

Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический
университет

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ

Методические указания
к практическим занятиям №1-3 по дисциплине
“Основы дискретной математики”
для студентов специальности 7.090901 “Приборы точной механики”
дневной формы обучения

Севастополь
2014

УДК 519. 6 (075)

Практические задачи дискретной математики: Метод. указания к практическим занятиям по дисциплине “Основы дискретной математики”/Разраб. А. Н. Гаджибеков. – Севастополь : Изд-во СевНТУ, 2014. - 37 с.

Целью методических указаний является развитие у студентов практических навыков и творческого мышления при решении инженерных задач, связанных с использованием специального математического аппарата.

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры “Автоматизированные приборные системы” от 5 сентября 2013 г., протокол № 1.

Допущено учебно-методическим центром и научно-методическим советом СевНТУ в качестве методических указаний.

Рецензент: В.Я.Копп, зав. каф. «Автоматизированные приборные системы», доктор технических наук, профессор

СОДЕРЖАНИЕ

1. Практическое занятие №1. Элементы алгебры логики (5 часов).....	4
1.1. Цель работы.....	4
1.2. Теоретический раздел.....	4
1.3. Порядок выполнения работы и набор типовых задач.....	9
1.4. Содержание отчета.....	14
1.5. Контрольные вопросы.....	14
2. Практическое занятие №2. Элементы теории графов (5 часов).....	15
2.1. Цель работы.....	15
2.2. Теоретический раздел.....	15
2.3. Порядок выполнения работы и набор типовых задач....	20
2.4. Содержание отчета.....	30
2.5. Контрольные вопросы.....	30
3. Практическое занятие №3. Элементы теории множеств (5 часов).....	31
3.1. Цель работы.....	31
3.2. Теоретический раздел.....	31
3.3. Порядок выполнения работы и набор типовых задач.....	32
3.4. Содержание отчета.....	35
3.5. Контрольные вопросы.....	35
Библиографический список.....	36

1. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1

ЭЛЕМЕНТЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

(5 часов)

1.1. Цель работы

- 1.1.1. Изучение способов представления функции алгебры логики в табличной форме.
- 1.1.2. Изучение способов представления функции алгебры логики с использованием операций логического базиса.
- 1.1.3. Изучение методов ортогонализации логических функций.

1.2. Теоретический раздел

- 1.2.1. Способы представления функций алгебры логики в табличной форме.

Функцией алгебры логики называется функция многих переменных (ФАЛ) $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, каждая из которых может принимать только два значения (0 и 1), при этом сама функция алгебры логики (ФАЛ) также может принимать только эти два значения. Простейшей формой задания ФАЛ является табличная форма. К табличным формам относятся таблицы истинности и карты Карно. Таблица истинности является универсальной формой задания ФАЛ. Она представляет собой таблицу, состоящую из столбцов, по количеству равному числу переменных, и крайнего левого столбца для проставления значения ФАЛ. В строках таблицы помещаются все возможные сочетания значений переменных и соответствующие им значения ФАЛ. Карта Карно используется для представления ФАЛ при числе переменных большем или равном 4. Она представляет собой двумерную таблицу, в верхней строке которой отражены все возможные сочетания одной части переменных, например от X_1 до X_k , а в левой крайней строке - все возможные сочетания значений оставшихся переменных (от X_{k+1} до X_n). В ячейках таблицы, образованных пересечением строк и столбцов, проставляются значения ФАЛ, соответствующие комбинациям значений переменных от X_1 до X_n (1,2,3,4,5).

- 1.2.2. Способы представления функций алгебры логики с использованием операций логического базиса.

Теоретически показано, что на n логических переменных может быть определено 2^n логических функций (ФАЛ). Так, для набора из двух логических переменных можно записать 16 логических функций. Однако на практике широко используется три логические функции, составляющие логический базис: дизъюнкция, конъюнкция и отрицание. Таблица истинности для этих функций имеет вид (таблица 1.1.):

Таблица 1.1- Операции логического базиса

X_1 X_2	0 0 1 1 0 1 0 1	Обозначение	Название логической операции
f_0	0 0 0 1	$X_1 X_2; X_1 \wedge X_2$	Конъюнкция - логическое произведение
f_1	0 1 1 1	$X_1 \vee X_2$	Дизъюнкция – логическая сумма
f_2	1 1 0 0	$\bar{X}_1, X_1^1$	Отрицание X_1
f_3	1 0 1 0	$\bar{X}_2, X_2^1$	Отрицание X_2

Операции дизъюнкции, конъюнкции и отрицания можно производить как над логическими переменными, так и над логическими функциями, причем их количество неограниченно. Набор логических переменных, объединенных знаками логического умножения и сложения, называется элементарной конъюнкцией K и элементарной дизъюнкцией D соответственно. При этом переменные могут быть представлены как в прямой, так и в обратной X -формах (1,2,3,4,5)

$$K = X_1 \wedge X_2 \wedge \dots \wedge X_n; D = X_1 \vee X_2 \vee \dots \vee X_k.$$

Рангом r называется количество логических переменных, входящих в K и D . Если r равно общему количеству переменных, то ранг максимален. Набор элементарных дизъюнкций, объединенных знаком конъюнкции, называется дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ). Набор элементарных конъюнкций, объединенных знаком дизъюнкции, называется конъюнктивной нормальной формой (КНФ). Если ранги всех входящих в них элементарных конъюнкций и дизъюнкций максимальны, то такие формы называются совершенной конъюнктивной нормальной формой (СКНФ) и совершенной дизъюнктивной нормальной формой (СДНФ) соответственно. Представление ФАЛ в СДНФ и СКНФ является наиболее универсальной формой ее задания. Записать ФАЛ в СДНФ или СКНФ можно из соответствующей таблицы истинности или карты Карно. Для этого при записи СДНФ выбирают комбинации значений логических переменных, на которых ФАЛ принимает значение 1, и объединяют их знаком логического сложения. Для записи СКНФ выбирают комбинации значений логических переменных, на которых ФАЛ принимает значение 0, и объединяют их знаком логического умножения. На практике ФАЛ часто оказывается представленной в ДНФ или КНФ. Для перехода от ДНФ к СДНФ существует следующее правило: каждую элементарную

конъюнкцию в ДНФ логически умножают на логическую сумму отрицания и утверждения переменной, отсутствующей в данной конъюнкции, после чего проводят соответствующие преобразования и получают результат(1,2,3,4,5). При преобразовании используются следующие правила (Таблица 1.2.)

Таблица 1.2 – Свойства операций логического базиса.

Конъюнкция	Дизъюнкция	Закон, свойства, теорема
$A(bc)=(ab)c$	$a \vee (b \vee c)=(a \vee b) \vee c$	Сочетательный (ассоциативный) закон
$Ab=ba$	$a \vee b=b \vee a$	Переместительный (коммутативный) закон
$a(b \vee c)=ab \vee ac$	$a \vee bc=(a \vee b)(a \vee c)$	Распределительный (дистрибутивный) закон
$A \cdot 0=0; a \cdot 1=a$	$a \vee 0=a; a \vee 1=1$	Свойства констант
$a \cdot a \cdot \dots \cdot a=a$	$a \vee a \vee \dots \vee a=a$	Закон тавтологии
$a \cdot \bar{a}=0$	$a \vee \bar{a}=1$	Свойство отрицания (склеивания)
$\overline{ab} = \bar{a} \vee \bar{b}$	$\overline{a \vee b} = \bar{a} \bar{b}$	Закон двойственности
$A(a \vee b)=a$	$A \vee ab=a$	Закон поглощения
$a(\bar{a} \vee b) = ab$	$a \vee a\bar{b} = a \vee b$	Закон ортогонализации
$ab = \overline{(\bar{a} \vee \bar{b})}$	$a \vee b = \overline{(\bar{a} \bar{b})}$	Теорема де Моргана

1.2.3. Метод ортогонализации логических функций через отрицание конъюнкций

Ортогонализация ФАЛ, представленной в ДНФ, заключается в преобразовании ее в ортогональную дизъюнктивную форму (ОДНФ). ОДНФ называется такая ДНФ, в которой все входящие в нее элементарные конъюнкции K_i попарно ортогональны. Две элементарные конъюнкции K_i и K_j ортогональны, если в каждой из них имеется хотя бы одна общая переменная X , входящая в одну из переменных в прямой форме X , а в другую – в обратной форме $\bar{X}$. В основе метода лежит закон ортогонализации логических переменных

$$a \vee b \vee k \vee \dots = \bar{a}b \vee \bar{a}\bar{b}c \vee \dots \bar{a}\bar{b}\bar{c} \dots k,$$

где a, b, c, k – логические переменные или функции.

Если в качестве слагаемых будут элементарные конъюнкции, то логическую функцию, заданную в ДНФ в виде (5)

$$Y\{X_m\} = \bigcup_{j=1}^n K_j$$

можно представить эквивалентной функцией (2)

$$Y\{X_m\} = K_1 \vee \bar{K}_1 K_2 \vee \bar{K}_1 \bar{K}_2 K_3 \vee \bar{K}_1 \bar{K}_2 \bar{K}_3 \dots \bar{K}_{n-1} K_n, \quad (1)$$

где $K_1 K_2, \dots, K_{n-1}$ и $\bar{K}_1 \bar{K}_2, \dots, \bar{K}_{n-1}$ - элементарные конъюнкции и их отрицания.

В свою очередь, отрицание элементарной конъюнкции $\bar{K}$ можно получить по теореме де Моргана в виде логической суммы и применить закон ортогонализации. Тогда

$$\bar{K} = \bar{a} \vee \bar{a} \bar{b} \vee \bar{a} \bar{b} \bar{c} \vee \dots \vee \bar{a} \bar{b} \bar{c} \dots \bar{n}. \quad (2)$$

Таким образом, алгоритм ортогонализации ФАЛ будет состоять из следующих этапов (5):

1. Представить ФАЛ в ДНФ, записав элементарные конъюнкции в порядке возрастания их рангов;
2. Преобразовать ДНФ по правилу (1), используя понятие отрицания элементарной конъюнкции;
3. Для получения ОДНФ применить к полученному в пункте 2 результату правило (2), после чего произвести необходимые преобразования и записать результат.

