении 2);
- 3) цепь с внешним воздействием в виде совокупности источников постоянного напряжения E_1 и E_2 (тумблер $S1$ в положении 2, тумблер $S2$ в положении 2);

1.4. Порядок выполнения работы

1.4.1. Измерить вольтметром постоянного напряжения и записать значения ЭДС источников постоянного напряжения E_1 и E_2 , определить их полярность, записать величины сопротивлений R_1 , R_2 , R_0 , номиналы которых изображены на передней панели сменного блока лабораторной установки.

1.4.2. Переключить тумблеры $S1$ и $S2$ таким образом, чтобы источник E_1 был подключен ($E_1 \neq 0$), а источник E_2 — отключен ($E_2 = 0$). Измерить значения токов в каждой ветви по показаниям микроамперметров $ИП_0...ИП_2$. Данные занести в таблицу 1.1.

1.4.3 Переключить тумблеры $S1$ и $S2$ таким образом, чтобы источник E_1 был отключен ($E_1 = 0$), а источник E_2 — включен ($E_2 \neq 0$). Измерить значения токов в каждой ветви по показаниям микроамперметров $ИП_0...ИП_2$. Данные занести в таблицу 1.1

1.4.4. Переключить тумблеры $S1$ и $S2$ таким образом, чтобы источник E_1 был включен ($E_1 \neq 0$) и источник E_2 также был подключен ($E_2 \neq 0$). Измерить значения токов в каждой ветви по показаниям микроамперметров $ИП_0...ИП_2$. Данные занести в таблицу 1.1

Таблица 1.1 — Данные для экспериментальной проверки закона Ома

			I_1	I_0	I_2
I'	$E_1 \neq 0$	опыт			
	$E_2 = 0$	расчет			
I''	$E_1 = 0$	опыт			
	$E_2 \neq 0$	расчет			
I	$E_1 \neq 0$	опыт			
	$E_2 \neq 0$	расчет			

1.5. Оформление отчета

1.5.1. Зарисовать схему и рассчитать токи в ветвях по закону Ома для случая $E_1 \neq 0$ и $E_2 = 0$. Расчетные данные записать в таблицу 1.1. Определить направления токов и указать их на схеме.

1.5.2. Зарисовать схему и рассчитать токи в ветвях по закону Ома для случая $E_1 = 0$ и $E_2 \neq 0$. Расчетные данные записать в таблицу 1.1. Определить направления токов и указать их на схеме.

1.5.3. Зарисовать схему для случая, когда включены оба источника ЭДС. Составить систему уравнений по первому и второму закону Кирхгофа, найти токи в ветвях. Расчетные данные записать в таблицу 1.1. Определить направления токов и указать их на схеме.

1.5.4. Сравнить расчетные и опытные данные. Для случая $E_1 \neq 0$ и $E_2 \neq 0$, определить относительную погрешность измерения.

1.5.5. Проверить выполнение принципа наложения (суперпозиций) для расчетных и опытных данных, используя таблицу 1.2.

1.5.6. Сделать краткие выводы по работе.

Таблица 1.2 — Данные для проверки принципа суперпозиций

	$I_1 = I_1' + I_1''$	$I_0 = I_0' + I_0''$	$I_2 = I_2' + I_2''$
Опыт			
Расчет			

1.6. Контрольные вопросы

1.6.1. Дать определение ветви электрической цепи. Как производится нумерация ветвей?

1.6.2. Сформулировать закон Ома.

1.6.3. Дать определение узла электрической цепи. Как производится нумерация узлов?

1.6.4. Сформулировать первый закон Кирхгофа.

1.6.5. В каком случае токи, входящие в уравнение, составленное по первому закону Кирхгофа берутся со знаком «+», а в каком со знаком «-»?

1.6.6. Дать определение контура электрической цепи. Как производится обозначение контура?

1.6.7. Сформулировать второй закон Кирхгофа.

1.6.8. В каком случае напряжения и ЭДС, входящие в уравнение, составленное по второму закону Кирхгофа берутся со знаком «+», а в каком со знаком «-»?

1.6.9. Пояснить суть метода наложения (суперпозиций) в линейных цепях.

1.6.10. Пояснить, почему в методе наложения необходимо знать направление каждого частного тока.

2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВНЕШНЕМ ВОЗДЕЙСТВИИ

2.1. Цель работы

Исследование свойств простейших электрических цепей, образованных последовательным соединением двух пассивных элементов RL и RC , при гармоническом воздействии.

2.2. Краткие теоретические сведения

Гармоническое воздействие. Под гармоническим воздействием понимают ЭДС, напряжение или ток, представляющие собой гармоническую функцию времени, т. е. функцию, которая изменяется во времени по синусоидальному или косинусоидальному закону.

В радиотехнике традиционно используется косинусоидальная форма записи гармонического тока, напряжения и ЭДС:

$$\begin{aligned} i(t) &= I_m \cos(\omega t + \Psi_i); \\ u(t) &= U_m \cos(\omega t + \Psi_u); \\ e(t) &= E_m \cos(\omega t + \Psi_e), \end{aligned}$$

где $i(t)$, $u(t)$, $e(t)$ — мгновенные значения тока, напряжения и ЭДС соответственно;

I_m , U_m , E_m — амплитуды тока, напряжения и ЭДС соответственно;

$(\omega t + \Psi_i)$, $(\omega t + \Psi_u)$, $(\omega t + \Psi_e)$ — мгновенные фазы тока, напряжения и ЭДС соответственно;

Ψ_i , Ψ_u , Ψ_e — начальные фазы (значение мгновенной фазы при $t = 0$) тока, напряжения и ЭДС соответственно;

ω — угловая частота (скорость изменения мгновенной фазы) гармонической функции времени.

Мгновенные и амплитудные значения гармонического тока, напряжения и ЭДС измеряются в амперах и вольтах соответственно. Мгновенные и начальные фазы измеряются в радианах [рад]. Угловая частота измеряется в радианах в секунду [рад/с].

Гармоническая функция времени является периодической, т. е. ее значения повторяются через определенный промежуток времени. Наименьший промежуток времени, через который значение функции повторяется, носит название периода T . Период измеряется в секундах [с]. Величина обратная периоду или число периодов укладывающиеся в одну секунду носит название частоты

$$f = \frac{1}{T}.$$

Измеряется частота в герцах [Гц]. Угловая частота ω и частота f связаны между собой соотношением

$$\omega = 2\pi f.$$

Графики изменения гармонических токов и напряжений удобно представлять в виде функции угла ωt , пропорционального времени t . При таком построении гармонических функций начальная фаза отсчитывается непосредственно по графику как

смещение ближайшего максимума относительно начала координат (рис 2.1).

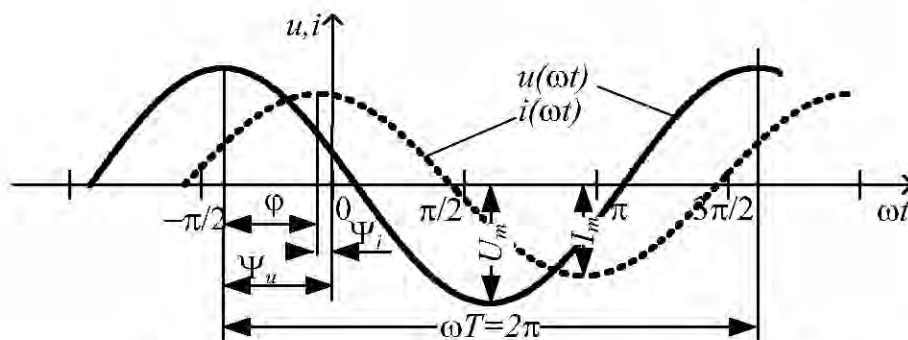


Рис. 2.1 — Временные диаграммы гармонического тока и напряжения

Разность мгновенных фаз двух гармонических колебаний одинаковой частоты всегда равна разности их начальных фаз и носит название сдвига фаз φ этих колебаний:

$$\varphi = (\omega t + \Psi_u) - (\omega t + \Psi_i) = \Psi_u - \Psi_i.$$

При описании гармонических функций наряду с понятием амплитуды (I_m, U_m, E_m) часто используют понятие действующего значения гармонической функции времени (I, U, E). Оно возникло при сравнении энергетических характеристик постоянного и переменного токов. Действующее значение гармонического тока $i(t)$ равно постоянному току I , который в сопротивлении R за время T выделяет такое же количество тепла, что и ток $i(t)$. Установлено, что действующее значение гармонического тока в $\sqrt{2}$ раз меньше амплитудного значения:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Действующие значения гармонических напряжения $u(t)$ и ЭДС $e(t)$ определяются аналогично:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}.$$

Используя понятие действующего значения, гармонические функции тока, напряжения и ЭДС можно записать в следующем виде:

$$i = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \Psi_i);$$

$$u = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \Psi_u);$$

$$e = \sqrt{2}E \cos(\omega t + \Psi_e).$$

Метод комплексных амплитуд. Система уравнений электрического равновесия цепи для мгновенных значений токов и напряжений представляет собой систему интегро-дифференциальных уравнений. Найти решение такой системы уравнений довольно сложно. Однако при гармоническом внешнем воздействии решение можно упростить, используя символический метод комплексных амплитуд.

Комплексной амплитудой гармонической функции времени называется комплексное число, модуль которого равен амплитуде гармонического колебания, а аргумент — начальной фазе.

Комплексным действующим значением называется комплексное число модуль которого равен действующему значению гармонической функции времени, а аргу-

мент — начальной фазе.

Таблица 2.1 — Комплексные амплитуды и действующие значения гармонических тока и напряжения

	Гармоническая функция времени	Комплексная амплитуда	Комплексное действующее значение
Напряжение	$U_m \cos(\omega t + \psi_u) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \psi_u)$	$\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u}$	$\dot{U} = U e^{j\psi_u}$
Ток	$I_m \cos(\omega t + \psi_i) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i)$	$\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$	$\dot{I} = I e^{j\psi_i}$

Изображение комплексных амплитуд токов и напряжений на комплексной плоскости в виде векторов носит название векторной диаграммы токов и напряжений.

При использовании метода комплексных амплитуд все пассивные элементы цепи заменяются их **комплексными сопротивлениями**, а все токи и напряжения их комплексными изображениями. Законы Ома и Кирхгофа в методе комплексных амплитуд выглядят также как и для мгновенных значений токов и напряжений:

— первый закон Кирхгофа

$$\sum_{k=1}^m \dot{I}_k = 0;$$

— второй закон Кирхгофа

$$\sum_{k=1}^m \dot{U}_k = \sum_{i=1}^n \dot{E}_i;$$

— закон Ома

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}},$$

где $\underline{Z}$ — комплексное сопротивление участка электрической цепи.

Рассмотрим пассивные элементы цепи при гармоническом воздействии и их комплексные сопротивления.

Сопротивление при гармоническом воздействии. Пусть к идеализированному резистивному элементу (рис. 2.2,а) приложено напряжение, изменяющееся по гармоническому закону:

$$u_R = \sqrt{2}U_R \cos(\omega t + \psi_u).$$

Определим ток i_R , протекающий, через сопротивление. Связь между мгновенными значениями тока и напряжения линейного сопротивления определяется законом Ома

$$i_R = \frac{u_R}{R} = \frac{\sqrt{2}U_R \cos(\omega t + \psi_u)}{R} = \sqrt{2}I_R \cos(\omega t + \psi_i).$$

Из последних выражений видно, что при гармоническом внешнем воздействии ток сопротивления является гармонической функцией времени той же частоты, что и напряжение (рис 2.2,б).

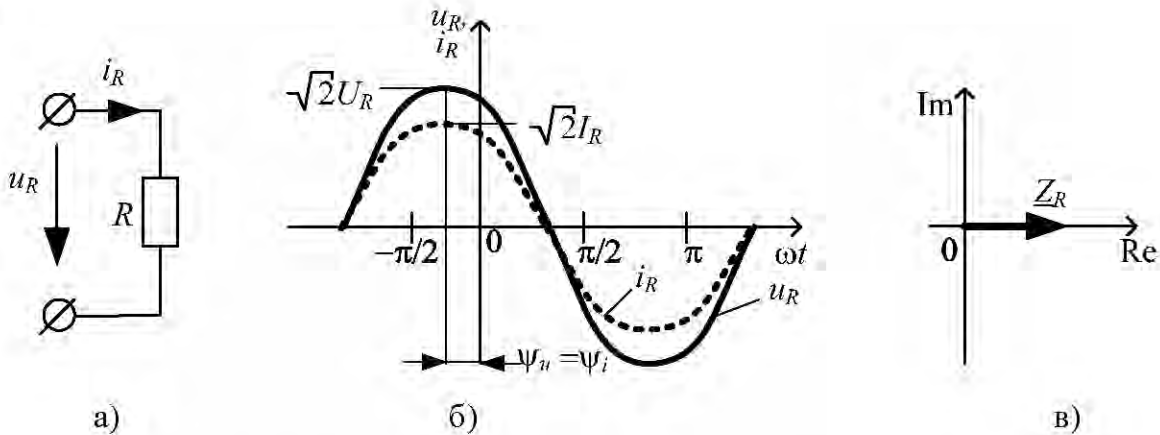


Рис. 2.2 — Резистивный элемент (а) при гармоническом внешнем воздействии, временные диаграммы (б) напряжения и тока, векторная диаграмма (в) комплексного сопротивления резистора

Сравнивая два последних выражения, видно, что ток и напряжение сопротивления совпадают по фазе (другими словами синфазны)

$$\psi_u = \psi_i,$$

а действующие значения напряжения и тока связаны между собой соотношением $I_R = U_R / R$ подобным закону Ома для мгновенных значений.

Комплексное сопротивление резистора равно:

$$\underline{Z}_R = \frac{\dot{U}_R}{\dot{I}_R} = \frac{U_R \cdot e^{j\psi_u}}{I_R \cdot e^{j\psi_i}} = R e^{j0} = R.$$

Это сопротивление не зависит от частоты гармонического внешнего воздействия ω . Комплексное сопротивление резистора на комплексной плоскости показано на рис. 2.2, в. Вектор $\underline{Z}_R$ совпадает по направлению с вещественной осью (чисто действительная величина).

Емкость при гармоническом воздействии. Рассмотрим емкость (рис. 2.3, а), к которой приложено напряжение, изменяющееся по гармоническому закону:

$$u_C = \sqrt{2} U_C \cos(\omega t + \psi_u).$$

Ток в емкости по известному напряжению определяется следующим образом:

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = -\omega C \sqrt{2} U_C \sin(\omega t + \psi_u) = \omega C \sqrt{2} U_C \cos(\omega t + \psi_u + \frac{\pi}{2}) = \sqrt{2} I_C \cos(\omega t + \psi_i).$$

Из этих выражений следует, что ток емкости изменяется по гармоническому закону, причем начальная фаза тока равна: $\psi_i = \psi_u + \frac{\pi}{2}$, т. е. ток в емкости опережает по фазе напряжение на угол $\pi/2$ (рис. 2.3, б).

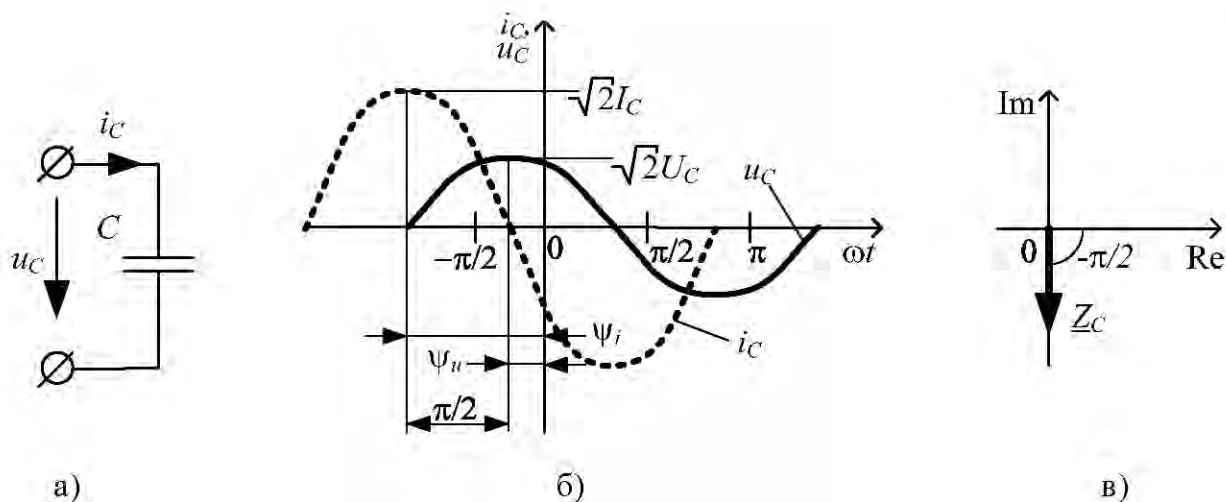


Рис. 2.3 — Емкость (а) при гармоническом внешнем воздействии, временные диаграммы напряжения и тока (б), векторная диаграмма (в) комплексного сопротивления емкости

Действующее значение тока емкости пропорционально действующему значению напряжения $I_C = \omega C U_C$.

Комплексное сопротивление емкости равно

$$\underline{Z}_C = \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = \frac{U_C e^{j\Psi_u}}{\omega C U_C e^{j(\Psi_u + \pi/2)}} = \frac{1}{\omega C} e^{-j\pi/2} = -j \frac{1}{\omega C} = j \omega C.$$

Модуль комплексного сопротивления емкости уменьшается с ростом частоты гармонических колебаний.

Вектор комплексного сопротивления емкости $\underline{Z}_C$ на комплексной плоскости показан на рис. 2.3, в. Этот вектор совпадает по направлению с мнимой осью и направлен вниз (чисто мнимая величина).

Индуктивность при гармоническом воздействии. Найдем напряжение u_L на индуктивности (рис 2.4, а), через которую протекает ток i_L изменяющейся по гармоническому закону:

$$i_L = \sqrt{2} I_L \cos(\omega t + \psi_i).$$

Связь между мгновенными значениями тока и напряжения индуктивности, определяется как:

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = -\omega L \sqrt{2} I_L \sin(\omega t + \psi_i) = \omega L \sqrt{2} I_L \cos(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}) = \sqrt{2} U_L \cos(\omega t + \psi_u).$$

Из этих выражений следует, что напряжение на индуктивности, находящейся под гармоническим воздействием, является гармонической функцией времени, имеющей ту же частоту, что и воздействующий ток (рис 2.4, б). Причем начальная фаза напряжения равна $\psi_u = \psi_i + \frac{\pi}{2}$, т. е. напряжение на индуктивности опережает ток на угол $\pi/2$.

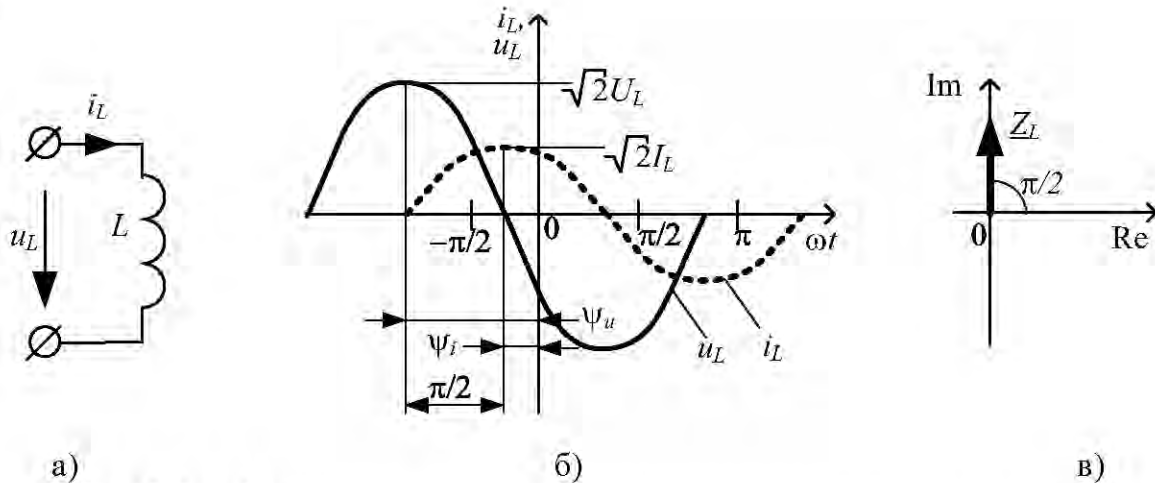


Рис. 2.4 — Индуктивность (а) при гармоническом внешнем воздействии, временные диаграммы (б) напряжения и тока, векторная диаграмма (в) комплексного сопротивления индуктивности

Действующее значение напряжения на индуктивности пропорционально действующему значению тока

$$U_L = \omega L I_L.$$

Комплексное сопротивление емкости равно

$$\underline{Z}_L = \frac{\dot{U}_L}{\dot{I}_L} = \frac{\omega L U_L e^{j(\Psi_i + \pi/2)}}{U_L e^{j\Psi_i}} = \omega L e^{j\pi/2} = j\omega L.$$

Модуль комплексного сопротивления индуктивности увеличивается с ростом частоты гармонических колебаний.

Вектор комплексного сопротивления индуктивности $\underline{Z}_L$ на комплексной плоскости показан на рис. 2.4,в. Этот вектор совпадает по направлению с мнимой осью и направлен вверх (чисто мнимая величина).

Последовательная RL цепь при гармоническом воздействии. Рассмотрим RL цепь (рис. 2.5,а). Анализ цепи проведем методом комплексных амплитуд. Для этого изобразим комплексную схему замещения цепи (рис. 2.5,б) и составим систему уравнений электрического равновесия цепи, используя законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме:

$$\begin{cases} \dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L; \\ \dot{U}_R = \underline{Z}_R \dot{I}; \\ \dot{U}_L = \underline{Z}_L \dot{I}. \end{cases}$$

Из этой системы следует, что

$$\dot{U} = (\underline{Z}_R + \underline{Z}_L) \dot{I} = \underline{Z} \dot{I},$$

где $\underline{Z} = \underline{Z}_R + \underline{Z}_L = R + j\omega L = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} e^{j \arctg\left(\frac{\omega L}{R}\right)} = Z e^{j\varphi}$ — комплексное сопротивление цепи;

$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ — полное сопротивление цепи (модуль комплексного сопротивления);

$\varphi = \arctg\left(\frac{\omega L}{R}\right)$ — сдвиг фаз между напряжением и током в цепи (аргумент комплексного сопротивления цепи).

