

15. Семенов Н.А. Техническая электродинамика / Н.А. Семенов. — М.: Связь, 1973. — 300 с.
16. Фальковский О.И. Техническая электродинамика / О.И. Фальковский. — М.: Связь, 1978. — 356 с.
17. Векштейн Е.Г. Сборник задач по электродинамике / Е.Г. Векштейн. — М.: Высш. шк., 1966. — 288 с.
18. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Г.Б. Двайт. — М.: Наука, 1986. — 176 с.



**Министерство образования и науки, молодежи и спорта
Украины
Севастопольский национальный технический университет
Факультет радиоэлектроники
Кафедра радиотехники и телекоммуникаций**

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
ПО ПРОВЕДЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ
И ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
студентов дневной формы обучения
направления 0509 — радиотехника**

**Севастополь
2011**

УДК 621.317.34 : 621.372

Электродинамика и распространение радиоволн: методические рекомендации по проведению практических занятий и организации самостоятельной работы студентов дневной формы обучения направления 0509 — радиотехника / СевНТУ сост. **В.В. Саламатин, И.Л. Афонин**. — Севастополь: изд-во СевНТУ, 2011. — 28 с.

Цель практических занятий — научить студентов на конкретных примерах применять полученные знания по теории электромагнитного поля и технике электродинамических устройств.

Методическое пособие рассмотрено и утверждено на заседании кафедры радиотехники и телекоммуникаций факультета радиоэлектроники, протокол № 12 от 06 июля 2011 года.

Рецензенты:

Слѣзкин В.Г., канд. техн. наук, доцент кафедры радиотехники и телекоммуникаций;

Бычков А.А., канд. техн. наук, доцент кафедры радиотехнических устройств Академии ВМС им. П.С. Нахимова.

Отв. за выпуск: зав. кафедрой радиотехники и телекоммуникаций, доктор техн. наук, профессор **Гимпилевич Ю.Б.**

Допущены учебно-методическим центром СевНТУ в качестве учебно-методического пособия.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература

1. Шокало В.М. Электродинаміка та поширення радіохвиль. Ч.1. Основи теорії електромагнітного поля: підруч. для студентів ВНЗ / В.М. Шокало, В.І. Правда, В.А. Усін, В.С. Вунтесмері, Д.В. Грецьких; За аг. Ред. В.М. Шокало та В.І. Правди. — Х.: ХНУРЕ, від-во «Колегіум», 2009. — 286 с.
2. Шокало В.М. Электродинаміка та поширення радіохвиль. Ч.2. Випромінювання та поширення електромагнітних хвиль: підруч. для студентів ВНЗ / В.М. Шокало, В.І. Правда, В.А. Усін, В.С. Вунтесмері, Д.В. Грецьких. — Х.: ХНУРЕ, від-во «Колегіум», 2009. — 435 с.
3. Саламатин В.В. Основы электродинамики (традиционной и геометрической): учеб. пособ. / В.В. Саламатин, И.Л. Афонин; Под ред. В.В. Саламатина. — Севастополь: изд-во СевНТУ, 2003. — 216 с.
4. Саламатин В.В. Основы геометрической электродинамики волноводов прямоугольного сечения: учеб. пособ. / В.В. Саламатин, И.Л. Афонин, С.Н. Бердышев. — Севастополь: изд-во СевНТУ, 2008. — 220 с.

Дополнительная литература

5. Федоров Н.Н. Основы электродинамики / Н.Н. Федоров. — М.: Высш. шк., 1980. — 399 с.
6. Марков Г.Т. Электродинамика и распространение радиоволн / Г.Т. Марков, Б.М. Петров, Г.П. Грудинская. — М.: Сов. радио, 1979. — 376 с.
7. Никольский В.В. Электродинамика и распространение радиоволн / В.В. Никольский. — М.: Сов. радио, 1976. — 543 с.
8. Долуханов М.П. Распространение радиоволн / М.П. Долуханов. — М.: Связь, 1972. — 336 с.
9. Григорьев А.Д. Электродинамика и техника СВЧ: учеб. для вузов по спец. «Электронные приборы и устройства автоматики» / А.Д. Григорьев. — М.: Высш. шк., 1990. — 335 с.
10. Сборник задач по курсу «Электродинамика и распространение радиоволн»: учеб. пособ. / С.И. Баскаков, В.Г. Карташов, Г.Д. Лобов и др.; Под ред. С.И. Баскакова. — М.: Высш. шк., 1981. — 208 с.
11. Витевский В.Б. Сборник упражнений и задач по электродинамическим дисциплинам / В.Б. Витевский, О.Н. Маслов, Э.А. Павловская. — М.: Радио и связь, 1996. — 197 с.
12. Вольман В.И. Техническая электродинамика / В.И. Вольман, Ю.В. Пименов. — М.: Связь, 1971. — 402 с.
13. Грудинская Г.П. Распространение радиоволн / Г.П. Грудинская. — М.: Высш. шк., 1975. — 280 с.
14. Гольдштейн Л.Д. Электромагнитные поля и волны / Л.Д. Гольдштейн, Н.А. Зернов. — М.: Сов. радио, 1971. — 664 с.

$$\operatorname{tg} \delta_3 = 2 \times 10^{-4}.$$

Основным колебанием типа E в цилиндрическом резонаторе является E_{010} с резонансной частотой

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \epsilon_a}} \sqrt{\left(\frac{2,405}{R}\right)^2}.$$

Основным колебанием типа $H \rightarrow H_{111}$ с резонансной частотой

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \epsilon_a}} \sqrt{\left(\frac{1,841}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{l}\right)^2}.$$

Основным является тип колебаний, частота которого меньше. Для колебания E_{010}

$$Q = \frac{1}{1/Q_m + \operatorname{tg} \delta_3}; \quad Q_m = \frac{\omega_p \mu_a}{2R_s} \frac{Rl}{R+l};$$

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2\sigma}}; \quad \sigma = 5,7 \times 10^7 \text{ сим/м.}$$

Полоса пропускания резонатора $2\Delta\omega = \omega_p/Q$.