1.3. Порядок выполнения работы и набор типовых задач

- 1.3.1. Изучить основные положения теоретического раздела изложенные в п.п. 1.2.1., 1.2.2., 1.2.3. указаний, курсе лекций по дисциплине и в литературе библиографического списка.
- 1.3.2. Ознакомиться с содержанием типовых задач и их решениями, приводимыми ниже.
- 1.3.2.1. Типовая задача №1.

Условие: записать произвольную таблицу истинности для функции трех переменных.

Решение:

X ₁	X ₂	X ₃	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

1.3.2.2. Типовая задача №2

Условие: записать таблицы истинности для логических функций

а) стрелка Пирса ;

б) сумма по модулю 2.

Решение:

X_1	X_2	$X_1 \downarrow X_2$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

X_1	X_2	$X_1 + X_2$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

1.3.2.3. Типовая задача №3

Условие: записать таблицы истинности для логических функций

а) импликации

б) обратной импликации

в) эквиваленции

Решение

X_1	X_2	$X_1 \rightarrow X_2$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

X_1	X_2	$X_1 \sim X_2$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

X_1	X_2	$X_1 \rightarrow X_2$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

1.3.2.4. Типовая задача №4

Условие: записать карту Карно для произвольной логической функции при числе переменных 4.

Решение

X_1X_2	00	01	11	10
X_3X_4				
00	0	1	0	0
01	0	1	1	1
11	1	0	1	0
10	0	1	0	0

1.3.2.5. Типовая задача №5

Условие: записать таблицу истинности для функции трех переменных и составить СДНФ.

Решение

X_1	X_2	X_3	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$$\text{СДНФ} = \bar{X}_1 \bar{X}_2 X_3 X_4 \vee \bar{X}_1 X_2 X_3 X_4 \vee X_1 X_2 \bar{X}_3 X_4$$

1.3.2.6. Типовая задача №6

Условие: составить карту Карно для произвольной логической функции 4-х переменных и записать по ней СДНФ.

Решение

X_1X_2 X_3X_4	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	0	0	0	1
11	0	1	0	0
10	0	0	0	0

$$СДНФ = \bar{X}_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3 \bar{X}_4 \vee X_1 \bar{X}_2 X_3 \bar{X}_4 \vee \bar{X}_1 \bar{X}_2 X_3 \bar{X}_4$$

1.3.2.7. Типовая задача №7

Условие: записать таблицу истинности для функции трех переменных и составить СКНФ

Решение

X_1	X_2	X_3	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$СКНФ = (\bar{X}_1 \vee \bar{X}_2 \vee \bar{X}_3) \wedge (\bar{X}_1 \vee X_2 \vee X_3)$$

1.3.2.8. Типовая задача №8

Условие: составить карту Карно для произвольной логической функции 4 переменных и записать по ней СКНФ.

Решение

X_1X_2 X_3X_4	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	0	0	0
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

$$\begin{aligned}
 СКНФ &= (\bar{X}_1 \vee X_2 \vee \bar{X}_3 \vee \bar{X}_4) \wedge (X_1 \vee X_2 \vee \bar{X}_3 \vee \bar{X}_4) \wedge \\
 &(X_1 \vee \bar{X}_2 \vee \bar{X}_3 \vee \bar{X}_4) \wedge (\bar{X}_1 \vee X_2 \vee \bar{X}_3 \vee X_4) \wedge \\
 &(X_1 \vee X_2 \vee X_3 \vee X_4) \wedge (X_1 \vee \bar{X}_2 \vee X_3 \vee X_4)
 \end{aligned}$$

1.3.2.9. Типовая задача №9

Условие: По исходному набору из логических переменных $X_1, X_2, \dots, X_k$ составить элементарные конъюнкцию и дизъюнкцию с рангами 3, 5 и 8.

Решение

$r=3$ $K_1=(X_1 \wedge X_2 \wedge X_3)$ или $K_1=(X_p \wedge X_s \wedge X_n)$ при $p, s, n < K$;

$D_1=(X_1 \vee X_2 \vee X_3)$ или $K_1=(X_p \vee X_s \vee X_n)$ при $p, s, n < K$;

$r=5$ $K_2=(X_1 \wedge X_2 \wedge X_4 \wedge X_6 \wedge X_n)$ при $n < K$;

$D_2=(X_1 \vee X_2 \vee X_5 \wedge X_7 \wedge X_m)$ при $m < K$;

$r=8$ $K_3=(X_1 \wedge X_2 \wedge X_4 \wedge X_7 \wedge X_8 \wedge X_{10} \wedge X_{11} \wedge X_s)$ при $s < K, K > 11$;

$D_3=(X_1 \vee X_2 \vee X_3 \vee X_5 \vee X_7 \vee X_9 \vee X_{12} \vee X_s)$ при $s < K, K > 12$;

1.3.2.10. Типовая задача №10.

Условие: По исходному набору из логических переменных X_1, X_2, X_3, X_4 составить примеры ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ.

Решение

$$ДНФ = X_1 \vee X_2 X_4 \vee X_1 X_2 \bar{X}_3 X_4$$

$$КНФ = (X_1 \vee X_2 \bar{X}_3) \wedge (X_1 \vee X_3 X_4) \wedge (X_3 \bar{X}_4)$$

$$СКНФ = (X_1 \vee X_2 \vee X_3 \vee X_4) \wedge (X_1 \vee X_2 \vee \bar{X}_3 X_4) \wedge (X_1 \vee \bar{X}_2 \vee X_3 \vee X_4)$$

$$СДНФ = (X_1 X_2 X_3 X_4) \vee (X_1 \bar{X}_2 X_3 \bar{X}_4) \wedge (X_3 \bar{X}_4)$$

1.3.2.11. Типовая задача №11.

Условие: Преобразовать $ДНФ = X_1 X_2 \vee X_1 \bar{X}_3 \vee \bar{X}_1 X_2 X_3$ в СДНФ.

Решение

$$Y(X_3) = X_1 X_2 (X_3 \vee \bar{X}_3) \vee \bar{X}_1 X_2 X_3 \vee X_1 \bar{X}_3 (X_2 \vee \bar{X}_2) =$$

$$= X_1 X_2 X_3 \vee X_1 X_2 \bar{X}_3 \vee X_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3 \vee \bar{X}_1 X_2 X_3$$

1.3.2.12. Типовая задача №12.

Условие: Ортогонализировать логическую функцию, записанную в

$ДНФ = X_2 X_4 \vee X_1 X_2 X_4 \vee X_2 X_3$ с помощью метода отрицания конъюнкций

Решение

$$Y(X_4) = X_2 X_4 \vee X_1 X_2 X_4 \vee X_2 X_3 = K_1 \vee K_2 \vee K_3 = \begin{vmatrix} K_1 \\ \bar{K}_1 & K_2 \\ \bar{K}_1 & \bar{K}_2 & K_3 \end{vmatrix};$$

$$\bar{K}_1 K_2 = \begin{vmatrix} \bar{X}_2 \\ X_2 & \bar{X}_4 \end{vmatrix} (X_1 X_2 X_4) = 0;$$

$$\bar{K}_1 \bar{K}_2 K_3 = \begin{vmatrix} \bar{X}_2 & \bar{X}_4 \\ X_2 & X_4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \bar{X}_1 \\ X_1 & \bar{X}_2 \\ X_1 & X_2 & \bar{X}_4 \end{vmatrix} (X_2 X_3) = \bar{X}_1 X_2 X_3 \bar{X}_4;$$

$$Y(X_4) = \begin{vmatrix} X_2 X_4 \\ \bar{X}_1 X_2 X_3 \bar{X}_4 \end{vmatrix};$$

1.3.3. Выбрать с помощью таблицы 1.3 из перечня контрольных задач индивидуальные задания, выполнить их и оформить отчет в соответствии с требованиями, изложенными в п. 1.4.

Таблица 1.3- Варианты индивидуальных заданий

	Последняя цифра зачетной книжки									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Номера контрольных задач	19	20	21	22	23	24	25	26	19	20
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	11	12	13	14	15	16	17	18	2	3

1.3.3.1. Контрольная задача №1.

Записать таблицу истинности произвольной ФАЛ при четырех логических переменных.

1.3.3.2.Контрольная задача №2.

Записать карту Карно для произвольной ФАЛ при четырех логических переменных.

1.3.3.3.Контрольная задача №3.

Записать СДНФ для произвольной ФАЛ, представленной в виде таблицы истинности при трех логических переменных.

1.3.3.4.Контрольная задача №4.

Записать СДНФ для произвольной ФАЛ, представленной в виде карты Карно при четырех логических переменных.

1.3.3.5.Контрольная задача №5.

Записать СКНФ для произвольной ФАЛ, представленной в виде таблицы истинности при четырех логических переменных.

1.3.3.6.Контрольная задача №6.

Записать СКНФ для произвольной ФАЛ, представленной в виде карты Карно при трех логических переменных.

1.3.3.7. Контрольная задача №7.

Записать примеры элементарных конъюнкций и дизъюнкций с различными рангами

для числа переменных, равного 8 и 10.

1.3.3.8. Контрольная задача №8.

Записать примеры конъюнктивных и дизъюнктивных нормальных форм для числа переменных, равного 5 и 8

1.3.3.9. Контрольная задача №9.

Записать примеры ортогональных конъюнкций для числа переменных, равного 5.

1.3.3.10. Контрольная задача №10.

Преобразовать исходную ДНФ $= (X_1X_3 \vee X_3X_4X_5 \vee X_3X_5)$ в СДНФ.