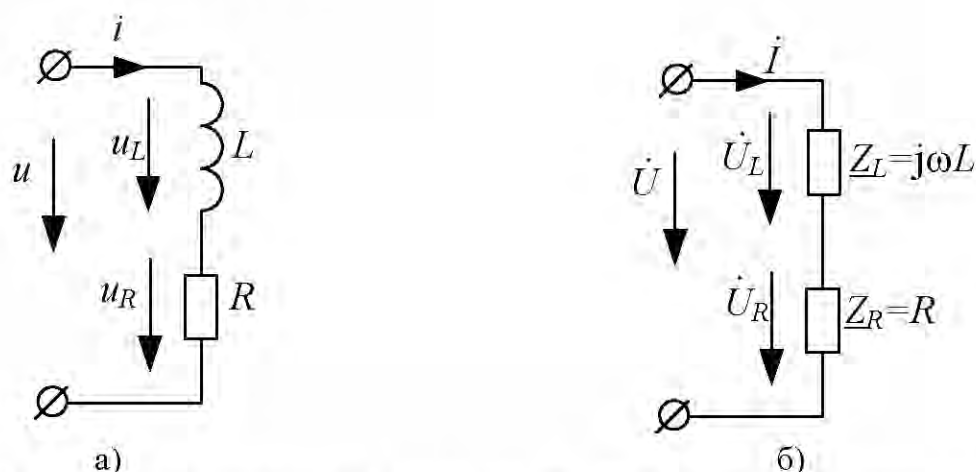


Рис. 2.5 — Последовательная RL цепь (а) при гармоническом внешнем воздействии и ее комплексная схема замещения (б)

Отметим, что при конечных значениях ω , L и R угол φ для последовательной RL цепи лежит в пределах $0 \leq \varphi \leq \pi/2$. Векторная диаграмма комплексного сопротивления цепи изображена на рис. 2.6,а.

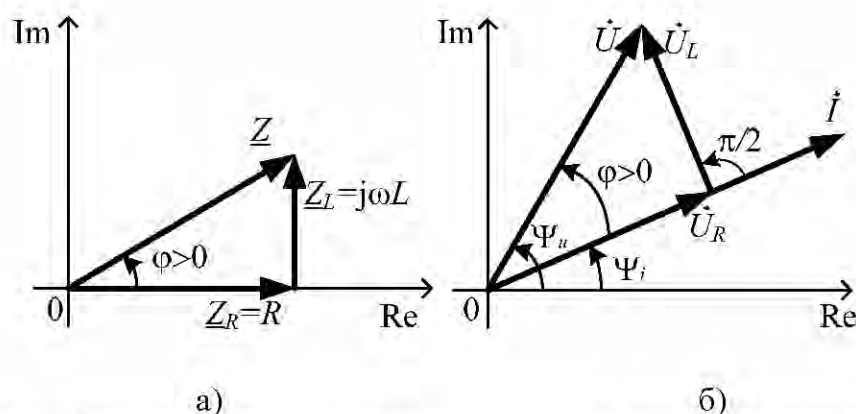


Рис. 2.6 — Векторные диаграммы комплексного сопротивления (а), комплексных напряжений и тока (б) последовательной RL цепи при гармоническом внешнем воздействии

Найдем комплексный ток $\dot{I}$ и комплексные напряжения, на элементах цепи, используя закон Ома в комплексной форме:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{U e^{j\psi_u}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} e^{j \arctg\left(\frac{\omega L}{R}\right)}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} e^{j\left(\psi_u - \arctg\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right)} = I e^{j\psi_I};$$

$$\dot{U}_R = \underline{Z}_R \dot{I} = R e^{j0} \dot{I} = \frac{RU}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} e^{j\left(\psi_u - \arctg\left(\frac{\omega L}{R}\right) + 0\right)} = U_R e^{j\psi_{u_R}};$$

$$\dot{U}_L = \underline{Z}_L \dot{I} = \omega L e^{j\frac{\pi}{2}} \dot{I} = \frac{U \omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} e^{j\left(\psi_u - \arctg\left(\frac{\omega L}{R}\right) + \frac{\pi}{2}\right)} = U_L e^{j\psi_{u_L}}.$$

Векторная диаграмма комплексных напряжений и тока показана на рис. 2.6 б.

Последовательная RC цепь при гармоническом воздействии. Рассмотрим RC цепь (рис. 2.7, а). Анализ цепи проведем методом комплексных амплитуд. Для этого изобразим комплексную схему замещения цепи (рис. 2.7, б) и составим систему уравнений электрического равновесия цепи, используя законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме.

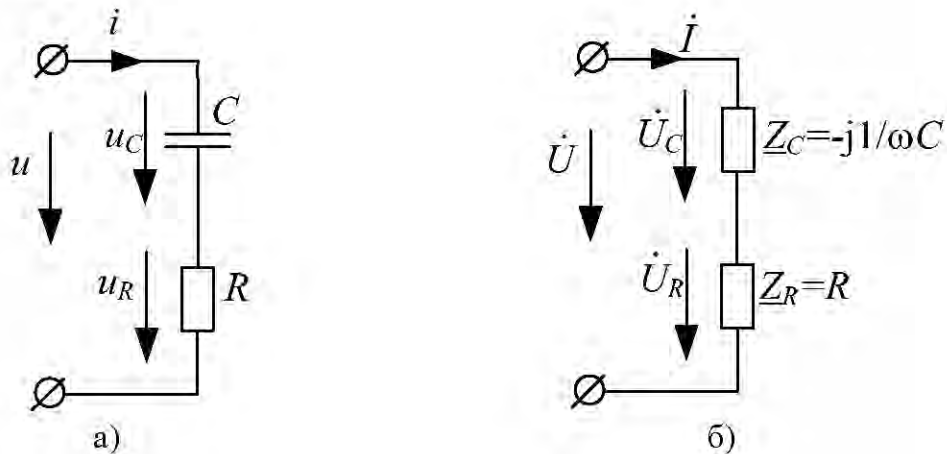


Рис. 2.7 — Последовательная RC цепь (а) при гармоническом внешнем воздействии и ее комплексная схема замещения (б)

$$\begin{cases} \dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_C; \\ \dot{U}_R = \underline{Z}_R \dot{I}; \\ \dot{U}_C = \underline{Z}_C \dot{I}. \end{cases}$$

Из этой системы следует, что

$$\dot{U} = (\underline{Z}_R + \underline{Z}_C) \dot{I} = \underline{Z} \dot{I},$$

где $\underline{Z} = \underline{Z}_R + \underline{Z}_C = R - j \frac{1}{\omega C} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} e^{-j \arctg\left(\frac{1}{\omega CR}\right)} = Z e^{j\varphi}$ — комплексное сопротивление цепи;

$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ — полное сопротивление цепи (модуль комплексного сопротивления);

$\varphi = -\arctg\left(\frac{1}{\omega CR}\right)$ — сдвиг фаз между напряжением и током в цепи (аргумент комплексного сопротивления цепи).

Отметим, что при конечных значениях ω , C и R угол φ для последовательной RC цепи лежит в пределах $-\pi/2 < \varphi < 0$. Векторная диаграмма комплексного сопротивления цепи изображена на рис. 2.8,а.

Найдем комплексный ток $\dot{I}$ и комплексные напряжения, на элементах цепи используя закон Ома в комплексной форме:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{U e^{j\psi_u}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} e^{-j \arctg\left(\frac{1}{\omega CR}\right)}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} e^{j\left(\psi_u + \arctg\left(\frac{1}{\omega CR}\right)\right)} = I e^{j\psi_i};$$

$$\dot{U}_R = \underline{Z}_R \dot{I} = R e^{j0} \dot{I} = \frac{RU}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} e^{j\left(\psi_u + \arctg\left(\frac{1}{\omega CR}\right) + 0\right)} = U_R e^{j\psi_{uR}};$$

$$\dot{U}_C = \underline{Z}_C \dot{I} = \frac{1}{\omega C} e^{-j\frac{\pi}{2}} \dot{I} = \frac{U \frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} e^{j\left(\psi_u + \arctg\left(\frac{1}{\omega CR}\right) - \frac{\pi}{2}\right)} = U_C e^{j\psi_{uC}}.$$

Векторная диаграмма комплексных напряжений и тока изображена на рис. 2.8,б.

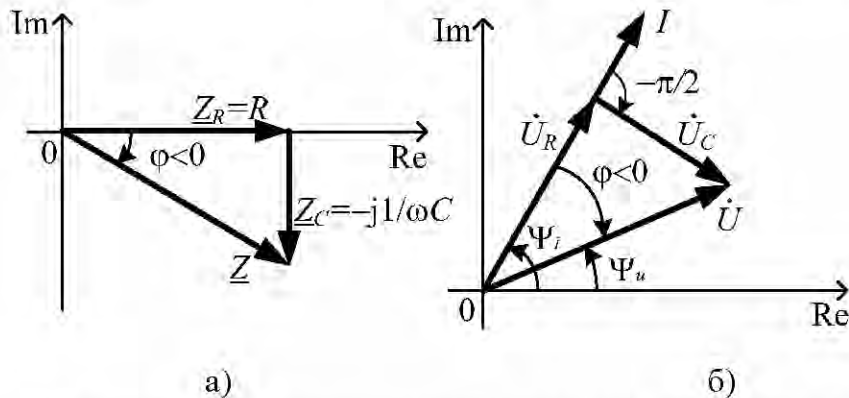


Рис. 2.8 — Векторные диаграммы: комплексного сопротивления (а); комплексных напряжений и тока (б); последовательной RC цепи при гармоническом внешнем воздействии

2.3. Описание лабораторного макета

На лицевой панели лабораторного макета (рис. 2.9) изображена исследуемая электрическая цепь. Здесь же расположены органы управления (тумблеры $S1$, $S2$ и $S3$) и гнезда ($\Gamma1... \Gamma9$) для подключения вольтметра, генератора или осциллографа.

Лабораторный макет содержит набор пассивных элементов R, L, C и позволяет исследовать простейшие цепи в виде последовательного соединения пассивных элементов: R_1 и L_1 ; R_2 и C_1 ; R_3 и R_4 . Коммутация осуществляется с помощью тумблеров $S1$, $S2$, $S3$.

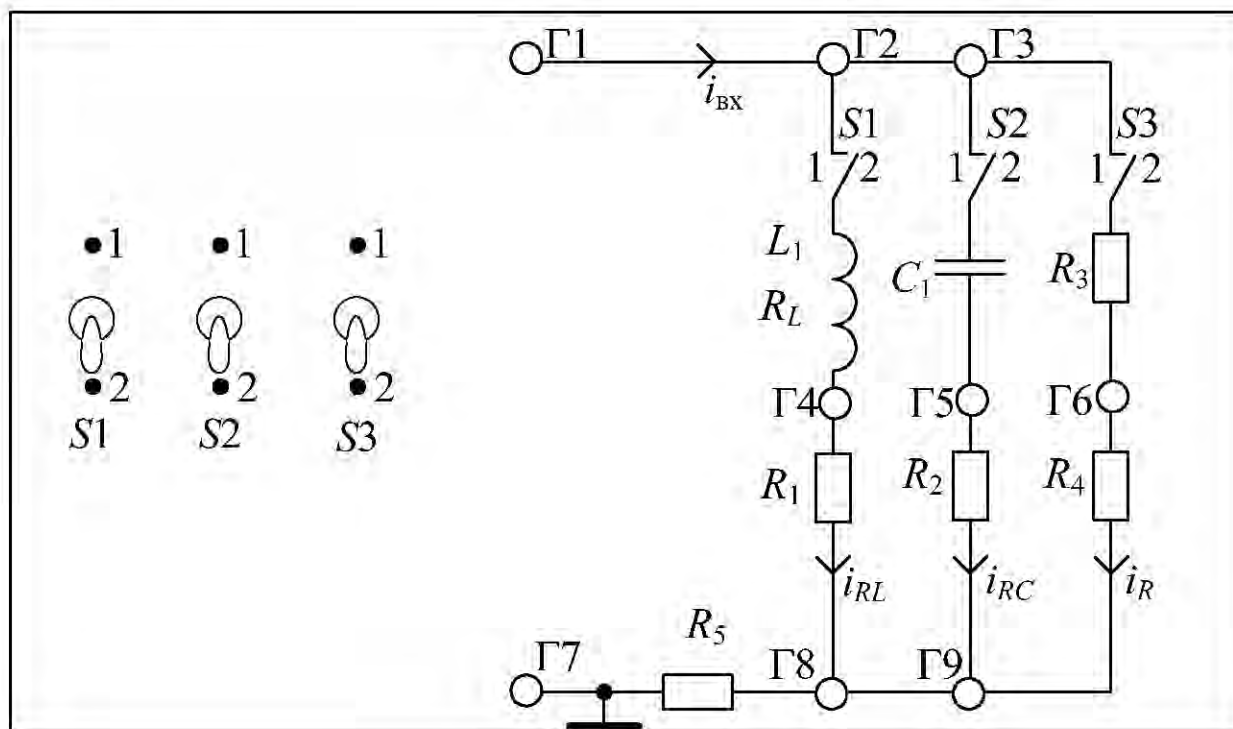


Рис. 2.9 — Лицевая панель лабораторного макета

На вход исследуемой цепи ($\Gamma1$ – $\Gamma8$) подается гармоническое напряжение с выхода генератора НЧ. Напряжение на пассивных элементах исследуемых цепей измеряется на гнездах $\Gamma2... \Gamma9$, с помощью вольтметра или анализируется на осциллографе.

2.4. Порядок выполнения работы

2.4.1. Собрать лабораторную установку с этой целью выход генератора НЧ подключить к гнездам. Включить в сеть генератор НЧ, дать прогреться 5 минут с целью стабилизации уровня выходного напряжения.

2.4.2. Исследовать свойства последовательного соединения двух резистивных элементов R_3 и R_4 (резистивного делителя напряжения). Для этого тумблеры S_1 и S_2 установить в положение 2, а тумблер S_3 в положение 1. Записать параметры элементов цепи указанные на лицевой панели лабораторного макета.

2.4.2.1. Подключив вольтметр к гнездам $\Gamma2$ – $\Gamma9$, установить входное напряжение $U_{BX} = 1$ В с частотой $f = 2$ кГц.

2.4.2.2. Определить действующее значение тока в цепи, выполнив следующее: измерить напряжение на R_4 , подключив вольтметр к гнездам Г6-Г9. Определить ток цепи по измеренному значению U_{R_4} :

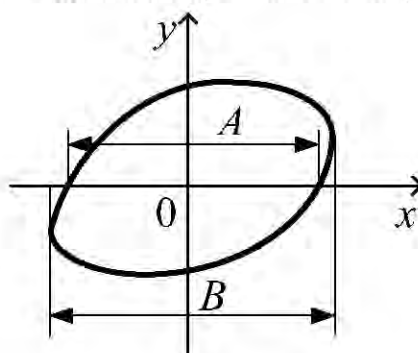
$$I_{R_4} = \frac{U_{R_4}}{R_4}.$$

2.4.2.3. Зарисовать в одной системе координат осциллограммы входного напряжения $u_{\text{ВХ}}(t)$ и напряжения $u_{R_4}(t)$, для этого:

- подключить вход "Y" осциллографа к гнездам Г2-Г9, вход внешней синхронизации — к гнезду Г3, перевести осциллограф в режим внешней синхронизации;
- получить на экране устойчивую осциллограмму входного напряжения $u_{\text{ВХ}}(t)$, зарисовать ее с учетом начала отсчета (начальной фазы). С помощью калиброванного аттенюатора и калибратора развертки осциллографа измерить амплитуду $U_{m_{\text{ВХ}}}$ и период T входного напряжения $u_{\text{ВХ}}(t)$;
- подключить вход "Y" осциллографа к R_4 (Г6-Г9), зарисовать осциллограмму напряжения $u_{R_4}(t)$, пропорционального току в цепи.

2.4.2.4. Определить фазовый сдвиг между приложенным напряжением и током в цепи по фигуре Лиссажу, для этого:

- вход "Y" осциллографа подключить к гнездам Г2-Г9, вход "X" — к гнездам Г6-Г9;
- развертку осциллографа выключить;
- по полученной на экране осциллографа фигуре Лиссажу (рис. 2.10,а) определить фазовый сдвиг между током и напряжением по формуле на рис. 2.10,б.



а)

$$\varphi = \arcsin \frac{B}{A}$$

б)

Рис. 2.10 — Иллюстрация методики определения фазового сдвига между током и напряжением

2.4.3. Исследовать свойства последовательной RL цепи, для этого тумблер S_1 переключить в положение 1, тумблеры S_2 и S_3 — в положение 2. Записать параметры элементов цепи, указанных на лицевой панели лабораторного макета.

2.4.3.1. Подключить вольтметр к гнездам Г2-Г9, установить входное напряжение $U_{\text{ВХ}} = 2$ В с частотой $f = 5$ кГц. Определить действующее значение тока в цепи,

измерив напряжение на сопротивлении R_1 (гнезда Г4-Г9) рассчитав ток по закону Ома, аналогично п. 2.4.2.2.

2.4.3.2. Снять и зарисовать в одной системе координат осциллограммы приложенного напряжения $u_{\text{вх}}(t)$ и $u_{R_1}(t)$, зафиксировав начало отсчета. Исследования провести аналогично пункту 2.4.2.3.

2.4.3.3. Определить фазовый сдвиг между приложенным напряжением и током в цепи по фигуре Лиссажу. Измерение провести аналогично пункту 2.4.2.4.

2.4.4. Исследовать свойства последовательного соединения элементов C_1 и R_2 . Для этого тумблер S_2 переключить в положение 1, а тумблеры S_1 и S_3 — в положение 2. Исследования провести, повторив пп. 2.4.2.1 ... 2.4.2.4, установив на выходе генератора напряжение амплитудой 5 В и частотой $f = 5 \text{ кГц}$.

2.5. Оформление отчета

2.5.1. Сформулировать цель работы.

2.5.2. Зарисовать схему лабораторной установки.

2.5.3. Для каждой из исследуемых цепей выполнить расчеты и построения в следующей последовательности:

2.5.3.1. Привести электрические схемы исследуемых цепей.

2.5.3.2. Записать исходные данные: входное напряжение, частоту, параметры элементов цепи.

2.5.3.3. Рассчитать теоретически токи в цепях по исходным данным, сравнить со значениями, полученными в результате эксперимента.

2.5.3.4. По экспериментальным данным определить неизвестные напряжения на элементах, вычислить параметры элементов R_3 , L_1 , C_1 и сравнить их с исходными данными.

2.5.3.5. Построить временные диаграммы токов и напряжений в одной системе координат. Определить по ним фазовые сдвиги между приложенным напряжением и током в цепи, сравнить со значениями, полученными по фигуре Лиссажу.

2.5.3.6. Сравнить значения напряжений, измеренные вольтметром и осциллографом.

2.5.3.7. Привести векторные диаграммы напряжений и ток для каждой исследуемой цепи.

2.5.4. Сделать выводы о степени совпадения экспериментальных и теоретических результатов, объяснить причины несовпадения.

2.6 Контрольные вопросы

2.6.1. Дайте определения понятиям: электрический ток, напряжение, электродвижущая сила, мощность и энергия.

2.6.2. Какое воздействие называют гармоническим? Дать определение всем параметрам гармонической функции времени.

2.6.3. Что такое действующее значение гармонической функции и как оно связано с амплитудой?

2.6.4. В чем заключается метод комплексных амплитуд? Как определить комплексную амплитуду, если известна гармоническая функция времени и наоборот? Запишите законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме.

2.6.5. Что такое векторная диаграмма? Каковы принципы ее построения?

2.6.6. Дайте определение пассивным элементам электрической цепи (сопротивление, емкость, индуктивность). Как связаны напряжения на зажимах пассивных элементов с током, протекающим по этим элементам?

2.6.7. Опишите поведение сопротивления при гармоническом внешнем воздействии. Запишите комплексное сопротивление сопротивления.

2.6.8. Опишите поведение индуктивности при гармоническом внешнем воздействии. Запишите комплексное сопротивление индуктивности.

2.6.9. Опишите поведение емкости при гармоническом внешнем воздействии. Запишите комплексное сопротивление емкости.

2.6.10. Что такое полное сопротивление участка цепи?

2.6.11. Какой физический смысл имеет аргумент комплексного сопротивления электрической цепи?

3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВЕТВЛЁННОЙ ЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

3.1. Цель работы

Исследование свойств разветвлённой линейной электрической цепи, образованной последовательно - параллельным (смешанным) соединением пассивных элементов R , L , C .

3.2. Краткие теоретические сведения

В зависимости от характера соединения идеализированных элементов различают неразветвленные и разветвленные цепи. В *неразветвлённой* цепи через все элементы протекает один и тот же ток (рис. 3.1,а). В *разветвлённых* цепях токи через различные элементы могут быть разными (рис. 3.1,б).

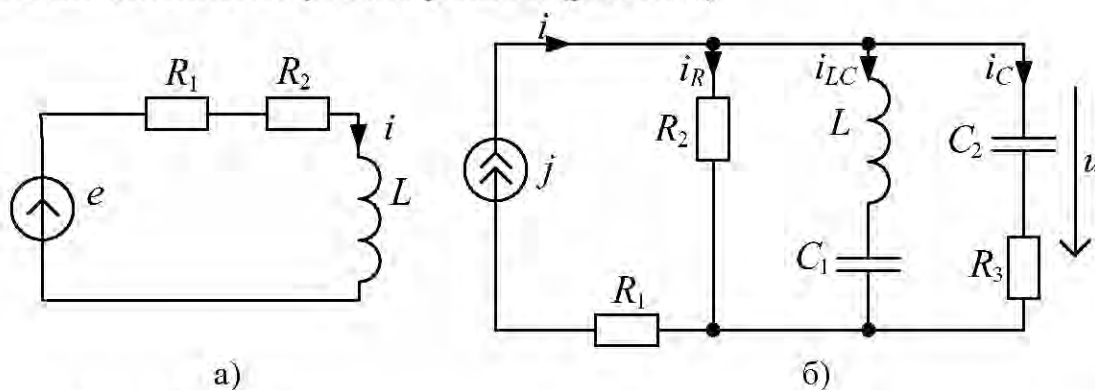


Рис. 3.1 — Неразветвленная (а) и разветвленная (б) электрические цепи

Различают пять видов соединения элементов электрической цепи:

- последовательное;
- параллельное;
- смешанное;
- звездой;
- треугольником.

Участок цепи с последовательным соединением элементов. Последовательным называют такое соединение элементов, при котором по ним протекает один и тот же ток (рис. 3.2).