8.3. Заключительная часть. В заключительной части занятия подводятся итоги, делаются выводы и формулируется задание для домашней проработки.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1. Содержание и объем практических занятий	5
1.1. Практическое занятие 1	5
1.2. Практическое занятие 2	7
1.3. Практическое занятие 3	9
1.4. Практическое занятие 4	12
1.5. Практическое занятие 5	15
1.6. Практическое занятие 6	18
1.7. Практическое занятие 7	21
1.8. Практическое занятие 8	24
Библиографический список	27

ВВЕДЕНИЕ

Электродинамика и распространение радиоволн (ЭД и РРВ) — фундаментальная дисциплина при подготовке радиоинженеров и специалистов радиоэлектронного профиля. Основная задача дисциплины — обучить студентов основным методам анализа свойств электромагнитных волн (ЭМВ) в природных условиях и устройствах микроволнового диапазона волн. Особое внимание уделяется описанию свойств ЭМВ в направляющих системах, объёмных резонаторах, природных средах. Эта дисциплина основана на многих разделах дисциплин высшей математики и физики. Наиболее важными из них являются:

- векторный анализ;
- теория поля;
- дифференциальные уравнения;
- электромагнетизм;
- электромагнитные колебания и волны.

«Электродинамика и РРВ» являются базовым курсом для таких дисциплин, как:

- электронные приборы СВЧ и квантовые приборы;
- устройства микроволнового и оптического диапазонов длин волн;
- наземные и космические системы связи;
- электромагнитная совместимость РЭС;
- глобальная морская связь, радиообмен и навигационное оборудование.

Дисциплина «ЭД и РРВ» изучается в двух семестрах. По каждой части сдаётся итоговый экзамен. Основные теоретические знания, полученные на лекциях, закрепляют на практических занятиях, проходящих в первом семестре изучения дисциплины, а во втором семестре студенты закрепляют полученные теоретические знания на лабораторном практикуме (требования образовательно-профессиональной программы направления 0509 — «Радиотехника»). Кроме того, студентов необходимо правильно сориентировать при планировании самостоятельной работы. На достижение этой цели и направлены данные рекомендации.

Все вопросы программы можно самостоятельно изучить по основной [1 — 4] и дополнительной литературе [5 — 18] с привлечением данного учебно-методического пособия.

Задача 8.3. Вычислить приближенно добротность прямоугольного медного резонатора при $a = l = 20$ мм, $b = 10$ мм для колебания типа H_{101} . Шероховатость стенок учитывается множителем $k_{ш} = 1,2$.

Добротность определяется по формуле

$$Q = \frac{\omega_0 W}{P} = \frac{2}{k_{ш} \delta} \frac{\mu}{\mu_{пр}} \frac{\int_V |H|^2 dV}{\oint_S |H_\tau|^2 dS}.$$

Чаще всего оболочка резонатора и его заполнение немагнитные и $\mu = \mu_{пр} = 1$. Для вычисления Q нужно знать распределение магнитного поля данного вида колебания в резонаторе. Ориентировочное значение Q можно определить, считая. Что энергия магнитного поля в среднем распределена одинаково по всему объему, то есть $|H^2| = |H_\tau|^2 = \text{const}$. Тогда получаем

$$Q \approx \frac{2}{k_{ш} \delta} \frac{V}{S}.$$

Эта формула дает результаты, которые имеют погрешность, не превышающую 10 %.

Глубина проникновения поля в проводник

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_{анп} \sigma}} = \frac{66}{\sqrt{f, \text{ МГц}}}, \text{ мкм};$$

$$\lambda_{101} = \frac{2}{\sqrt{1/20^2 + 1/20^2}} = 28,28; \quad f_{101} = \frac{c}{\lambda_{101}} = 10,6 \times 10^3 \text{ МГц};$$

$$\delta = 0,64 \text{ мкм}; \quad Q = 6500.$$

Расчет по точной формуле дает

$$Q = Q_0 = 6300; \quad \Delta Q = 200 \quad \delta Q \% = 3,17 \%.$$

Задача 8.4. Цилиндрический резонатор диаметром $d = 6$ см и длиной $l = 5$ см заполнен диэлектриком с параметром $\varepsilon = 2,5$. Какой тип колебаний в контуре является основным? Найти резонансную частоту, добротность и полосу пропускания резонатора на этом типе колебаний. Материал стенок — медь. Тангенс диэлектрических потерь

$$E_y = -i\omega\mu_a \frac{a}{\pi} A_{10} \sin \frac{\pi}{a} x; \quad H_x = -i\beta_{10} \frac{a}{\pi} A_{10} \sin \frac{\pi}{a} x.$$

Ответ:

$$P = \frac{1}{4} \omega\mu_a \beta_{10} \frac{a^3 b}{\pi^2} A_{10}^2$$

7.3. Заключительная часть. В заключительной части занятия подводятся итоги, делаются выводы и формулируется задание для самостоятельной работы.

1.8. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 8

Тема — **Объемные резонаторы**

8.1. Вводная часть. Проверка наличия студентов и постановка задания на занятие.

Объемные резонаторы находят в современной науке и технике обширные, важные и многообразные применения. Рассказать студентам об этом.

В процессе проведения практического занятия студенты должны получить четкое представление о физических процессах, происходящих в резонаторах, научиться рассчитывать собственные длины волн резонатора по заданным геометрическим параметрам и определять его добротность.

8.2. Основная часть.

Решение задач.

Задача 8.1. Определить первые три собственные частоты прямоугольного резонатора. Размеры резонатора равны: $a = 40$ мм, $b = 20$ мм, $l = 50$ мм.

Собственная длина волны

$$\lambda_{mnp} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}}.$$

Собственная частота $f_{mnp} = c/\lambda_{mnp}$.

Задача 8.2. Построить графики зависимостей $E_y = f_1(x)$, $E_y = f_2(z)$, $H_x = f_3(x)$, $H_x = f_4(z)$, $H_z = f_5(x)$, $H_z = f_6(z)$. Колебание H_{101} в прямоугольном резонаторе.

1. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

На все практические занятия для студентов дневной формы обучения отводится 16 часов.

1.1. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 1

При изучении дисциплины ЭД и РРВ многие трудности связаны с применением математического аппарата при исследовании электромагнитных явлений и решении конкретных задач. Поэтому на первом занятии повторяются основные понятия из векторного анализа: скалярное и векторное произведение векторов; единичные векторы в различных системах координат; выражение скалярного и векторного произведений через проекции векторов на оси координат; скалярное и векторное произведение единичных векторов прямоугольной декартовой системы координат; операции пространственного дифференцирования — градиент, дивергенция, ротор в различных системах координат, их физический смысл; символический вектор ∇ (набла) и некоторые тождества векторного анализа.