1.3.3.11. Контрольная задача №11.

Преобразовать исходную ДНФ $= (X_2X_3X_5 \vee X_1X_2X_4)$ в СДНФ.

1.3.3.12. Контрольная задача №12.

Преобразовать исходную ДНФ $= (X_1X_3X_4 \vee X_3X_5 \vee X_1X_2X_3X_4X_5)$ в СДНФ.

1.3.3.13. Контрольная задача №13.

Записать отрицание исходной элементарной конъюнкции $K=(X_1X_3X_4X_6)$.

1.3.3.14. Контрольная задача №14.

Записать отрицание исходной элементарной конъюнкции $K=(X_2X_3X_7X_8)$.

1.3.3.15. Контрольная задача №15.

Записать отрицание исходной элементарной конъюнкции $K=(X_1X_4X_5X_7)$.

1.3.3.16. Контрольная задача №16.

Записать примеры ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ для числа переменных, равного 5.

1.3.3.17. Контрольная задача №17.

Записать примеры ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ для числа переменных, равного 8.

1.3.3.18. Контрольная задача №18.

Представить ФАЛ, записанную в ДНФ $= (X_1X_3 \vee X_2X_4 \vee X_1X_4X_5)$ через ОДНФ с помощью метода отрицания конъюнкций.

1.3.3.19. Контрольная задача №19.

Представить ФАЛ, записанную в ДНФ $= (X_2X_3 \vee X_2X_4X_5 \vee X_2X_5)$ через ОДНФ с помощью метода отрицания конъюнкций.

1.3.3.20. Контрольная задача №20.

Представить ФАЛ, записанную в ДНФ $= (X_1X_3 \vee X_2X_5 \vee X_2X_4X_5)$ через ОДНФ с помощью метода отрицания конъюнкций.

1.3.3.21. Контрольная задача №21.

Представить ФАЛ, записанную в ДНФ $= (X_1X_3X_4 \vee X_3X_5 \vee X_1X_2X_5)$ через ОДНФ с помощью метода отрицания конъюнкций.

1.3.3.22. Контрольная задача №22.

Представить ФАЛ, записанную в ДНФ= $(X_3X_4X_5 \vee X_1X_5 \vee X_4X_5)$ через ОДНФ с помощью метода отрицания конъюнкций.

1.3.3.23. Контрольная задача №23.

Представить ФАЛ, записанную в ДНФ= $(X_1X_2X_4 \vee X_2X_5 \vee X_1X_2X_3)$ через ОДНФ с помощью метода отрицания конъюнкций.

1.3.3.24. Контрольная задача №24.

Представить ФАЛ, записанную в ДНФ= $(X_2X_4X_6 \vee X_1X_4X_6 \vee X_5)$ через ОДНФ с помощью метода отрицания конъюнкций.

1.3.3.25. Контрольная задача №25.

Представить ФАЛ, записанную в ДНФ= $(X_1X_2X_4 \vee X_2X_5X_6 \vee X_2X_5)$ через ОДНФ с помощью метода отрицания конъюнкций.

1.4. Содержание отчета

Титульный лист

1.4.1. Цель работы

1.4.2. Теоретический раздел

1.4.3. Перечень контрольных задач с решениями

Выводы

Библиографический список

1.5. Контрольные вопросы

1.5.1. Запишите произвольную ФАЛ в виде таблицы истинности.

1.5.2. Запишите произвольную ФАЛ в виде карты Карно.

1.5.3. Укажите примеры элементарных конъюнкций и дизъюнкций для различного числа переменных с различными рангами.

1.5.4. Дайте определения ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ.

1.5.5. Приведите порядок записи СДНФ и СКНФ по произвольным таблице истинности и карте Карно.

1.5.6. Приведите алгоритм преобразования ДНФ в СДНФ.

1.5.7. Приведите основные свойства операций конъюнкции и дизъюнкции для произвольного количества логических переменных.

1.5.8. Укажите порядок записи отрицания произвольной элементарной конъюнкции.

1.5.9. Приведите алгоритм преобразования ДНФ в ОДНФ с помощью метода отрицания конъюнкций

2. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2 ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ (5 часов)

2.1. Цель работы

- 2.1.1. Изучение форм представления графов и их характеристик.
- 2.1.2. Изучение понятий путей и циклов в графах, компонентов связности графа, алгоритмов их нахождения. Построение дерева и остова графа.
- 2.1.3. Изучение сетей и потоков в сетях. Задача о максимальном потоке.

2.2. Теоретический раздел

2.2.1. Формы представления графов и их характеристики.

Существует две формы представления графа: графическая и табличная(5).

В первом случае граф представляет собой набор вершин и соединяющих их линий. В ориентированном графе эти линии задают направление связи между вершинами и называются дугами, в неориентированном – ребрами. В ориентированном графе различают начальную вершину (исток) и конечную вершину (сток). При удалении части дуг исходного графа получают его подграф. При удалении части вершин вместе с дугами получают частичный граф. Граф может быть взвешенным, если над дугами или ребрами проставлены веса или длины дуг(1,2,3,4,5).

Во втором случае различают табличные формы представления графов в виде матрицы смежности и матрицы инцидентности. Матрица смежности показывает, какие вершины графа связаны между собой с учетом направленности. Матрица смежности представляет собой таблицу, строки и столбцы которой соответствуют вершинам графа. В ячейках таблицы, соответствующих одинаковым вершинам, проставляются прочерки. В ячейках, соответствующих связанным между собой графам, проставляется 1 (для вершины, в которую входит соединяющая вершины дуга) или 0 (для вершины, из которой исходит соединяющая вершины дуга).

Матрица инцидентности показывает, какие вершины связываются дугами графа с учетом направленности. Матрица инцидентности представляет собой таблицу, строки которой соответствуют вершинам графа, а столбцы – соединяющим их дугам. В ячейках таблицы, соответствующих вершинам и дугам с ними не связанными, проставляются нули. В ячейках, соответствующих вершине и связанной с ней дуге, проставляется +1, если дуга входит в вершину, и -1, если дуга исходит из вершины (1,2,3).

На рисунках 2.1, 2.2 и 2.3 представлены формы записи графа в графической форме, в виде матрицы смежности и матрицы инцидентности соответственно



Рисунок 2.1-Пример ориентированного графа.

	X_1	X_2	X_3
X_1	-	0	-
X_2	1	-	0
X_3	-	1	-

Рисунок 2.2- Матрица смежности

	X_1X_2	X_2X_3
X_1	-1	0
X_2	1	-1
X_3	0	1

Рисунок 2.3- Матрица инцидентности

2.2.2. Пути и циклы в графах. Компоненты связности. Дерево и остов графа.

Алгоритм построения

Путь – последовательность дуг в ориентированном графе, связывающих вершину истока и вершину стока. Маршрут – эквивалентное понятие для неориентированного графа. Длина пути определяется как сумма весов (длин) дуг, составляющих конкретный путь. Задача определения кратчайшего пути в невзвешенном графе решается: путем перебора всех возможных путей и определения их длин с помощью подсчета количества входящих в путь дуг и на основе использования волнового алгоритма. Последний позволяет сократить объем вычислений за счет исключения из рассмотрения части путей. На рисунке 2.4 волной выделены кратчайшие пути в ориентированном графе (5,6).

Компоненты связности – максимальные подмножества сильно связанных вершин графа. Внутри каждой. компоненты между всеми парами вершин есть пути в прямом и обратном направлениях. Между отдельными компонентами связности или связи не существует, или существует слабая связь (связь в одном направлении). На рисунке 2.5 приведен пример ориентированного графа с выделенными в нем тремя компонентами связности.

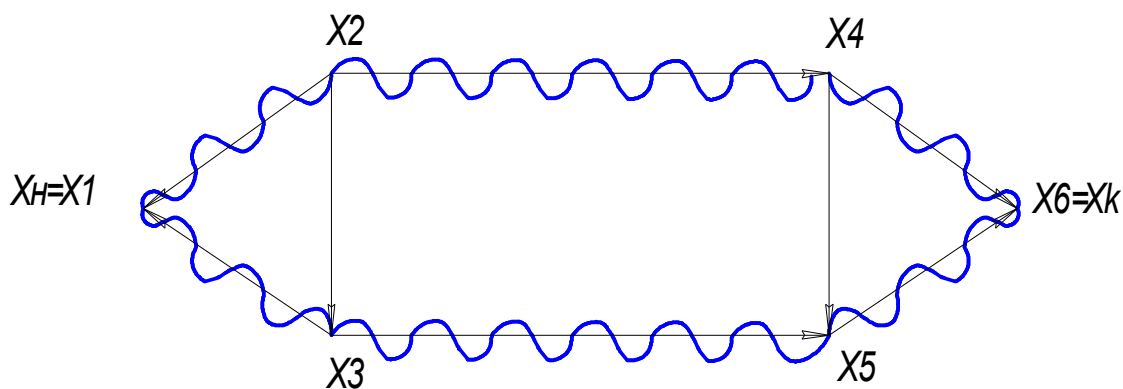
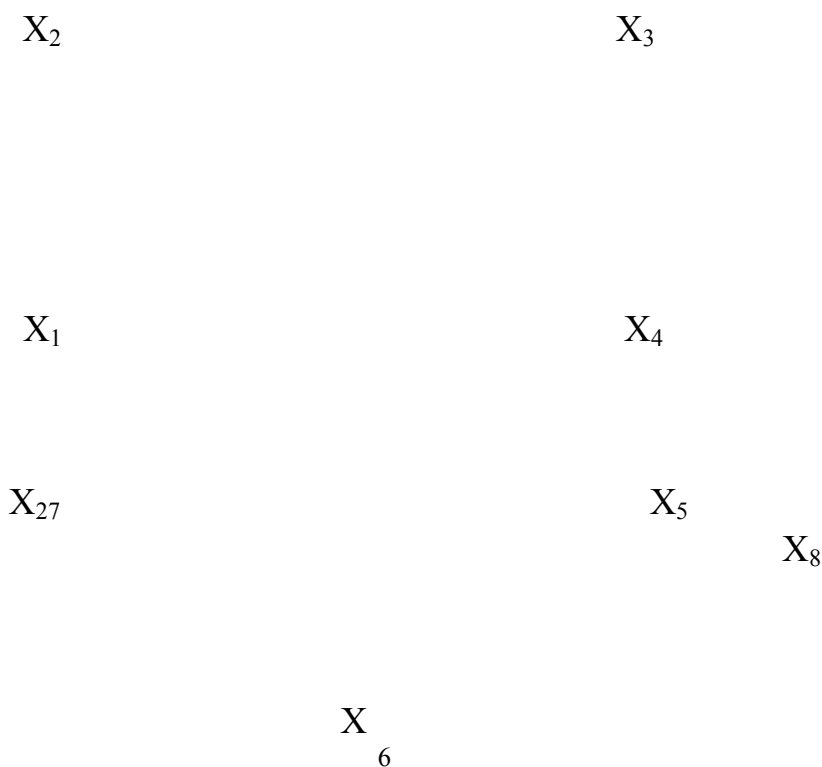


Рисунок 2.4- Ориентированный граф с выделенными кратчайшими путями



Компонента 1 – вершины 1,2,3,4.