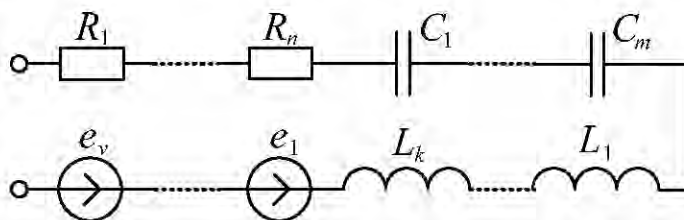


Рис. 3.2 — Последовательное соединение элементов в электрической цепи

Последовательное соединение однотипных элементов можно заменить одним эквивалентным элементом, пользуясь следующими правилами:

- эквивалентное сопротивление равно сумме сопротивлений;
- эквивалентная индуктивность равна сумме индуктивностей;
- величина обратная эквивалентной емкости равна сумме величин обратных емкостям;
- эквивалентная ЭДС равна алгебраической сумме ЭДС

Если цепь состоит из n последовательно включенных сопротивлений, m емкостей, k индуктивностей и v источников ЭДС то группируя однотипные элементы цепи можно записать:

$$R_{\text{ЭКВ}} = \sum_{i=1}^n R_i, \quad L_{\text{ЭКВ}} = \sum_{i=1}^k L_i, \quad \frac{1}{C_{\text{ЭКВ}}} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{C_i}, \quad e_{\text{ЭКВ}} = \sum_{i=1}^v e_i.$$

Если цепь находится при гармоническом воздействии, то удобно перейти к комплексным схемам замещения всех пассивных элементов, при этом схема будет иметь один комплексный источник ЭДС и одно комплексное сопротивление, которое равно сумме комплексных сопротивлений всех пассивных элементов цепи, соединенных последовательно:

$$\underline{Z}_{\text{ЭКВ}} = \sum_{i=1}^{n+m+k} \underline{Z}_i.$$

Участок цепи с параллельным соединением элементов. Параллельным называется такое соединение элементов, при котором все они находятся под одним и тем же напряжением (рис. 3.3).

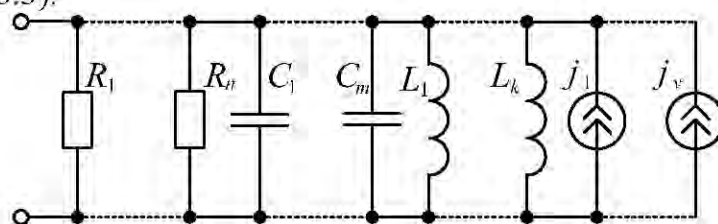


Рис. 3.3 — Участок цепи с параллельным соединением элементов

Параллельное соединение однотипных элементов можно заменить одним эквивалентным элементом в соответствии со следующими правилами:

- эквивалентная проводимость равна сумме проводимостей;
- величина, обратная эквивалентной индуктивности, равна сумме величин, обратных индуктивностям;
- эквивалентная емкость равна сумме емкостей;
- эквивалентный источник тока равен алгебраической сумме источников тока.

Если в цепи n сопротивлений, m емкостей, k индуктивностей и v источников тока соединенных параллельно, то соответствующие им эквивалентные элементы будут иметь вид:

$$\frac{1}{R_{\text{ЭКВ}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}, \quad \frac{1}{L_{\text{ЭКВ}}} = \sum_{i=1}^k \frac{1}{L_i}, \quad C_{\text{ЭКВ}} = \sum_{i=1}^m C_i, \quad j_{\text{ЭКВ}} = \sum_{i=1}^v j_i.$$

Если цепь находится при гармоническом воздействии, то удобно перейти к комплексным схемам замещения всех пассивных элементов. При этом схема будет состоять из одного комплексного источника тока и одной комплексной проводимо-

сти, которая равна сумме комплексных проводимостей всех пассивных элементов,

соединенных параллельно:
$$Y_{\text{экв}} = \sum_{i=1}^{n+m+k} Y_i.$$

Участок цепи со смешанным соединением. Правила преобразования участков цепей с параллельным или последовательным соединением элементов могут быть применены и для преобразования пассивных участков цепей со смешанным соединением элементов. Преобразование таких участков сводится к последовательной замене групп параллельно и последовательно включенных элементов, что обычно производится в несколько этапов. На рис. 3.4 ... 3.7 изображены смешанные соединения основных типов элементов.

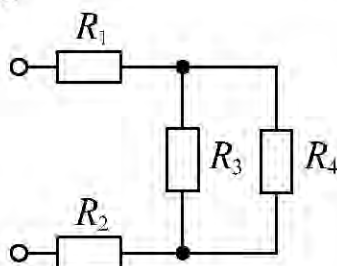


Рис. 3.4 — Смешанное соединение сопротивлений, где $R_{\text{эк}} = R_1 + R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$

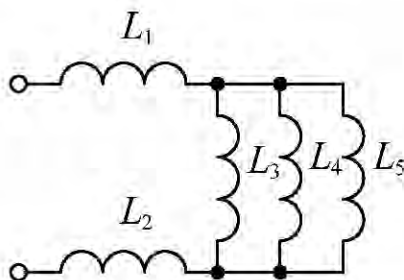


Рис. 3.5 — Смешанное соединение индуктивностей, где $L_{\text{эк}} = L_1 + L_2 + \frac{1}{\frac{1}{L_3} + \frac{1}{L_4} + \frac{1}{L_5}}$

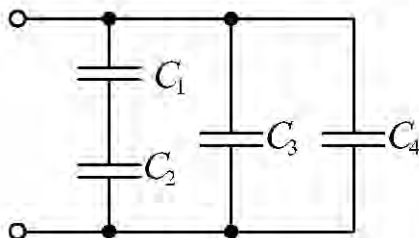


Рис. 3.6 — Смешанное соединение емкостей, где $C_{\text{эк}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} + C_3 + C_4$

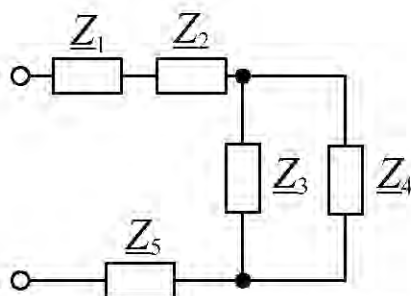


Рис. 3.7 — Смешанное соединение комплексных сопротивлений, где

$$\underline{Z}_{\text{эк}} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_3 \underline{Z}_4}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} + \underline{Z}_5$$

Соединение треугольником и звездой. На рис. 3.8 изображены два участка электрической цепи, которые представляют собой соединение комплексных сопротивлений треугольником и звездой.

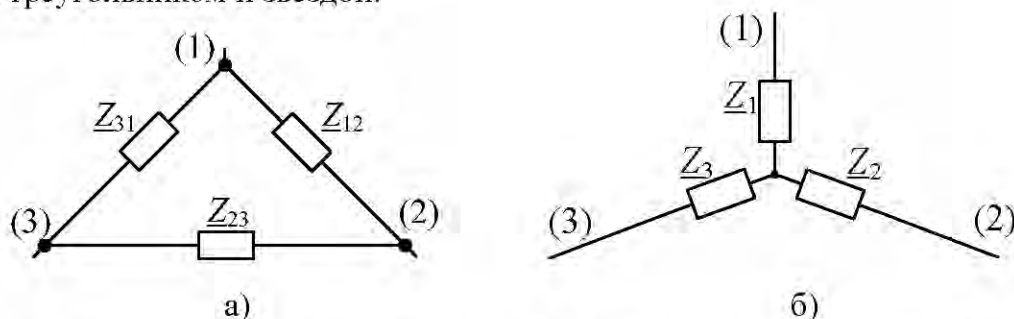


Рис. 3.8 — Соединение элементов треугольником (а) и звездой (б)

Соединение звездой можно заменить соединением треугольником. Формулы перехода от сопротивлений звезды к сопротивлениям треугольника:

$$\begin{cases} \underline{Z}_{12} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}; \\ \underline{Z}_{23} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1}; \\ \underline{Z}_{31} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2}. \end{cases}$$

Соединение треугольником можно заменить соединением звездой. Формулы перехода от сопротивлений треугольника к сопротивлениям звезды:

$$\begin{cases} \underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{12} \underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{21} + \underline{Z}_{31}}; \\ \underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_{12} \underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{21} + \underline{Z}_{31}}; \\ \underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{31} \underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{21} + \underline{Z}_{31}}. \end{cases}$$

Анализ разветвленной цепи при гармоническом воздействии (рис. 3.9,а). Комплексная схема замещения этой цепи изображена на рис. 3.9,б.

Определим токи ветвей соединенных параллельно:

$$\begin{aligned}\dot{I}_L &= \frac{\dot{U}_{BX}}{\underline{Z}_{R1} + \underline{Z}_L} = \frac{\dot{U}_{BX} e^{j\psi_u}}{R_1 + j\omega L} = \frac{U_{BX} e^{j\psi_u}}{\sqrt{R_1^2 + (\omega L)^2} e^{j \arctg\left(\frac{\omega L}{R_1}\right)}} = \frac{U_{BX}}{\sqrt{R_1^2 + (\omega L)^2}} e^{j\left(\psi_u - \arctg\left(\frac{\omega L}{R_1}\right)\right)} = I_L e^{j\psi_{iL}}; \\ \dot{I}_C &= \frac{\dot{U}_{BX}}{\underline{Z}_{R2} + \underline{Z}_C} = \frac{\dot{U}_{BX} e^{j\psi_u}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{U_{BX} e^{j\psi_u}}{\sqrt{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} e^{-j \arctg\left(\frac{1}{\omega C R_2}\right)}} = \frac{U_{BX}}{\sqrt{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} e^{j\left(\psi_u + \arctg\left(\frac{1}{\omega C R_2}\right)\right)} = \\ &= I_L e^{j\psi_{iC}}; \\ \dot{I}_R &= \frac{\dot{U}_{BX}}{\underline{Z}_{R3} + \underline{Z}_{R4}} = \frac{\dot{U}_{BX} e^{j\psi_u}}{R_3 + R_4} = I_R e^{j\psi_u}.\end{aligned}$$

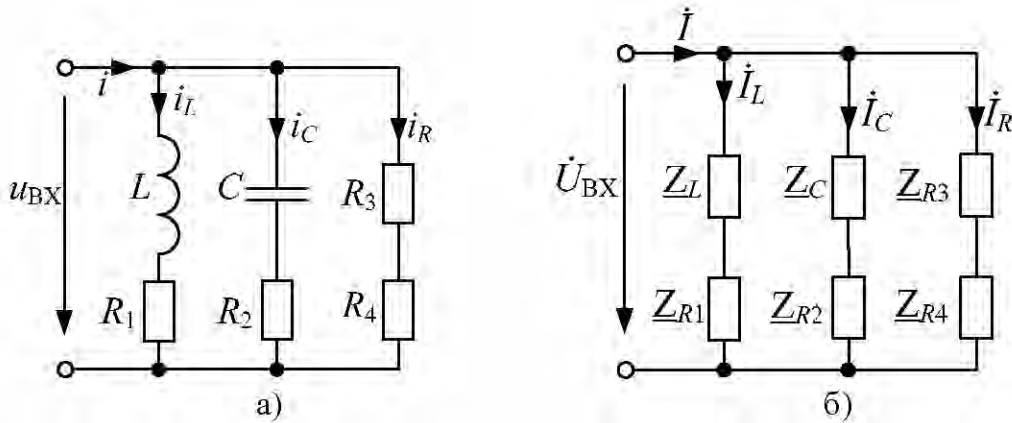


Рис. 3.9 — Разветвленная электрическая цепь (а) и ее комплексная схема замещения (б)

Ток в неразветвленной части электрической цепи можно определить двумя способами:

— по первому закону Кирхгофа: $\dot{I} = \dot{I}_L + \dot{I}_C + \dot{I}_R$, для чего необходимо перевести найденные комплексные токи ветвей в алгебраическую форму;

— по закону Ома: $\dot{I} = \dot{U}_{BX} \underline{Y}_{\text{экв}}$, для чего необходимо найти эквивалентную комплексную проводимость цепи со смешанным соединением комплексных сопротивлений

$$\underline{Y}_{\text{экв}} = \frac{1}{\underline{Z}_{R1} + \underline{Z}_L} + \frac{1}{\underline{Z}_{R2} + \underline{Z}_C} + \frac{1}{\underline{Z}_{R3} + \underline{Z}_{R4}} = \frac{1}{R_1 + j\omega L} + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{1}{R_3 + R_4} = \underline{Y}_{\text{экв}} e^{-j\varphi}.$$

В обоих случаях надо представить найденный комплексный ток $\dot{I}$ в показательной форме

$$\dot{I} = I e^{j\psi_i},$$

где I — действующее значение тока, а ψ_i — начальная фаза тока.

Векторная диаграмма токов разветвленной цепи будет зависеть от характера сопротивления цепи в целом и при нулевой начальной фазе приложенного к цепи напряжения может иметь два характерных варианта изображения (рис. 3.10).

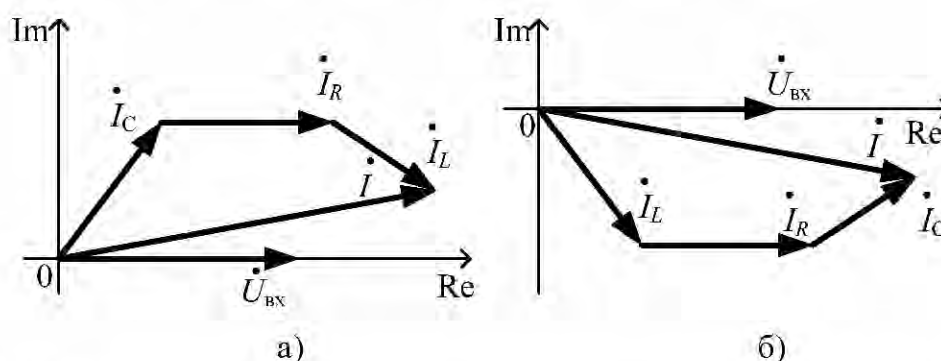


Рис. 3.10 — Характерные векторные диаграммы токов и напряжений резистивно-емкостной цепи (а) и резистивно-индуктивной цепи (б)

Активная, реактивная, полная и комплексная мощности

Рассмотрим произвольный линейный двухполюсник, не содержащий источников энергии. Напряжение и ток на зажимах двухполюсника изменяются по гармоническому закону: $u = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \psi_u)$, $i = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i)$. Найдем мгновенную мощность двухполюсника:

$$p = ui = 2UI \cos(\omega t + \psi_u) \cos(\omega t + \psi_i) = UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i),$$

где $\varphi = \psi_u - \psi_i$ — сдвиг фаз между напряжением и током.

Как видно из выражения, мгновенная мощность пассивного двухполюсника содержит постоянную составляющую $UI \cos \varphi$, значение которой зависит от сдвига фаз между током и напряжением, и переменную составляющую $UI \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i)$, амплитуда которой UI не зависит от φ .

Физическая величина, численно равная среднему значению от произведения мгновенных значений напряжения u и тока i , называется *активной мощностью*, и обозначается P_A . Активная мощность численно равна постоянной составляющей мгновенной мощности: $P_A = UI \cos \varphi$. Другими словами активная мощность, характеризует среднюю за период скорость поступления энергии в двухполюсник и численно равна постоянной составляющей мгновенной мощности.

По знаку активной мощности можно судить о направлении передачи энергии: при $P_A > 0$ — двухполюсник потребляет энергию, а при $P_A < 0$ — отдает энергию. Очевидно, что для двухполюсников, не содержащих источников энергии, активная мощность не может быть отрицательной.

Полной мощностью P_S двухполюсника называется величина, равная произведению действующих значений тока и напряжения на его зажимах $P_S = UI$. Полная мощность численно равна амплитуде переменной составляющей мгновенной мощности.

Активная мощность двухполюсника может быть выражена через полную мощность

$$P_A = P_S \cos \varphi. \quad (3.1)$$

Из выражения (3.1) видно, что *полная мощность есть максимально возможная активная мощность цепи, которая имеет место при $\varphi = 0$* . Величина, характеризующая степень приближения активной мощности к полной $\cos \varphi = P_A / P_S$ называется *коэффициентом мощности*.

Комплексное число $\underline{P}_S$, модуль которого равен полной мощности цепи P_S , а аргумент — сдвигу фаз между током и напряжением φ , называется *комплексной мощностью* цепи

$$\underline{P}_S = P_S e^{j\varphi}.$$

Перейдем от показательной формы записи $\underline{P}_S$ к тригонометрической

$$\underline{P}_S = P_S \cos \varphi + j P_S \sin \varphi. \quad (3.2)$$

Из (3.2) следует, что вещественная часть комплексной мощности равна активной мощности цепи:

$$\operatorname{Re}[\underline{P}_S] = P_S \cos \varphi = P_A. \quad (3.3)$$

Мнимая часть комплексной мощности представляет собой так называемую реактивную мощность цепи

$$\operatorname{Im}[\underline{P}_S] = P_S \sin \varphi = P_Q. \quad (3.4)$$

Реактивная мощность характеризует процессы обмена энергией между цепью и источником и численно равна максимальной скорости запасания энергии в цепи. В зависимости от знака угла φ реактивная мощность цепи может быть либо положительной, либо отрицательной. По *знаку реактивной мощности, таким образом, можно судить о характере запасаемой энергии: при $P_Q > 0$ энергия запасается в магнитном поле цепи, при $P_Q < 0$ — в электрическом*. При $P_Q = 0$ в цепи отсутствует обмен энергией с источником. С учетом (3.3) и (3.4) выражение (3.2) можно записать следующим образом:

$$\underline{P}_S = P_A + j P_Q.$$

Комплексная мощность $\underline{P}_S$ и ее компоненты P_S , P_A и P_Q могут быть выражены через комплексное сопротивление цепи $\underline{Z}$ и его компоненты z , r , x :

$$P_S = UI = I^2 z; \quad P_Q = P_S \sin \varphi = UIx/z = I^2 x;$$

$$P_A = P_S \cos \varphi = UIr/z = I^2 r; \quad \underline{P}_S = P_S e^{j\varphi} = I^2 z e^{j\varphi} = I^2 \underline{Z}.$$

Найдем связь между комплексной мощностью и комплексными действующими значениями тока и напряжения на зажимах цепи.

$$\underline{P}_S = UI e^{j(\psi_u - \psi_i)} = U e^{j\psi_u} I e^{-j\psi_i} = \dot{U} \dot{I}^*,$$

где $\dot{I}^* = I e^{-j\psi_i}$ — число, комплексно сопряженное с $\dot{I}$ (комплексно сопряженный ток).

Комплексная мощность цепи равна произведению комплексного напряжения цепи $\dot{U}$ на комплексно сопряженный ток $\dot{I}^*$.

Активная, реактивная, полная мгновенная и комплексная мощности имеют одинаковую размерность [Дж/сек]. Однако, для того, чтобы подчеркнуть различный физический смысл, который вкладывается в эти понятия, единицам данных величин присвоены различные названия. Мгновенная и активная мощности выражаются в ваттах [Вт], полная и комплексная мощности — в вольт-амперах [ВА], реактивная мощность — в вольт-амперах реактивных [ВАр].

Баланс мощностей. Рассмотрим произвольную электрическую цепь, содержащую N идеальных источников напряжения, M идеальных источников тока и H идеализированных пассивных элементов. Пусть i_k, u_k — ток и напряжение k -го элемента цепи. Из закона сохранения энергии следует, что сумма мгновенных мощностей выделяемых на всех элементах цепи в каждый момент времени равна нулю:

$$\sum_{k=1}^{N+M+H} p_k = \sum_{k=1}^H u_k i_k = 0 \quad (3.5)$$

Группируя члены, соответствующие идеализированным активным ($p_{k_{\text{ист}}}$) и идеализированным пассивным ($p_{k_{\text{потр}}}$) элементам, уравнение (3.5) можно преобразовать к виду

$$-\sum_{k=1}^{N+M} p_{k_{\text{ист}}} = \sum_{k=1}^H p_{k_{\text{потр}}} \quad (3.6)$$

Уравнение (3.6) называют уравнением (условием) баланса мгновенных мощностей. Принимая во внимание, что мгновенная мощность любого элемента характеризует скорость потребления энергии этим элементом (потребляемая мощность), а мгновенная мощность, взятая со знаком минус, характеризует скорость отдачи энергии этим элементом (отдаваемая мощность), условие баланса мгновенных мощностей может быть сформулировано следующим образом: *сумма мгновенных мощностей, отдаваемых всеми источниками, равна сумме мгновенных мощностей, потребляемых всеми приемниками энергии* (необходимо иметь в виду, что потребляется и отдается не мощность, а электрическая энергия).

Можно показать, что условие, аналогичное (3.6), выполняется и для комплексных мощностей всех элементов:

$$-\sum_{k=1}^{N+M} p_{S k_{\text{ист}}} = \sum_{k=1}^H p_{S k_{\text{потр}}} \quad (3.7)$$

Уравнение (3.7) называется уравнением (условием) баланса комплексных мощностей. Таким образом, *сумма комплексных мощностей, отдаваемых всеми идеализированными активными элементами, равна сумме комплексных мощностей всех идеализированных пассивных элементов*.

Для практических расчетов электрических цепей условие баланса мощностей удобно представить в следующей форме:

$$\sum_{k=1}^N \dot{E}_k \dot{I}_k^* + \sum_{k=1}^M \dot{U}_k \dot{J}_k^* = \sum_{k=1}^H I_k^2 Z_k \quad (3.8)$$

Левая часть выражения (3.8) представляет собой алгебраическую сумму комплексных мощностей, отдаваемых всеми активными элементами. Слагаемое вида

$\dot{E}_k \dot{I}_k^*$ есть произведение комплексного действующего значения ЭДС источника на-

пряжения на комплексно сопряженный ток этого источника; слагаемое вида $\dot{U}_k \dot{J}_k^*$ равно произведению комплексного напряжения на источнике тока на комплексно сопряженный ток этого источника. Слагаемые, состоящие в левой части выражения (3.8), берут со знаком плюс, если направления токов и напряжений источников выбраны в соответствии с рис. 3.11. В противном случае соответствующие слагаемые берут со знаком минус. Правая часть уравнения (3.8) есть сумма комплексных мощностей всех идеализированных пассивных элементов, причем каждое слагаемое вида $I_k^2 Z_k$ равно произведению квадрата действующего значения тока k -го идеализированного пассивного элемента на его комплексное сопротивление.