При активном участии студентов вспоминается, чему равны скалярное и векторное произведение векторов $\vec{A}$ и $\vec{B}$, если известны их модули и угол между ними

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = C = AB \cos \left(\widehat{\vec{A}, \vec{B}} \right); \quad \vec{A} \times \vec{B} = \vec{D}; \quad D = AB \sin \left(\widehat{\vec{A}, \vec{B}} \right).$$

Напоминается студентам, что в результате векторного умножения двух векторов получается новый вектор, направленный перпендикулярно плоскости, в которой лежат перемножаемые вектора, направление его принято определять по правилу буравчика.

Далее студенты записывают, чему равняется скалярное и векторное произведение одноименных и разноименных единичных векторов:

$$\vec{i} \cdot \vec{i}, \quad \vec{j} \cdot \vec{j}, \quad \vec{k} \cdot \vec{k}, \quad \vec{i} \cdot \vec{j}, \quad \vec{i} \cdot \vec{k}, \quad \vec{j} \cdot \vec{k};$$

$$\vec{i} \times \vec{i}, \quad \vec{j} \times \vec{j}, \quad \vec{k} \times \vec{k}, \quad \vec{i} \times \vec{j}, \quad \vec{j} \times \vec{i}, \quad \vec{i} \times \vec{k}, \quad \vec{k} \times \vec{i}, \quad \vec{j} \times \vec{k}, \quad \vec{k} \times \vec{j};$$

В случае прямоугольной декартовой системы координат единичным векторам обычно присваиваются обозначения: $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.

Опираясь на вышеизложенное, записываются выражения скалярного и векторного произведений векторов, заданных их проекциями, то есть

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = (\bar{i}A_x + \bar{j}A_y + \bar{k}A_z) \cdot (\bar{i}B_x + \bar{j}B_y + \bar{k}B_z);$$

$$\bar{A} \times \bar{B} = (\bar{i}A_x + \bar{j}A_y + \bar{k}A_z) \times (\bar{i}B_x + \bar{j}B_y + \bar{k}B_z).$$

Результат последнего произведения легче запомнить в виде определителя

$$\bar{A} \times \bar{B} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}.$$

Значение определителя раскрывается.

Записать произведение трех векторов $(\bar{A} \times \bar{B}) \cdot \bar{C}$.

Повторить материал об операциях пространственного дифференцирования: $\text{grad } \varphi$, $\text{div } \bar{A}$, $\text{rot } \bar{A}$. Записать эти операции в прямоугольной системе координат. Раскрыть их физический смысл.

Для упрощения записи векторных операций, а также для получения мнемонических приемов написания различных формул векторного анализа вводится символический вектор «набла», определяемый как

$$\nabla = \bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z}.$$

Доказывается, что

$$\nabla \cdot \varphi = \text{grad } \varphi; \quad \nabla \cdot \bar{A} = \text{div } \bar{A}; \quad \nabla \times \bar{A} = \text{rot } \bar{A};$$

$$\text{rot grad } \varphi = \nabla \times (\nabla \cdot \varphi) = 0; \quad \text{div rot } \bar{A} = \nabla \cdot (\nabla \times \bar{A}) = 0;$$

$$\text{grad } (\varphi \cdot \phi) = \varphi \text{ grad } \phi + \phi \text{ grad } \varphi; \quad \text{div } (\varphi \cdot \bar{A}) = \varphi \text{ div } \bar{A} + \bar{A} \text{ grad } \varphi;$$

$$\text{rot } (\varphi \cdot \bar{A}) = \varphi \text{ rot } \bar{A} + \text{grad } \varphi \times \bar{A}; \quad \text{div } (\bar{A} \times \bar{B}) = \bar{B} \text{ rot } \bar{A} - \bar{A} \text{ rot } \bar{B};$$

$$\text{rot rot } \bar{A} = \text{grad div } \bar{A} - \nabla^2 \bar{A}.$$

Находится градиент скалярного произведения двух векторов

Известно, что $V_3 V_\Phi = c^2$. Тогда $V_\Phi = 500000$ км/с.

Задача 7.2. Определить длину волны в этом волноводе, если частота $f = 10$ ГГц.

$$\lambda_\Phi = V_\Phi / f = 5 \text{ см.}$$

Задача 7.3. Найти критическую длину волны.

$$\text{Если } \lambda_\Phi = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{\text{кр}})^2}}, \quad \text{то } \lambda_{\text{кр}} = 3,75 \text{ см.}$$

Задача 7.4. Найти размер широкой стенки прямоугольного волновода, если считать. Что по волноводу передается основной тип волны — H_{10} .

$$\lambda_{\text{кр}} = 2a, \quad \text{то есть } a = 1,875 \text{ см.}$$

Задача 7.5. Какой диапазон длин волн (диапазон частот) может быть передан по этому волноводу в одноволновом режиме?

$$a < \lambda < 2a, \quad \text{то есть } 1,875 \text{ см} < \Delta\lambda < 3,75 \text{ см.}$$

Задача 7.6. Определить критические длины волн ближайших пяти типов колебаний.

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{2}{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}}. \quad \text{Считаем, что } b = \frac{a}{2}.$$

Задача 7.7. Написать выражение для составляющих векторов поля волны H_{10} .

Задача 7.8. Построить графики зависимостей амплитуд составляющих векторов поля волны H_{10} от координаты x .

Задача 7.9. Определить величину мощности, проходящей через поперечное сечение волновода.

$$P = \int_S \Pi_{\text{ср}} dS = -\frac{1}{2} \text{Re} \int_0^a \int_0^b E_y H_x^* dx dy;$$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{a} x_0 = \frac{\lambda_B}{2a}; \rightarrow x_0 = \frac{a}{\pi} \operatorname{arctg} \left[\frac{\lambda_B}{2a} \right];$$

$$-\operatorname{tg} \frac{\pi}{a} x_0 = \operatorname{tg} \left(\pi - \frac{\pi}{a} x_0 \right) = \frac{\lambda_B}{2a}; \rightarrow \pi - \frac{\pi}{a} x_0 = \operatorname{arctg} \left[\frac{\lambda_B}{2a} \right];$$

$$\pi a - \pi x_0 = a \operatorname{arctg} \left[\frac{\lambda_B}{2a} \right]; \rightarrow x_0 = a - \frac{a}{\pi} \operatorname{arctg} \left[\frac{\lambda_B}{2a} \right].$$

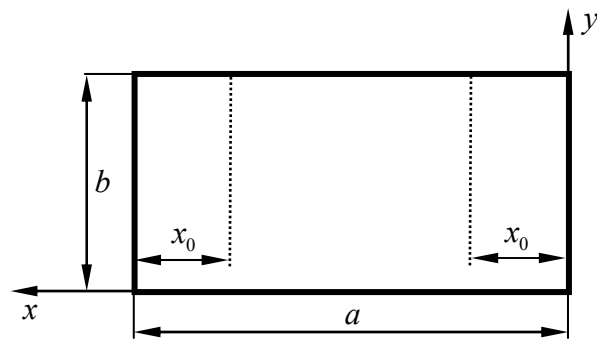


Рисунок 7.1 — Пояснения к задаче 7.1

Длина волны в волноводе

$$\lambda_B = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}} = 13,9 \text{ см},$$

тогда

$$x_0 = \frac{7,2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{13,9}{14,4} = 1,76 \text{ см}.$$

Вектор $\vec{H}$ вращается в плоскости, параллельной широкой стенке волновода. В продольных плоскостях с координатами x_0 и $a - x_0$ вектор $\vec{H}$ имеет круговую поляризацию.