Компонента 2 - вершины 5,6,7.

Компонента 3 - вершина 8.

Рисунок 2.5- Компоненты связности ориентированного графа

Замкнутый маршрут в неориентированном графе называется циклом. Замкнутый путь в ориентированном графе называется контуром. Цикл называется линейно-зависимым от некоторой совокупности других циклов,

если его можно построить линейной комбинацией циклов этой совокупности. Цикл задается перечислением входящих в него дуг (5,6). На рисунке 2.6 приведен пример, в котором можно определить линейно-зависимый цикл $X_1X_2, X_2X_3, X_3X_4, X_4X_1$, состоящий из циклов (X_1X_2, X_2X_4, X_4X_1) и (X_2X_3, X_3X_4, X_4X_2) . Для определения линейно-зависимого цикла существует алгоритм, позволяющий формально определять набор входящих в него дуг исходя из информации о линейно-независимых циклах. Алгоритм заключается в записи для каждого линейно-независимого цикла двоичного кода, в котором имеется число разрядов, соответствующее общему числу дуг в графе, а каждый разряд помечается 1, если дуга входит в цикл, и 0, если не входит. Проводя сложение по модулю 2 этих кодов, получают код, в котором единицам соответствуют дуги, входящие в линейно-зависимый цикл. В рассмотренном примере линейно-зависимому циклу (X_1X_2, X_2X_4, X_4X_1) соответствует код 1 (X_1X_2) 0 (X_2X_3) 0 (X_3X_4) 1 (X_1X_4) 1 (X_2X_4) , линейно-независимому циклу (X_2X_3, X_3X_4, X_4X_2) соответствует код 0 (X_1X_2) 1 (X_2X_3) 1 (X_3X_4) 0 (X_1X_4) 1 (X_2X_4) . Сложение по модулю 2 двух исходных кодов дает код линейно-зависимого цикла, имеющего вид $(10011)+(01101)=(11110)$, показывающий, что линейно-зависимый цикл состоит из дуг $(X_1X_2, X_2X_3, X_3X_4, X_4X_1)$.

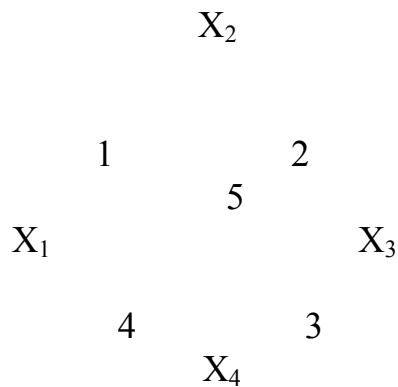


Рисунок 2.6- Граф с линейно-зависимым циклом

Деревом называется конечный связный граф без циклов. Число ребер в дереве на единицу меньше числа вершин. Остовом называется частичный граф, который может быть построен из исходного графа удалением некоторых ребер, и который является деревом. Для связного графа можно построить несколько остовов удалением различных ребер. Для построения одного из вариантов остова исходного графа существует специальный алгоритм. Он состоит из нескольких этапов, заключающихся в том, что в схеме, состоящей только из вершин исходного графа, последовательно

добавляют ребра, начиная с произвольной вершины. Процесс продолжается до тех пор, пока после включения очередного ребра не получают цикл. В этом случае процесс заканчивается и граф, получаемый на предыдущем этапе, считается остовом (5,6). На рисунке 2.7 показан пример получения остова из исходного графа.

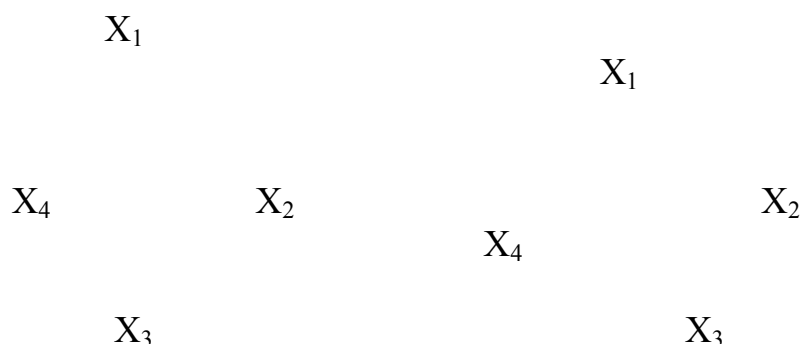


Рисунок 2.7- Пример выделения остова из реального графа

2.2.3. Потоки в сетях. Задача о максимальном потоке.

Сеть – это ориентированный граф, в котором выделены две вершины: вершина истока $X_{и}$ и вершина стока $X_{с}$,

Поток вытекает из вершины $X_{и}$, протекает по дугам сети и собирается в вершине $X_{с}$. Потоки в сети формируются из потоков по каждой дуге сети. Поток по дуге наносится над каждой дугой как число в скобках. Потоки в сети подчиняются двум фундаментальным правилам:

- сумма потоков, выходящих из вершины $X_{и}$, равна сумме потоков, входящих в вершину $X_{с}$.
- сумма потоков, входящих в любую вершину сети, равна сумме потоков, из нее исходящих.

Пропускной способностью дуги называется максимальное значение потока по дуге. Величина потока по дуге не может превышать пропускной способности. Пропускная способность наносится над каждой дугой как число перед заключенным в скобках значением потока, например, 3(2). Дуга называется насыщенной, если поток по дуге равен ее пропускной способности. Последовательная цепочка дуг, соединяющая $X_{и}$ и $X_{с}$, называется путем. Путь в сети может быть несколько. Путь, содержащий хотя бы одну насыщенную дугу, называется насыщенным. Поток в сети называется полным, если все возможные пути из $X_{и}$ в $X_{с}$ являются насыщенными. Максимальный поток всегда является полным. Для того,

чтобы построить максимальный поток в сети, существует определенный алгоритм. Основными этапами этого алгоритма являются:

- построение полного потока в сети;
- его коррекция до максимального.

Алгоритм построения полного потока состоит из этапов, заключающихся в рассмотрении сети с нулевыми потоками по дугам, последовательном анализе каждого из возможных путей в сети и в назначении потока на каждой из дуг в конкретном пути, равного минимальной пропускной способности для всех дуг, входящих в путь. Построенная таким образом сеть будет полной. Если при этом все дуги, исходящие из X_i , будут насыщенными, сеть будет максимальной (5,6). На рисунке 2.8 пример построения полного потока в сети на исходной сети, для которой заранее известны только пропускные способности дуг.

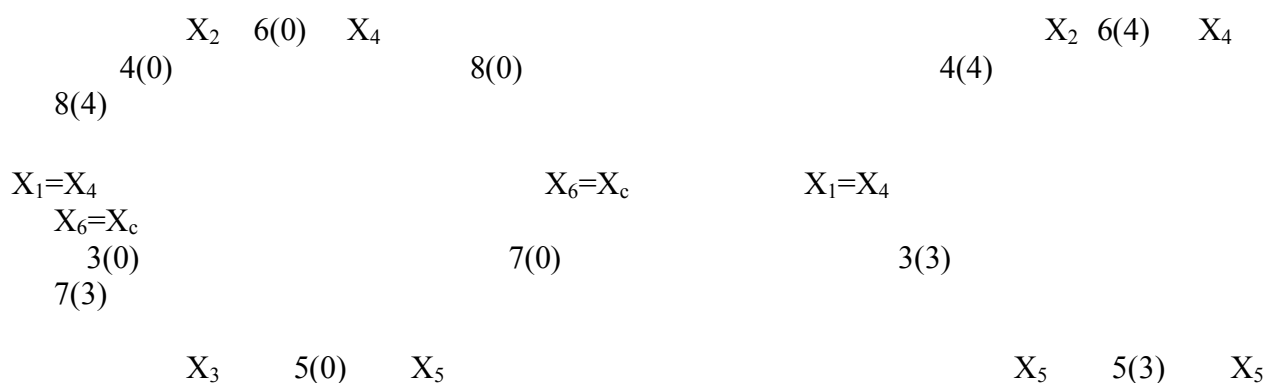


Рисунок 2.8- Пример построения максимального потока в сети

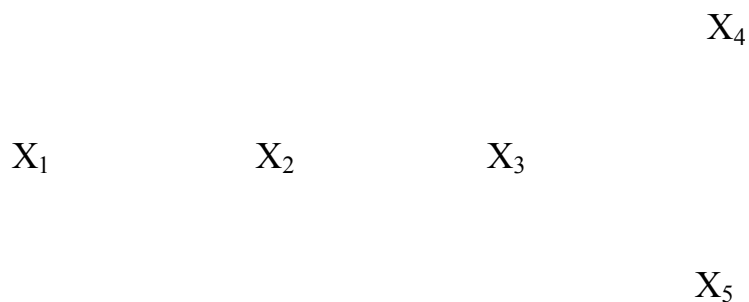
2.3. Порядок выполнения работы и набор типовых задач

2.3.1. Изучить основные положения теоретического раздела, изложенные в п. п. 2.2.1; 2.2.2; 2.2.3 указаний, в курсе лекций по дисциплине и в литературе библиографического списка.