Из условия баланса комплексных мощностей следуют условия баланса активных и реактивных мощностей: активная мощность, отдаваемая всеми источниками, равна активной мощности всех потребителей:

$$\sum_{k=1}^N \operatorname{Re} \left[\dot{E}_k \dot{I}_k^* \right] + \sum_{k=1}^M \operatorname{Re} \left[\dot{U}_k \dot{J}_k^* \right] = \sum_{k=1}^H I_k^2 r_k.$$

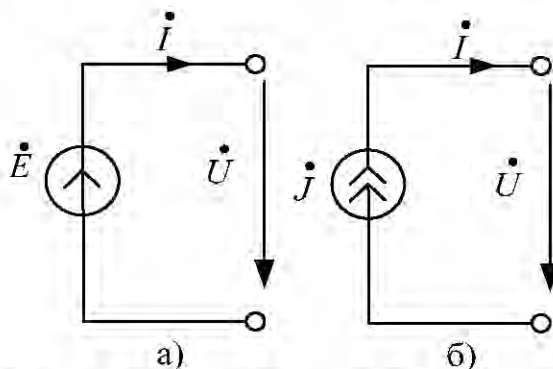


Рис. 3.11 — К определению знака комплексных мощностей отдаваемой источником напряжения (а) и источником тока (б)

Реактивная мощность всех источников равна реактивной мощности всех потребителей:

$$\sum_{k=1}^N \operatorname{Im} \left[\dot{E}_k \dot{I}_k^* \right] + \sum_{k=1}^M \operatorname{Im} \left[\dot{U}_k \dot{J}_k^* \right] = \sum_{k=1}^H I_k^2 x_k,$$

где r_k и x_k — вещественная и мнимая составляющие комплексного сопротивления k -го элемента.

3.3. Описание лабораторного макета

На лицевой панели лабораторного макета (рис 3.12) изображена исследуемая электрическая цепь и расположены органы управления (тумблеры $S1$, $S2$ и $S3$) и гнезда ($\Gamma 1 \dots \Gamma 9$) для подключения вольтметра, генератора или осциллографа.

Лабораторный макет содержит набор пассивных элементов R, L, C и позволяет исследовать как простейшие цепи в виде последовательного соединения элементов R_1 и L_1 , R_2 и C_1 и R_3 и R_4 , так и цепи образованные более сложным (последовательно-параллельным или смешанным) соединением пассивных элементов. Коммутация осуществляется с помощью тумблеров $S1, S2, S3$.

На вход макета (Г1-Г8) подается гармоническое напряжение с выхода генератора НЧ. А напряжение на резисторах R_1, R_2, R_4 снимается с гнезд Г4-Г9, Г5-Г9, Г6-Г9 и измеряется вольтметром или осциллографом.

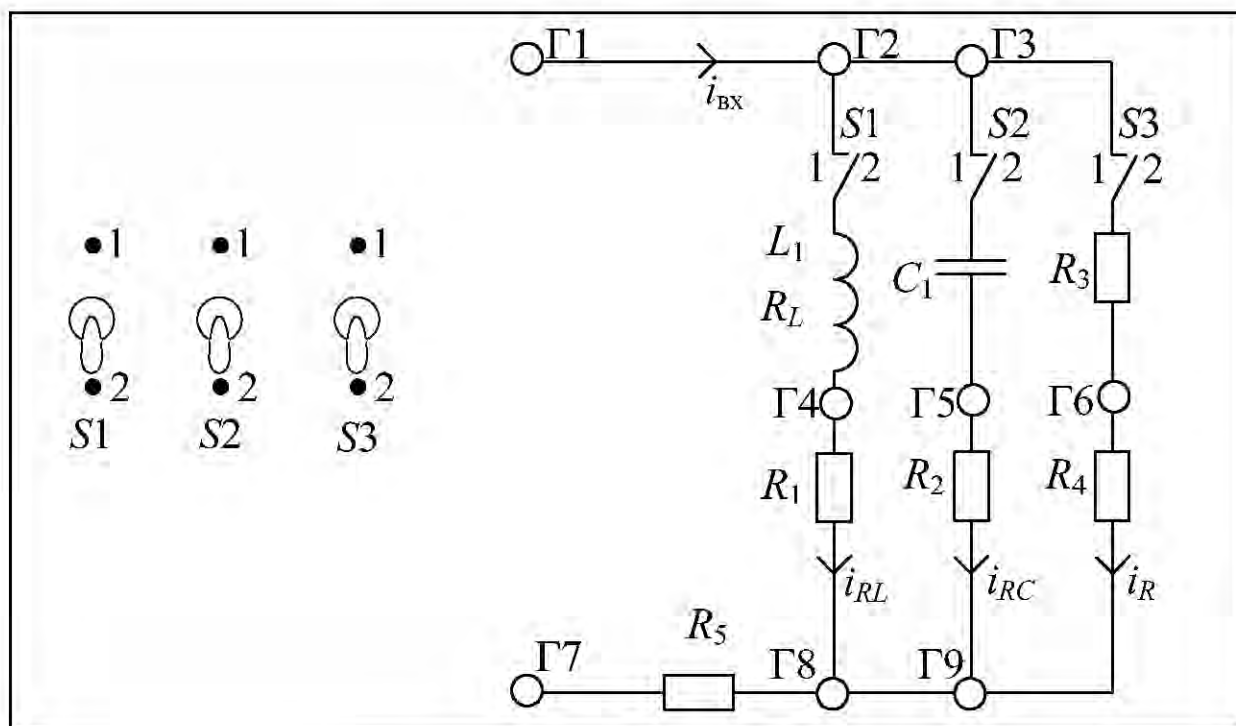


Рис. 3.12 — Лицевая панель лабораторного макета

3.4. Порядок выполнения работы

3.4.1. Собрать цепь, которая изображена на рис 3.13, для чего переключатели $S1, S2, S3$ установить в положение 1.

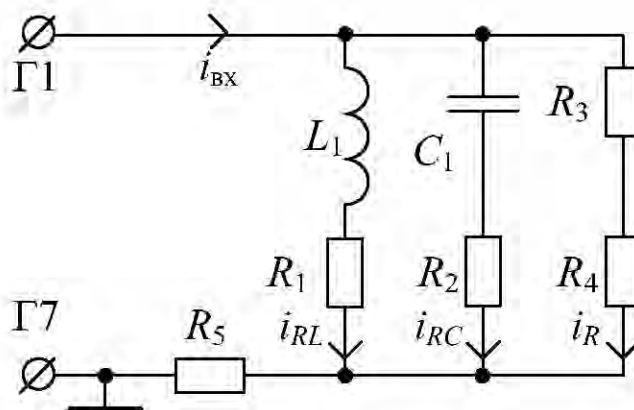


Рис. 3.13 — Исследуемая электрическая цепь

3.4.2. Записать параметры элементов, образующих цепь. Параметры указаны на лицевой панели лабораторного макета.

3.4.3. Включить генератор НЧ и дать ему прогреться 5 минут. Установить на выходе генератора требуемую частоту $f = 20 \text{ кГц}$. Подключить к выходу генератора вольтметр и установить напряжение 5 В. Отключить вольтметр, а выход генератора подключить к гнездам Г1-Г7.

3.4.4. Определить токи в ветвях I_{RL} , I_{RC} , I_R и ток в неразветвлённой части $I_{\text{вх}}$, для этого необходимо:

3.4.4.1. Подключить вольтметр к гнездам Г4-Г8 и измерить падение напряжения U_{R1} на резисторе R_1 , рассчитать ток по формуле $I_{RL} = \frac{U_{R1}}{R_1}$.

3.4.4.2. Подключить вольтметр к гнездам Г5-Г8 и измерить падение напряжения U_{R2} на резисторе R_2 , рассчитать ток по формуле $I_{RC} = \frac{U_{R2}}{R_2}$.

3.4.4.3. Подключить вольтметр к гнездам Г6-Г8 и измерить падение напряжения U_{R4} на резисторе R_4 , рассчитать ток по формуле $I_R = \frac{U_{R4}}{R_4}$.

3.4.4.4. Подключить вольтметр к гнездам Г7-Г8 и измерить падение напряжения U_{R5} на резисторе R_5 , рассчитать ток по формуле $I_{\text{вх}} = \frac{U_{R5}}{R_5}$.

3.4.4.5. Результаты измерений занести в таблицу 3.1. Необходимо помнить что вольтметр измеряет действующие значения U , чтобы получить амплитудные значения необходимо воспользоваться формулой: $U_m = \sqrt{2}U$.

Таблица 3.1 — Результаты измерений напряжений и токов на элементах исследуемой цепи

	$U_{\text{вх}}$	$I_{\text{вх}}$	I_{RL}	I_{RC}	I_R	$\Phi_{\text{вх}}$	Φ_{RL}	Φ_{RC}	Φ_R
Эксперимент									
Расчет									

3.4.5. Зафиксировать начало отсчёта, получить на экране осциллографа осциллограммы токов в ветвях $i_{RL}(t)$, $i_{RC}(t)$, $i_R(t)$ и тока в неразветвлённой части цепи $i_{\text{вх}}(t)$. Зарисовать их в одной системе координат. Определить начальные фазы и записать в таблицу. Для этого необходимо:

3.4.5.1. Подключить вход "Y" осциллографа к гнездам Г7-Г8, вход внешней синхронизации — к гнездам Г7-Г3, перевести осциллограф в режим внешней синхронизации. Получить на экране устойчивую осциллограмму входного тока $i_{\text{вх}}(t)$, зарисовать ее с учетом начала отсчета (начальной фазы). С помощью калиброванного аттенюатора и калибратора развертки осциллографа измерить амплитуду $I_{\text{вх}m}$ и период T входного тока $i_{\text{вх}}(t)$.

3.4.5.2. Подключить вход "Y" осциллографа к R_4 (гнезда Г6-Г9), зарисовать осциллограмму напряжения $u_{R4}(t)$, пропорционального току $i_R(t)$ в цепи.

3.4.5.3. Подключить вход "Y" осциллографа к R_2 (гнезда Г5-Г9), зарисовать осциллограмму напряжения $u_{R2}(t)$, пропорционального току $i_{RC}(t)$ в цепи.

3.4.5.4. Подключить вход "Y" осциллографа к R_1 (гнезда Г4-Г9), зарисовать осциллограмму напряжения $u_{R_1}(t)$, пропорционального току $i_{RL}(t)$ в цепи.

3.4.6. Определить фазовые сдвиги между токами и входным напряжением цепи по фигуре Лиссажу для этого:

3.4.6.1 Вход "Y" осциллографа подключить к гнездам Г6-Г9, вход "X" — к гнезду Г2.

Развертку осциллографа выключить. По полученной на экране осциллографа фигуре Лиссажу определить фазовый сдвиг между током $i_R(t)$ и напряжением $u_R(t)$ (см. рис. 2.10).

3.4.6.2 Вход "Y" осциллографа подключить к гнездам Г4-Г9, по полученной на экране осциллографа фигуре Лиссажу определить фазовый сдвиг между током $i_{RC}(t)$ и напряжением $u_{RC}(t)$ (см. рис. 2.10).

3.4.6.3 Вход "Y" осциллографа подключить к гнездам Г9-Г7, вход "X" — к гнезду Г2, по полученной на экране осциллографа фигуре Лиссажу определить фазовый сдвиг между током $i_{BX}(t)$ и напряжением $u_{BX}(t)$ (см. рис. 2.10).

3.5. Оформление отчета

3.5.1. Сформулировать цель работы.

3.5.2. Привести принципиальную схему исследуемой цепи.

3.5.3. Выполнить теоретический расчёт электрической цепи в комплексной форме, рассчитать токи ветвей, ток в неразветвлённой части цепи, напряжения на всех элементах схемы, считая заданным U_{BX} . Результаты расчёта токов занести в таблицу 3.1.

3.5.4. Построить векторную диаграмму токов и напряжений для электрической цепи по данным теоретического расчёта.

3.5.5. Проверить выполнение условия баланса мощностей.

3.5.6. Сделать выводы о степени совпадения экспериментальных и теоретических результатов, объяснить причины несовпадения.

3.6. Контрольные вопросы

3.6.1. Какое соединение элементов называется последовательным, параллельным, смешанным, звездой, треугольником?

3.6.2. Как рассчитать эквивалентные сопротивления, индуктивности, емкости и ЭДС при последовательном соединении однотипных элементов?

3.6.3. Как рассчитать эквивалентные сопротивление, индуктивность, емкость и ток эквивалентного источника тока при параллельном соединении однотипных элементов?

3.6.4. Как рассчитать эквивалентные сопротивление, индуктивность, емкость при смешанном соединении однотипных элементов? Привести пример.

3.6.5. Как рассчитать общий ток, проходящий через электрическую цепь, находящуюся при гармоническом внешнем воздействии, используя метод комплексных амплитуд?

3.6.6. Сформулировать определения и привести аналитические выражения для следующих видов мощности: мгновенная мощность, активная мощность, полная мощность, комплексная мощность, реактивная мощность.

3.6.7. Сформулировать баланс мощностей и записать уравнения баланса комплексных, активных и реактивных мощностей.

3.6.8. Записать законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме.

4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА

4.1. Цель работы

Исследование резонансных свойств и измерение частотных характеристик последовательного колебательного контура при гармоническом внешнем воздействии

4.2. Краткие теоретические сведения

Последовательный колебательный контур представляет собой электрическую цепь, содержащую катушку индуктивности и конденсатор, включенные последовательно с источником электрической энергии. Принципиальная схема контура изображена на рисунке 4.1,а. Для анализа процессов, протекающих в контуре, перейдем от его исходной схемы к эквивалентной путем замены каждого элемента контура его эквивалентной схемой (рис. 4.1,б), где параллельное соединение емкости и сопротивления утечки R_{yt} преобразовано в эквивалентное последовательное соединение R_C и C на резонансной частоте. В результате получим упрощенную эквивалентную схему последовательного колебательного контура (рис. 4.1,в), где сопротивление R учитывает потери в катушке индуктивности, конденсаторе, внутреннее сопротивление источника и носит название *сопротивление потерь контура* ($R = R_L + R_C + R_i$). Далее будем рассматривать именно эту эквивалентную схему.

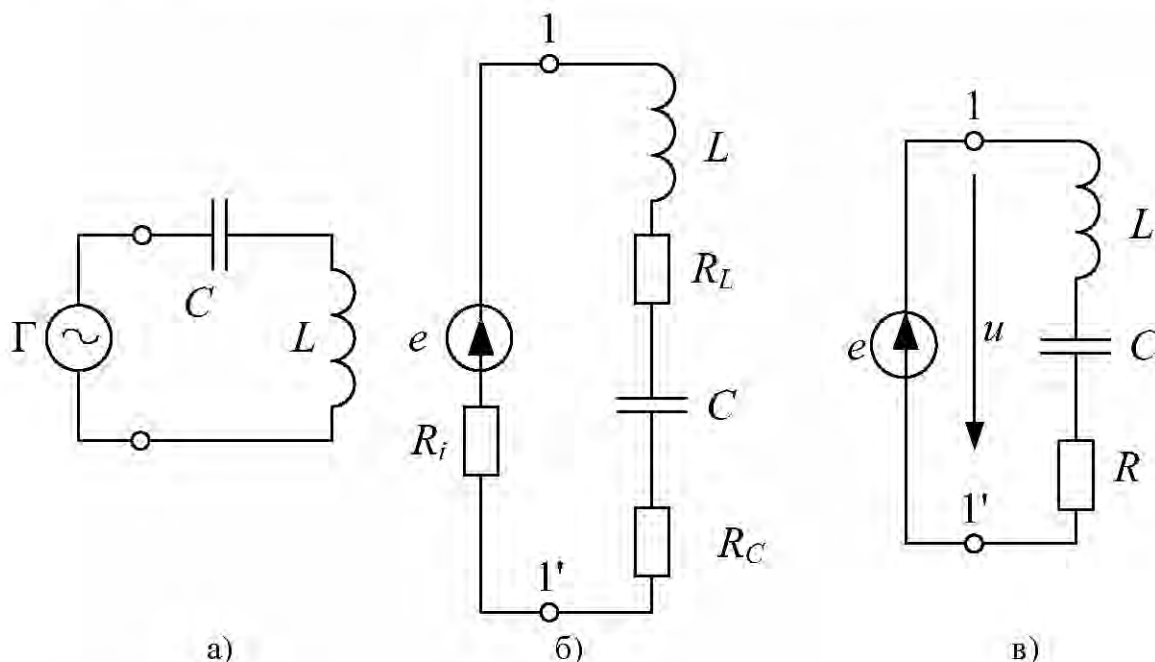


Рис. 4.1 — Последовательный колебательный контур (а), его полная (б) и упрощенная (в) эквивалентные схемы

Комплексное сопротивление последовательного колебательного контура (рис. 4.1,в) запишем в следующем виде:

$$\underline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right).$$

Условием резонанса является равенство нулю мнимой части комплексного сопротивления контура. Поэтому на резонансной частоте ω_p выполняется равенство

$$\omega_p L - \frac{1}{\omega_p C} = 0.$$

Откуда *резонансная частота* ω_p равна

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

На резонансной частоте модуль комплексного сопротивления емкости и модуль комплексного сопротивления индуктивности равны между собой:

$$\frac{1}{\omega_p C} = \omega_p L = \rho.$$

Подставив в это выражение резонансную частоту $\omega_p = 1/\sqrt{LC}$, получим:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Величина ρ носит название *характеристического сопротивления контура* и представляет собой сопротивление каждого из реактивных элементов контура на резонансной частоте.

На резонансной частоте ω_p входное сопротивление контура имеет чисто резистивный характер и равно сопротивлению потерь:

$$\underline{Z}(\omega_p) = R.$$

Действующее значение тока контура на резонансной частоте $I = U/R$, где U — действующее значение напряжения на контуре. Найдем действующие значения напряжений на реактивных элементах контура на резонансной частоте:

$$U_C|_{\omega=\omega_p} = U_L|_{\omega=\omega_p} = \rho I = \rho \frac{U}{R}.$$

Добротностью контура называется отношение действующего значения напряжения на реактивном элементе контура к действующему значению напряжения на контуре на резонансной частоте:

$$Q = \frac{U_L}{U}|_{\omega=\omega_p} = \frac{U_C}{U}|_{\omega=\omega_p} = \frac{\rho}{R} = \frac{\sqrt{L/C}}{R}.$$

Как правило, добротность колебательных контуров современной радиотехнической аппаратуры лежит в пределах от нескольких десятков до нескольких сотен. Поэтому *в режиме резонанса напряжение на реактивных элементах последовательного контура во много раз превышает приложенное к контуру напряжение*. В связи с этим резонанс последовательного контура называют также *резонансом напряжений*.

Входной характеристикой последовательного колебательного контура является зависимость входной проводимости от частоты:

$$Y(j\omega) = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} e^{-j \arctg\left(\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)/R\right)} =$$

$$= \left(1 / \left(R \sqrt{1 + Q^2 \left(\omega / \omega_p - \omega_p / \omega\right)^2}\right)\right) e^{-j \arctg\left(Q \left(\omega / \omega_p - \omega_p / \omega\right)\right)} = Y(\omega) e^{j\alpha(\omega)},$$

где $Y(\omega)$ — модуль комплексной частотной характеристики; $\alpha(\omega)$ — аргумент комплексной частотной характеристики.

Частотные характеристики модуля и аргумента комплексной входной проводимости цепи приведены на рис. 4.2.

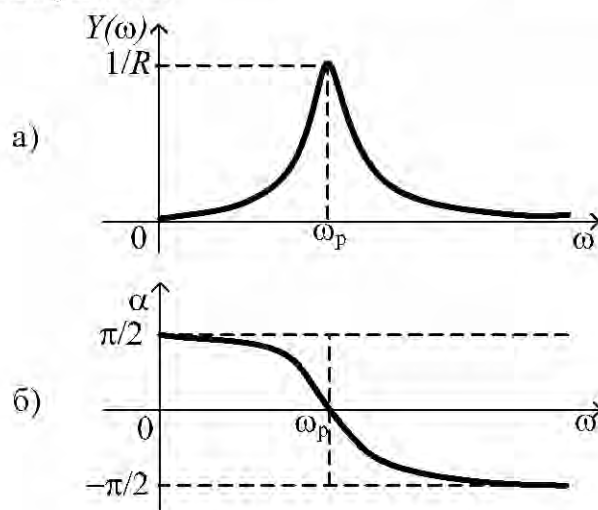


Рис. 4.2 — Частотные характеристики модуля (а) и аргумента (б) комплексной входной проводимости последовательного колебательного контура

На резонансной частоте сопротивление контура имеет чисто резистивный характер и минимально по модулю, поэтому полная входная проводимость достигает максимального значения и равна $1/R$. Следует учитывать что $\varphi(\omega) = -\alpha(\omega)$. На частоте выше резонансной сопротивление контура имеет резистивно-индуктивный характер ($0 < \varphi < \pi/2$), а на частотах ниже резонансной — резистивно-емкостной ($0 > \varphi > \pi/2$). Частотные характеристики, изображенные на рис. 4.2, имеют качественный характер, и неудобны для практического использования, так как для каждого сочетания R , Q и ω_p необходимо строить отдельные кривые. Поэтому на практике обычно применяют нормированные частотные характеристики, которые позволяют в обобщенной форме построить кривые для всех возможных сочетаний значений параметров. В качестве аргумента используется *обобщенная расстройка*:

$$\xi = \frac{x}{r} = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R} = Q \left(\frac{\omega}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega} \right). \quad (4.1)$$

На резонансной частоте $\xi = 0$, на частотах ниже резонансной $\xi < 0$, на частотах выше резонансной $\xi > 0$.

Модуль комплексной входной проводимости $Y(\xi)$ обычно нормируется к значению, которое он принимает на резонансной частоте

$$\bar{Y}(\xi) = \frac{Y(\xi)}{Y(0)} = \frac{Y(\xi)}{1/R} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}}.$$

Аргумент комплексной проводимости в виде функции обобщенной расстройки имеет вид

$$\alpha(\xi) = -\arctg \xi.$$

Характерные частотные зависимости изображены на рис. 4.3.