Задача 7.2. Найти фазовую скорость волны в прямоугольном металлическом волноводе, заполненном воздухом, если энергетическая скорость $V_g = 180000 \text{ км/с}$.

$$\vec{A} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \quad \text{и} \quad \vec{R} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

Находится дивергенция радиус — вектора

$$\vec{R} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

Определяется ротор векторов

$$\vec{A} = xy\vec{i} - xz\vec{j} + yz\vec{k} \quad \text{и} \quad \vec{R} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

В заключительной части занятия подводятся итоги, делаются выводы и формулируется задание для домашней проработки.

1.2. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 2

2.1. Во вводной части занятия проверяется наличие студентов, формулируется цель занятия и дается постановка задания на занятие.

2.2. Основная часть.

Повторение пройденного лекционного материала: выясняется знание студентами уравнений Максвелла, их физического смысла, в чем состояло обобщение Максвеллом законов Ампера, электромагнитной индукции Фарадея, теоремы Гаусса.

Решение задач.

Задача 2.1. Какой должна быть масса электронов, чтобы сила гравитационного притяжения между двумя покоящимися электронами по величине совпала с силой их электрического отталкивания? Каково отношение этой массы к обычной массе электрона?

На примере этой задачи выясняется знание студентами основополагающих законов электростатики и всемирного тяготения. Подчеркивается общность законов природы. Студент наводится на размышление, какими путями возможна компенсация силы тяжести, какими путями, используя электрические и магнитные явления, можно принципиально достичь этого.

Задача 2.2. Электрон, летящий вдоль оси Z со скоростью $V = 10000 \text{ км/с}$, попадает в зону, где одновременно существуют электрическое и магнитное поля: $\vec{E} = \vec{i} E_x$, $E_x = 10^6 \text{ В/м}$ и $\vec{B} = \vec{j} B_y$, $B_y = 0,04 \text{ Т}$. Определить направление и величину силы, действующей на электрон и его ускорение.

При решении задачи используется выражение для силы Лоренца

$$\overline{F}_\text{л} = \overline{F}_\text{э} + \overline{F}_\text{м} = Q (\overline{E} + V \times \overline{B}).$$

Показывается, что разработка электронно-лучевых приборов невозможна без знания законов электродинамики.

Задача 3. Найти электрическую индукцию $\overline{D}$ и напряженность $\overline{E}$ равномерно заряженного по объему шара. Радиус шара R , диэлектрическая проницаемость ϵ_a . Построить график зависимостей указанных величин от расстояния до центра шара. Вне шара абсолютную диэлектрическую проницаемость считать равной ϵ_0 .

Студенты должны самостоятельно прийти к выводу, что основным соотношением для расчета является

$$\oint_S \overline{D} \, d\overline{S} = \sum Q.$$

Поверхность интегрирования должна проходить через точку наблюдения, и выбрана такой формы, чтобы угол между вектором $\overline{D}$ и вектор — площадкой $d\overline{S}$ был равен нулю на любом участке поверхности. При этом величина D должна не зависеть от поверхности интегрирования, то есть в любой точке поверхности оставаться постоянной и ее можно вынести за знак интеграла. В этом случае задача решается очень легко. Студенты должны осознать, что сумма зарядов $\sum Q$, находящихся в объеме, ограниченной по-

верхностью S , которая в данной задаче является сферической, будет различной для точек наблюдения, расположенных вне шара и внутри него. Вне шара

$\sum Q = Q$ — заряд шара. Внутри шара $\sum Q = \rho \frac{4}{3} \pi r^3$, где ρ — объемная плотность заряда, r — координата точки наблюдения. Зависимости $D = f_1(r)$ и $E = f_2(r)$ внутри и вне шара будут, в связи с этим, различными.

При решении задачи студенты получают наглядное представление о граничных условиях на поверхности шара для нормальных составляющих векторов $\overline{D}$ и $\overline{E}$.

Коаксиальные кабели широко используются в радиотехнике. Поэтому весьма важно знать структуру электромагнитного поля в нем. Определению напряженности магнитного поля в различных точках поперечного сечения кабеля посвящена следующая задача.

итоги, делаются выводы и формулируется задание для самостоятельной работы.

1.7. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 7

Тема — Направляющие системы и направляемые волны

7.1. Вводная часть. Проверка наличия студентов и постановка задания на занятие.

При изучении этого раздела особое внимание следует уделить структуре электромагнитного поля в прямоугольном волноводе, способам возбуждения волноводов, параметрам волны и волновода. Особенно четко необходимо представлять структуру основной волны H_{10} , знать основные соотношения для этой волны.

7.2. Основная часть.

Решение задач.

Задача 7.1. В каких точках поперечного сечения прямоугольного волновода с волной типа H_{10} вектор напряженности магнитного поля $\overline{H}$ имеет круговую поляризацию? В какой плоскости будет вращаться вектор $\overline{H}$?

Сечение волновода $7,2 \times 3,4$ см, длина волны генератора $\lambda = 10$ см. Записать на доске составляющие H_x и H_z вектора $\overline{H}$:

$$H_x = H_0 \sin \frac{\pi}{a} x \sin \omega t; \quad H_z = H_0 \frac{\lambda_b}{2a} \cos \frac{\pi}{a} x \cos \omega t.$$

Студенты должны вспомнить, что две линейно-поляризованные волны образуют волну круговой поляризации, если равны их амплитуды, они сдвинуты во времени на четверть периода и между векторами напряженности поля 90° пространственный сдвиг.