2.3.2. Ознакомиться с содержанием типовых задач и их решениями, приводимыми ниже

2.3.2.1. Типовая задача №1

Условие: построить матрицу инцидентности для исходного графа вида

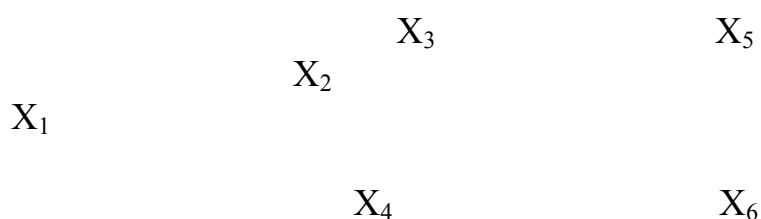


Решение

	$X_1 X_2$	$X_2 X_3$	$X_3 X_4$	$X_3 X_5$
X_1	-1	0	0	0
X_2	+1	-1	0	0
X_3	0	+1	-1	-1
X_4	0	0	+1	0
X_5	0	0	0	+1

2.3.2.2. Типовая задача №2

Условие: построить матрицу инцидентности для исходного графа вида

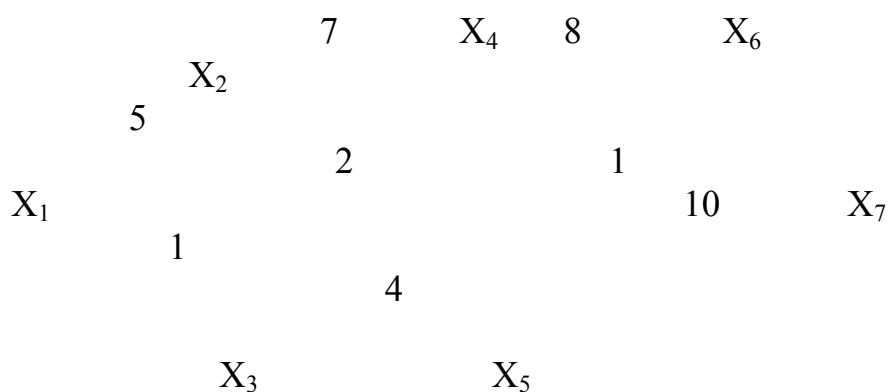


Решение

	$X_1 X_2$	$X_2 X_3$	$X_3 X_5$	$X_2 X_4$	$X_4 X_6$
X_1	-1	0	0	-1	0
X_2	+1	-1	0	0	0
X_3	0	0	0	+1	-1
X_4	0	0	0	0	0
X_5	0	0	+1	0	0
X_6	0	0	0	0	+1

2.3.2.3. Типовая задача №3

Условие: Перечислить все возможные пути между вершинами графа, подсчитать веса путей



Решение

$$1)(X_1X_2);(X_2X_4);(X_4X_6);(X_6X_7);l_1 = 5 + 7 + 8 + 5 = 27;$$

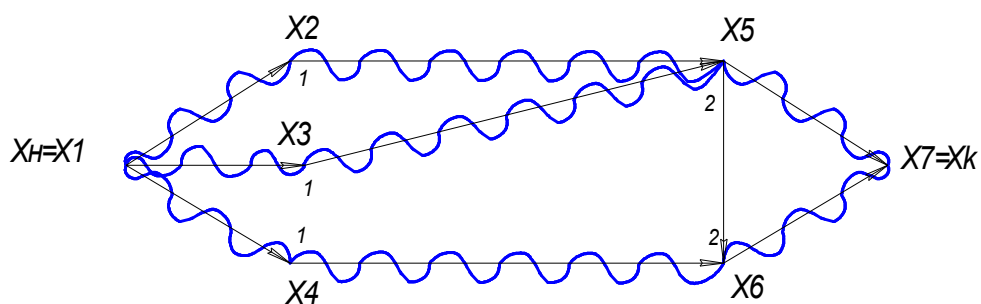
$$2)(X_1X_3);(X_3X_5);(X_5X_7);l_2 = 1 + 4 + 10 = 15;$$

$$1)(X_1X_3);(X_3X_4);(X_4X_6);(X_6X_7);l_3 = 1 + 2 + 8 + 5 = 16$$

$$1)(X_1X_3);(X_3X_5);(X_5X_6);(X_6X_7);l_4 = 1 + 4 + 1 + 5 = 11$$

2.3.2.4. Типовая задача №4

Условие: Найти кратчайший путь во взвешенном графе волновым способом



Решение

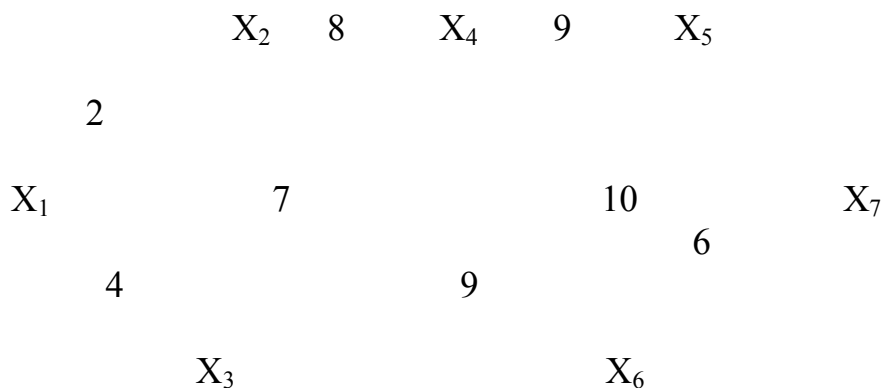
Кратчайший путь: 1) $(X_1X_2); (X_2X_5); (X_5X_7);$

2) $(X_1X_3); (X_3X_5); (X_5X_7);$

3) $(X_1X_4); (X_4X_6); (X_6X_7).$

2.3.2.5. Типовая задача №5

Условие: определить максимальный путь в графе



Решение

$$1)(X_1X_2);(X_2X_4);(X_4X_5);(X_5X_7);l_1 = 2 + 8 + 9 + 5 = 24;$$

$$2)(X_1X_3);(X_3X_4);(X_4X_5);(X_5X_7);l_2 = 4 + 7 + 9 + 5 = 25;$$

$$1)(X_1X_3);(X_3X_6);(X_6X_7);l_3 = 4 + 9 + 6 = 19$$

$$1)(X_1X_3);(X_3X_6);(X_6X_5);(X_5X_7);l_4 = 4 + 9 + 10 + 5 = 28$$

Максимальный путь 4-й.