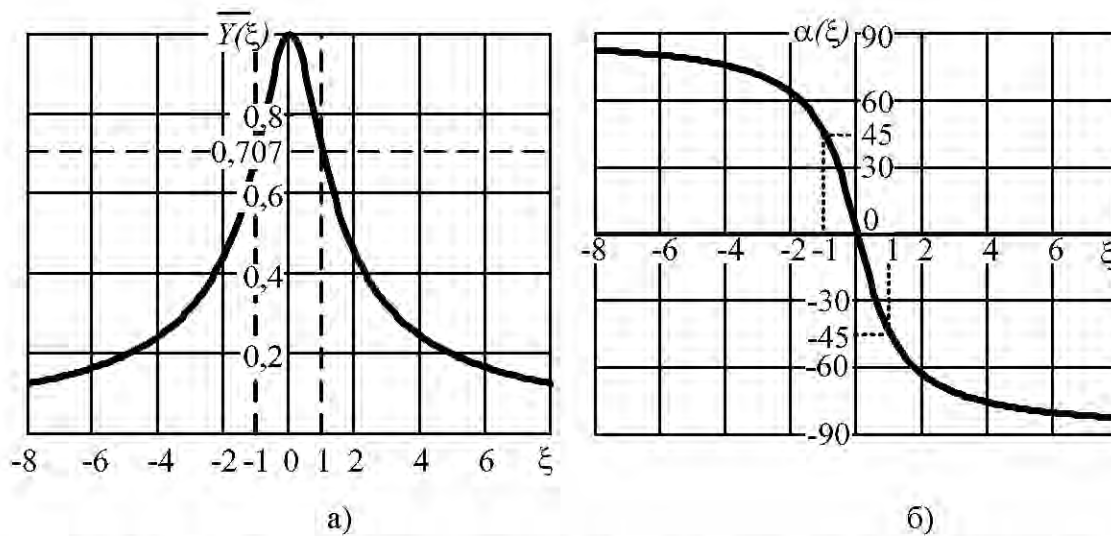


Рис. 4.3 — Частотные характеристики модуля (а) и аргумента (б) комплексной проводимости последовательного колебательного контура

Передаточные характеристики последовательного колебательного контура. При рассмотрении комплексных частотных характеристик последовательный колебательный контур можно представить в виде четырехполюсника, у которого выходное напряжение снимается с реактивного элемента контура (рис. 4.4). Таким образом, последовательный колебательный контур обладает передачными характеристиками.

Найдем коэффициенты передачи контура по напряжению для случаев, когда напряжение снимается с индуктивности (рис. 4.4,а) и с емкости (рис. 4.4,б) в режиме холостого хода выходных зажимов, используя правило делителя напряжения:

$$K_L(j\omega) = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \right|_{I_2=0} = \underline{Z}_L / \underline{Z} = \underline{Z}_L Y(j\omega) = j\omega L Y(j\omega) = Q \frac{\omega}{\omega_p} \bar{Y}(\omega) e^{j(\alpha(\omega) + \pi/2)},$$

$$K_C(j\omega) = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \right|_{I_2=0} = \underline{Z}_C / \underline{Z} = \underline{Z}_C Y(j\omega) = -j \frac{1}{\omega C} Y(j\omega) = Q \frac{\omega_p}{\omega} \bar{Y}(\omega) e^{j(\alpha(\omega) - \pi/2)}.$$

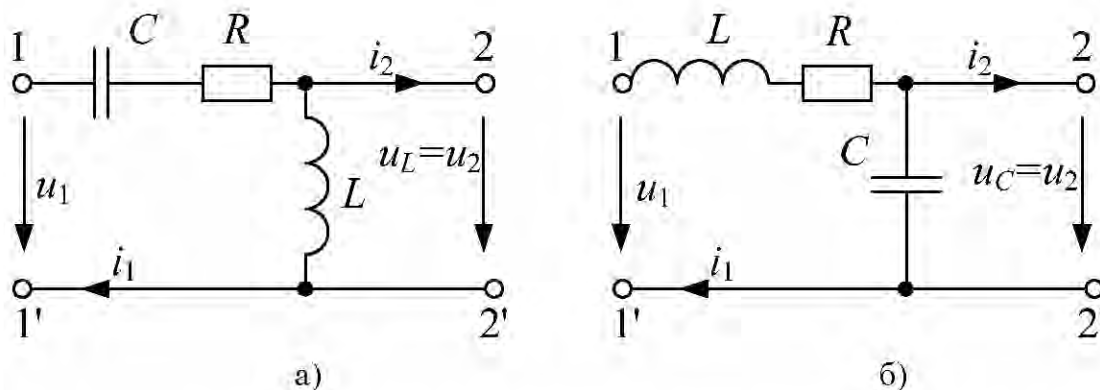


Рис. 4.4 — Представление последовательного колебательного контура в виде четырехполосника, у которого напряжение снимается с индуктивности (а) или с емкости (б)

Из полученных соотношений можно определить АЧХ и ФЧХ комплексных коэффициентов передачи последовательного колебательного контура по напряжению (рис. 4.5):

$$K_L(\omega) = \frac{\omega}{\omega_p} Q \bar{Y}(\omega), \quad \psi_L(\omega) = \alpha(\omega) + \pi/2;$$

$$K_C(\omega) = \frac{\omega_p}{\omega} Q \bar{Y}(\omega), \quad \psi_C(\omega) = \alpha(\omega) - \pi/2.$$

Из этих формул следует, что на резонансной частоте ($\omega = \omega_p$) $K_L(\omega_p) = K_C(\omega_p) = Q$. При $\omega = 0$ сопротивление емкости бесконечно велико, поэтому напряжение на емкости $\dot{U}_2 = \dot{U}_1$, а напряжение на индуктивности равно нулю. Поэтому $K_L(0) = 0$, $K_C(0) = 1$. На высоких частотах ($\omega \rightarrow \infty$) сопротивление индуктивности очень велико, поэтому напряжение $\dot{U}_1$ оказывается практически полностью приложенным к индуктивности, а напряжение на емкости равно нулю. Таким образом, $K_L(\infty) = 1$, $K_C(\infty) = 0$.

Избирательные свойства последовательного колебательного контура. Важнейшая особенность последовательного колебательного контура заключается в том, что амплитуда реакции контура на гармоническое воздействие существенно зависит от частоты. Если на контур подать сумму гармонических колебаний различных частот, имеющих одинаковые амплитуды, то на выходе можно обнаружить, что амплитуда колебаний, частота которых близка к резонансной значительно превышает амплитуду колебаний, частота которых далека от резонансной. Контур «пропускает» колебания одних частот и подавляет колебания других частот.

Избирательностью называется способность электрической цепи выделять колебания отдельных частот из суммы колебаний различных частот.

В идеальном случае отклик избирательной цепи должен иметь постоянное значение в пределах определенного диапазона частот, называемого полосой пропускания цепи, и быть равным нулю за пределами этого диапазона (полоса задержания). Нормированная АЧХ идеальной избирательной цепи должна иметь прямоугольную форму (рис. 4.6, кривая I). АЧХ реальных избирательных цепей, в том числе и АЧХ

последовательного избирательного контура отличаются от характеристик идеальной избирательной цепи (рис. 4.6, кривая II) отсутствием резкой границы между полосой пропускания и полосой задержания. Очевидно, избирательные свойства реальной цепи будут тем выше, чем ближе к прямоугольной будет форма ее АЧХ.

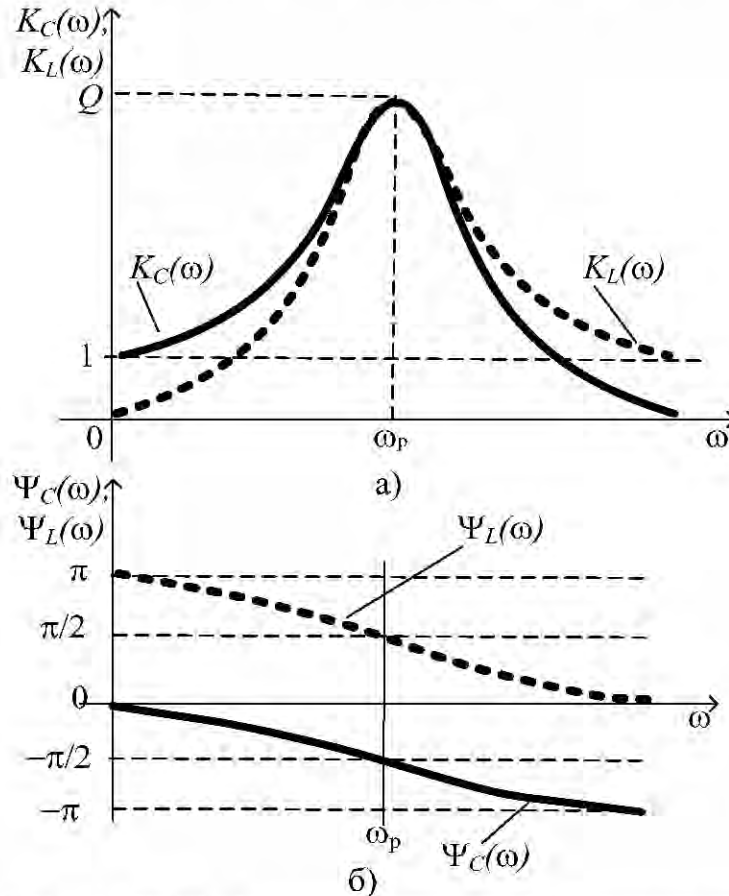


Рис. 4.5 — АЧХ (а) и ФЧХ (б) комплексных коэффициентов передачи последовательного колебательного контура по напряжению.

Избирательные свойства последовательного колебательного контура определяются формой нормированной АЧХ входной проводимости контура $\bar{Y}(\omega)$. На резонансной частоте нормированная входная проводимость контура равна единице.

Полоса пропускания реальных избирательных устройств определяется как диапазон частот, на границах которого коэффициент передачи составляет $1/\sqrt{2} \approx 0,707$ от максимального значения.

Определим значения угловых частот ω_B и ω_H , соответствующие границам полосы пропускания контура. Нормированная входная проводимость контура $\bar{Y}(\xi) = 1/\sqrt{1+\xi^2}$.

По определению нормированное сопротивление на граничных частотах полосы пропускания $\bar{Y}(\xi_{гр}) = 1/\sqrt{2}$, откуда

$$1/\sqrt{2} = 1/\sqrt{1+\xi_{гр}^2}.$$

Решая это квадратное уравнение относительно $\xi_{гр}$, получаем два случая:
 $\xi_{грн} = -1$; $\xi_{грв} = +1$.

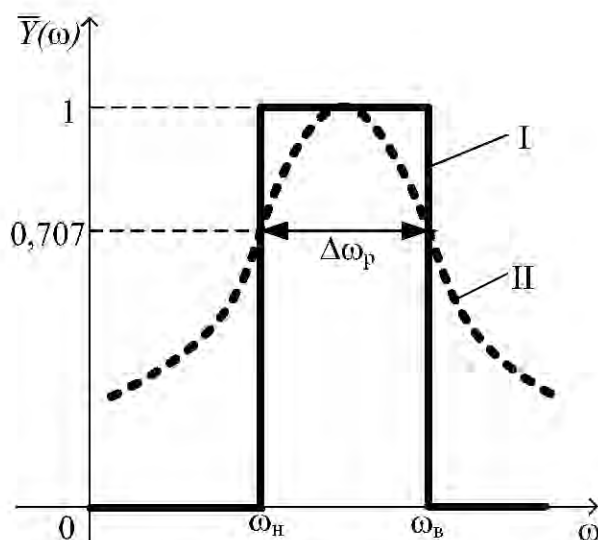


Рис. 4.6 — АЧХ идеальной избирательной цепи (I) и последовательного колебательного контура (II)

Отрицательное значение обобщенной расстройки $\xi_{грн} = -1$ соответствует нижней границе полосы пропускания, а положительное $\xi_{грв} = 1$ — верхней. Подставив в (4.1) значение обобщенной расстройки для нижней и верхней границ полосы пропускания, получим:

$$Q \left(\frac{\omega_H}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega_H} \right) = -1;$$

$$Q \left(\frac{\omega_B}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega_B} \right) = 1.$$

Решая эти уравнения, найдем ω_H и ω_B :

$$\omega_H = \omega_p \left(-\frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} \right);$$

$$\omega_B = \omega_p \left(\frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} \right).$$

Используя полученные выражения определим полосу пропускания $\Delta\omega_p$:

$$\Delta\omega_p = \omega_B - \omega_H = \frac{\omega_p}{Q}.$$

Полоса пропускания контура пропорциональна резонансной частоте и обратно пропорциональна добротности контура.

4.3. Описание лабораторного макета

На лицевой панели лабораторного макета (рис. 4.7.) изображена исследуемая электрическая цепь, расположены органы управления (переключатели $S1$, $S2$) и гнезда ($\Gamma1$, $\Gamma2$) для подключения вольтметра, генератора ВЧ или осциллографа.

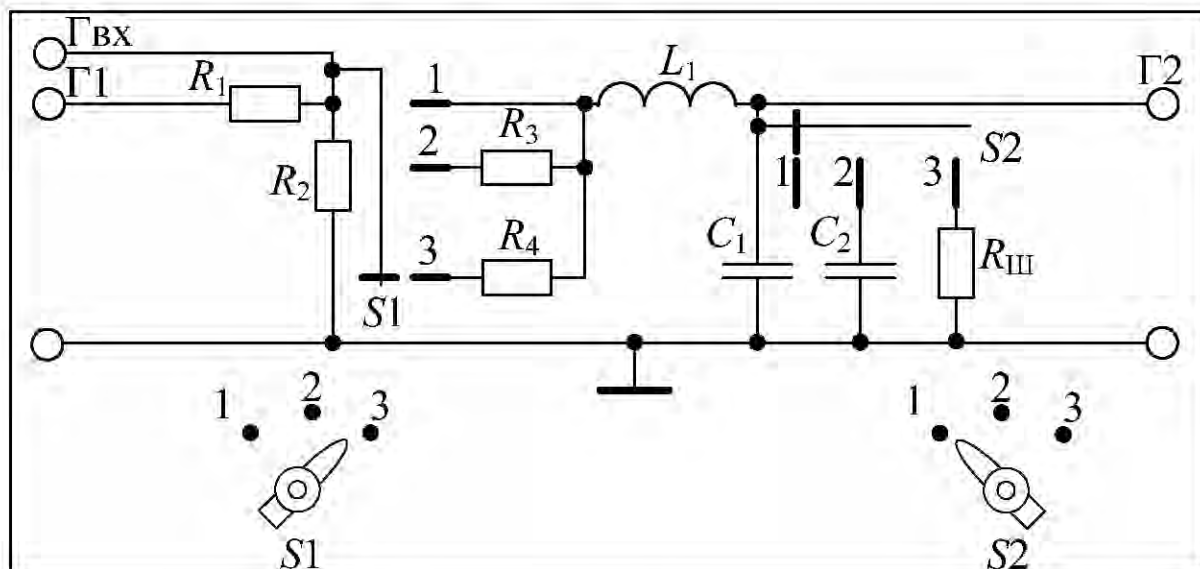


Рис. 4.7 — Лицевая панель лабораторного макета

Сопротивления $R_1 = 75 \text{ Ом}$ и $R_2 = 2 \text{ Ом}$ образуют входной делитель напряжения, который обеспечивает развязку между источником входного напряжения и последовательным колебательным контуром, состоящим из индуктивности и емкости.

Переключатель $S1$ служит для изменения величины резистивного сопротивления контура, которое складывается из трех значений:

$$R = R_L + R_{\Pi} + R_{\text{д}},$$

где $R_L = 2 \text{ Ом}$ — сопротивление провода катушки индуктивности ;

R_{Π} — дополнительное сопротивление потерь контура, ($S1$ в положении 1 — $R_{\Pi} = 0 \text{ Ом}$, $S1$ в положении 2 — $R_{\Pi} = R_3$, $S1$ в положении 3 — $R_{\Pi} = R_4$);

$R_{\text{д}}$ — выходное сопротивление делителя напряжения на резисторах R_1 и R_2 ($R_{\text{д}} \approx R_2$).

Переключатель $S2$ служит для изменения параметров контура путем подключения параллельно емкости C_1 контура дополнительной емкости C_2 (положение 2) или шунтирующего сопротивления R_{III} (положение 3).

4.4. Порядок выполнения работы

4.4.1. Измерить АЧХ контура $K_C(f)$ при снятии напряжения с емкости C_1 контура для трех значений дополнительного сопротивления потерь: $R_{\Pi} = 0 \text{ Ом}$; $R_{\Pi} = R_3$; $R_{\Pi} = R_4$. Для этого:

4.4.1.1. К гнезду Г1 относительно корпуса лабораторного макета подключить генератор ВЧ, а к гнезду Г2 относительно корпуса вольтметр. Переключатели $S1$ и $S2$ переключить в положение 1.

4.4.1.2. Изменяя частоту f генератора, найти резонансную частоту f_{p1} контура, соответствующую максимуму напряжения на емкости C_1 контура.

4.4.1.3. Подключить осциллограф к гнезду Гвх относительно земли, установить предел входа «Y» 50 мВ/дел, добиться появления устойчивого изображения синусоидального сигнала на осциллографе. Регулируя уровень выходного напряжения генератора ВЧ, установить амплитуду входного сигнала $U_{mГвх}$ равной 100 мВ, зафиксировать в отчете величину напряжения U_{Cmax} , соответствующую максимальному напряжению на емкости.

4.4.1.4. Перестраивая по частоте генератор и поддерживая постоянный уровень входного напряжения $U_{mГвх} = 100$ мВ, снять зависимость напряжения на емкости от частоты $U_C(f)$ и рассчитать АЧХ комплексного коэффициента передачи контура $K_C(f)$. Полученные результаты занести в таблицу 4.1. Необходимо зафиксировать частоты соответствующие значениям напряжения U_C : U_{Cmax} , $0,9U_{Cmax}$, $0,8U_{Cmax}$, $0,7U_{Cmax}$, $0,5U_{Cmax}$, $0,3U_{Cmax}$, $0,1U_{Cmax}$, **при изменении частоты генератора в обе стороны от резонансной частоты**.

Таблица 4.1 — АЧХ комплексного коэффициента передачи последовательного колебательного контура

$f, \text{кГц}$								
$U_C, \text{В}$								
$K_C(f) = U_C / U_{mГвх}$								

4.4.1.5. Установить переключатель "S1" в положение 2 и повторить действия по п.п. 4.4.1.2. ... 4.4.1.4.; установить "S1" в положение 3 и повторить действия по п.п. 4.4.1.2. ... 4.4.1.4.

4.4.2. Определить резонансную частоту f_{p2} контура при подключении параллельно емкости C_1 контура дополнительной емкости C_2 . С этой целью установить переключатель $S1$ в положение 1, переключатель $S2$ в положение 2 и повторить действия по п. 4.4.1.2.

4.4.3. Снять АЧХ контура при подключении параллельно емкости C_1 сопротивления шунта $R_{ш}$. Для этого установить переключатель $S2$ в положение 3 и повторить действия по п.п. 4.4.1.2. ... 4.4.1.4.

4.4.4. Подключая осциллограф поочередно к гнезду Г1 и гнезду Г2 относительно корпуса, наблюдать осциллограммы напряжений при различных частотах.

4.5. Оформление отчета

4.5.1. Сформулировать цель работы.

4.5.2. Привести принципиальную схему исследуемой цепи.

4.5.3. Используя данные таблицы 4.1 п.п. 4.4.1, 4.4.3 рассчитать нормированные значения напряжения на емкости контура.

4.5.4. Построить на одном графике нормированные АЧХ контура и по каждой из них определить полосу $\Delta\omega_p$ пропускания и добротность Q контура.

4.5.5. Используя значения резонансных частот f_{p1} п. 4.4.1.2 и f_{p2} п. 4.4.2 и, полагая $C_1 = 1000$ пФ, $C_2 = 270$ пФ, рассчитать паразитную емкость C_{Π} контура, обусловленную емкостью монтажа и входной емкостью вольтметра.

Резонансные частоты контура определяются выражениями:

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_1 + C_{\Pi})}};$$

$$f_{p2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_1 + C_2 + C_{\Pi})}}.$$

4.5.6. Рассчитать эквивалентную емкость $C = C_1 + C_{\Pi}$, и характеристическое сопротивление $\rho = \frac{1}{2\pi f_{p1} C}$ контура.

4.5.7. Рассчитать сопротивление, вносимое в контур влиянием шунта $R_{\Pi} = 5,1$ кОм п. 4.4.3, по формуле

$$R'_{\text{вн}} = \frac{\rho^2}{R_{\Pi}},$$

исходя из экспериментально найденного изменения добротности контура, вызванного подключением шунта,

$$R''_{\text{вн}} = \frac{\rho(Q_1 - Q_2)}{Q_1 Q_2},$$

где Q_1 — добротность контура до подключения шунта;

Q_2 — добротность контура после подключения шунта.

4.5.8. Сделать выводы о степени совпадения экспериментальных и теоретических результатов, объяснить причины несовпадения.

4.6. Контрольные вопросы

4.6.1. Какую электрическую цепь называют последовательным колебательным контуром?

4.6.2. Что такое резонанс напряжений и каким условием он определяется?

4.6.3. Как определяется добротность и полоса пропускания контура?

4.6.4. Какой вид имеет АЧХ комплексного коэффициента передачи контура по напряжению?

4.6.5. Как зависит добротность и полоса пропускания контура от величины сопротивления потерь контура?

4.6.6. Как определить резонансную частоту контура?

4.6.7. Какой вид имеют частотные характеристики комплексной входной проводимости контура и как они зависят от добротности контура?

4.6.8. Какой физический смысл имеет характеристическое сопротивление контура? Как его вычислить?

4.6.9. Что такое обобщенная расстройка контура? Какой вид имеют частотные характеристики комплексной входной проводимости контура в функции обобщенной расстройки?

4.6.10. Какой характер имеет сопротивление контура на частотах ниже резонансной, выше резонансной и на резонансной частоте?

5. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5 ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА ПЕРВОГО ВИДА

5.1. Цель работы

Исследование резонансных свойств и измерение частотных характеристик параллельного колебательного контура первого вида.

5.2. Краткие теоретические сведения

Параллельным колебательным контуром называется электрическая цепь, в которой катушки индуктивности и конденсаторы размещены в двух ветвях, подключенных параллельно источнику энергии. Принципиальные электрические схемы параллельных колебательных контуров различных видов приведены на рис. 5.1.

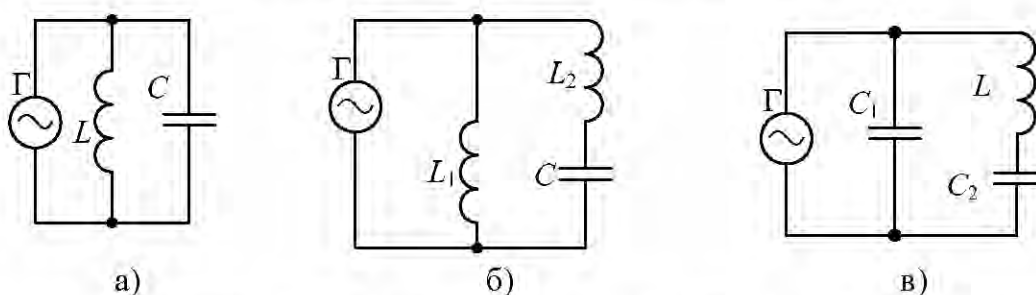


Рис. 5.1 — Параллельные колебательные контуры первого вида (а), второго вида (б), третьего вида (в)

В простейшем случае параллельный колебательный контур содержит катушку индуктивности в одной из параллельных ветвей, и конденсатор в другой (рис. 5.1,а). Такой контур называется параллельным колебательным контуром *первого (основного) вида*. Параллельный контур *второго* вида (с частичным включением индуктивности) содержит в одной ветви катушку индуктивности L_1 , а в другой — конденсатор C и катушку индуктивности L_2 (рис. 5.1,б). Параллельный колебательный контур *третьего* вида (с частичным включением емкости) содержит в одной ветви катушку индуктивности L и конденсатор C_2 , а в другой — только конденсатор C_1 (рис. 5.1,в). При рассмотрении контуров ограничимся случаем, когда элементы контура имеют высокую добротность.