Составляющие H_x и H_z удовлетворяют этим требованиям в случае равенства их амплитуд

$$H_0 \sin \frac{\pi}{a} x_0 = \left| \pm H_0 \frac{\lambda_b}{2a} \cos \frac{\pi}{a} x_0 \right|, \quad (7.1)$$

где x_0 — координата на широкой стенке, при которой соблюдается это ра-

венство. Из равенства (7.1) следует что $\pm \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{a} x_0 \right) = \frac{\lambda_b}{2a}$. Тогда

$$\dot{\Gamma} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0 - i\sigma/\omega}} - \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}}{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0 - i\sigma/\omega}} + \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon(1 - i\sigma/\omega\varepsilon\varepsilon_0)}} - 1}{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon(1 - i\sigma/\omega\varepsilon\varepsilon_0)}} + 1} = \frac{1 - \sqrt{\varepsilon}\sqrt{1 - i\operatorname{tg}\delta}}{1 + \sqrt{\varepsilon}\sqrt{1 - i\operatorname{tg}\delta}}, \quad (6.1)$$

где $\operatorname{tg}\delta = \sigma/\omega\varepsilon\varepsilon_0$ — тангенс угла потерь.

Два комплексных числа равны друг другу, если равны их модули и аргументы.

Модуль и аргумент комплексного числа $\sqrt{1 - i\operatorname{tg}\delta}$ определяется следующим образом

$$\sqrt{1 - i\operatorname{tg}\delta} = \sqrt{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\delta} e^{-i\arctg(\operatorname{tg}\delta)}} = \sqrt[4]{1 + \operatorname{tg}^2\delta} e^{-i\frac{\delta}{2}}.$$

Из (6.1)

$$\frac{1 - \dot{\Gamma}}{1 + \dot{\Gamma}} = \sqrt{\varepsilon}\sqrt{1 - i\operatorname{tg}\delta},$$

учитывая, что

$$\dot{\Gamma} = \Gamma e^{i\varphi} = \Gamma \cos\varphi + i\Gamma \sin\varphi,$$

имеем

$$\frac{1 - \Gamma \cos\varphi - i\Gamma \sin\varphi}{1 + \Gamma \cos\varphi + i\Gamma \sin\varphi} = \sqrt{\varepsilon}\sqrt{1 - i\operatorname{tg}\delta}.$$

Приравнявая квадраты модулей и аргументы этих комплексных величин, получаем

$$\left. \begin{aligned} \frac{1 + \Gamma^2 - 2\Gamma \cos\varphi}{1 + \Gamma^2 + 2\Gamma \cos\varphi} &= \varepsilon\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\delta}; \\ \arctg\left[\frac{\Gamma \sin\varphi}{1 - \Gamma \cos\varphi}\right] + \arctg\left[\frac{\Gamma \sin\varphi}{1 + \Gamma \cos\varphi}\right] &= \frac{\delta}{2}. \end{aligned} \right\}$$

Решая два уравнения с двумя неизвестными Γ и φ определяем их. Эти же уравнения можно использовать, решая обратную задачу, когда заданы Γ и φ , а требуется определить ε и σ . ($\sigma = \omega\varepsilon\varepsilon_0 \operatorname{tg}\delta$).

6.3. Заключительная часть. В заключительной части занятия подводятся

Задача 2.4. Длинный коаксиальный кабель состоит из двух концентрических проводников, размеры которых известны. Предполагается, что плотность токов в проводниках однородна по сечению. Найти напряженность магнитного поля:

- вне кабеля;
- внутри центрального проводника;
- в пространстве между проводниками;
- внутри внешнего проводника.

Основное соотношение

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum J,$$

где l — контур, проведенный через точку наблюдения, то есть точку, в которой определяется H ;

$\sum J$ — ток, пронизывающий поверхность, ограниченную контуром l .

Построить график зависимости $H = f(r)$.

2.3. В заключительной части занятия подводятся итоги, делаются выводы и формулируется задание для домашней проработки.

1.3. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 3

Тема — Статические и стационарные поля

3.1. Вводная часть. Проверка наличия студентов. Формулировка задания на занятие.

3.2. Основная часть.

На практическом занятии приводятся примеры применения уравнений Пуассона и Лапласа, которые являются основными соотношениями теории электростатического потенциала, для расчета электрических полей.

Напоминается студентам, что основные закономерности электричества и магнетизма были найдены в конце 18 и начале 19 веков. По аналогии с законом всемирного тяготения Ньютона Шарль Августин Кулон установил в 1785 — 1788 годах первые количественные взаимодействия электрических зарядов и магнитных полюсов на основе уже разработанной для небесной механики теории потенциала. Здесь важно отметить универсальность математики, одни и те же уравнения которой, описывают разные физические явления.

Всем известно, какую большую роль играют конденсаторы в элементной базе устройств радиоэлектроники. Но емкость конденсаторов рассчитывают на основании формул, полученных в электростатике. В практике находят применение конденсаторы различной формы: плоские, цилиндрические и сферические. Определим их емкости.

Задача 3.1. Найти напряженность электрического поля и емкость плоского конденсатора. Расстояние между пластинами d , абсолютная проницаемость ε_a , площадь пластины S , потенциалы пластин $\varphi_A = 0$, $\varphi_B = \varphi_0$ (рисунок 3.1).

Для расчета используем уравнение Лапласа $\text{div grad } \varphi = 0$.

Выбираем прямоугольную систему координат, в которой уравнение Лапласа имеет вид

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0.$$

В соответствии с выбранным расположением осей координат потенциал φ не зависит от переменных y и z .

Трехмерное уравнение Лапласа превращено в одномерное $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0$.

Его решение очень простое

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = C_1, \quad \varphi = C_1 x + C_2,$$

где C_1 и C_2 — постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий.

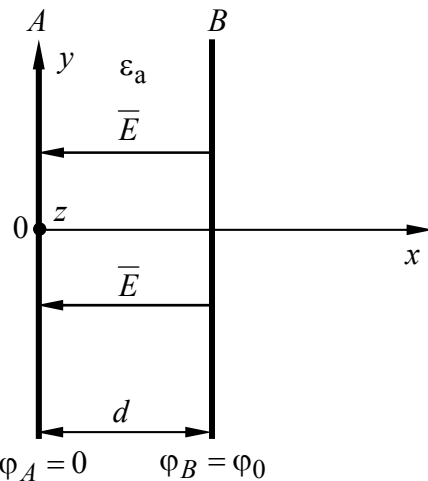


Рисунок 3.1 — Плоский конденсатор

При $x = 0$, $\varphi = 0$ и $C_2 = 0$; при $x = d$, $\varphi = \varphi_0$ и $C_1 = \varphi_0/d$, то есть $\varphi = \frac{\varphi_0}{d} x$.