2.3.2.6. Типовая задача №6

Условие: Построить остов графа

X_2

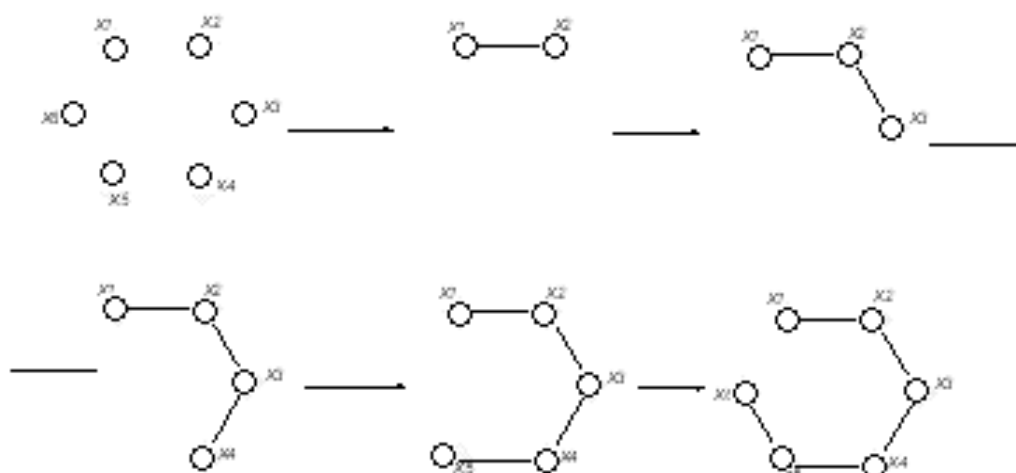
X_1

X_3

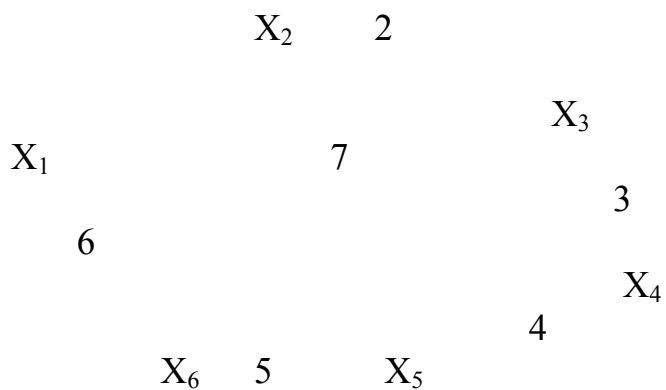
X_6

X_4

X_5

Решение**2.3.2.7. Типовая задача №7**

Условие: Найти линейно-зависимый цикл в графе

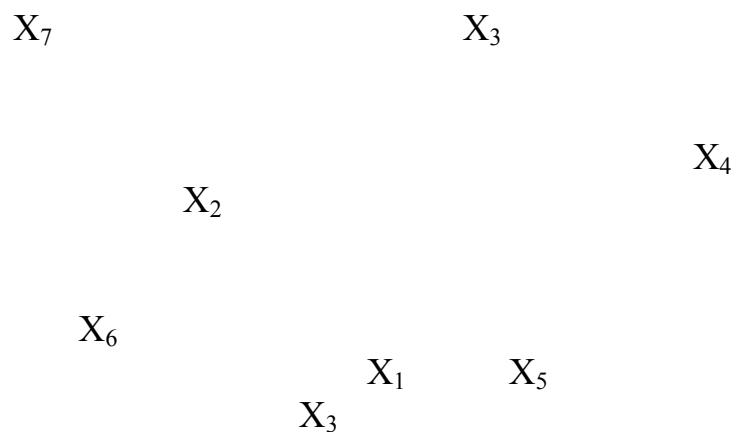


Решение

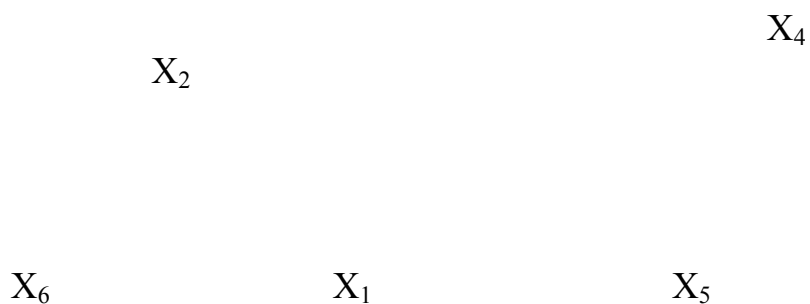
1	2	3	4	5	6	7
1	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0

2.3.2.8. Типовая задача №8

Условие: Привести ориентированный граф к неориентированному

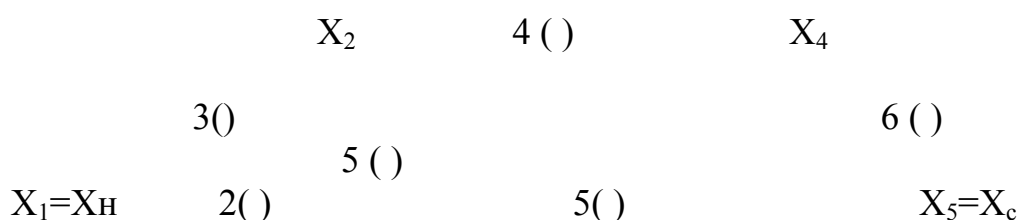


Решение



2.3.2.9. Типовая задача №9

Условие: Построить максимальный поток к сети



Решение

1) выбираем пути в сети

$$S_1 = \{(X_1X_2)(X_2X_4)(X_4X_5)\};$$

$$S_2 = \{(X_1X_2)(X_2X_3)(X_3X_5)\};$$

$$S_3 = \{(X_1X_3)(X_3X_5)\};$$

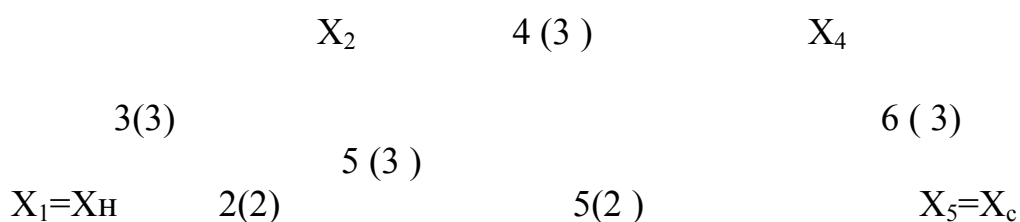
2) выбираем минимальные пропускные способности по дугам для каждого из путей

$$\text{для } S_1 \quad C_{\min}=3$$

$$\text{для } S_2 \quad C_{\min}=3$$

$$\text{для } S_3 \quad C_{\min}=2$$

3) проставляем найденные значения $C_{\min}$ в качестве потока по каждой из дуг
пути в скобках над дугами



4) проверяем условие максимального потока в сети. Дуги (X_1X_2) и (X_1X_3) , исходящие из $X_{\text{н}}=1$, являются насыщенными, поэтому поток, построенный в исходной сети, является максимальным.

2.3.3. Выбрать с помощью таблицы 2.1 и перечня контрольных задач индивидуальные задания, выполнить их и оформить отчет в соответствии с требованиями, изложенными в п.2.4

Таблица 2.1- Варианты индивидуальных заданий.

	Последняя цифра зачетной книжки									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Номера контрольных задач	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2
	15	7	8	9	10	15	11	12	13	14
	17	18	19	20	7	8	9	4	5	6

2.3.3.1. Контрольная задача №1. Построить матрицу смежности для графа из задания №10

2.3.3.2. Контрольная задача №2. Построить матрицу инцидентности для графа из задания №10.

2.3.3.3. Контрольная задача №3. Построить матрицу смежности для графа вида:

$$X_2$$

$$X_1 \quad X_3 \quad X_5 \quad X_6$$

$$X_4$$

2.3.3.4. Контрольная задача №4. Построить матрицу инцидентности для графа из задания №3.

2.3.3.5. Контрольная задача №5. Построить матрицу смежности для графа вида:

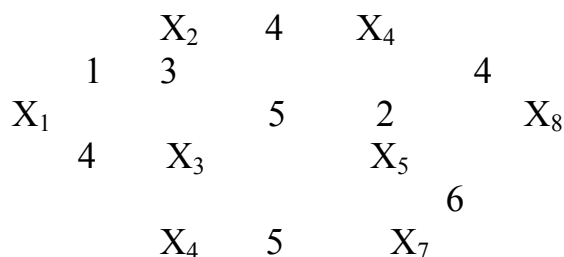
$$X_2 \quad X_4 \quad X_6$$

$$X_1$$

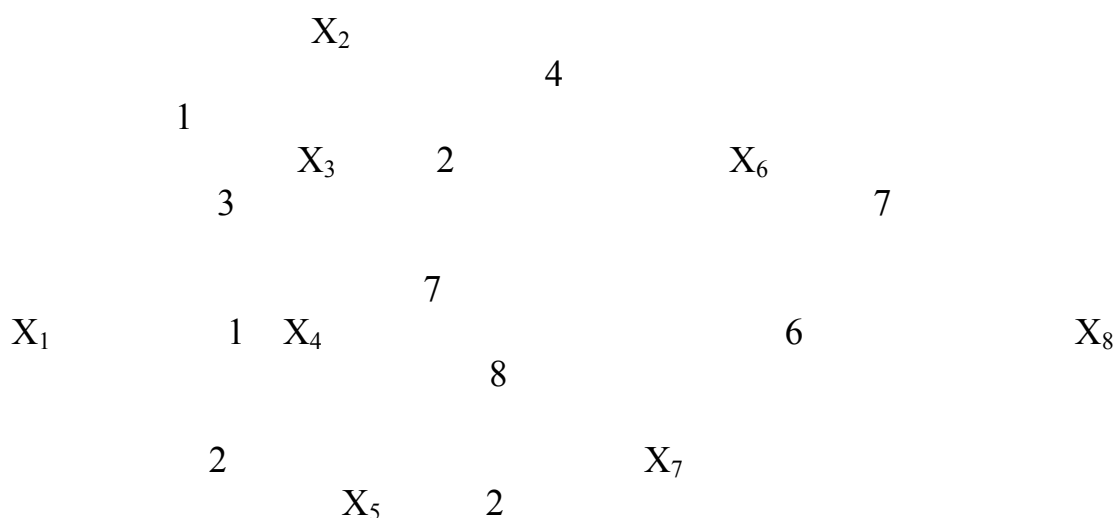
$$X_3 \quad X_5$$

2.3.3.6. Контрольная задача №6. Построить матрицу инцидентности для графа из задания №5.

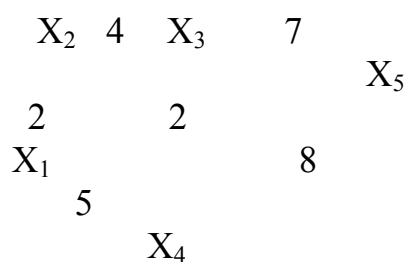
2.3.3.7. Контрольная задача №7. Перечислить все возможные пути в графе, подсчитать длины путей.



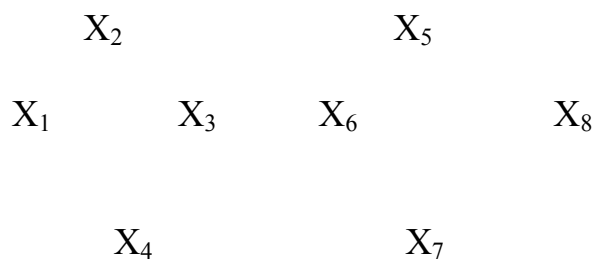
2.3.3.8. Контрольная задача №8. Перечислить все возможные пути в графе, подсчитать длины путей.



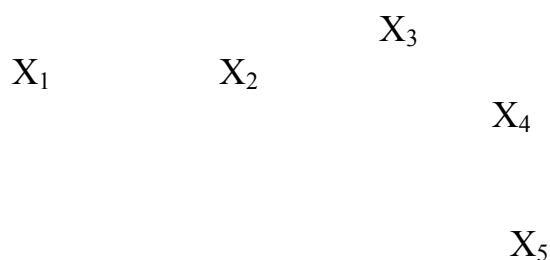
2.3.3.9. Контрольная задача №9. Перечислить все возможные пути в графе, подсчитать длины путей.