Эквивалентная схема **параллельного колебательного контура основного вида** изображена на рис. 5.2,а. Найдем комплексное входное сопротивление параллельного контура основного вида:

$$\underline{Z} = \frac{(R_L + j\omega L) \left(R_C + \frac{1}{j\omega C} \right)}{(R_L + j\omega L) + \left(R_C + \frac{1}{j\omega C} \right)}.$$

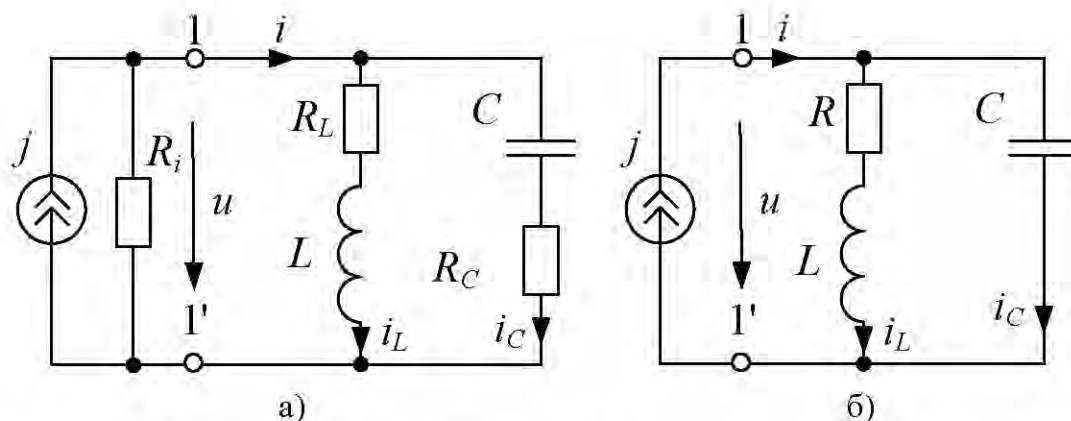


Рис. 5.2 — Параллельный колебательный контур основного вида: эквивалентная схема (а); схема замещения (б)

В связи с тем, что элементы контура имеют высокую добротность, т. е. $\omega_p L \gg R_L$, $\frac{1}{\omega_p C} \gg R_C$, а частота внешнего воздействия немного отличается от резонансной, можно пренебречь сопротивлениями R_C и R_L в числителе. В итоге получаем

$$\underline{Z} = \frac{L/C}{(R_L + R_C) + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{\rho^2}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}, \quad (5.1)$$

где $\rho = \sqrt{L/C}$ — характеристическое сопротивление контура (сопротивление реактивного элемента контура на резонансной частоте),

$R = R_L + R_C$ — сопротивление потерь параллельного колебательного контура.

С учетом выше представленного выражения и пренебрегая внутренней проводимостью источника энергии, получим схему замещения параллельного контура основного вида (рис. 5.2,б). Резонанс контура наступает, когда мнимая составляющая комплексного входного сопротивления равна нулю. Поэтому на резонансной частоте справедливо равенство:

$$\left(\omega_p L - \frac{1}{\omega_p C}\right) = 0.$$

Откуда резонансная частота параллельного колебательного контура равна

$$\omega_p = 1/\sqrt{LC}.$$

Таким образом, резонансная частота параллельного колебательного контура, с высокой добротностью определяется той же формулой, что и резонансная частота последовательного колебательного контура.

Входное сопротивление контура на резонансной частоте носит чисто резистивный характер и определяется выражением вытекающим из (5.1):

$$\underline{Z}(\omega)_{\omega=\omega_p} = \frac{\rho^2}{R} = R_0.$$

Сопротивление R_0 называют резонансным сопротивлением контура. Найдем действующее значение напряжения на зажимах контура, вызываемое током источника

$$U = R_0 I = \rho^2 \frac{I}{R},$$

где I — действующее значение тока источника.

С учетом этого ток ветвей контура на резонансной частоте определим по формуле

$$I_C \Big|_{\omega=\omega_p} \approx I_L \Big|_{\omega=\omega_p} \approx \frac{U}{\rho} = \frac{\rho I}{R} = QI,$$

где $Q = \rho/R$ — добротность контура.

Таким образом на резонансной частоте токи ветвей параллельного колебательного контура в Q раз превышает ток I , источника тока. В связи с этим резонанс в параллельном колебательном контуре называют также **резонансом токов**.

Рассмотрим комплексные частотные характеристики параллельного колебательного контура первого вида.

К **входным характеристикам** параллельного колебательного контура относят его комплексное входное сопротивление в режиме холостого хода (сопротивление нагрузки, подключенное параллельно контуру, равно бесконечности). Выражение (5.1) преобразуем к виду

$$\underline{Z} = \frac{R_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega}\right)} = \frac{R_0}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}} e^{-jQ\left(\frac{\omega}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega}\right)} = Z(\omega) e^{-j\varphi(\omega)},$$

где $Z(\omega), \varphi(\omega)$ — частотные зависимости модуля и аргумента комплексного входного сопротивления контура. Эти характеристики показаны на рис. 5.3.

Введя понятие обобщенной расстройки $\xi = \frac{x}{r} = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R} = Q\left(\frac{\omega}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega}\right)$, получим входное сопротивление в виде функции обобщенной расстройки

$$Z(j\xi) = \frac{R_0}{1 + j\xi} = \frac{R_0}{\sqrt{1 + \xi^2}} e^{-j\arctg\xi} = R_0 \bar{Z}(\xi) e^{j\varphi(\xi)},$$

где $\bar{Z}(\xi) = \frac{Z(\xi)}{R_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}}$ — нормированное значение модуля входного сопротивления как функция обобщенной расстройки;

$\varphi(\xi) = -\arctg(\xi)$ — нормированное значение аргумента входного сопротивления как функция обобщенной расстройки.

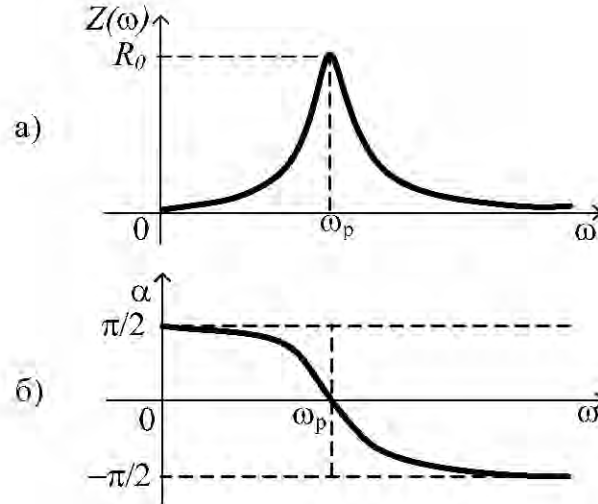


Рис. 5.3 — АЧХ (а) и ФЧХ (б) комплексного входного сопротивления параллельного колебательного контура основного вида

К **передаточным характеристикам** параллельного колебательного контура относят коэффициенты передачи по току в ветви, содержащей индуктивность и в ветви, содержащей ёмкость ($G_L(j\omega)$ и $G_C(j\omega)$) соответственно. Используя правило делителя тока, находим:

$$G_L(j\omega) = \frac{I_L}{I} = \frac{1/\underline{Z}_L}{1/\underline{Z}} = -j \frac{1}{\omega L} \underline{Z} = Q \frac{\omega_p}{\omega} \bar{Z}(\omega) e^{j(\varphi(\omega) - \pi/2)} = G_L(\omega) \cdot e^{j\varphi_L(\omega)};$$

$$G_C(j\omega) = \frac{I_C}{I} = \frac{1/\underline{Z}_C}{1/\underline{Z}} = j\omega C \underline{Z} = Q \frac{\omega}{\omega_p} \bar{Z}(\omega) e^{j(\varphi(\omega) + \pi/2)} = G_C(\omega) \cdot e^{j\varphi_C(\omega)},$$

где $\bar{Z}(\omega) = \frac{Z(\omega)}{R_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega} \right)^2}}$ — нормированная частотная характеристика

модуля входного сопротивления.

АЧХ и ФЧХ комплексных коэффициентов передачи по току параллельного колебательного контура изображены на рис. 5.4.

О передаточных характеристиках параллельного колебательного контура можно сказать все то, что ранее говорилось о передаточных характеристиках последовательного колебательного контура. В частности, при высокой добротности контура на частотах, близких к резонансной, АЧХ комплексных коэффициентов передачи по току практически совпадают:

$$G_L(\omega) \approx G_C(\omega) \approx Q \bar{Z}(\omega).$$

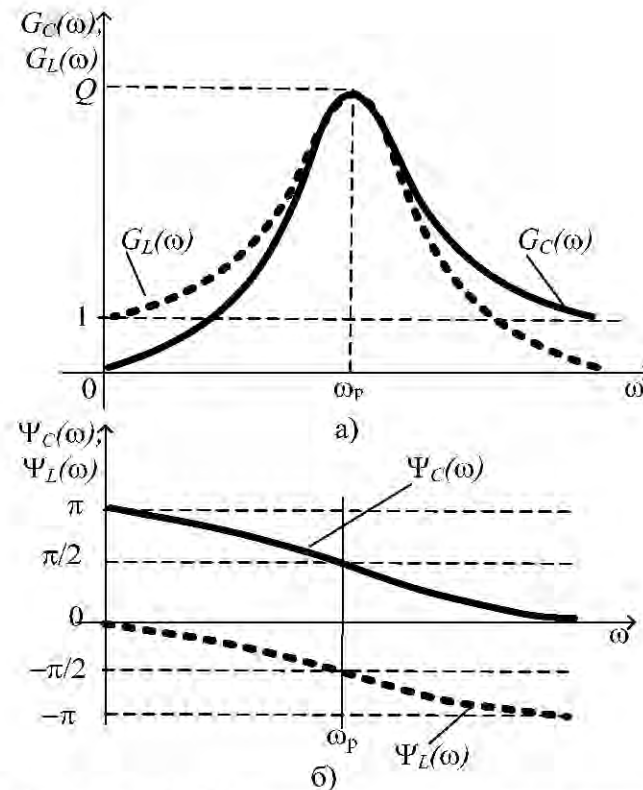


Рис. 5.4 — АЧХ (а) и ФЧХ (б) комплексных коэффициентов передачи по току параллельного колебательного контура основного вида

На частоте резонанса токов $\omega = \omega_r$ входное сопротивление параллельного колебательного контура имеет чисто резистивный характер ($\varphi = 0$), а модуль его входного сопротивления достигает максимального значения $R_0 = \rho^2 / R$. На частотах ниже резонансной входное сопротивление контура имеет резистивно-индуктивный характер ($0 < \varphi < \pi/2$), а частотах выше резонансной — резистивно-емкостной ($-\pi/2 < \varphi < 0$). На рис. 5.5 изображены зависимости модуля полного сопротивления последовательного (кривая 1) и параллельного (кривая 2) колебательных контуров от частоты. Видно, что эти зависимости носят обратный характер, что является основным отличием между последовательным и параллельным колебательными контурами.

Избирательные свойства параллельного колебательного контура заключаются в том, что амплитуда реакции контура на гармоническое воздействие существенно зависит от частоты. Если на вход контура подать сумму гармонических колебаний различных частот, имеющих одинаковые амплитуды, то на выходе можно обнаружить, что амплитуды колебаний, частота которых близка к резонансной, значительно превышают амплитуды колебаний, частоты которых далеки от резонансной. Контур «пропускает» колебания одних частот и «не пропускает» колебания других частот.

Избирательностью называется способность электрической цепи выделять колебания отдельных частот из суммы колебаний различных частот.

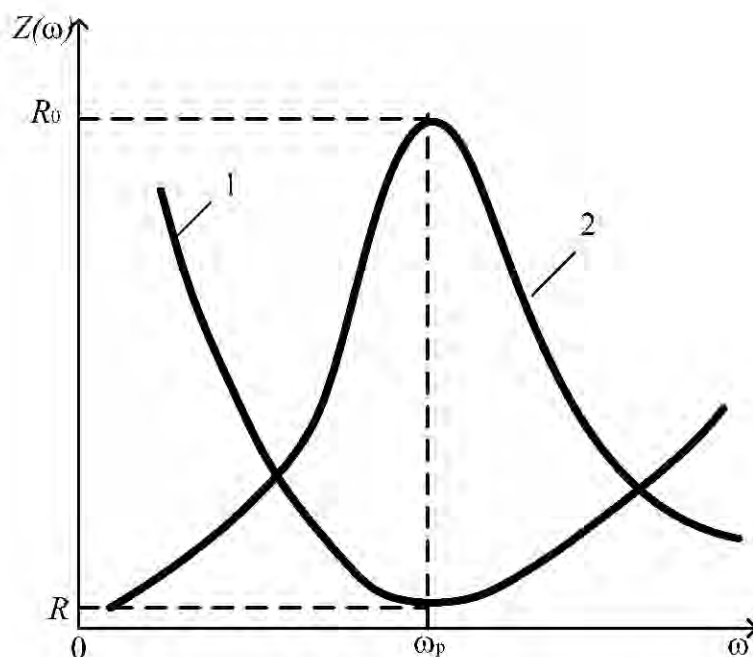


Рис. 5.5 — Зависимость модуля полного сопротивления последовательного (1) и параллельного (2) колебательных контуров от частоты

В идеальном случае отклик избирательной цепи должен иметь постоянное значение в пределах определенного диапазона частот, называемого *полосой пропускания* цепи, и быть равным нулю за пределами этого диапазона. Нормированная частотная характеристика идеальной частотно-избирательной цепи должна иметь прямоугольную форму (рис. 5.6, кривая I). Частотная характеристика параллельного контура отличается от характеристик идеальной избирательной цепи (рис. 5.6, кривая II) отсутствием резкой границы между диапазонами пропускаемых и подавляемых частот. Очевидно, избирательные свойства реальных цепей будут тем выше, чем ближе к прямоугольной форма их нормированной частотной характеристики.

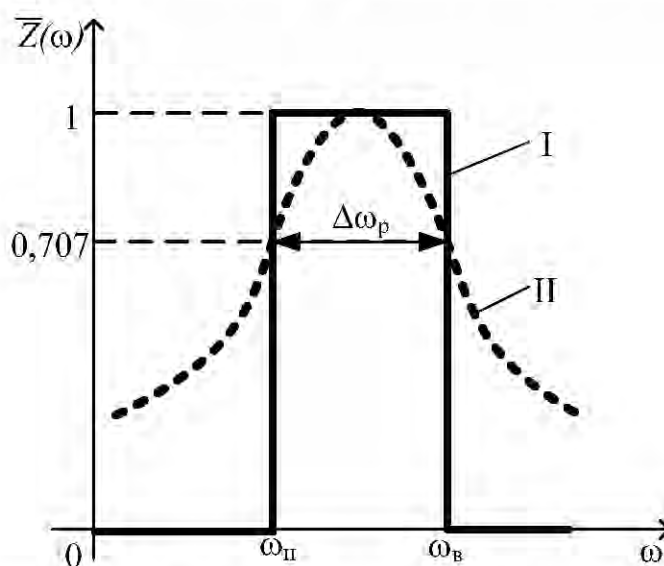


Рис. 5.6 — АЧХ идеальной избирательной цепи (I) и параллельного колебательного контура (II)

Полоса пропускания реальных избирательных устройств определяется как диапазон частот, на границах которого коэффициент передачи составляет $1/\sqrt{2} \approx 0,707$ от максимального значения.

На резонансной частоте нормированное входное сопротивление контура равно единице. Определим значения угловых частот $\omega_{\text{В}}$ и $\omega_{\text{Н}}$, соответствующие границам полосы пропускания контура.

По определению нормированное сопротивление на граничных частотах полосы пропускания $\bar{Z}(\xi_{\text{гр}}) = 1/\sqrt{2}$, откуда

$$1/\sqrt{2} = 1/\sqrt{1 + \xi_{\text{гр}}^2}.$$

Решая это квадратное уравнение относительно $\xi_{\text{гр}}$, получаем два случая: $\xi_{\text{грН}} = -1$; $\xi_{\text{грВ}} = +1$.

Отрицательное значение обобщенной расстройки $\xi_{\text{грН}} = -1$ соответствует нижней границе полосы пропускания, а положительное $\xi_{\text{грВ}} = 1$ — верхней. Подставив в (4.1) значение обобщенной расстройки для нижней и верхней границ полосы пропускания, получим:

$$Q \left(\frac{\omega_{\text{Н}} - \omega_{\text{Р}}}{\omega_{\text{Р}} - \omega_{\text{Н}}} \right) = -1;$$

$$Q \left(\frac{\omega_{\text{В}} - \omega_{\text{Р}}}{\omega_{\text{Р}} - \omega_{\text{В}}} \right) = 1.$$

Решая эти уравнения, найдем $\omega_{\text{Н}}$ и $\omega_{\text{В}}$:

$$\omega_{\text{Н}} = \omega_{\text{Р}} \left(-\frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} \right);$$

$$\omega_{\text{В}} = \omega_{\text{Р}} \left(\frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} \right).$$

Используя полученные выражения определим полосу пропускания $\Delta\omega_{\text{Р}}$:

$$\Delta\omega_{\text{Р}} = \omega_{\text{В}} - \omega_{\text{Н}} = \frac{\omega_{\text{Р}}}{Q}.$$

Полоса пропускания контура пропорциональна резонансной частоте и обратно пропорциональна добротности контура.

5.3. Описание лабораторного макета

На лицевой панели макета (рис 5.7) изображена исследуемая электрическая цепь, расположены органы управления (переключатель $S3$) и гнезда (ГЗ...Г6) для подключения вольтметра, генератора или осциллографа.

На рис 5.7 приведена схема лабораторного макета, которая используется при исследовании последовательного колебательного контура.

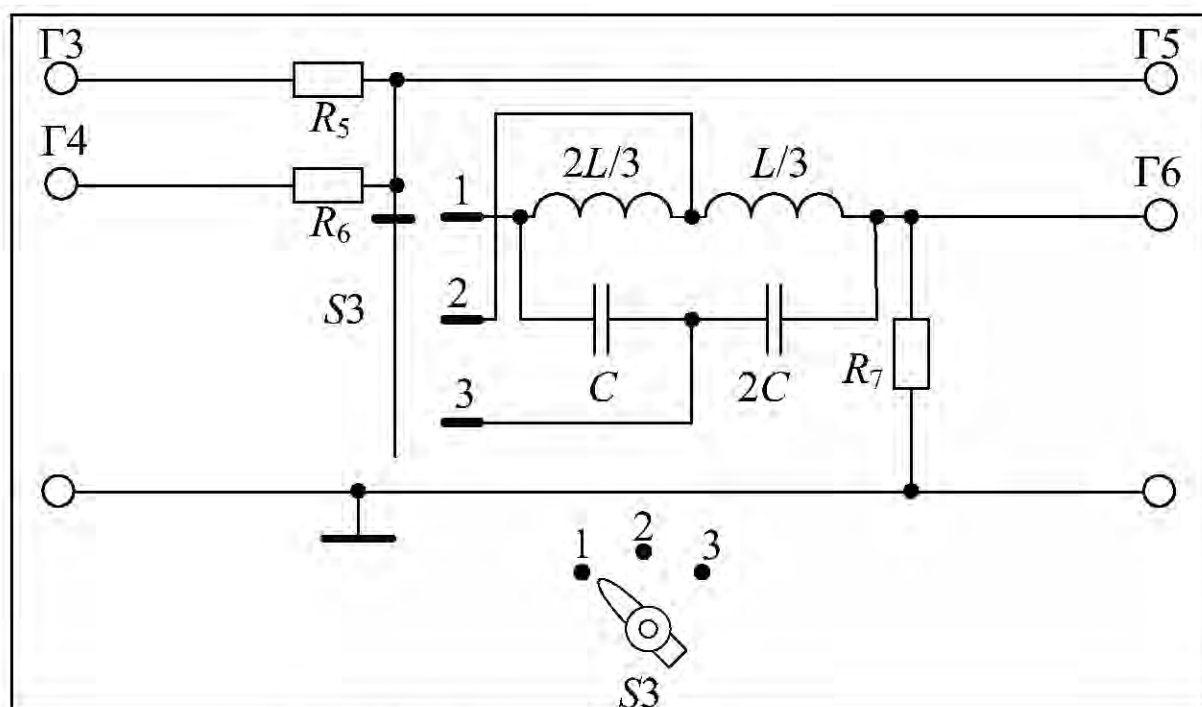


Рис. 5.7 — Лицевая панель лабораторного макета

Сопротивления $R_5 = 510 \text{ Ом}$ и $R_6 = 10 \text{ кОм}$ выполняют роль внутреннего сопротивления R_i источника напряжения. Параллельный колебательный контур образован индуктивностью L с отводом от точки, делящей индуктивность L на части $L_1 = \frac{2}{3}L$ и $L_2 = \frac{1}{3}L$, и емкостями C и $2C$.

Переключатель $S3$ служит для изменения вида исследуемого параллельного контура, который зависит от схемы подключения источника напряжения к различным отводам контура. Положение "1" соответствует контуру первого вида; положение "2" — контуру второго вида; положение "3" — контуру третьего вида.

Сопротивление $R_7 = 10 \text{ Ом}$ служит для определения тока $I = U_7 / R_7$, проходящего через параллельный контур.

5.4. Порядок выполнения работы

5.4.1. Снять частотную характеристику (резонансную кривую) параллельного контура первого вида при двух значениях сопротивления R_i : $R_i = R_5$; $R_i = R_6$.

5.4.1.1. Подключить к гнезду Г3 относительно корпуса лабораторного макета генератор ВЧ, а к гнезду Г5 относительно корпуса вольтметр. Переключатель $S3$ установить в положение "1" соответствующее исследованию параллельного контура первого вида.