Потенциал между пластинами изменяется по линейному закону.

Вектор $\vec{E}$ определяется по формуле

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi.$$

Для одномерной задачи

$$\vec{E} = -\vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\vec{i} \frac{\varphi_0}{d},$$

Задача 6.1. Определить модуль и фазу коэффициента отражения от пресной воды ($\varepsilon_2 = 81$, $\mu_2 = 1$, $\sigma_2 = 0$, $\varepsilon_1 = 1$, $\mu_1 = 1$, $\sigma_1 = 0$).

$$\dot{\Gamma} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_2 \mu_0}{\varepsilon_2 \varepsilon_0}} - \sqrt{\frac{\mu_1 \mu_0}{\varepsilon_1 \varepsilon_0}}}{\sqrt{\frac{\mu_2 \mu_0}{\varepsilon_2 \varepsilon_0}} + \sqrt{\frac{\mu_1 \mu_0}{\varepsilon_1 \varepsilon_0}}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2}} - 1}{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2}} + 1} = \frac{1 - \sqrt{\varepsilon_2}}{1 + \sqrt{\varepsilon_2}} = \frac{1 - 9}{1 + 9} = -0,8 = \Gamma e^{i\varphi}.$$

Ответ: $\Gamma = 0,8$; $\varphi = \pi$.

Задача 6.2. Определить Γ и φ от стекла ($\varepsilon_2 = 2,25$) при нормальном падении волны, а также модуль коэффициента преломления.

Задача 6.3. Каким образом коэффициент отражения можно сделать равным нулю, а коэффициент преломления — единице? В чем состоит суть «просветления» оптики в биноклях, фотокамерах?

Задача 6.4. Когда возможно полное прохождение волны во вторую среду при наклонном падении? Для какой поляризации? Чему равен угол Брюстера? $\theta_{\text{Бр}} = \arctg \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1}$. Найти его, если первая среда — воздух; вторая среда стекло.

Задача 6.5. Запишите условия возникновения полного внутреннего отражения. Найти критический угол падения.

Ответ: $\theta_{\text{кр}} = \arcsin \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1}$.

Задача 6.6. Плоская электромагнитная волна с круговой поляризацией падает из вакуума на поверхность среды, относительная диэлектрическая проницаемость которой $\varepsilon = 2,25$. Определить углы падения, при которых поляризация отраженной волны остается круговой, осуществляется преобразованием круговой поляризации в линейную.

Задача 6.7. Плоская электромагнитная волна падает нормально из вакуума на границу раздела со средой, имеющей параметры: $\varepsilon = 81$, $\mu = 1$, $\sigma = 4$ сим/м. Определить модуль и фазу коэффициента отражения на частоте 100 МГц.

Задача 5.6. *Определить толщину серебряного слоя, покрывающего токоведущие поверхности некоторых устройств СВЧ, при которой плотность тока на его внутренней поверхности уменьшается в 200 раз по сравнению с плотностью тока на границе раздела металл-воздух. Частота поля — $f = 10$ ГГц.*

Выяснить, что студенты знают о поверхностном эффекте и его применении.

5.3. Заключительная часть. В заключительной части занятия подводятся итоги, делаются выводы и формулируется задание для самостоятельной работы.

1.6. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 6

Тема — **Отражение и преломление волн на границе раздела сред**

6.1. Вводная часть. Проверка наличия студентов и формулировка задания на занятие.

6.2. Основная часть.

Путем опроса студентов вспомнить и записать на доске выражения для коэффициентов отражения и преломления при нормальном падении волны и наклонном. В последнем — записать для нормальной поляризации и параллельной:

$$\begin{aligned}\dot{\Gamma} &= \frac{\dot{Z}_{02} - \dot{Z}_{01}}{\dot{Z}_{02} + \dot{Z}_{01}}; & \dot{\Gamma} &= \frac{2\dot{Z}_{02}}{\dot{Z}_{02} + \dot{Z}_{01}}; \\ \dot{\Gamma}_{\perp} &= \frac{\dot{Z}_{02} \cos \theta - \dot{Z}_{01} \cos \psi}{\dot{Z}_{02} \cos \theta + \dot{Z}_{01} \cos \psi}; & \dot{\Gamma}_{\parallel} &= \frac{\dot{Z}_{02} \cos \psi - \dot{Z}_{01} \cos \theta}{\dot{Z}_{02} \cos \psi + \dot{Z}_{01} \cos \theta},\end{aligned}$$

где θ — угол падения; ψ — угол преломления;

$\dot{Z}_{01} = \sqrt{\frac{\mu_{a1}}{\epsilon_{a1} - i\sigma_1/\omega}}$; $\dot{Z}_{02} = \sqrt{\frac{\mu_{a2}}{\epsilon_{a2} - i\sigma_2/\omega}}$ — волновые сопротивления первой и второй сред.

Для диэлектриков без потерь записать выражение закона Снеллиуса

$$\frac{\sin \psi}{\sin \theta} = \frac{\sqrt{\epsilon_1 \mu_1}}{\sqrt{\epsilon_2 \mu_2}} = \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}} \quad \text{при} \quad \mu_1 = \mu_2 = 1$$

Решение задач.

$$E = \frac{\Phi_0}{d}.$$

Направление вектора $\vec{E}$ от пластины B к A перпендикулярно им. В соответствие с граничными условиями

$$D_{1n} - D_{2n} = \sigma_S; \quad \epsilon_{a1} E_{1n} - \epsilon_{a2} E_{2n} = \sigma_S,$$

где σ_S — поверхностная плотность заряда; $E_{2n} = 0$ — поле в проводнике отсутствует, поэтому $E_{1n} = \sigma_S / \epsilon_{a1}$ или в наших обозначениях $E = \sigma_S / \epsilon_a$, или $\sigma_S = \epsilon_a E$.

Емкость конденсатора

$$C = \frac{Q}{\Phi_B - \Phi_A} = \frac{Q}{\Phi_0} = \frac{\sigma_S S}{\Phi_0} = \frac{\epsilon_a E S}{\Phi_0} = \frac{\epsilon_a \frac{\Phi_0}{d} S}{\Phi_0} = \frac{\epsilon_a S}{d}.$$

Таким образом, емкость плоского конденсатора равна

$$C = \frac{\epsilon_a S}{d}.$$

По аналогичным методикам определяется поле и емкость цилиндрического и сферического конденсаторов в задачах 3.2 и 3.3. Для решения уравнения Лапласа, естественно, выбираются соответственно цилиндрическая и сферическая системы координат. Трехмерная задача для потенциала сводится к одномерной и решается одномерное уравнение Лапласа в соответствующей системе координат. Постоянные интегрирования находятся из граничных условий, аналогичных условиям задачи 1.