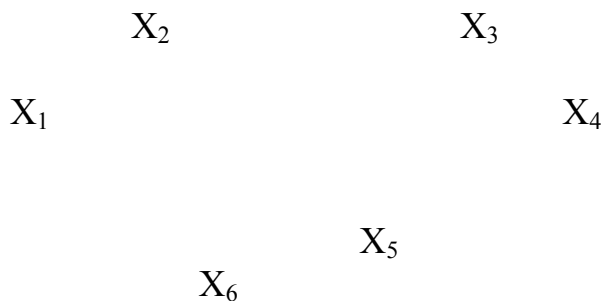
2.3.3.10. Контрольная задача №10. Найти кратчайшие пути в графе волновым способом.



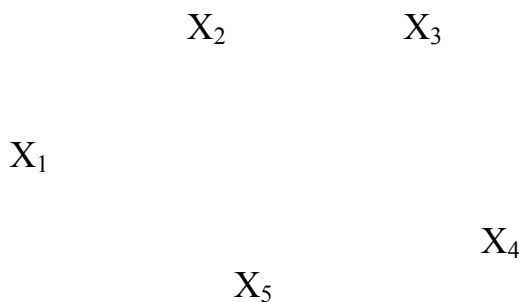
2.3.3.11. Контрольная задача №11. Найти кратчайшие пути в графе волновым способом.



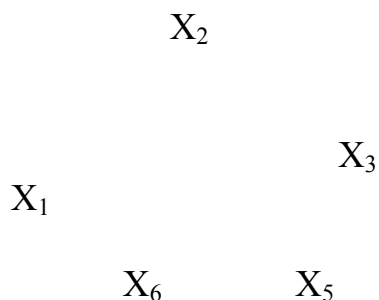
2.3.3.12. Контрольная задача №12. Найти линейно-зависимые циклы в графе формальным способом.



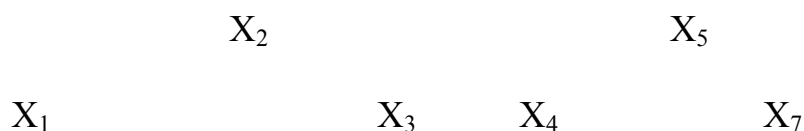
2.3.3.13. Контрольная задача №13. Найти линейно-зависимые циклы в графе формальным способом.



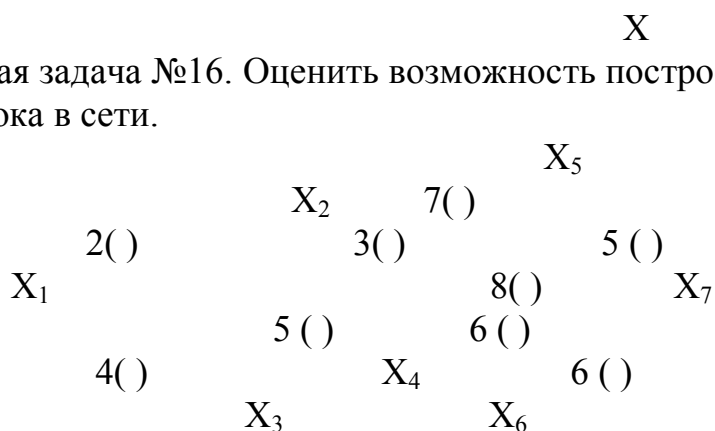
2.3.3.14. Контрольная задача №14. Найти линейно-зависимые циклы в графе формальным способом.



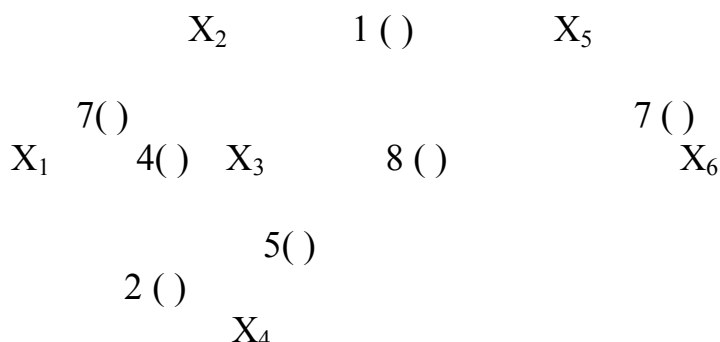
2.3.3.15. Контрольная задача №15. Выделить компоненты связности графа.



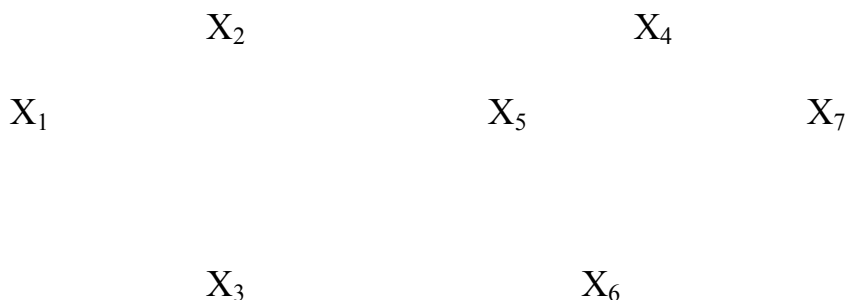
2.3.3.16. Контрольная задача №16. Оценить возможность построение максимального потока в сети.



2.3.3.17. Контрольная задача №17. Оценить возможность построение максимального потока в сети.



2.3.3.18. Контрольная задача №18. Оценить возможность построение максимального потока в сети.



2.3.3.19. Контрольные задачи №№ 19-25. Для графов в контрольных задачах №№3-9 соответственно выделить возможные остовы графов.

2.4. Содержание отчета

Титульный лист

2.4.1. Цель работы

2.4.2. Теоретический раздел

2.4.3. Перечень контрольных задач с решениями

Выводы

Библиографический список

2.5 Контрольные вопросы

2.5.1. Назовите формы представления графа.

2.5.2. Что такое ориентированный и не ориентированный графы.

2.5.3. Приведите пример записи графа в виде матрицы смежности и матрицы инцидентности.

2.5.4. Дайте определение взвешенного графа, путей и маршрутов в графе, способов определения длин и путей маршрутов.

2.5.5. Дайте определение циклов и контуров в графе, понятиям линейно-зависимых и линейно-независимых графов, их соотношению.

2.5.6. Приведите определения и дайте примеры графов типа дерево и остова графа.

2.5.7. Опишите алгоритм выделения остова графа с примером.

2.5.8. Опишите алгоритм нахождения кратчайших путей в графе волновым способом с примером.

2.5.9. Дайте определение компонент связности графа, опишите алгоритм выделения компонента связности.

2.5.10. Приведите определение сети, ее компонентам, понятиям потока в сети и по дугам и пропускной способности, их соотношению.

2.5.11. Дать определение путям в сети, насыщенным путям и дугам, полному потоку в сети.

2.5.12. Дать определение максимального потока в сети, описать алгоритм его построения.

3. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №3 ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ (5 часов)

3.1. Цель работы

- 3.1.1. Изучение множеств, форм их представления, и свойств.
3.1.2. Изучение отношений на множествах, их свойств.

3.2. Теоретический раздел

3.2.1. Множества, определение, формы представления и свойства

Множества есть совокупность элементов, которые обладают определенными свойствами и находящиеся между собой или элементами других множеств в некоторых отношениях. Множества можно представить в формальной и графической формах. Множества обычно обозначаются прописными буквами, их элементы строчными. Запись $a \in A$ обозначает, что a есть элемент множества A . Множества, не содержащие элементов, называются пустыми ($\emptyset$). Два множества могут находиться между собой в различных отношениях (1,4). Рассматривают:

- объединение множеств ($A \cup B$);
- пересечение множеств ($A \cap B$);
- разность множеств ($A \setminus B$);
- дополнение множества A ;
- вхождение множества A в множество B как его подмножества ($A \subset B$).

3.2.2. Отношения и их свойства.

Декартовым произведением $D = A \cdot B$ называется множество упорядоченных пар $\{a_j, b_j\}$. $D = \{(a_1, b_1), (a_1, b_2), \dots, (a_n, b_m)\}$. Декартово произведение называется также полным отношением. Бинарным отношением называется подмножество R множества D ($R \subset D$). Кроме полного, отношения бывают также:

- диагональные E ;
- отношения строгого порядка $R = >$;
- отношения не строго порядка $R = \geq$;
- функциональные $Y = F(X)$.

Отношения обычно задаются матрицей отношений r_{ij}

$$r_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } (a_i, b_j) \in R \\ 0, & \text{если } (a_i, b_j) \notin R. \end{cases}$$

Так как отношения определены как множества, для них действуют операции объединения, пересечения, дополнения. Кроме того, вводятся операции обратного отношения и произведения отношений. В матрице обратного отношения единицы заменяются нулями по отношению к матрице прямого отношения. В произведение двух отношений входят такие

пары их элементов, в которых один из элементов пары полностью входит в состав другого. Отношения обладают рядом свойств. Общими свойствами отношений является: рефлексивность, симметричность, транзитивность, эквивалентность, толерантность (1,4).

3.3. Порядок выполнения работы и набор типовых задач

3.3.1. Изучить основные положения теоретического раздела, изложенные в п.п. 3.2.1. , 3.2.2. указаний, в курсе лекций по дисциплине и в литературе библиографического списка.

3.3.2. Ознакомиться с содержанием типовых задач и их решениями, приводимыми ниже.

3.3.2.1. Типовая задача №1. По двум исходным множествам $A = 1, 4, 8, 12, 20$ и $B =$

$= 1, 5, 7, 8, 12, 20$ записать их объединение и пересечение.

Решение. Объединение : $1, 4, 5, 7, 8, 12, 20$. Пересечение: $1, 8, 12, 20$.