5.4.1.2. Изменяя частоту f генератора найти резонансную частоту f_{p1} контура, на которой напряжение на контуре достигает максимального значения $U_{\max}$.

5.4.1.3. Регулируя уровень выходного напряжения генератора, установить величину максимума напряжения, близкой к максимальному значению шкалы вольтметра (предел измерения вольтметра указывает преподаватель). Измерить на частоте f_{p1} напряжение $U_{\max}$ на контуре и напряжение на R_7 .

5.4.1.4. Перестраивая по частоте генератор и поддерживая постоянный уровень его входного напряжения, измерить зависимость напряжения U на контуре от частоты f . Результаты измерений свести в табл. 5.1.

Зафиксировать частоты, на которых напряжение U принимает значения:

$U_{\max}$, $0,9U_{\max}$, $0,8U_{\max}$, $0,7U_{\max}$, $0,5U_{\max}$, $0,3U_{\max}$, $0,1U_{\max}$, изменяя частоту генератора в обе стороны от резонансной частоты f_{p1} .

Таблица 5.1 — Зависимость напряжения на контуре от частоты

f , кГц							
U , мВ							
$U/U_{\max}$							

5.4.1.5. Подключить генератор ВЧ к гнезду Г4 относительно корпуса, повторить п.п. 5.4.1.2 ... 5.4.1.4.

5.4.2. Измерить зависимость тока I контура от частоты f при двух значениях сопротивления $R_i = R_5$; $R_i = R_6$

5.4.2.1. Подключить генератор ВЧ к гнезду Г3 относительно корпуса, а вольтметр к гнезду Г6 относительно корпуса. Переключатель $S3$ установить в положение "1".

5.4.2.2. Изменяя частоту f генератора найти резонансную частоту f_{p2} контура, на которой напряжение на сопротивлении R_7 достигает минимального значения $U_{7\min}$ т.е. ток I контура минимален. Измерить на частоте f_{p2} напряжение U_7 на сопротивлении R_7 и напряжение U на контуре.

5.4.2.3. Перестраивая по частоте генератор и поддерживая постоянный уровень его выходного напряжения, измерить зависимость напряжения U_7 от частоты f . Результаты измерения свести в табл. 5.2.

Зафиксировать частоты, на которых напряжение U_7 принимает значения

$U_{7\min}$, $1,1U_{7\min}$, $1,2U_{7\min}$, $1,4U_{7\min}$, $2U_{7\min}$, $3U_{7\min}$, $10U_{7\min}$, изменяя частоту генератора в обе стороны от резонансной частоты f_{p2} .

Таблица 5.2 — Зависимость напряжения U_7 от частоты

f , кГц							
U_7 , мВ							
$U_7/U_{7\min}$							

5.4.2.4. Подключить генератор ВЧ к гнезду Г4 относительно корпуса, повторить п.п. 5.4.2.2, 5.4.2.3.

5.4.3. Подключая осциллограф поочередно к гнездам Г3, Г5, Г6 относительно корпуса, наблюдать осциллограммы напряжений при различных частотах.

5.5. Оформление отчета

5.5.1. Сформулировать цель работы.

5.5.2. Привести принципиальную схему исследуемой цепи.

5.5.3. По данным п.п. 5.4.1.4, 5.4.1.5 рассчитать значения нормированных частотных характеристик контура и построить их на одном графике. По каждой из частотных характеристик определить полосу пропускания и добротность контура.

5.5.4. По данным п.п. 5.4.2.3, 5.4.2.4 рассчитать нормированные значения напряжения $U_7/U_{7\min}$, которые совпадают с нормированными значениями тока контура $I/I_{\max}$, т. е. $U_7/U_{7\min} = I/I_{\max}$. Построить на одном графике нормированные зависимости тока контура от частоты.

5.5.5. Используя значения напряжений U и U_7 измеренные на частотах f_{p1} (п. 5.4.1.3) и f_{p2} (п. 5.4.2.2), рассчитать значения эквивалентного сопротивления контура по формуле

$$R_0 \approx \frac{R_i U}{U + \frac{R_i}{R_7} U_7}.$$

5.5.6. По рассчитанным значениям добротности (п. 5.5.1) и эквивалентного сопротивления (п. 5.5.3.) определить собственное сопротивление потерь контура

$$R = \frac{R_0(R_i - R_0)}{R_i Q^2}.$$

5.5.7. Сделать выводы о степени совпадения экспериментальных и теоретических результатов, объяснить причины несовпадения.

5.6. Контрольные вопросы

5.6.1. Какую электрическую цепь называют параллельным колебательным контуром первого вида?

5.6.2. Что такое резонанс токов и при выполнении, какого условия он возникает?

5.6.3. Как определяются характеристическое сопротивление и добротность параллельного контура?

5.6.4. Какой вид имеют частотные характеристики комплексного входного сопротивления параллельного контура первого вида?

5.6.5. Чем объясняется различие резонансных частот f_{p1} и f_{p2} .

5.6.6. Как связаны добротность и полоса пропускания параллельного колебательного контура первого вида?

5.6.7. Какой вид имеют АЧХ и ФЧХ комплексных коэффициентов передачи по току параллельного колебательного контура? Как они зависят от добротности?

5.6.8. Как зависит добротность и полоса пропускания контура от сопротивления потерь контура?

5.6.9. Какой характер имеет сопротивление контура на частотах ниже резонансной, выше резонансной и на резонансной частоте?

5.6.10. Сравнить основные параметры последовательного и параллельного колебательных контуров. Пояснить какие из них совпадают, а какие различаются?

6. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6 ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА ВТОРОГО И ТРЕТЬЕГО ВИДОВ

6.1. Цель работы

Изучение частотных характеристик параллельных колебательных контуров с частичным включением индуктивности и емкости.

6.2. Краткие теоретические сведения

Параллельный колебательный контур, у которого индуктивный (емкостной) элемент распределен между параллельными ветвями, называют контуром с неполным (частичным) включением индуктивности (емкости).

Параллельный колебательный контур второго вида. Конструктивной особенностью параллельного колебательного контура второго вида является наличие в нем индуктивной катушки с отводом или скользящим контактом (рис. 6.1). Секция с индуктивностью L_1 образует одну ветвь колебательного контура, а секция с индуктивностью L_2 и конденсатором C — другую (рис. 6.2 а). Таким образом, катушка индуктивности не полностью входит в первую ветвь контура, а лишь частично.

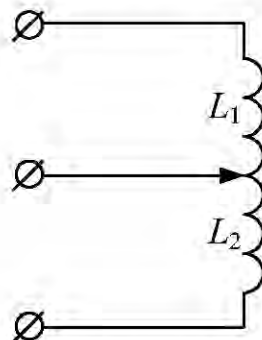


Рис. 6.1 — Частичное включение индуктивности

Коэффициент включения индуктивности p_L — это отношение модуля комплексного сопротивления части индуктивности L_1 , к модулю комплексного сопротивления всей индуктивности L , $p_L = \frac{L_1}{L_1 + L_2} = \frac{L_1}{L}$, где $L = L_1 + L_2$. Коэффициент включения может принимать значения в диапазоне от нуля до единицы $0 \leq p_L \leq 1$.

В связи с тем, что одна из ветвей параллельного колебательного контура с неполным включением индуктивности представляет собой последовательный колебательный контур (L_2, C) , то *в контуре второго вида наряду с резонансом токов имеет место резонанс напряжений.*

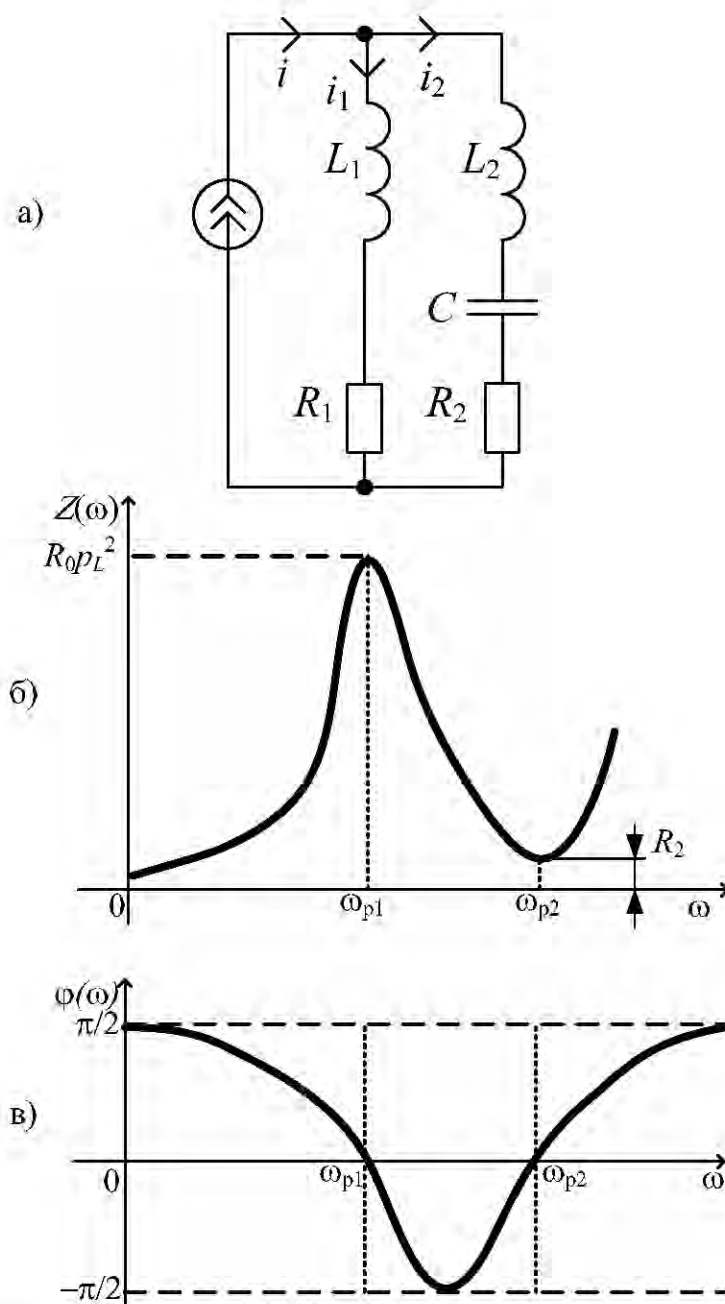


Рис. 6.2 — Эквивалентная схема (а) параллельного колебательного контура второго вида, частотные зависимости модуля (б) и аргумента (в) входного сопротивления

Очевидно, что частота резонанса напряжений ω_{p2} выше, чем частота резонанса токов ω_{p1} , так как для выполнения условия резонанса токов необходимо, чтобы сопротивление ветви L_2, C , носило емкостной характер, что, как известно, имеет место только на частотах ниже частоты резонанса напряжений.

Для анализа используем эквивалентную схему контура, представленную на рис. 6.2,а. Сопротивления $R_1 = R_{L1}$ и $R_2 = R_{L2} + R_C$ представляют собой соответственно сопротивление потерь катушки индуктивности L_1 , а также суммарное сопротивле-

ние потерь катушки индуктивности L_2 и конденсатора C . Комплексное входное сопротивление рассматриваемого контура определяется выражением

$$\underline{Z} = \frac{(R_1 + j\omega L_1) \left(R_2 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C} \right)}{R_1 + j\omega L_1 + R_2 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C}}.$$

Если элементы обладают высокой добротностью, последнее выражение можно привести к более простому виду

$$\underline{Z} = \frac{\omega L_1 \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L_2 \right)}{(R_1 + R_2) + j \left(\omega L_1 + \omega L_2 - \frac{1}{\omega C} \right)}.$$

На частоте резонанса токов мнимая составляющая этого комплексного сопротивления должна быть равна нулю, что возможно при выполнении следующего условия

$$\omega_{p1} L_1 = \frac{1}{\omega_{p1} C} - \omega_{p1} L_2.$$

Решая это уравнение находим выражение для частоты резонанса токов

$$\omega_{p1} = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Таким образом, *частота резонансов токов не зависит от коэффициента включения индуктивности и совпадает с резонансной частотой параллельного колебательного контура основного (первого) вида*, построенного из элементов $L = L_1 + L_2$ и C .

Частота резонанса напряжений зависит от коэффициента включения индуктивности

$$\omega_{p2} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}} = \frac{1}{\sqrt{CL \left(\frac{L - L_1}{L} \right)}} = \frac{1}{\sqrt{CL(1 - p_L)}} = \frac{\omega_{p1}}{\sqrt{1 - p_L}}.$$

Найдем сопротивление контура II вида на резонансной частоте ω_{p1} , учитывая,

что $\omega_{p1} L_1 = \frac{1}{\omega_{p1} C} - \omega_{p1} L_2$, где $L_1 = p_L L$,

$$Z(\omega_{p1}) = \frac{(\omega_{p1} L_1)^2}{R_1 + R_2} = \frac{(\omega_{p1} L)^2 p_L^2}{R} = \frac{\rho^2 p_L^2}{R} = R_0 p_L^2,$$

где $R = R_1 + R_2$ — суммарное сопротивление потерь; $\rho = \omega_{p1} L$ — характеристическое сопротивление контура; R_0 — резонансное сопротивление параллельного контура основного вида.

Таким образом, резонансное сопротивление контура с неполным включением индуктивности меньше, чем резонансное сопротивление контура основного вида R_0 и зависит от коэффициента включения.

Зависимость модуля и аргумента комплексного сопротивления параллельного колебательного контура второго вида от частоты изображены на рис. 6.2, б, в. На частоте резонанса токов сопротивление контура достигает максимального значения $R_0 p_L^2$ и имеет чисто резистивный характер. На частотах ниже ω_{p1} входное сопротивление контура определяется в основном сопротивлением ветви с L_2 и имеет резистивно-индуктивный характер. На частотах выше ω_{p1} входное сопротивление контура определяется параметрами ветви L_2, C .

Важнейшие параметры параллельного колебательного контура второго вида (частота резонанса тока, характеристическое сопротивление и добротность) *не зависят от коэффициента включения индуктивности p_L* . В тоже время *резонансное сопротивление контура является функцией p_L* . Эта особенность параллельного контура используется для согласования его с источником энергии. Согласование осуществляется путем изменения коэффициента включения контура.

Наличие минимума модуля комплексного сопротивления используют для подавления колебаний с частотой, близкой к частоте ω_{p2} рассматриваемого контура.

Параллельный колебательный контур третьего вида по своим свойствам в значительной степени подобен параллельному колебательному контуру второго вида. Используя эквивалентную схему контура, изображенную на рис. 6.3, а, нетрудно показать, что частота резонанса токов ω_{p1} , характеристическое сопротивление ρ и добротность Q параллельного колебательного контура с частичным включением емкости совпадают с резонансной частотой, характеристическим сопротивлением и добротностью параллельного колебательного контура основного вида, обладающего такими же суммарной емкостью $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ и суммарным сопротивлением потерь

$R = R_1 + R_2$. Частота резонанса напряжений ω_{p2} рассматриваемого контура определяется параметрами элементов второй ветви

$$\omega_{p2} = \frac{1}{\sqrt{LC_2}} = \omega_{p1} \sqrt{\frac{C}{C_2}} = \omega_{p1} \sqrt{1 - p_C}$$

и зависит от коэффициента включения емкости

$$p_C = \frac{C}{C_1} = \frac{C_2}{C_1 + C_2}.$$

Сопротивление колебательного контура третьего вида с неполным включением емкости на резонансной частоте также, как и резонансное сопротивление колебательного контура второго вида пропорционально квадрату коэффициента включения:

$$R_0(p_C) = \frac{\rho^2 p_C^2}{R} = R_0 p_C^2.$$

Частотные зависимости модуля и аргумента комплексного входного сопротивления параллельного колебательного контура третьего вида изображены на рис. 6.3, б, в.

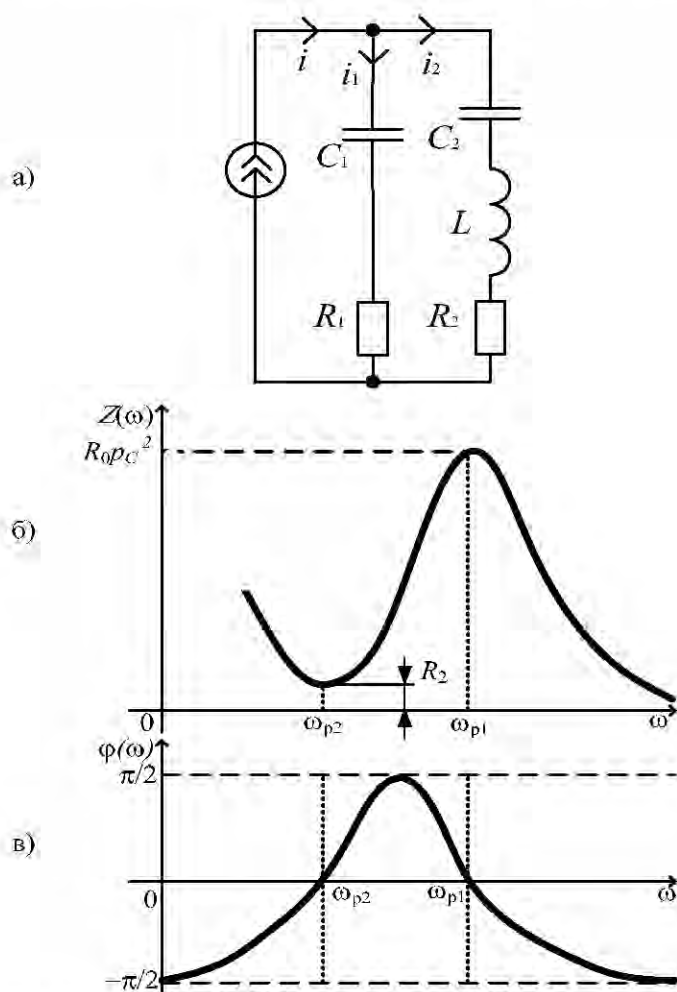


Рис. 6.3 — Эквивалентная схема (а) параллельного колебательного контура третьего вида, частотные зависимости модуля (б) входного сопротивления и аргумента (в) входного сопротивления контура

На частотах ниже ω_{p2} входное сопротивление обеих ветвей контура имеет резистивно-емкостной характер. На частоте резонанса напряжений входное сопротивление имеет чисто резистивный характер и достигает минимального значения, определяемого в основном сопротивлением потерь второй ветви. На частотах $\omega_{p2} < \omega < \omega_{p1}$ входное сопротивление контура имеет резистивно-индуктивный характер. При $\omega = \omega_{p1}$ входное сопротивление имеет чисто резистивный характер и достигает максимального значения $R_0 p_C^2$. На частотах выше частоты резонанса токов входное сопротивление контура определяется в основном параметрами первой ветви и имеет резистивно-емкостной характер.

Важнейшие параметры параллельного колебательного контура с частичным включением (частота резонанса токов, добротность, характеристическое сопротивление) не зависят от коэффициента включения, в то же время резонансное сопротивление контура является функцией коэффициента включения p_C .

6.3. Описание лабораторного макета

На лицевой панели лабораторного макета (рис. 6.4) изображена исследуемая электрическая цепь и расположены органы управления (переключатель $S3$) и гнезда ($\Gamma3 \dots \Gamma6$) для подключения вольтметра, генератора или осциллографа.

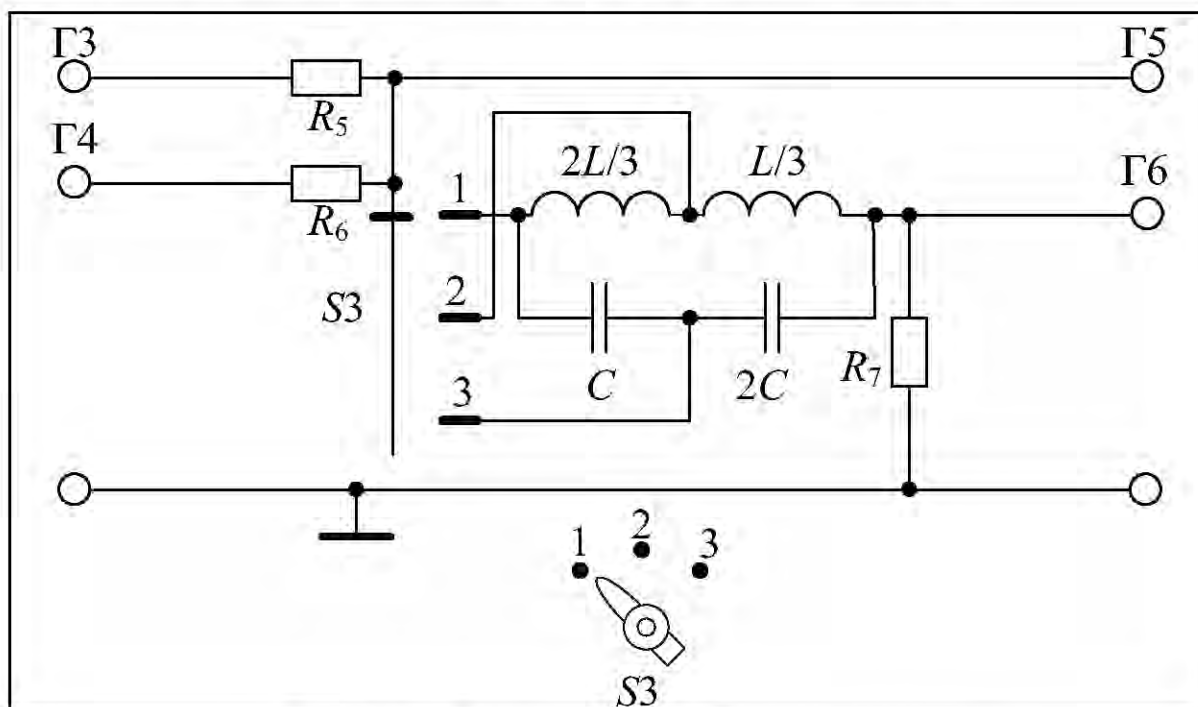


Рис. 6.4 — Лицевая панель лабораторного макета

Сопротивления $R_5 = 510 \text{ Ом}$ и $R_6 = 10 \text{ кОм}$ выполняют роль внутреннего сопротивления R_i источника напряжения. Параллельный колебательный контур образован индуктивностью L с отводом от точки, делящей индуктивность L на части $L_1 = \frac{2}{3}L$ и $L_2 = \frac{1}{3}L$ и емкостями C и $2C$.

Переключатель $S3$ служит для изменения вида исследуемого параллельного контура, который зависит от схемы подключения источника напряжения к различным отводам контура. Положение "1" соответствует контуру первого вида, положение "2" — контуру второго вида, а положение "3" — контуру третьего вида.

Сопротивление $R_7 = 10 \text{ Ом}$ служит для определения тока $I = U_7 / R_7$, проходящего через параллельный контур.

6.4. Порядок выполнения работы

6.4.1. Снять частотные характеристики параллельного колебательного контура второго вида при двух значениях сопротивления R_i : $R_i = R_6$ и $R_i = R_5$. Переключатель $S3$ установить в положение 2, соответствующее параллельному колебательному контуру второго вида.

6.4.1.1. Подключить к гнезду $\Gamma3$ относительно корпуса лабораторного макета генератор ВЧ, а к гнезду $\Gamma5$ относительно корпуса — вольтметр.

6.4.1.2. Изменяя частоту f генератора найти частоты f_{p1} и f_{p2} (рис 6.2,б), записать полученные значения частоты.

6.4.1.3. Установить частоту f_{p1} , на которой напряжение достигает максимума.

6.4.1.4. Регулируя уровень выходного напряжения генератора установить удобную для измерений величину максимума напряжения $U_{\max}$.

6.4.1.5. Перестраивая по частоте генератор и поддерживая постоянный уровень его входного напряжения, измерить зависимость напряжения U на контуре от частоты f . Результаты измерений свести в табл. 6.1.

Зафиксировать частоты, на которых напряжение U принимает значения

$U_{\max}, 0,9U_{\max}, 0,8U_{\max}, 0,7U_{\max}, 0,5U_{\max}, 0,3U_{\max}, 0,1U_{\max}$,

изменяя частоту генератора в обе стороны от резонансной частоты f_{p1} .

Таблица 6.1 — Зависимость напряжения на контуре от частоты

f , кГц											
U , мВ											
$U/U_{\max}$											

6.4.1.6. Измерить напряжение на частоте f_{p2} .

6.4.1.7. Подключить генератор ВЧ к гнезду Г4 относительно корпуса, повторить пункты 6.4.1.2...6.4.1.6.

6.4.2. Измерить частотные характеристики параллельного колебательного контура третьего вида при двух значениях сопротивления R_i : $R_i = R_6$ и $R_i = R_5$. Для этого переключатель поставить в положение «3» и исследовать контур в такой же последовательности, как контур второго вида, т. е. повторить пункты 6.4.1.1...6.4.1.7.

6.5. Оформление отчета

6.5.1. Сформулировать цель работы.

6.5.2. Зарисовать схему лабораторной установки.

6.5.3. По данным измерений рассчитать значения $U/U_{\max}$ нормированных АЧХ контура второго вида и построить их на одном графике. По каждой из частотных характеристик определить полосу пропускания и добротность.

6.5.4. Рассчитать коэффициент включения индуктивности p_L .

6.5.5. Проверить выполнение соотношения между частотами f_{p1} и f_{p2} контура второго вида.

6.5.6. Выполнить аналогичные расчеты и построения для контура третьего вида, т. е. повторить пункты 6.5.1 ... 6.5.4.

6.5.7. Сделать выводы о степени совпадения экспериментальных и теоретических результатов, объяснить причины несовпадения.

6.6. Контрольные вопросы

6.6.1. Какую электрическую цепь называют параллельным колебательным контуром второго вида?

6.6.2. Какую электрическую цепь называют параллельным колебательным контуром третьего вида?

6.6.3. Чем определяются характеристическое сопротивление, добротность, параллельных контуров второго и третьего вида?

6.6.4. Что такое коэффициент включения контура?

6.6.5. Каким образом рассчитывают входное сопротивление контура с частичным включением?

6.6.6. Какой вид имеют частотные характеристики параллельных контуров второго и третьего вида?

6.6.7. Для каких целей используют неполное включение контура?

6.6.8. На каких частотах у контуров второго и третьего вида возникает резонанс токов, а на каких — резонанс напряжений? Что необходимо предпринять, чтобы изменить частоты резонансов?

7. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7 ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ ДВУХ СВЯЗАННЫХ КОНТУРОВ

7.1. Цель работы

Исследование резонансных свойств и измерение частотных характеристик системы двух связанных.

7.2. Краткие теоретические сведения

Связанными называют два колебательных контура электрической цепи, если возбуждение колебаний в одном из них приводит к возникновению колебаний в другом. В зависимости от типа элемента, через который осуществляется связь между контурами, различают контура с трансформаторной, индуктивной, емкостной и комбинированной (индуктивно-емкостной) связями. По способу включения элемента связи связанные контура подразделяются на контура с внешней связью и контура с внутренней связью. Электрические схемы связанных колебательных контуров некоторых типов приведены на рис. 7.1.

Первичным называется контур, к которому подключен источник энергии. Остальные контура — **вторичные**.

Каждому типу связанных колебательных контуров можно поставить в соответствие так называемый четырехполюсник связи, выделенный на рис. 7.1 пунктирной линией.

Коэффициентом связи связанных контуров называют среднее геометрическое коэффициентов передач K_{12} и K_{21} :

$$k_{\text{св}} = \sqrt{K_{21}K_{12}}$$

где $K_{21} = \dot{U}_2 / \dot{U}_1 \Big|_{I_2=0}$ — коэффициент передачи по напряжению четырехполюсника

связи из первичного контура во вторичный; $K_{12} = \dot{U}_1 / \dot{U}_2 \Big|_{I_1=0}$ — коэффициент передачи четырехполюсника связи из вторичного контура в первичный.

Определим коэффициент связи колебательных контуров, связанных внешней индуктивной связью (рис. 7.1,в). Коэффициент связи определяется как,

$$k_{\text{св}} = \sqrt{\frac{j\omega L_1}{j\omega L_1 + j\omega L_{\text{св}}} \cdot \frac{j\omega L_2}{j\omega L_2 + j\omega L_{\text{св}}}} = \sqrt{\frac{L_1}{L_1 + L_{\text{св}}} \cdot \frac{L_2}{L_2 + L_{\text{св}}}}.$$

Из приведенного выражения видно, что значение коэффициента связи не может превышать единицы. Аналогично можно определить коэффициенты связи для любой из приведенных схем связанных колебательных контуров.

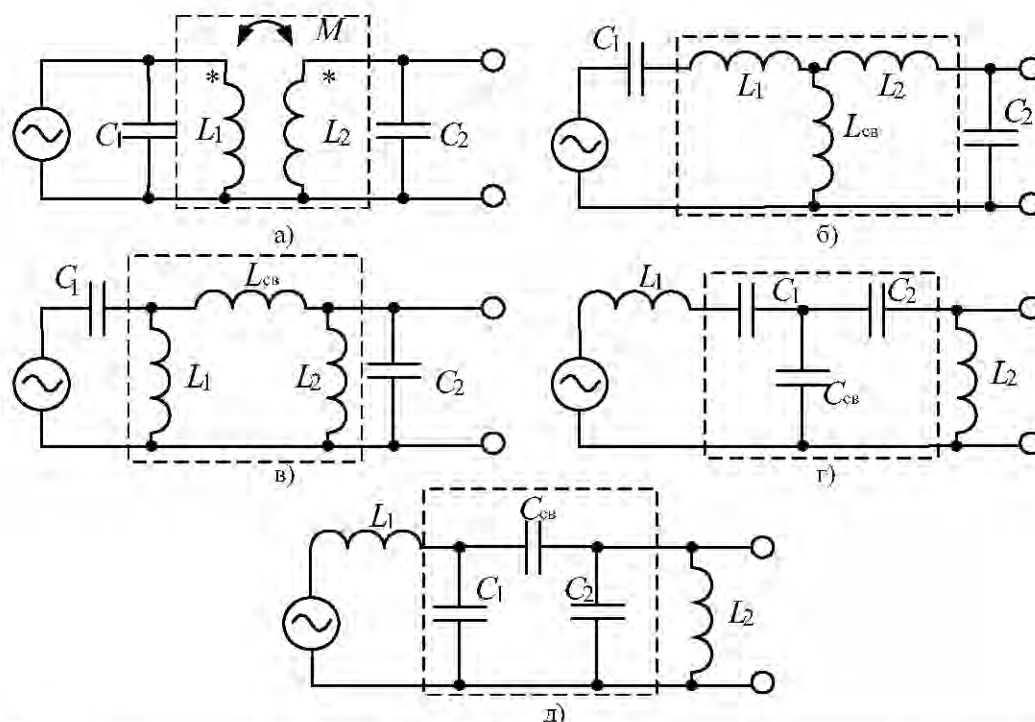


Рис. 7.1 — Связанные контура с трансформаторной (а), внутрииндуктивной (б), внешнеиндуктивной (в), внутриемкостной (г), внешнеемкостной (д) связями

Настройка системы связанных контуров

Настройка системы связанных контуров заключается в выборе таких значений параметров элементов контуров, при которых ток вторичного контура достигает максимального значения при заданных частоте и действующем значении напряжения источника энергии.

Виды настройки:

настройка на первый частный резонанс — осуществляется путем изменения параметров реактивных элементов, входящих только в первичный контур при этом параметры элементов, входящих во вторичный контур, и параметры элементов связи при настройке не изменяются;

— *настройка на второй частный резонанс* — осуществляется путем изменения параметров реактивных элементов, входящих только во вторичный контур при этом параметры элементов, входящих в первичный контур, и параметры элементов связи при настройке не изменяются;

— *настройка на индивидуальный резонанс* — изменяются параметры реактивных элементов, входящих в первичный и вторичный контура, при фиксированном значении сопротивления связи;

— *настройка на сложный резонанс* — вначале производится настройка на первый или второй частные резонансы с последующим выбором оптимального сопротивления связи;

— *настройка на полный резонанс* — выполняется в два этапа: на первом этапе связанные контура настраивают на индивидуальный резонанс, а затем выбирают оптимальное сопротивление связи между ними.

Следует отметить, что максимальное значение тока вторичного контура достигается при двух последних видах настройки. Наибольший практический интерес представляет настройка связанных контуров на полный резонанс.

Частотные характеристики связанных контуров

В качестве частотной характеристики связанных контуров рассматривается зависимость тока вторичного контура от частоты, когда параметры обоих контуров одинаковы. Анализ процессов, происходящих в связанных контурах, дает зависимость нормированного тока вторичного контура в виде функции обобщенной расстройки ξ в следующем виде:

$$\bar{I}_2 = I_2 / I_{\max} = \frac{2A}{\sqrt{(1 - \xi^2 + A^2)^2 + 4\xi^2}},$$

где I_2 — ток во вторичном контуре, $I_{\max}$ — максимальное значение тока во вторичной обмотке, A — **параметр связи**, равный произведению коэффициента связи и добротности связанных контуров: $A = k_{\text{св}} Q$.

Амплитудные частотные характеристики связанных колебательных контуров при различных значениях параметра связи изображены на рис. 7.2.

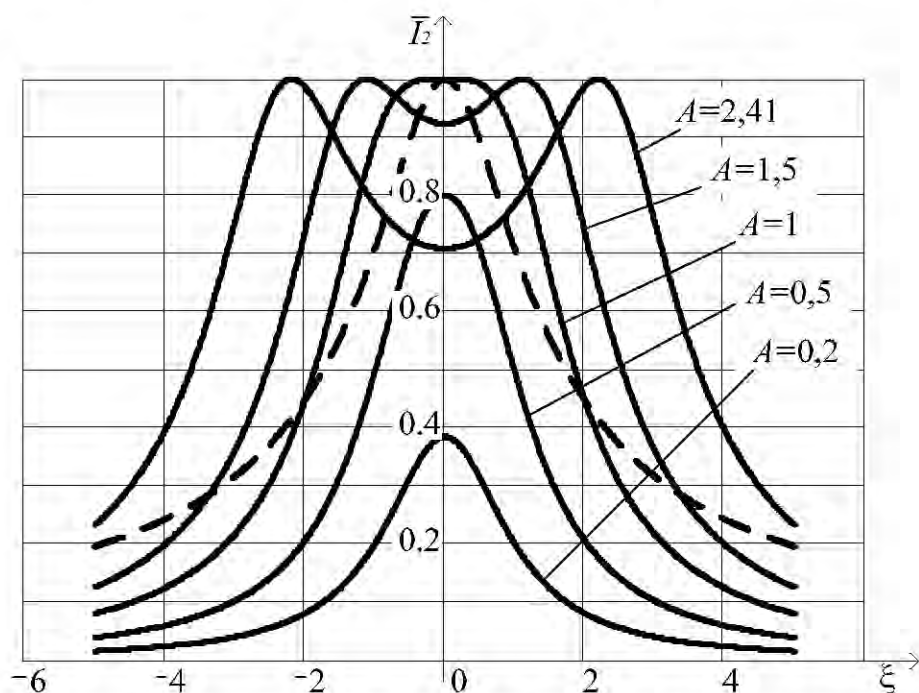


Рис. 7.2 — Амплитудно-частотные характеристики связанных контуров при различных значениях параметрах связи A

При слабой связи между контурами ($A < 1$) частотные характеристики $\bar{I}_2$ имеют вид «одногорбых» кривых, причем максимальное значение тока вторичного контура на резонансной частоте ($\xi = 0$) меньше максимально возможного. С увеличением параметра связи до $A = 1$ значение тока $\bar{I}_2$ в максимуме увеличивается, а кривые остаются одногорбыми. При дальнейшем увеличении связи между контурами ток вторичного контура на резонансной частоте ($\xi = 0$) начинает уменьшаться, а частотные характеристики приобретают вид «двугорбых» кривых. Максимальное значение тока при этом достигается на частотах связи, соответствующих значениям обобщенной расстройки $\xi = \pm\sqrt{A^2 - 1}$. Физически существование двух максимумов на частоте

тах связи объясняется тем, что в каждый из связанных контуров вносится из другого контура сопротивление, которое практически является чисто реактивным, что приводит к взаимной расстройке контуров. На рис. 7.2 пунктирной линией показана частотная характеристика одиночного колебательного контура. По сравнению с одиночными колебательными контурами, связанные контура обладают существенно лучшими избирательными свойствами, поскольку форма их АЧХ ближе к прямоугольной и имеет большую крутизну склонов на границе полосы пропускания. Дополнительное удобство состоит в возможности плавно изменять ширину полосы пропускания за счет изменения коэффициента связи между контурами. Вышеперечисленные преимущества обусловили широкое применение связанных контуров в различных радиотехнических устройствах.

7.3. Описание лабораторного макета

На лицевой панели лабораторного макета (рис. 7.3) изображена схема исследуемой цепи и расположены органы управления (ручки переменных конденсаторов C_1 и C_2 , на боковой стенке макета расположен регулятор, связи между контурами) и гнезда ($\Gamma 1 \dots \Gamma 4$) для подключения генератора, вольтметра или осциллографа.

Колебательные контура имеют трансформаторную связь. Первый контур состоит из конденсатора переменной ёмкости C_1 и катушки индуктивности L_1 , второй контур — из конденсатора переменной ёмкости C_2 и катушки индуктивности L_2 . Конденсаторы переменной ёмкости позволяют перестраивать контура по частоте.

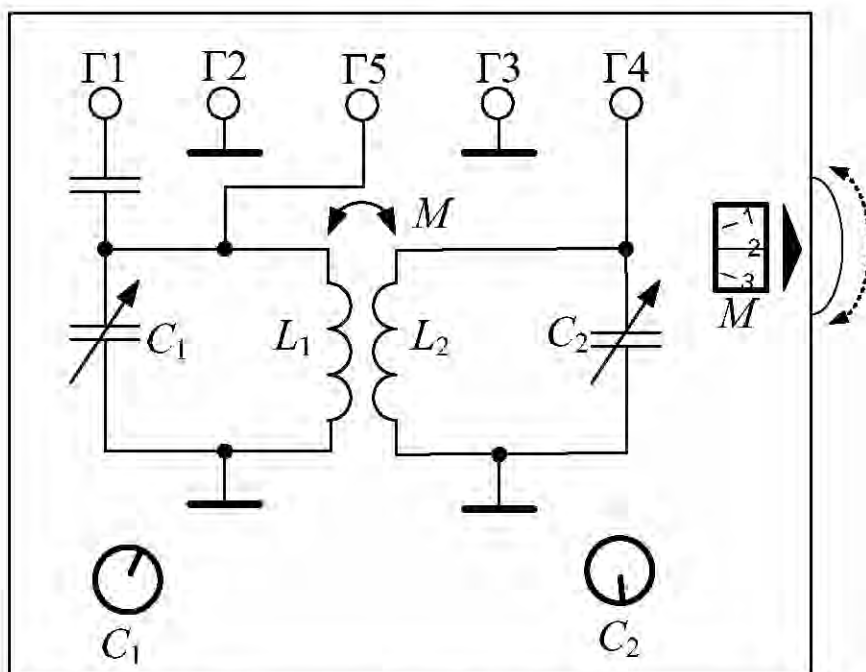


Рис. 7.3 — Лицевая панель лабораторного макета

Индуктивная связь между контурами осуществляется за счёт взаимной индукции катушек L_1 и L_2 . Генератор ВЧ подключается к первому контуру через гнезда $\Gamma 1$ – $\Gamma 2$. Изменение значения коэффициента связи между контурами достигается изменением взаимного расположения катушек индуктивности путём поворота их относи-

тельно друг друга. Угол поворота между осями катушек в градусах задается с помощью поворотного диска. Связь минимальна при ортогональном расположении катушек, т. е. при угле 90° между их осями. Максимальная связь достигается при соосном расположении катушек. Вольтметр подключают по мере необходимости к первому или второму контуру (гнезда Г4 и Г5 относительно корпуса).

7.4. Порядок выполнения работы

7.4.1. Настроить связанные контура на индивидуальный резонанс, для этого:

7.4.1.1. Подключить генератор ВЧ к гнездам Г1-Г2 и установить частоту по указанию преподавателя.

7.4.1.2. Подключить вольтметр к первому контуру (гнезда Г3-Г5), установив поворотный диск на деление 90° , что эквивалентно отсутствию связи между контурами.

7.4.1.3. Настроить с помощью конденсатора C_1 первый контур в резонанс с выбранной частотой генератора ВЧ, получив, таким образом, первый частный резонанс. Зафиксировать в протоколе частоту первого частного резонанса.

7.4.1.4. Увеличить связь между контурами, установив поворотный диск на деление 80° . Подключить вольтметр ко второму контуру гнезда (Г3-Г4).

7.4.1.5. Изменением ёмкости конденсатора C_2 настроить вторичный контур в резонанс, получив второй частный резонанс. Зафиксировать в протоколе частоту второго частного резонанса.

7.4.1.6. Подстроить первый и второй контур при помощи конденсаторов C_1 и C_2 , добиваясь максимальной величины напряжения на вторичном контуре, соответствующей индивидуальному резонансу. Настройка на индивидуальный резонанс закончена.

7.4.2. Снять зависимость $U_2 = f(\alpha)$, где U_2 — напряжение на вторичном контуре (гнезда Г3-Г4), α — угол поворота оси второго контура относительно первого. Указанную зависимость снять в следующей последовательности.

7.4.2.1. Установить минимальную связь второго контура с первым ($\alpha = 90^\circ$).

7.4.2.2. Уменьшая угол α (увеличивая связь), снять зависимость $U_2 = f(\alpha)$.

7.4.2.3. Результаты измерений свести в таблицу 7.1, построить график $U_2 = f(\alpha)$.

Таблица 7.1 — Зависимость напряжения на вторичном контуре от угла α

U_2									
α									

7.4.2.4. Найти и подчеркнуть в таблице значение угла α_0 , соответствующее максимальному значению напряжения на вторичном контуре $U_{2\max}$. Это соответствует полному резонансу. Найденное значение α_0 соответствует критическому коэффициенту связи $k_{\text{кр}}$. Связь между контурами, соответствующая коэффициентам связи $k < k_{\text{кр}}$, называют слабой связью, а при $k > k_{\text{кр}}$ — сильной связью.

7.4.3. Снять резонансные кривые системы связанных контуров $U_2 = f(f)$, где f — частота в кГц (f принадлежит $[0,5f_p; 1,5f_p]$, где f_p — частота по 7.4.1). Указанные зависимости снять в следующей последовательности.

7.4.3.1. Снять резонансные кривые для двух значений α , соответствующих слабой связи ($\alpha > \alpha_0$).

7.4.3.2. Снять резонансную кривую при $\alpha = \alpha_0$.

7.4.3.3. Снять резонансные кривые для двух значений α , соответствующих сильной связи ($\alpha < \alpha_0$).

7.4.3.4. Полученные данные занести в таблицу 7.2.

Таблица 7.2

f									
U_2									
$U_2 / U_{\max}$									

7.5. Расчеты и построения

7.5.1. Сформулировать цель работы.

7.5.2. Зарисовать схему лабораторной установки.

7.5.2. Построить зависимость $U_2 = f(\alpha)$.

7.5.3. Построить графики экспериментально снятых резонансных кривых $U_2/U_{2\max} = f(f)$, системы связанных контуров (5 кривых). Все кривые следует построить в одних координатах в виде нормированных зависимостей.

7.5.4. Определить полосу пропускания связанных контуров для каждого случая.

7.5.5. Сделать выводы о степени совпадения экспериментальных и теоретических результатов, объяснить причины несовпадения.

7.6. Контрольные вопросы

7.6.1. Какие два контура являются связанными?

7.6.2. Какие бывают виды связи между контурами?

7.6.3. Что характеризует коэффициент связи?

7.6.4. При каких условиях возникает первый частный резонанс?

7.6.5. Каковы условия появления второго частного резонанса?

7.6.6. Какой резонанс называется сложным, а какой — полным?

7.6.7. Дайте определение вносимого сопротивления.

7.6.8. Как влияет параметр связи на форму резонансной кривой?

7.6.9. Дайте определение параметра связи, и каковы особенности АЧХ связанных контуров при различных значениях параметра связи?

7.6.10. От каких факторов зависит полоса пропускания системы двух связанных контуров?

7.6.11. Сравните АЧХ одиночного контура с АЧХ двух связанных контуров.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Попов В.П. Основы теории цепей / В.П. Попов. — М.: Высшая школа, 2000. — 574 с.
2. Коваль Ю.О. Основы теорії кіл / Ю.О. Коваль, Л.В. Гринченко, І.О. Милютченко, О.І. Рибін. — Харьков: Харківський національний університет радіоелектроніки, 2004. — 435 с.
3. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники / Г.И. Атабеков. — М.: Энергия, 1978. — 420 с.
4. Зевеке Г. В. Основы теории цепей / Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А.В. Нетушил, С. В. Страхов. — М.: Энергоатомиздат, 1989. — 528 с.
5. Слезкин В.Г. Методические указания по оформлению текстовых работ для студентов дневной и заочной форм обучения направления 0907 — «Радиотехника» / В.Г. Слезкин. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2006. — 15 с.