Для расчета электрических полей в ряде случаев применяется метод электрических (зеркальных) изображений, основанный на идее приведения сложной задачи электростатики к более простой задаче с теми же граничными условиями.

Задача 3.4. *Радиус проводящей сферы — a . Расстояние от центра сферы до заряда Q равно b . Потенциал сферы $\varphi = 0$.*

Определить заряд Q_1 электрического изображения и его положение.

Дать возможность студентам самостоятельно решить задачу. Найденное значение заряда Q_1 и его координата x должны обеспечить совместно с зарядом Q граничное условие $\varphi = 0$ на сфере. В случае необходимости показать, что для решения задачи можно записать выражения для потенциалов в

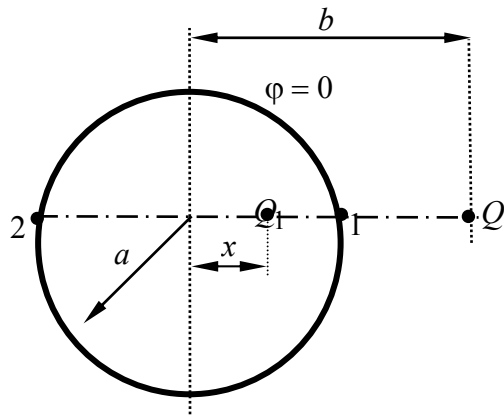


Рисунок 3.2 — Пояснения к задаче 4

Задача 3.5. Рассчитать напряженность магнитного поля в произвольной точке, созданную круговым витком радиуса a , по которому протекает постоянный ток J .

Задача решается студентами совместно с преподавателем.

В начале определяется векторный магнитный потенциал $\vec{A}$

$$\vec{A} = \frac{\mu_a J}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l}}{r}.$$

Используется сферическая система координат. Напряженность магнитного поля определяется из соотношения

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_a} \text{rot } \vec{A}.$$

3.3. Заключительная часть. В заключительной части занятия подводятся итоги, делаются выводы и формулируется задание для домашней проработки.

1.4. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 4

Тема — Энергия электрического поля.

Вектор Умова — Пойнтинга. Мощность излучения

4.1. Вводная часть. Проверка наличия студентов. Формулировка задания на занятие.

4.2. Основная часть.

Закон сохранения энергии — один из фундаментальных законов природы: явления электромагнетизма подчиняются ему без всяких исключений.

точках 1 и 2 сферы и приравнять их к нулю (рисунок 3.2)

Из системы двух полученных уравнений найти Q_1 и x .

Зная величины зарядов Q , Q_1 и их местоположение, можно определить электрическое поле (φ и E) в любой точке пространства. Это поле будет соответствовать полю заряда Q , расположенного над проводящей сферой.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-ikz},$$

где $k = \beta - i\alpha = \omega \sqrt{(\epsilon_a - i\sigma/\omega)\mu_a}$ — комплексное волновое число.

Решая это уравнение, находим β и α , полагая при этом $\mu = 1$.

Ответ:

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{\epsilon}{2}} \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{60\lambda\sigma}{\epsilon}\right)^2}};$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{\epsilon}{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{60\lambda\sigma}{\epsilon}\right)^2}}. \quad (5.1)$$

Задача 5.3. Определить во сколько раз уменьшится амплитуда волны, падающей нормально на поверхность моря, на расстоянии 1 метр при частотах сигналов $f_1 = 10$ МГц, $f_2 = 500$ кГц, $f_3 = 5$ кГц.

Для морской воды считаем $\sigma = 4$ сим/м, $\epsilon = 81$.

Вместе со студентами определяем, что

$$\frac{E_{z=0}}{E_{z=1}} = \frac{E_0}{E_0 e^{-\alpha}} = e^{\alpha}.$$

Ответ: $e^{\alpha_1} = 284930$; $e^{\alpha_2} = 16,6$; $e^{\alpha_3} = 1,32$.

После решения этой задачи со студентами обсуждается вопрос о возможности радиосвязи с подводными лодками в погруженном состоянии.

Задача 5.4. Записать приближенные значения β и α (5.1) для проводников, когда выполняется неравенство $60\lambda\sigma/\epsilon \gg 1$.

Это неравенство зависит не только от параметров σ и ϵ , но и от длины волны λ в свободном пространстве, или частоты $f = c/\lambda$.

При $\lambda = \lambda_{\text{гр}}$ $60\lambda_{\text{гр}}\sigma/\epsilon = 1$,

откуда граничная длина волны равна $\lambda_{\text{гр}} = \epsilon/60\sigma$.

Задача 5.5. Определить граничную длину волны для морской волны. При каких длинах волн морская вода ведет себя как проводник, как диэлектрик.

диэлектрической, полупроводящей, проводящей. Большое место отводится изучению электромагнитных явлений, происходящих на границе раздела сред.

Задача 5.1. Плоская электромагнитная волна с частотой ω отражается от проводящей поверхности, движущейся со скоростью V в направлении распространения волны (рисунок 5.1). Определить частоту ω' отраженной волны, которая регистрируется неподвижным наблюдателем, и доплеровский сдвиг частоты.

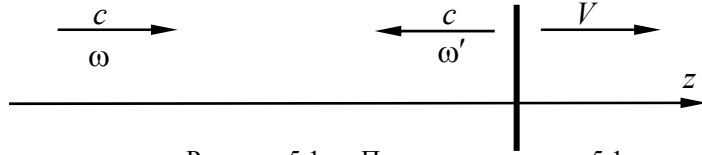


Рисунок 5.1 — Пояснения к задаче 5.1

Записать уравнения падающей и отраженной волны. Из равенства фаз

$$\omega t - \frac{\omega}{c} z = \omega' t + \frac{\omega'}{c} z$$

определяются ω' и $\Delta F_d = f - f'$.

Ответ:
$$\Delta F_d = f \frac{2V}{c + V}.$$

Найти ΔF_d , если приемник сигнала располагается на движущемся объекте.

При прохождении электромагнитной волны в среде с потерями амплитуда волны уменьшается по экспоненциальному закону. Скорость уменьшения амплитуды волны характеризуется коэффициентом затухания α . Фазовая постоянная β будет отличаться от фазовой постоянной волны $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$, распространяющейся в свободном пространстве. Величины β и α определяются значениями электромагнитных параметров сред ϵ_a , μ_a , σ и длиной волны в свободном пространстве.