3.3.2.2. Типовая задача №2. По двум исходным множествам $A = 2, 14, 17, 20, 27$ и $B =$

$= 3, 14, 18, 21, 27, 30$ записать их объединение и пересечение.

Решение. Объединение: $2, 3, 14, 17, 18, 20, 21, 27, 30$. Пересечение: $2, 17, 20$.

3.3.2.3. Типовая задача №3. Для множеств $X = 1, 2, 8, 12, 20$ и $Y = 2, 4, 9, 16$ записать декартово произведение $X \times Y$.

Решение.

$X \times Y = ((1, 2), (1, 4), (1, 9), (1, 16), (2, 2), (2, 4), (2, 9), (2, 16), (8, 2), (8, 4), (8, 9), (8, 16), (7, 2), (7, 4), (7, 9), (7, 16), (20, 2), (20, 4), (20, 9), (20, 16))$.

3.3.2.4. Типовая задача №4. Записать отношение нестрогого порядка для множеств

$X = 2, 8, 9, 12$ и $Y = 3, 8, 10, 40, 42$.

Решение.

R	3	8	10	40	42
2	0	0	0	0	0
8	1	1	0	0	0
9	1	1	0	0	0
12	1	1	1	0	0

$R = ((8, 3), (8, 8), (9, 3), (9, 8), (12, 3), (12, 8), (12, 10))$.

3.3.2.5. Типовая задача №5. Для множеств $Y = 2, 7, 12, 40$ и $X = 1, 3, 25, 40$ записать отношение строгого порядка.

Решение.

R	2	7	12	40
1	0	0	0	0
3	1	0	0	0
25	1	1	1	0
40	1	1	1	0

$$R = ((3,2),(25,2),(25,7),(25,12),(40,2),(40,7),(40,12)).$$

3.3.2.6. Типовая задача №6. Для множеств $Y=2,4,8,10$ и $X=2,5,8,12$ записать отношение обратного равенства.

Решение.

R	2	4	8	10
2	0	1	1	1
5	1	1	1	1
8	1	1	0	1
12	1	1	1	1

$$R=((2,4),(2,8),(2,10),(5,2),(5,4),(5,8),(5,10),(8,2),(8,4),(8,10),(12,2),(12,4),(12,8),(12,10)).$$

3.3.2.7. Типовая задача №7. Записать функциональное отношение $Y = (X-1)$ для

множеств $X=1,2,5$ и $Y=0,4,6$.

Решение.

R	0	4	6
1	1	0	0
2	0	0	0
5	0	1	0

$$R = ((1,0),(5,4)).$$

3.3.2.8. Типовая задача №8. Найти произведение $R_1 \circ R_2$ отношений

$R_1 \subseteq X \times Y$ и $R_2 \subseteq Y \times Z$, если $X=\{2,3\}$; $Y=\{4,5,6\}$; $Z=\{1\}$;

$$R_1 = [\{1\}, \{1,2\}, \{2,3\}];$$

$$R_2 = [\{1,3,4\}, \{1,2,4\}]$$

$R_1 \circ R_2$	$\{1,3,4\}$	$\{1,2,4\}$
$\{1\}$	1	1
$\{1,2\}$	0	0
$\{2,3\}$	0	0

$$R = R_1 \circ R_2 = [\{(1), (1,3,4)\}, \{(1), (1,2,4)\}]$$

3.3.3. . Выбрать с помощью таблицы 3.1 и перечня контрольных задач индивидуальные задания, выполнить их и оформить отчет в соответствии с требованиями, изложенными в п.3.4.

Таблица 3.1- Варианты индивидуальных заданий.

	Последняя цифра зачетной книжки									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Номера контрольных задач	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
	3	12	5	14	20	19	10	20	19	2

3.3.3.1. Контрольная задача №1. Найти объединение, пересечение и разность множеств $A = (1, 2, 7, 9, 10, 12)$ и $B = (2, 6, 7, 13, 14, 16, 20)$.

3.3.3.2. Контрольная задача №2. Найти объединение, пересечение и разность множеств $A = (2, 20, 27, 40, 42, 50)$ и $B = (7, 8, 10, 20, 22, 51)$.

3.3.3.3. Контрольная задача №3. Найти объединение, пересечение и разность множеств $A = (10, 15, 21, 24, 24, 40)$ и $B = (9, 14, 20, 23, 41, 50)$.

3.3.3.4. Контрольная задача №4. Найти объединение, пересечение и разность множеств $A = (5, 11, 18, 24, 40, 43, 51)$ и $B = (7, 8, 11, 16, 18, 22, 45)$.

3.3.3.5. Контрольная задача №5. Найти объединение, пересечение и разность множеств $A = (8, 18, 25, 28, 100, 104)$ и $B = (7, 24, 25, 27, 30)$.

3.3.3.6. Контрольная задача №6. Найти декартово произведение множеств $A = (2, 7, 22, 44, 50, 101)$ и $B = (11, 27, 42)$.

3.3.3.7. Контрольная задача №7. Найти декартово произведение множеств $A = (21, 40, 47, 52)$ и $B = (1, 221, 30, 102)$.

3.3.3.8. Контрольная задача №8. Найти декартово произведение множеств $A = (10, 17, 24, 45, 87)$ и $B = (2, 27, 45, 51, 58, 70)$.

3.3.3.9. Контрольная задача №9. Для множеств $X = 4, 8, 9, 10, 12$ и $Y = 4, 8, 14$ записать отношение нестрогого порядка.

3.3.3.10. Контрольная задача №10. Для множеств $X = 4, 12, 14, 25$ и $Y = 4, 13, 16, 25$ записать отношение строгого порядка.

3.3.3.11. Контрольная задача №11. Записать функциональное отношение $Y = X * X$

для множеств $X = 1, 3, 6$ и $Y = 2, 9, 10$.

3.3.3.12. Контрольная задача №12. Записать функциональное отношение « Y равен корню квадратному из X » для множеств $X = 9, 16, 25$ и $Y = 1, 3, 14$.

3.3.3.13. Контрольная задача №13. Написать функциональное отношение $y = 2x + 1$ для множеств $x = (1, 3, 4)$ и $y = (3, 5, 7, 20)$.

3.3.3.14. Контрольная задача №14. Записать отношение нестрогого порядка ($R \geq$) для множеств $x = (1, 4, 8)$ и $y = (4, 5, 8)$.

3.3.3.15. Контрольная задача №15. Записать отношение строгого порядка ($R >$) для множеств $x = (1, 4, 8)$ и $y = (4, 5, 8)$.

3.3.3.16. Контрольная задача №16. Записать отношение строгого порядка и обратного отношения множеств $x = (5, 7, 9)$ и $y = (4, 7, 8)$.

3.3.3.17. Контрольная задача №17. Записать функциональное отношение $y = x^2 - 1$ для множеств $x = (1, 2, 5)$ и $y = (0, 4, 6)$.

3.3.3.18. Контрольная задача №18. Записать функциональное отношение $y = \sin x$ для множеств $x = (0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ)$ и $y = (0, 1/2, 1/\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{3}/2, \sqrt{3}, 1)$.

3.3.3.19. Контрольная задача №19. Записать функциональное отношение $y = \cos x$ для множеств $x = (0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ)$ и $y = (-1, 0, +1)$

3.3.3.20. Контрольная задача №20. Записать отношение строгого порядка ($R >$) для множеств $x = (4, 12, 14, 25)$ и $y = (4, 13, 16, 25)$.

3.4. Содержание отчета

Титульный лист

3.4.1. Цель работы

3.4.2. Теоретический раздел

3.4.3. Перечень контрольных задач с решениями

Выводы

Библиографический список

3.5. Контрольные вопросы

3.5.1. Дать определение множества.

3.5.2. Дать определение подмножества и пустого множества.

3.5.3. Дать определение операции пересечения множеств с примерами.

3.5.4. Дать определение операции объединения множеств с примерами.

3.5.5. Дать определение разности и дополнения множеств с примерами.

3.5.6. Дать определение декартова произведения множеств.

3.5.7. Дать определение бинарному отношению, способу его задания и перечислить типы отношений.

3.5.8. Привести пример отношений строгого порядка.

3.5.9. Привести пример отношений нестрогого порядка.

3.5.10. Привести пример функционального отношения.

3.5.11. Дать определение обратного отношения и произведения отношения с примерами.

3.5.12. Перечислить и дать определения общим свойствам отношений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику: Учеб. пособие для вузов/ С.В. Яблонский.-М.:Высшая школа, 2002.-384с.
2. Донской В.И. Дискретная математика: Учеб. пособие для вузов/В.И. Донской.- Симферополь: «СОНАТ», 2000.-355с.
3. Нікольський Ю.В. Дискретна математика.: Підручник для вищих навчальних закладів/Ю.В.Нікольський, В.В.Пасічник, Ю.М.Щербина.- Київ.:Видавнича група ВНУ, 2007.-368 с.
4. Бордачова Ю.М. Дискретна математика.: Підручник для вищих навчальних закладів/ Ю.М.Бордачова, Н.А.Соколова, В.С.Ходаков.- Київ.:Вища школа, 2008.- 122 с.
5. Новоселов В.Г. Прикладная математика для инженеров-системотехников. Дискретная математика в примерах и задачах.: Учеб. пособие для студ. спец. 22.01. СПИ/ В.Г. Новосёлов, А.В. Скатков.-К.:УМК ВО, 1992.-199с.
6. Новосёлов В.Г. Дискретная математика в примерах и задачах.: Учеб. пособие для вузов./ В.Г. Новосёлов, Т.В. Пластун, А.В. Скатков.- Севастополь: СевНТУ, 2002.-150с.

Заказ №__ от «__» _____ 20__ Тираж__ экз.
Изд-во СевНТУ

Заказ №__ от «__» _____20__ Тираж__ экз.
Изд-во СевНТУ