Задача 5.2. Выразить коэффициенты β и α через параметры среды ϵ_a , μ_a , σ .

Напомнить. Что комплексная амплитуда волны в среде с потерями определяется из соотношения

Энергия электростатического поля определяется выражением

$$W = \int_V \frac{\epsilon_a E^2}{2} dV.$$

Использование этого выражения позволяет решить первую задачу.

Задача 4.1. Найти полную энергию электростатического поля заряженного шара. При этом: относительная диэлектрическая проницаемость — ϵ ; шар находится в пространстве, относительная проницаемость которого равна единице. Радиус шара — R . Заряд шара — Q .

Перед студентами ставится вопрос, по какому объему V следует интегрировать? Похвалить тех студентов, которые предложат интегрировать по всему бесконечному пространству, а не по объему шара. Напомнить студентам, что на втором занятии они определили напряженность электрического поля:

внутри шара — $E_1 = \frac{Qr}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^3}$ и вне шара — $E_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$.

Законы изменения E внутри шара и вне его различны, поэтому величина энергии W равна сумме двух слагаемых, то есть сумме энергии внутри шара и энергии поля вне шара

$$W = \int_{V_{ш}} \frac{\epsilon\epsilon_0 E_1^2}{2} dV + \int_{V_\infty} \frac{\epsilon_0 E_2^2}{2} dV.$$

Решение будет более простым, если от элементарного объема dV перейти к dr . Так как $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, то $\frac{dV}{dr} = 4\pi r^2$ и $dV = 4\pi r^2 dr$, где r — расстояние от центра шара до точки наблюдения. Внутри шара r меняется от 0 до R , вне шара от R до ∞ . Поэтому

$$W = \int_0^R \frac{\epsilon\epsilon_0 \left(\frac{Qr}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^3} \right)^2}{2} 4\pi r^2 dr + \int_R^\infty \frac{\epsilon_0 \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right)^2}{2} 4\pi r^2 dr.$$

Перед интегрированием можно поинтересоваться у студентов, как они считают, где будет больше сосредоточено энергии внутри шара или вне его?

Ответ:

$$W = \frac{Q^2}{40\pi\epsilon\epsilon_0 R} + \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R}.$$

Вывод: вне шара энергии больше, чем в шаре.

Задача 4.2. Мощность, излучаемая Солнцем, равна $P_C = 4 \times 10^{26}$ Вт. Определить мощность электромагнитной энергии, падающей на Землю.

Студенты вспоминают, что расстояние от Солнца до Земли — $r_{CЗ} = 150 \times 10^6$ км; радиус Земли — $R_3 = 6370$ км.

Для решения задачи, прежде всего, следует определить плотность потока мощности Π в окрестностях Земли и показать, что она почти не отличается от точки к точке на всей освещаемой поверхности Земли, а направления векторов Π практически одинаковы.

Вычисляя Π , получаем $\Pi = 1400$ Вт/м². Эта величина получила название — солнечная постоянная у Земли.

Мощность, падающая на Землю, определяется интегрированием по поверхности Земли, освещаемой Солнцем

$$P_3 = \int_S \Pi d\vec{S} = \Pi \int_S dS \cos \theta,$$

где θ — угол между направлением вектора Пойнтинга и вектор площадкой в каждой точке поверхности интегрирования.

В результате интегрирования получаем $P_3 = \Pi \pi R_3^2$. Поток мощности через полусферу равен потоку через экваториальное сечение Земного шара, на которое опирается эта полусфера.

Сравнить полученную мощность P_3 с мощностью крупнейших электростанций.

Задача 4.3. Определите мощность излучения электрического вибратора.

Значения E_θ и H_φ в дальней зоне определяются выражениями:

$$E_\theta = iZ_0 \frac{J_m l}{2\lambda r} \sin \theta \cdot e^{-ikr}; \quad H_\varphi = \frac{iJ_m l}{2\lambda r} \sin \theta \cdot e^{-ikr},$$

где J_m — амплитуда тока; l — длина вибратора; $Z_0 = 120 \pi$ — волновое сопротивление для свободного пространства.

Среднее значение вектора Пойнтинга $\bar{\Pi}_{cp}$ равно

$$\bar{\Pi}_{cp} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\bar{E} \times \bar{H}^*] = \frac{Z_0 J_m^2 l^2 \sin^2 \theta}{8r^2 \lambda^2}.$$

Полную мощность P , излученную диполем, получим, проинтегрировав значение вектора $\bar{\Pi}_{cp}$ по сфере произвольного радиуса r

$$P = \int_S \Pi_{cp} dS,$$

где dS — элемент сферической поверхности $dS = 2\pi r^2 \sin \theta d\theta$.

$$P = \int_S \Pi_{cp} dS = \int_0^\pi \frac{Z_0 J_m^2 l^2}{8r^2 \lambda^2} \sin^2 \theta \cdot 2\pi r^2 \sin \theta d\theta = \frac{\pi Z_0 J_m^2 l^2}{3\lambda^2}.$$

Излучаемая мощность не зависит от радиуса сферы. Этот результат является естественным следствием закона сохранения энергии, поскольку мы рассматриваем пространство, в котором отсутствуют токи проводимости, а стало быть, отсутствуют потери на джоулево тепло.

4.3. Заключительная часть. В заключительной части занятия подводятся итоги, делаются выводы и формулируется задание для самостоятельной работы.

1.5. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 5

Тема — Плоская электромагнитная волна

5.1. Вводная часть. Проверка наличия студентов и постановка задания на занятие.

5.2. Основная часть.

Содержанием настоящего занятия является изучение свойств электромагнитного поля простейшей структуры, когда векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ являются функциями времени и только одной пространственной декартовой координаты.

Такое электромагнитное поле имеет характер так называемых плоских волн. Хотя создать такие поля ни один реальный источник не может, тем не менее, изучение этих полей имеет огромное теоретическое и практическое значение по следующим соображениям:

5.2.1. Теория распространения плоских волн в математическом отношении гораздо проще теории распространения других типов волн. В то же время качественный характер закономерностей для различных типов волн одинаков, более того, некоторые соотношения, полученные для плоских волн и в количественном отношении, также оказываются справедливыми для волн с другой формой волновой поверхности.

5.2.2. В большинстве случаев на практике наблюдателя интересует движение не всей волновой поверхности, а лишь относительно небольшого ее участка, который можно считать приближенно плоским.

При изучении вопросов данного раздела, особое внимание должно быть обращено на поведение волн при их распространении в различных средах: