

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

Севастопольский национальный технический университет

В.П. ДОЛГИН, А.О. ХАРЧЕНКО, О.В. ХРОМОВ

**НАДЕЖНОСТЬ АВТОТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ.
ПРАКТИКУМ**

Рекомендовано Министерством образования и науки
Украины в качестве учебного пособия
для студентов технических специальностей
высших учебных заведений

Киев



2014

УДК 629.1

ББК 39.3

Д 64

Рецензенты:

У.А. Абдулгасис, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой эксплуатации и ремонта автомобилей РВУЗ «Крымский инженерно-педагогический университет», заслуженный деятель науки и техники АРК;

А.П. Кравченко, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой автоники и управления на транспорте Восточно-украинского университета им. В. Даля;

О.Ф. Саленко, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой процессов и оборудования механической и физико-технической обработки Кременчугского национального университета им. М. Остроградского.

Научный редактор – д-р техн. наук, проф., проф. кафедры технологии машиностроения *Ю.К. Новоселов*.

*Рекомендовано Министерством образования и науки Украины
в качестве учебного пособия для студентов технических специальностей
высших учебных заведений
(письмо № 1/11-15945 от 22.10.2013 г.)*

Долгин В.П.

Д 64 Надежность автотранспортных средств. Практикум: учеб. пособие / В.П. Долгин, А.О. Харченко, О.В. Хромов. – К.: Кондор-Издательство, 2014. – 251 с.
ISBN 978-966-2781-85-4

Учебное пособие содержит перечень специально подобранных работ, которые позволяют усвоить и закрепить знания, полученные при обработке теоретических разделов курса. Пособие предназначено для студентов направления подготовки 6.070106 – Автомобильный транспорт, а также может быть использовано аспирантами, научными и инженерно-техническими работниками.

Долгін В.П.

Д 56 Надійність автотранспортних засобів. Практикум: навч. посібник / В.П. Долгін, О.О. Харченко, О.В. Хромов. – К.: Кондор-Видавництво, 2014. – 251 с.

ISBN 978-966-2781-85-4

Навчальний посібник містить перелік спеціально підібраних робіт, які дозволяють засвоїти і закріпити знання, отримані при опрацюванні теоретичних розділів курсу. Посібник призначено для студентів напряму підготовки 6.070106 – Автомобільний транспорт, а також може бути використано аспірантами, науковими та інженерно-технічними працівниками.

УДК 629.1

ББК 39.3

ISBN 978-966-2781-85-4

**© В.П. Долгин, А.О. Харченко,
О.В. Хромов, 2014
© Кондор-Издательство, 2014**

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	7
1. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1	
Исследование показателей безотказности	
и распределения плотности отказов	10
1.1. Общие сведения	10
1.2. Исследование показателей безотказности .	12
1.3. Последовательность выполнения работы .	21
1.4. Пример алгоритмизации решения с помощью математического пакета MAPLE ..	21
2. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2	
Анализ законов распределения случайных	
величин показателей надежности	36
2.1. Экспоненциальный закон распределения .	36
2.2. Нормальный закон распределения (закон Гаусса)	40
2.3. Закон распределения Вейбулла	45
2.4. Последовательность выполнения работы .	48
2.5. Пример алгоритмизации решения с помощью математического пакета MAPLE ..	48
3. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №3	
Применение графического метода определения	
оценок параметров распределения	85

3.1. Общие сведения	85
3.2. Последовательность выполнения работы .	94
3.3. Пример алгоритмизации решения с помощью математического пакета MAPLE ..	94

4. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №4

Классификация случайных процессов при технической эксплуатации автомобиля и исследование причинно-следственных

связей между процессами и отказами	110
4.1. Отказы элементов автомобилей	110
4.2. Случайные процессы при технической эксплуатации автомобиля	117
4.3. Последовательность выполнения работы .	127
4.4. Пример алгоритмизации решения с помощью математического пакета MAPLE ..	127

5. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №5

Схемная надежность и резервирование систем

автомобиля	143
5.1. Способы соединения элементов систем автомобиля	143
5.2. Последовательность выполнения работы .	149
5.3. Пример алгоритмизации решения с помощью математического пакета MAPLE ..	151

6. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №6

Оценка надежности автомобиля

с использованием размеченного графа

состояний.	156
6.1. Общие сведения	156
6.2. Последовательность выполнения работы .	161
6.3. Пример алгоритмизации решения с помощью математического пакета MAPLE ..	162

7. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №7

Исследование надежности автомобильных

систем и агрегатов с учетом потоков отказов

и восстановлений.	169
7.1. Общие сведения	169
7.2. Последовательность выполнения работы .	175
7.3. Пример алгоритмизации решения с помощью математического пакета MAPLE ..	175

8. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №8

Исследование надежности парка автомобилей

на основе теории массового обслуживания **202** |

8.1. Надежность парка автомобилей	202
8.2. Технические аспекты надежности функционирования АП	203
8.3. Последовательность выполнения работы .	209

8.4. Пример алгоритмизации решения с помощью математического пакета MAPLE . .	209
--	-----

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ	217
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	232
ПРИЛОЖЕНИЕ А	236
ПРИЛОЖЕНИЕ Б	248
ПРИЛОЖЕНИЕ В	250

ПРЕДИСЛОВИЕ

В связи с развитием технического прогресса все более актуальными становятся вопросы повышения надежности разнообразных технических устройств и систем — механизмов, машин, станков, аппаратов, приборов, автомобилей и т.д.

Наука о надежности, выросшая из проблемы надежности подшипников качения, в дальнейшем развилась главным образом в применении к радиоэлектронным системам и в направлении математической теории. Между тем надежность машин, и автотранспортных средств, в частности, имеет свою специфику, связанную с преобладанием износных и усталостных отказов и влиянием большого многообразия факторов.

В Украине и за рубежом изданы хорошие книги по надежности, большинство из которых имеет математическую направленность, а настоящее пособие направлено на технические расчеты надежности с помощью ЭВМ, учитывая потоки отказов и восстановлений подсистем и агрегатов автомобилей, случайные процессы при их технической эксплуатации, а также в нем проводится исследование надежности парка автомобилей на основе теории массового обслуживания.

Приведены научно-методические и программные разработки авторов, выполненные в Севастопольском национальном техническом университете (СевНТУ), потребовавшиеся для комплекса расчетов надежности подсистем и агрегатов автомобилей при решении задач учебного и научного характера.

Материал изложен в форме, удобной для практического использования, в следующей последовательности: основные положения и зависимости надежности при исследованиях показателей безотказности и распределения плотности отказов, анализ законов распределения случайных величин показателей надежности, применение графического метода определения оценок параметров распределения, классификация случайных процессов при технической эксплуатации автомобилей, схемная надежность и резервирование, оценка надежности автомобиля с использованием размеченного графа состояний, исследование надежности автомобильных систем и агрегатов, а также надежности парка автомобилей на основе теории массового обслуживания.

Теория надежности автотранспортных средств охватывает широкий круг вопросов, отражающих общую теорию надежности, вопросы проектирования, технологии производства и эксплуатации этих систем. В связи с этим ознакомление с данной про-

блемой требует знаний в области конкретных автомобильных узлов и агрегатов, математической и компьютерной подготовки для решения задач повышения их надежности.

Разделы 1.4, 2.5, 3.3, 4.4, 5.3, 6.3, 7.3, 8.4 написаны Долгиным В.П., предисловие, разделы 1.1 – 1.3, 2.1 – 2.4, 4.1 – 4.3, 5.1, 5.2, 6.1, 6.2, 7.1, 7.2 написаны Харченко А.О., разделы 1.1 – 1.3, 3.1, 3.2, 8.1 – 8.3, вопросы для самопроверки и приложения А, Б, В написаны Хромовым О.В.

Учебное пособие может быть полезным для инженерно-технических работников, сотрудников НИС и КБ, а также заводских отделов, занимающихся проектированием, исследованием и эксплуатацией автотранспортных средств.

1. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1 ИССЛЕДОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ БЕЗОТКАЗНОСТИ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ОТКАЗОВ

Цель работы: ознакомление с основными показателями надежности, построение гистограмм распределения вероятностей отказов.

1.1. Общие сведения

Надежность есть свойство объекта выполнять заданные функции в заданных режимах и условиях использования, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортирования, сохраняя устойчивые эксплуатационные показатели в заданных пределах в течение требуемого промежутка времени и (или) требуемой наработки.

Отказ – событие, заключающееся в нарушении работоспособности.

Надежность – это интегральное свойство объекта. Она обуславливается его безотказностью, ремонтнопригодностью, долговечностью и сохраняемостью.

Безотказностью называется свойство объекта непрерывно сохранять работоспособность в течение не-

которого промежутка времени или некоторой наработки без вынужденных перерывов.

Ремонтопригодность – это свойство объекта, заключающееся в его приспособленности к предупреждению и обнаружению причин возникновения отказов, повреждений и устранению их последствий путем проведения ремонтов и технического обслуживания.

Долговечностью называется свойство объекта сохранять работоспособность до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта.

Сохраняемость – это свойство объекта непрерывно сохранять исправное и работоспособное состояние в течение и после хранения и транспортирования.

Отказ – событие случайное. Поэтому для расчета показателей надежности используют методы теории вероятностей и математической статистики.

Одним из основных понятий, используемых при расчетах показателей надежности, является «наработка». Нарботкой называется продолжительность или объем работы изделия. Для автомобилей наработку измеряют в километрах пробега или в часах (моточасах).

1.2. Исследование показателей безотказности

В качестве примера рассмотрим невосстанавливаемые изделия – термостаты автомобильных двигателей. Под наблюдением находится N_0 изделий ($N_0 = 75$). Будем фиксировать наработки, при которых произойдут отказы термостатов, и сведем полученные данные в таблицу 1.1.

Исходные данные по минимальной $t_{\min}$ и максимальной $t_{\max}$ наработкам ($t_{\min} = 8$ тыс. км; $t_{\max} = 97$ тыс. км) используем для определения диапазона наработок, внутри которого имели место отказы:

$$R = t_{\max} - t_{\min}, \text{ то есть}$$

$$R = 97 - 8 = 89 \text{ (тыс. км)}.$$

Интервалы для совокупностей наработок определим по формуле Штюргеса:

$$\Delta t = R / (1 + 3,31 \cdot g \cdot N_0);$$

$$\Delta t = 89 / (1 + 3,31 \cdot 9,81 \cdot 75) = 12,4 \text{ (тыс. км)}.$$

Округляем и принимаем $\Delta t = 10$ тыс. км. Задаемся левой $t_{лев}$ и правой $t_{прав}$ границами интервалов группирования ($t_{лев} < t_{\min}; t_{прав} > t_{\max}$). Примем $t_{лев} = 0$, а $t_{прав} = 100$ тыс. км. Тогда число интервалов $K = 100/10 = 10$. Пронумеруем интервалы от

$i = 1$ до $i = 10$ и впишем их в таблицу 1.1. Найдем середины каждого интервала $t_i = 5; 15; \dots; 95$ тыс. км. Впишем в соответствующие графы число изделий n_i , отказавших внутри каждого интервала. Это число называют весом.

Генеральная совокупность – количество машин одной марки, надежность которых изучается. Часть генеральной совокупности, которая попала на исследование, называется выборкой. Например, из 300 автомобилей ЗИЛ-431410 автопредприятие отобрало случайным образом 75 штук. Данные, сведенные в таблицу 1.1, и есть результат наблюдения за выборкой, когда 75 термостатов после определенной наработки отказали. Выборка, когда все поставленные на исследование объекты доработали до отказа, называется полной.

Если же испытания прекращены до того, как все изделия в выборке отказали, то последняя называется усеченной.

Средняя наработка до первого отказа (математическое ожидание наработки до первого отказа):

$$\hat{t}_{cp} = \frac{1}{N_0} (t_1 n_1 + t_2 n_2 + \dots + t_i n_i + \dots + t_k n_k) = \sum_{i=1}^k \frac{t_i n_i}{N_0},$$

где k – число интегралов, т.е.

Таблица 1.1 – Исследования наработки на отказ термостатов автомобильных двигателей

Определяемый параметр	Обозначения и формулы расчета	Номера интервалов наработки				
		1	2	3	4	5
Границы интервала наработки, тыс. км	—	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
Значение середины интервала, тыс. км	t_i	5	15	25	35	45
Число отказов в интервале (вес)	n_i	1	1	0	5	10
Число отказов к моменту t_i (накопленное число отказов)	$r(t_i) = \sum_{i=1}^i n_i$	1	2	2	7	17
Число работоспособных объектов к моменту времени t_i	$N(t_i) = N_0 - r(t_i)$	74	73	73	68	58
Относительная доля отказов в интервале (частотность)	$\varpi_i = \frac{n_i}{N_0}$	0,013	0,013	0,000	0,067	0,133
Накопленная частотность отказов (оценка вероятности наступления отказа).	$\hat{F}(t_i) = \frac{r(t_i)}{N_0}$	0,013	0,026	0,026	0,093	0,227
Накопленная частотность безотказной работы (оценка вероятности безотказной работы).	$\hat{P}(t_i) = \frac{N(t_i)}{N_0}$	0,987	0,974	0,974	0,907	0,773
Оценка плотности распределения наработок до отказа (оценка плотности вероятности)	$\hat{f}(t_i) = \frac{n_i}{N_0 \Delta t}$	0,0013	0,0013	0,0000	0,0067	0,0133

Продолжение таблицы 1.1

Определяемый параметр	Обозначения и формулы расчета	Номера интервалов наработки				
		6	7	8	9	10
Границы интервала наработки, тыс. км	—	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
Значение середины интервала, тыс. км	t_i	55	65	75	85	95
Число отказов в интервале (вес)	n_i	16	19	15	7	1
Число отказов к моменту t_i (накопленное число отказов)	$r(t_i) = \sum_{j=1}^i n_j$	33	52	67	74	75
Число работоспособных объектов к моменту времени t_i	$N(t_i) = N_0 - r(t_i)$	42	23	8	1	0
Относительная доля отказов в интервале (частотность)	$\varpi_i = \frac{n_i}{N_0}$	0,214	0,254	0,200	0,093	0,013
Накопленная частотность отказов (оценка вероятности наступления отказа). Накопленная частотность безотказной работы (оценка вероятности безотказной работы). Оценка плотности распределения наработок до отказа (оценка плотности вероятности)	$\hat{F}(t_i) = \frac{r(t_i)}{N_0}$	0,440	0,693	0,893	0,987	1,000
	$\hat{P}(t_i) = \frac{N(t_i)}{N_0}$	0,560	0,307	0,107	0,013	0,000
	$\hat{f}(t_i) = \frac{n_i}{N_0 \Delta t}$	0,0214	0,0254	0,0200	0,0093	0,0130

$$t_{cp} = \frac{1}{75} ((5 \cdot 1) + (15 \cdot 1) + (25 \cdot 0) + (35 \cdot 5) + (45 \cdot 10) + (55 \cdot 16) + (65 \cdot 19) + (75 \cdot 15) + (85 \cdot 7) + (95 \cdot 1)) = 61 \text{ (тыс. км)}.$$

Накопленное число отказов $r(t_i)$, число остающихся работоспособными изделий $N(t_i)$,

$$r(t_i) = N(t_i) = 75.$$

Графическое изменение числа отказов от интервала к интервалу изображается столбчатым графиком – гистограммой (рисунок 1.1).

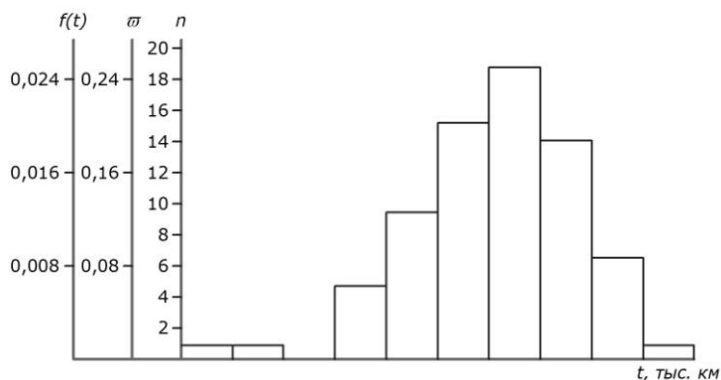


Рисунок 1.1 – Гистограмма распределения числа n , частоты w и плотности $f(t_i)$ отказов в зависимости от наработки t

Вместо абсолютных значений числа отказов в интервале n_i целесообразно подсчитать отношение:

$$\varpi_i = \frac{n_i}{N_0},$$

то есть долю отказов в интервале, приходящуюся на одно изделие из числа находящихся под наблюдением. Это отношение называется частотой. Если разделить частоту на длину интервала Δt , то получим долю отказов в интервале, приходящуюся на одно испытываемое изделие и на единицу наработки, т.е. на одну тысячу километров пробега. Эта удельная величина

$$\hat{f}(t_i) = \frac{n_i}{N_0 \cdot \Delta t}$$

называется оценкой плотности вероятности наступления отказа (оценка плотности распределения наработок до отказа).

Так как для рассматриваемого примера Δt и N_0 постоянные, то высоты столбиков гистограммы $n_i, \varpi_i, \hat{f}(t_i)$ отличаются только масштабом.

Вместо выражения в абсолютных единицах накопленного числа работоспособных к данному моменту наработки t_i изделий $N(t_i)$ целесообразно использовать отношение

$$\hat{P}(t_i) = N(t_i)/N_0 = [N_0 - r(t_i)]/N_0 = \left(N_0 - \sum_{i=1}^k n_i \right) / N_0,$$

характеризующее на момент времени t_i наработки долю работоспособных изделий по отношению к находящимся под наблюдением (накопленная частота безотказной работы). Аналогично соответствующая доля отказавших изделий (накопленная частота отказов) определяется из отношения

$$\hat{F}(t_i) = r(t_i)/N_0 = 1 - \hat{P}(t_i) = \sum_{i=1}^i n_i/N_0.$$

При увеличении числа испытываемых изделий и уменьшении величины интервала ($\Delta t \rightarrow 0$) гистограмма $P(t_i)$ сгладится и превратится в плавную линию – невозрастающую кривую убыли $P(t_i)$ (функция распределения безотказной работы), а гистограмма $F(t_i)$ – в плавную неубывающую кривую $F(t_i)$ (функция распределения отказов), рисунок 1.2. То же самое будет с гистограммой, где показана оценка плотности вероятности наступления отказа $\hat{f}(t_i)$. Получаем плавную кривую плотности вероятности наступления отказа $\hat{f}(t_i)$ (рисунок 1.3). Значок $\hat{}$ показывает, что подсчитанный результат получен из статистической обработки опытных данных, т.е. из наблюдений за выборкой. Такой результат называют

статистической оценкой плотности вероятности или эмпирической.

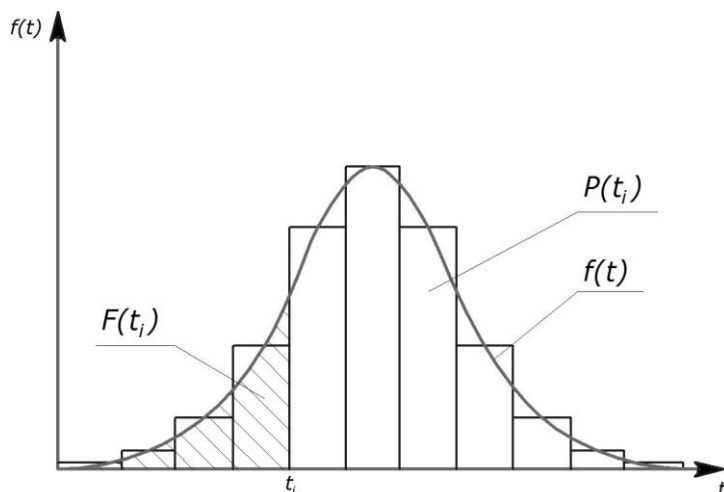


Рисунок 1.2 – Распределение плотности отказов $f(t)$:
зависимости $F(t)$ и $P(t)$ от $f(t)$

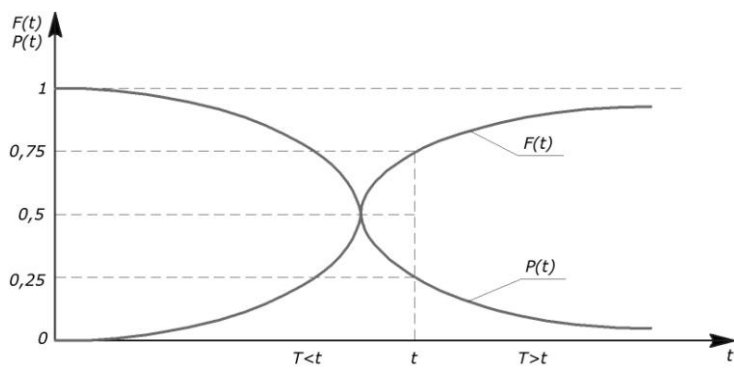


Рисунок 1.2 – Взаимосвязь между вероятностями
безотказной работы $P(t)$ и отказа $F(t)$

Площадь каждого столбика в гистограмме (рисунок 1.2) равна его высоте $\hat{f}(t_i)$, умноженной на длину Δt :

$$\hat{f}(t_i) \times \Delta t = n_i / N_0 = \varpi_i, \text{ т.е. частость.}$$

Так как сумма всех частостей равна 1, то и площадь всех столбиков в относительных единицах также равна 1.

Сумма площадей столбиков от 0 до наработок t_i определяет выражение

$$\sum_{i=1}^t n_i / N_0 = \sum_{i=1}^t \hat{f}(t_i) \Delta t = \hat{F}(t_i).$$

Сумма площадей оставшихся столбиков определяется из разности

$$1 - \sum_{i=1}^t n_i / N_0 = \hat{P}(t_i).$$

Поскольку $\hat{P}(t_i) + \hat{F}(t_i) = 1$, то существует связь между $\hat{P}(t_i)$, $\hat{F}(t_i)$ и $\hat{f}(t_i)$.

Так как $P(t) = 1 - F(t)$, то $f(t) = dF(t)/dt$, отсюда $F(t) = \int_0^t f(t)dt$, $P(t) = \int_t^\infty f(t)dt$.

1.3. Последовательность выполнения работы

1.3.1. По заданию преподавателя для диапазона наработок $R = t_{\max} - t_{\min}$ ($R = 100$ тыс. км; 120 тыс. км; 130 тыс. км; 145 тыс. км; 200 тыс. км) и чисел отказов в интервалах n_i ($n_i = 2; 0; 1; 5; 6 \dots$) для $N_0 = 35; 46; 59; 64; 76; 84; \dots; 125$ разделить диапазон на интервалы Δt , определить $r(t_i)$; $N(t_i)$; ϖ_i ; $\hat{F}(t_i)$; $\hat{P}(t_i)$; $\hat{f}(t_i)$.

1.3.2. Построить гистограмму распределения числа n , гистограмму, изображающую $\hat{f}(t_i)$ – плотность вероятности отказа.

1.3.3. Изобразить по результатам расчетов графическую взаимосвязь между вероятностями безотказной работы $P(t_i)$ и отказа $F(t_i)$.

1.4. Пример алгоритмизации решения с помощью математического пакета MAPLE

```
>restart: # Очистка внутренней памяти
with(stats[statplots]): # Пакет построения
статистических графиков
```

`tim:=time(); # Фиксация начала работы программы`

`tim := 5.668`

1.4.1. Занятие №1-1

Pz_1-1.mws

Дисциплина: Надежность автотранспортных средств

Тема занятия: Статистическая модель

Цель занятия: Формирование гистограммы

Ст. гр. АВ-51д Фамилия И.О.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

При построении гистограммы необходимо ввести

- количество классов n ;
- ширину класса h ;
- ширину столбца класса q ;
- значение ординаты каждого класса (столбца) V_i ;

$i=1..n$.

ЗАДАЧА

Построить гистограмму, содержащую n классов, для случайного массива (вектора) V , с шириной каждого класса h и шириной каждого столбца гистограммы q .

АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

$> N:=050000$: Номер зачетной книжки

`randomize (N)`: Задание начала случайной выборки

$N:=26$: Порядковый номер в списке группы

```
> # Задание диапазона реализации случайной
выборки
```

```
R:= rand(1..10+N):
```

```
> # Формирование случайного вектора
```

```
n:=9:
```

```
V:=linalg[vector](n,[seq(R(),i=1..n)]);
```

```
V:= [11, 22, 28, 5, 19, 4, 18, 33, 14]
```

```
> # Построение гистограммы
```

```
h:=.1;
```

```
q:=.6;
```

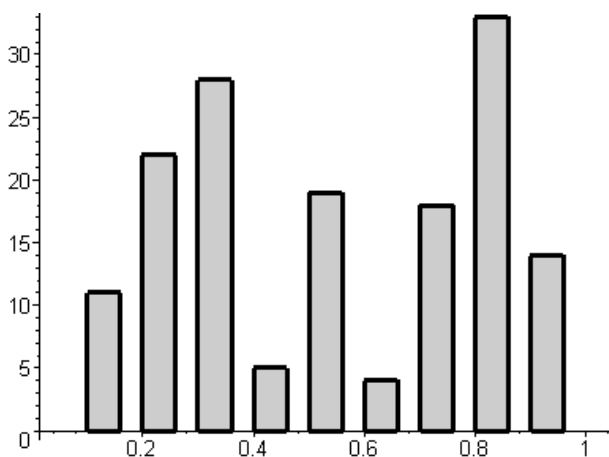
```
dat:=[seq(Weight(i*h..(i+q)*h,
```

```
h*q*V[i]),i=1..n)]:
```

```
histogram(dat,color=pink,thickness=3);
```

```
h:=.1
```

```
q:=.6
```



```
> # Фиксация времени работы программы
```

```
tim:=time()-tim;
```

```
tim:=tim/60;
```

```
tim := .470
```

```
tim := .007833333333
```

```
>
```

1.4.2. Занятие №1-2

Pz_1-2.mws

Дисциплина: Надежность автотранспортных средств

Тема занятия: Обработка статистической информации

Цель занятия: Построение статистической таблицы

Ст. гр. АВ-51з Фамилия И.О.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Целью анализа статистических данных является определение статистических характеристик таких как

- функции оценки вероятности наступления отказа (F(t));

- функции оценки вероятности безотказной работы (P(t));

которые позволяют оценить численные параметры:

- среднюю наработку на отказ (tc);

- наработку до первого отказа (t);

получить функцию плотности вероятности (f(t)) и другие.

Анализ статистических данных разбивают на два этапа:

- структурирование исходных данных;

- статистические расчеты, которые представляются в виде таблицы.

На этапе структурирования данные группируются по классам.

Число классов выбирается по формуле Штюргеса

$$k := \text{round}(1 + 3.3 \cdot \log_{10}(N_0)),$$

где N_0 - объем выборки.

Далее определяется диапазон распределения и ширина класса. Пусть исследуемой случайной величиной является межремонтный пробег S_i (тыс. км), $i = 1..N_0$.

Тогда ширина диапазона распределения случайной величины определится минимальным $S_{\min}$ и максимальным $S_{\max}$ значениями межремонтного пробега

$$DS := S_{\max} - S_{\min},$$

откуда ширина класса будет

$$Ds := DS/k.$$

Число событий каждого класса $n[i]$, деленное на общее число событий, называемое частотой,

$$w[i] := n[i]/N_0,$$

определяет оценку плотности вероятности

$$f[i] := w[i]/Ds.$$

С учетом приведенных выражений статистическая таблица примет следующий вид:

Параметр	Обозначение	Номера верхних границ интервалов									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Исходные данные											
Пробег тыс. км	S_i	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Середина интервала тыс. км	s_i	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
Число отказов	n_i	1	1	0	5	10	16	19	15	7	1
Результаты анализа											
Накопленное число отказов	$R_i = \sum_{j=1}^i n_j$	1	2	2	7	17	33	52	67	74	75
Число работоспособных объектов	$N_i = N_0 - R_i$	74	73	73	68	58	42	23	8	1	0
Частота ($\times 10^{-3}$)	$\omega_i = n_i / N_0$	13	13	00	67	133	214	254	200	93	13
Оценка плотности вероятности ($\times 10^{-4}$)	$f_i = \omega_i / \Delta S$	13	13	00	67	133	214	254	200	93	13
Оценка вероятности безотказной работы ($\times 10^{-3}$)	$P_i = N_i / N_0$	987	974	974	907	773	560	307	107	13	00
Оценка вероятности наступления отказа ($\times 10^{-3}$)	$F_i = R_i / N_0$	13	26	26	93	227	440	693	893	987	10 ³

Далее обозначено $\Delta S = Ds$.

1.4.3. Описание блок-схемы решения задачи

1. Ввести описание библиотек статистической обработки и построения графиков

restart: # команда очистки памяти

with(stats[statplots]): # пакет программ статистики

with(plottools): # пакет программ графики

Ввести данные для задания варианта

№ - номер зачетной книжки, N - порядковый номер в списке группы

2. Описать исходные данные

N0:=100: Объем выборки

k:=round($1+3.3*\log_{10}(N0)$); Число классов (формула Штюргеса)

DS: Ширина диапазона распределения, тыс. км

Ds: Ширина класса, тыс. км

F:=array(0..k): Массив значений функции оценки вероятности наступления отказа

P:=array(0..k): Массив значений функции оценки вероятности безотказной работы

R:=array(0..k): Массив значений правой границы интервалов наработки

n[i]: Число отказов в i -м интервале (вес) (распределение отказов по классам $i = 1..k$)

L[j]: Межремонтный пробег j -го автомобиля ($j = 1..N0$)

3. Описать модель статистических данных

q:=5: a:=N/20/q: b:=N/q: d:=b-a:

for i to N0 do x:=stats[random,uniform](q);

S[i]:=evalf(sum('a+d*x[j]',j'=1..q),3); od:

seq(L[j]=S[j],j=1..N0);

4. Распределение статистических данных по классам

```

Smax:=max(seq(S[j],j=1..N0)):
Smin:=min(seq(S[j],j=1..N0)):
Ds:=evalf(Smax*1.2/k,2):
for i to k+2 do s[i]:=(i-1)*Ds+Ds/2 od:
for i to k do w[i]:=n[i]/N0 od: #Массив частотей
for i to k do n[i]:=0:
for j to N0 do
if (i-1)*Ds<S[j] and i*D<=S[j] then n[i]:=n[i]+1: fi:
od:
od:
print(n);

```

5. Формирование гистограммы

```

dat:=[seq(Weight(i*D..(i+1)*D, w[i+1]),i=0..k-1)]:
Hf:=histogram(dat,area=count,color=cyan):

```

6. Функция оценки вероятности наступления отказа

```

F[0]:=0:
for i to k do F[i]:=evalf(F[i-1]+n[i]/N0):P[i]:=1-
F[i]:R[i]:=i*D od:

```

7. Графики функций оценки вероятности наступления отказа (F(t)) и безотказной работы (P(t))

```

i:='i':
GP_:=plot([R[i],P[i],i=1..k],style=point,symbolsize=15):
GF_:=plot([R[i],F[i],i=1..k],style=point,symbolsize=15,color=
blue):
plots[display](GP_,GF_);

```

8. Оценка функции плотности вероятности f[i]

```

s[0]:=0:w[0]:=0:
for i from 0 to k do f[i]:=evalf(w[i]/Ds) od:

```

9. Линейная сплайн-аппроксимация (полигон) функции плотности вероятности (f(t))

```
Spl:=spline([seq(s[i],i=0..k)],[seq(f[i],i=0..k)],u,1);
```

10. Гистограмма H_f и полигон плотности распределения G_s

```
Gs:=plot(Spl,u=0..s[k],thickness=2):
```

```
plots[display](Hf,Gs);
```

11. Численное интегрирование по методу Эйлера сплайн-аппроксимации функции вероятности наступления отказа F_s и функции вероятности безотказной работы P_s

```
i:='i':
```

```
He:=.1: #Шаг интегрирования
```

```
Fs:=evalf(sum(subs(u=i*He,Spl),i=1..round(T/He)))*He;
```

```
Ps:=1-Fs:
```

12. Графики функций вероятности F_s и P_s

```
GFs:=plot(Fs,T=0..k*D_s,color=blue):
```

```
GPs:=plot(Ps,T=0..k*D_s,color= red):
```

```
plots[display](GP_,GF_,GFs,GPs);
```

13. Дисперсия погрешности приближения

```
j:='j':
```

```
i:='i':
```

```
Fs:=algsbys(T=R[j],Fs);
```

```
Ps:=1-Fs:
```

```
DPs:=evalf(sum((Ps-P[j])^2,j=1..k)/k,3);
```

```
DFs:=evalf(sum((Fs-F[j])^2,j=1..k)/k,3);
```

14. Вывод

Для этого выполнить вычисления с разными значениями N_0 и сравнить результаты вычислений дисперсии погрешности приближения

1.4.4. Алгоритмическое описание задачи

```

> #1. Описание библиотек и данные для за-
дания варианта
restart:
with(stats[statplots]):
№:=040874: Номер зачетной книжки
randomize(№);
N:=16: Порядковый номер в списке группы
40874

> 2. Исходные данные
N0:=100: Объем выборки
k:=round(1+3.3*log10(N0)); Число классов (фор-
мула Штюргеса)
DS: Ширина диапазона распределения, тыс.км
Ds: Ширина класса, тыс.км
F:=array(0..k): Массив значений функции оценки
вероятности наступления отказа
P:=array(0..k): Массив значений функции оценки
вероятности безотказной работы
R:=array(0..k): Массив значений правой границы
интервалов наработки
n[i]: Число отказов в i-м интервале (вес) (распреде-
ление отказов по классам i = 1..k)
L[j]: Межремонтный пробег j-го автомобиля
(j = 1.. N0)
k := 8

> 3. Модель статистических данных
q:=5: a:=N/20/q: b:=N/q: d:=b-a:
for i to N0 do

```

```

x:=stats[random,uniform](q);
S[i]:=evalf(sum('a+d*x[j]', 'j'=1..q),3);
od:
seq(L[j]=S[j], j=1..N0);

```

$L_1 = 7.72, L_2 = 11.1, L_3 = 6.95, L_4 = 6.75, L_5 = 9.38, L_6 = 6.35, L_7 = 8.82, L_8 = 9.63,$
 $L_9 = 10.1, L_{10} = 8.33, L_{11} = 10.6, L_{12} = 10.3, L_{13} = 6.95, L_{14} = 5.13, L_{15} = 8.23,$
 $L_{16} = 5.29, L_{17} = 8.25, L_{18} = 6.98, L_{19} = 9.10, L_{20} = 7.33, L_{21} = 10.3, L_{22} = 13.8,$
 $L_{23} = 9.31, L_{24} = 6.75, L_{25} = 9.58, L_{26} = 8.37, L_{27} = 9.24, L_{28} = 9.19, L_{29} = 7.82,$

$L_{30} = 10.5, L_{31} = 6.34, L_{32} = 5.80, L_{33} = 5.69, L_{34} = 12.6, L_{35} = 9.68, L_{36} = 8.60,$
 $L_{37} = 2.40, L_{38} = 9.05, L_{39} = 9.12, L_{40} = 5.21, L_{41} = 8.41, L_{42} = 6.62, L_{43} = 7.86,$
 $L_{44} = 7.58, L_{45} = 5.63, L_{46} = 8.42, L_{47} = 9.20, L_{48} = 8.16, L_{49} = 7.10, L_{50} = 6.21,$
 $L_{51} = 7.00, L_{52} = 10.3, L_{53} = 6.63, L_{54} = 10.7, L_{55} = 9.17, L_{56} = 7.39, L_{57} = 9.85,$

$L_{58} = 8.36, L_{59} = 7.49, L_{60} = 7.49, L_{61} = 10.4, L_{62} = 10.5, L_{63} = 8.87, L_{64} = 8.02,$
 $L_{65} = 7.12, L_{66} = 10.0, L_{67} = 2.33, L_{68} = 7.64, L_{69} = 8.99, L_{70} = 6.06, L_{71} = 8.53,$
 $L_{72} = 8.85, L_{73} = 6.51, L_{74} = 8.85, L_{75} = 9.84, L_{76} = 9.34, L_{77} = 5.05, L_{78} = 13.0,$
 $L_{79} = 8.12, L_{80} = 6.99, L_{81} = 9.76, L_{82} = 4.20, L_{83} = 6.10, L_{84} = 9.08, L_{85} = 4.17,$

$L_{86} = 9.35, L_{87} = 5.97, L_{88} = 10.9, L_{89} = 8.42, L_{90} = 10.4, L_{91} = 9.32, L_{92} = 9.39,$
 $L_{93} = 7.23, L_{94} = 7.38, L_{95} = 7.91, L_{96} = 10.3, L_{97} = 6.95, L_{98} = 5.42, L_{99} = 7.71,$
 $L_{100} = 5.18$

> 4. Распределение статистических данных по классам

```

Smax:=max(seq(S[j], j=1..N0)); Smax:=14;
# Верхняя граница
Smin:=min(seq(S[j], j=1..N0));
# Нижняя граница
Ds:=evalf(Smax*1.2/k, 2);          Ds:=2;

```

```

# Ширина класса
for i to k+2 do s[i]:=(i-1)*Ds+Ds/2 od:
# Середины классов
for i to k do w[i]:=n[i]/N0 od:
# Массив частот
for i to k do n[i]:=0:
# Распределение данных по классам
for j to N0 do
if (i-1)*Ds<S[j] and i*Ds>=S[j] then
n[i]:=n[i]+1: fi:
od:
print(i,n[i]);od: # Вывод распределения по
классам

```

Smax := 13.8

Smax := 14

Ds := 2.1

Ds := 2

1, 0

2, 2

3, 12

4, 31

5, 39

6, 13

7, 3

8, 0

> 5. Формирование гистограммы

```

dat:=[seq(Weight(i*Ds..(i+1)*Ds,
w[i+1]),i=0..k-1)]:

```

```

Hf:=histogram(dat,area=count,color=cyan):

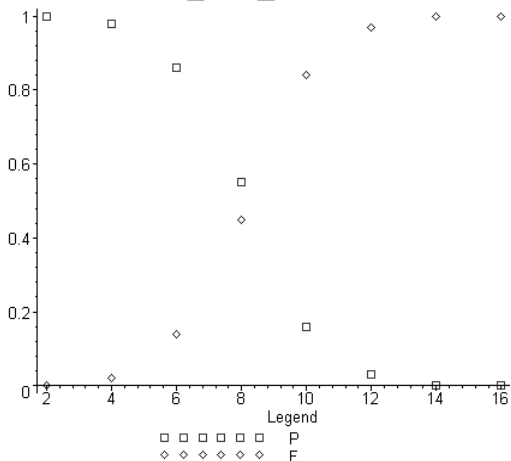
```

> 6. Функция оценки вероятности наступления отказа

```
F[0]:=0:
for i to k do F[i]:=evalf(F[i-1]+n[i]/N0):P[i]:=1-F[i]:R[i]:=i*Ds od:
```

> 7. Графики функций оценки вероятности наступления отказа (F(t)) и безотказной работы (P(t))

```
i:='i':
GP:=plot([R[i],P[i],i=1..k],style=point,symbol=box,symbolsize=15,legend="P"):
GF:=plot([R[i],F[i],i=1..k],style=point,symbolsize=15,color=blue,legend="F"):
plots[display](GP_,GF_);
```



> 8. Оценка функции плотности вероятности f[i]

```
s[0]:=0:w[0]:=0:
for i from 0 to k do f[i]:=evalf(w[i]/Ds)
od:
```

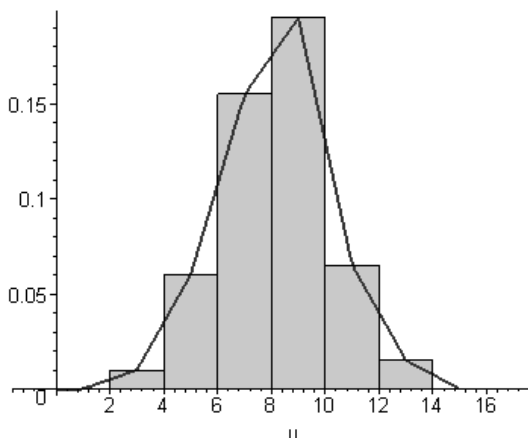
> 9. Линейная сплайн-аппроксимация (полигон) функции плотности вероятности (f(t))

```
Spl:=spline([seq(s[i],i=0..k)],[seq(f[i],i=0..k)],u,1);
```

$$Spl := \begin{cases} 0 & u < 1 \\ -.005000000000 + .005000000000 u & u < 3 \\ -.06500000000 + .02500000000 u & u < 5 \\ -.1775000005 + .04750000009 u & u < 7 \\ .01500000029 + .01999999996 u & u < 9 \\ .7800000000 - .06500000000 u & u < 11 \\ .3399999999 - .02500000000 u & u < 13 \\ .1125000000 - .007500000000 u & otherwise \end{cases}$$

> 10. Гистограмма Hf и полигон плотности распределения Gs

```
Gs:=plot(Spl,u=0..s[k],thickness=2):  
plots[display](Hf,Gs);
```



> 11. Численное интегрирование по методу Эйлера
сплайн-аппроксимации функции вероятности наступления
отказа Fs и функции вероятности безотказной работы Ps

```
i:='i':
```

```
He:=.01: #Шаг интегрирования
```

```
Fs:=evalf(sum(subs(u=i*He, Spl), i=1..round(
T/He))) *He;
```

```
Ps:=1-Fs:
```

$Fs := .01$

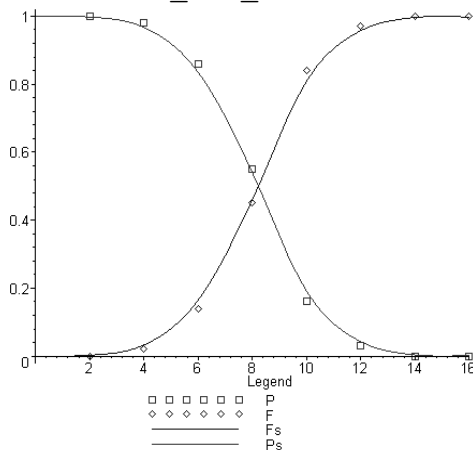
$$\left(\sum_{i=1}^{\text{round}(100.T)} \left\{ \begin{array}{ll} 0. & .01000000000 \ i < 1. \\ -.005000000000 + .00005000000000 \ i & .01000000000 \ i < 3. \\ -.065000000000 + .0002500000000 \ i & .01000000000 \ i < 5. \\ -.17750000005 + .0004750000009 \ i & .01000000000 \ i < 7. \\ .015000000029 + .0001999999996 \ i & .01000000000 \ i < 9. \\ .78000000000 - .0006500000000 \ i & .01000000000 \ i < 11. \\ .3399999999 - .0002500000000 \ i & .01000000000 \ i < 13. \\ .1125000000 - .00007500000000 \ i & \text{otherwise} \end{array} \right. \right)$$

> 12. Графики функций вероятности Fs и Ps

```
GFs:=plot(Fs, T=0..k*Ds, color=blue, legend="
Fs") :
```

```
GPs:=plot(Ps, T=0..k*Ds, color=
red, legend="Ps") :
```

```
plots[display](GP_, GF_, GFs, GPs) ;
```



> 13. Дисперсия погрешности приближения

```
j:='j':i:='i':
```

```
Fs:=algsbss(T=R[j],Fs);
```

```
Ps:=1-Fs:
```

```
N0:=N0;
```

```
DPs:=evalf(sum((Ps-P[j])^2,j=1..k)/k,3);
```

```
DFs:=evalf(sum((Fs-F[j])^2,j=1..k)/k,3);
```

$Fs := .01$

$$\left(\sum_{i=1}^{\text{round}(100 \cdot R_j)} \left\{ \begin{array}{ll} 0. & .01000000000 \ i < 1. \\ -.005000000000 + .00005000000000 \ i & .01000000000 \ i < 3. \\ -.065000000000 + .0002500000000 \ i & .01000000000 \ i < 5. \\ -.17750000005 + .0004750000009 \ i & .01000000000 \ i < 7. \\ .015000000029 + .0001999999996 \ i & .01000000000 \ i < 9. \\ .78000000000 - .0006500000000 \ i & .01000000000 \ i < 11. \\ .33999999999 - .0002500000000 \ i & .01000000000 \ i < 13. \\ .11250000000 - .00007500000000 \ i & \text{otherwise} \end{array} \right. \right)$$

$N0 := 100$

$DPs := .000274$

$DFs := .000270$

>

2. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2

АНАЛИЗ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

Цель работы: изучение типичных графиков количественных характеристик законов распределения в зависимости от наработки.

2.1. Экспоненциальный закон распределения

Распределение случайной величины – показателя надежности – может быть задано таблицей, полученной в результате испытаний (смотри, например, таблицу 1.1).

В период нормальной эксплуатации постепенные отказы еще не проявляются, и надежность характеризуется внезапными отказами. Эти отказы вызываются неблагоприятным стечением многих обстоятельств и поэтому имеют постоянную интенсивность, которая не зависит от возраста изделия:

$$\lambda(t) = \lambda = \text{const},$$

где $\lambda = 1/t_{cp}$; t_{cp} – средняя наработка до отказа (тыс. км или часов). Тогда вероятность безотказной работы и вероятность отказа определяется следующими выражениями:

$$P(t) = e^{-\lambda t} \text{ и } F(t) = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Это есть экспоненциальный закон распределения случайной величины. Для него λ является параметром распределения. Экспоненциальный закон – однопараметрический. Плотность вероятности отказа

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}.$$

Остальные характеристики распределения при экспоненциальном законе приведены в таблице А.1, а их графики – в таблице А.2.

Во всех приведенных формулах $e = 2,718$ – основание натуральных логарифмов; λ – интенсивность отказов, $\lambda = 1/t_{cp}$.

Экспоненциальным законом распределения можно аппроксимировать время безотказной работы широкого круга объектов: особо ответственных машин и агрегатов, эксплуатируемых в период после окончания приработки и до существенного проявления постепенных отказов; элементов радиоэлектронной аппаратуры; машин с последовательной заменой отказавших деталей; машин вместе с электро- и гидрооборудованием и системами управления и др.; сложных объектов, состоящих из многих элементов (при этом время безотказной работы каждого элемента может не быть распределено по экспоненциальному закону; нужно только, чтобы отказы одного элемента,

не подчиняющегося этому закону, не доминировали над другими).

Пример 1. Какая часть машин откажет к моменту наработки $t = t_{cp}$, если отказы распределяются по экспоненциальному закону и отказавшие машины не восстанавливаются?

Решение.

$$F(t_{cp}) = 1 - P(t_{cp}) = 1 - e^{-\lambda t} = 1 - e^{-\frac{t}{t_{cp}}} = 1 - e^{-1} = \\ = 1 - 1/e = (e - 1)/e = (2,72 - 1)/2,72 = 0,632.$$

Это означает, что из 1000 машин к моменту наработки t_{cp} могут отказаться 632 шт.

Пример 2. Какова должна быть средняя наработка до отказа, чтобы в течении наработки от 0 до 10 тыс. км вероятность $P(10)$ равнялась 0,95?

Решение. Из формулы $P(t) = e^{-\frac{t}{t_{cp}}}$ следует, что

$$\ln P(t) = -\frac{t}{t_{cp}}. \text{ Отсюда}$$

$$t_{cp} = -t / \ln P(t) = -10 / \ln 0,95 = 195 \text{ тыс. км.}$$

$$\text{При } P(t) = 0,99? \quad t_{cp} = -10 / \ln 0,99 = 1000 \text{ тыс. км.}$$

$$\text{При } P(t) = 0,999? \quad t_{cp} = -10 / \ln 0,999 = 10000 \text{ тыс. км.}$$

Если $\lambda t \leq 0,1$, то формула для вероятности безотказной работы упрощается в результате разложения в ряд и отбрасывания малых членов:

$$P(t) = 1 - \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} - \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \dots \approx 1 - \lambda t.$$

Значения вероятности безотказной работы в зависимости от $\lambda(t) \cdot t \approx t / t_{cp}$:

$\lambda(t)t$	1	0,1	0,01	0,001	0,0001
$P(t)$	0,368	0,9	0,99	0,999	0,9999

Так, при $t / t_{cp} = 1$ $P(t) \approx 0,37$, т.е. 63 % отказов возникает за время $t < t_{cp}$ и только 37 % позднее.

Используя экспоненциальный закон распределения, не сложно определить среднее число изделий n , которые выйдут из строя к заданному моменту времени, и среднее число изделий N_p , которые останутся работоспособными. При $\lambda e \leq 0,1$; $n \approx N\lambda t$; $N_p \approx N(1 - \lambda t)$.

Пример 3. Оценить вероятность $P(t)$ отсутствия внезапных отказов механизма в течение $t = 10000$ ч, если интенсивность отказов составляет $\lambda = 1/t_{cp} = 10^{-8} \text{ ч}^{-1}$.

Решение. Так как $\lambda \cdot t = 10^{-8} \cdot 10^4 = 10^{-4} < 0,1$, то пользуемся приближенной зависимостью

$P(t) = 1 - \lambda t = 1 - 10^{-4} = 0,9999$. Расчет по точной зависимости $P(t) = e^{-\lambda t}$ в пределах четырех знаков после запятой дает точное совпадение.

2.2. Нормальный закон распределения (закон Гаусса)

Нормальное распределение является наиболее универсальным и широко применяемым в практических расчетах для постепенных (износных) отказов.

Расчетные формулы приведены в таблице А.1, а графики – в таблице А.2. Параметрами распределения для нормального закона являются σ и t_{cp} .

Среднее квадратичное отклонение σ представляет собой взятый с положительным знаком квадратный корень из дисперсии, т.е. $\sigma = \sqrt{D}$:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^k t_i^2 n_i - t_{cp}^2}$$

Если $N < 30$, то σ подсчитывают по несколько измененной формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N_0 - 1} \sum_{i=1}^k t_i^2 n_i - \frac{N_0}{N_0 - 1} t_{cp}^2}$$

Кривая плотности симметрична относительно ординаты, проведенной в точке $t = t_{cp}$ (рисунок 2.1).

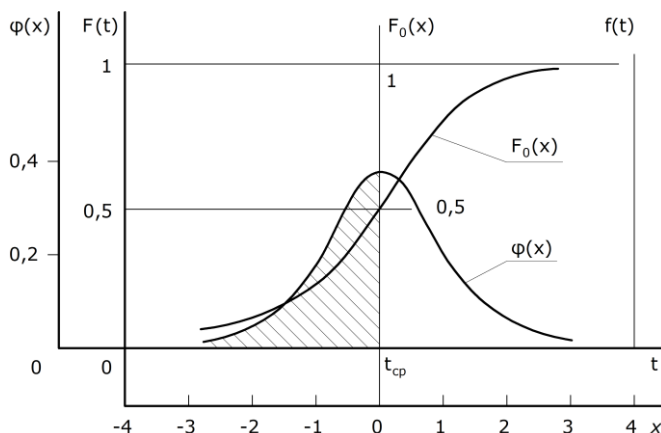


Рисунок 2.1 – Графики функций $F_0(x)$ и $\varphi(x)$ при нормальном законе распределения (кривые $F(t)$ и $F_0(x)$, $f(t)$ и $\varphi(x)$ попарно совпадают и отличаются системой координат)

Расчеты удобно производить, если указанное выражение преобразовать к более простому виду. Это делается таким образом, чтобы начало координат переместить на ось симметрии, т.е. в точку t_{cp} . Нарботку представить в относительных единицах, а именно в частях, пропорциональных среднему квадратичному отклонению. Для этого надо заменить переменную величину другой:

$$x = (t - t_{cp}) / \sigma,$$

а величину среднего квадратичного отклонения положить равной 1, т.е. $\sigma = 1$. Тогда в новых координатах получим так называемую центрированную и нормированную функцию, плотность распределения которой

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Значения этой функции приведены во многих математических справочниках и в таблице А.3. Площадь под кривой $\varphi(x)$ в пределах $-\infty < x < \infty$ равна 1.

Интегральная функция

$$F_0(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

Эта функция также протабулирована и ею удобно пользоваться при расчетах (таблица А.4). Значения функции $F_0(x)$, приводимые в таблице, даются обычно при $x \geq 0$. Если x оказывается отрицательным, то надо воспользоваться формулами:

$$F_0(-x) = 1 - F_0(x); \quad \varphi(-x) = \varphi(x).$$

Обратный переход от центрированной и нормированной функций к исходной делается по формулам:

$$f(t) = \varphi(x) / \sigma = \frac{1}{\sigma} \varphi[(t - t_{cp}) / \sigma],$$

$$F(t) = F_0(x) = F_0[(t - t_{cp}) / \sigma].$$

Пример 4. Из наблюдений за партией двигателей и последующей обработки результатов получены значения $t_{cp} = 200$ тыс. км и $\sigma = 40$ тыс. км. Предполагается, что распределение отказов подчиняется нормальному закону. Определить показатели надежности: вероятность безотказной работы, вероятность отказа, плотность вероятности отказов и интенсивность отказов для следующих наработок: $t_1 = 250$ тыс. км, $t_2 = 100$ тыс. км, $t_3 = 200$ тыс. км.

Решение:

$$1. \quad x = (t_1 - t_{cp}) / \sigma = (250 - 200) / 40 = 1,25.$$

Далее по таблицам А.3 и А.4.

$$F(250) = F_0(1,25) = 0,8944;$$

$$P(250) = 1 - 0,8944 = 0,1056;$$

$$f(250) = \varphi(1,25) / 40 = 0,1826 / 40 = 0,0046;$$

$$\lambda(250) = f(250) / P(250) = 0,0046 / 0,1056 = 0,043.$$

$$2. \quad x = (100 - 200) / 40 = -2,5; F(100) = F_0(-2,5) = \\ = 1 - F_0(2,5) = 1 - 0,9938 = 0,0062;$$

$$P(100) = 1 - F(100) = 1 - 0,0062 = 0,9938;$$

$$f(100) = \varphi(-2,5) / 40 = 0,01753 / 40 = 0,00044;$$

$$\lambda(100) = 0,00044 / 0,9938 = 0,00044.$$

$$3. \quad x = (200 - 200) / 40 = 0; F(200) = F_0(0) = 0,5; \\ P(200) = 0,5;$$

$$f(200) = \varphi(0) / 40 = 0,3989 / 40 = 0,01;$$

$$\lambda(200) = 0,01 / 0,5 = 0,02.$$

Таким образом, можно быстро и просто произвести расчет, если известен закон распределения отказов.

В ряде случаев бывает необходимо решать задачу, обратную приведенным примерам, а именно: по заданной вероятности отказа (или безотказной работы) определить значения соответствующей ей наработки. Пусть задано $F(t) = F(t_p)$. Этой функции соответствует нормированная функция $F_0(x) = F(u_p)$, при этом $t = t_p$ и $x = u_p$. Величина u_p называется квантилем. Применительно к теории надежности квантиль – наработка, при которой будет иметь место заданная вероятность отказа. Значения функции $F_0(u_p)$ и соответствующие ей значения u_p можно найти в таблице А.4. Однако удобнее пользоваться специальной таблицей нормального распределения (таблица А.5).

$$u_p = (t_p - t_{cp}) / \sigma \text{ и } t_p = t_{cp} + u_p \sigma.$$

Индекс p означает «вероятность» и в таблице квантилей задается обычно в пределах $0,5 \leq p \leq 1$. Если $p < 0,5$, то определяют $1 - p$, т.е.

$$u_{1-p} = -u_p \text{ и } t_{1-p} = t_{cp} + u_p \sigma.$$

Пример 5. В условиях примера 4 ($t_{cp} = 200$ тыс. км, $\sigma = 40$ тыс. км) найти наработку t_1, t_2 и t_3 , при которой вероятность отказа:

1) $P_1 = F(t_1) = 0,9$; 2) $P_2 = F(t_2) = 0,006$; 3) $P_3 = F(t_3) = 0,5$.

Решение.

1. Из таблицы А.5 при $F(t_1) = 0,9$, $u_p = 1,282$ (в таблице вероятность 0,9 следует найти в колонке P). Воспользовавшись приведенной выше формулой, получим $t_1 = 200 + 1,282 \times 40 = 251,20$ тыс. км.

2. Для $F(t_2) = 0,006$ в таблице нет соответствующего значения. Найдем $1 - p = 0,99$, $u_{1-p} = -2,512$, $t_2 = 200 - 2,512 \times 40 = 100,5$ тыс. км. В данном случае вместо того, чтобы найти наработку, соответствующую вероятности отказа $F(t_2) = 0,006$, определена наработка, соответствующая безотказной работе $P(t_2) = 0,994$, что одно и то же.

3. Для $F(t_3) = 0,5$, $u_p = 0$, $t_3 = 200$ тыс. км.

2.3. Закон распределения Вейбулла

Закон Вейбулла является весьма гибким и универсальным, охватывает путем варьирования параметров широкий диапазон случаев изменения вероятностей. Используется для оценки надежности деталей

и узлов машин, в частности, автомобилей, подъемно-транспортных и других машин. Расчетные формулы приведены в таблице А.1, а графики – в таблице А.2.

Параметр b оказывает влияние на форму кривых. Он называется параметром формы. Параметр t_0 характеризует растянутость кривых вдоль оси t . Это параметр масштаба.

Если $b=1$, то $P(t) = e^{-\frac{t}{t_0}}$. В этом случае имеет место экспоненциальный закон. Тогда $t_0 = t_{cp}$. При $b = 2,5 \div 3,5$ распределение Вейбулла приближается к нормальному. Этим и объясняется гибкость закона Вейбулла и широкое его применение. Например, отказ, связанный с усталостным разрушением, может быть вызван совместным действием обоих факторов. Наличие закалочной трещины или надреза на поверхности детали, являющихся производственными дефектами, обычно служат причиной усталостного разрушения. Если исходная трещина или надрез достаточно велики, то они сами по себе могут вызвать поломку детали при внезапном приложении значительной нагрузки. Это будет случаем типичного внезапного отказа. Постепенное же развитие усталостной трещины характерно для постепенного отказа.

Пример 6. Путем обработки данных об отказах клинового ремня двигателя установлено, что распределение отказов подчиняется закону Вейбулла с параметрами $t_0 = 100$ тыс. км и $b = 2$. Найти показатели надежности при наработке $t_1 = 40$ тыс. км.

Решение. Используя таблицу А.6, путем расчетов находим:

$$t_1 / t_0 = 40 / 100 = 0,4; P(40) = e^{-(0,4)^2} = 0,852;$$

$$F(40) = 1 - 0,852 = 0,148;$$

$$f(40) = \frac{2}{100} \left(\frac{40}{100} \right)^{2-1} e^{-(0,4)^2} = 0,00682;$$

$$t_{cp} = 100 \Gamma(1 + 1/2) = 100 \Gamma \times (1,5) = 100 \times 0,886 = 88,6 \text{ тыс. км};$$

$$D = t_0^2 \left\{ \Gamma(1 + 2/2) - [\Gamma(1 + 1/2)]^2 \right\} = 100^2 (1 - 0,886^2) = 100^2 \times (1 - 0,785) = 2150 \text{ тыс. км}^2;$$

$$\sigma = \sqrt{2150} = 46,4 \text{ тыс. км};$$

$$\nu = \sigma / t_{cp} = 46,4 / 88,6 = 0,52;$$

$$\lambda(t) = f(t) / P(t) = 0,00682 / 0,852 = 0,008.$$

Гамма-функция для любого значения x вычисляется по формуле $\Gamma(x) = (x-1) \cdot \Gamma(x-1)$ и с помощью таблицы А.6.

Пример. Найти $\Gamma(3,7)$ – число, которого нет в таблице.

Решение. $\Gamma(3,7) = (3,7 - 1) \times \Gamma(3,7 - 1) = 2,7 \times \Gamma(2,7)$;

$$\Gamma(2,7) = (2,7 - 1) \times \Gamma(2,7 - 1) = 1,7 \times \Gamma(1,7).$$

Далее по таблице

$$\Gamma(1,7) = 0,9086; \quad \Gamma(2,7) = 1,7 \times 0,9086 = 1,5446;$$

$$\Gamma(3,7) = 2,7 \times 1,5446 = 4,1704.$$

2.4. Последовательность выполнения работы

По заданному преподавателем варианту из таблицы А.7 найти показатели надежности при различных законах распределения отказов, используя справочные данные таблиц А. 2.1 – 2.6.

2.5. Пример алгоритмизации решения с помощью математического пакета MAPLE

2.5.1. Занятие №2-1

>

Pz_2-1.mws

Дисциплина: Надежность автотранспортных средств

Тема занятия: Изучение типичных характеристик законов распределения

Цель занятия: Экспоненциальный закон распределения

Ст. гр. АВ-51з Фамилия И.О.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Основные законы распределения:

1. Экспоненциальный закон (exponential distribution)
2. Нормальный закон (normal distribution)
3. Закон Вейбулла (Weibull distribution)
4. Равномерный (uniform distribution)

Основные характеристики (перечень)

$f(t)$ - плотность вероятности отказа,

$P(t)$ - вероятность безотказной работы,

$F(t)=1-P(t)$ - вероятность отказа,

$L(t)$ - интенсивность отказов,

t_c - средняя наработка до отказа,

$D(t)$ - дисперсия.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕШАЕМЫХ ЗАДАЧ

При известной интенсивности потока отказов $L(t)$ и других параметрах каждого из перечисленных законов:

- вычислить $P(t)$ при заданных t и t_c ,
- вычислить $F(t)$ при заданных t и t_c ,
- найти t_c при заданных t и $P(t)$,
- найти t_c при заданных t и $F(t)$,
- вычисление $P(t) \cdot N$ при заданных t и t_c ,
- вычисление $F(t) \cdot N$ при заданных t и t_c .

1. Экспоненциальный закон применяется при аппроксимации времени безотказной работы после окончания приработки (обкатки) технических устройств с последовательной заменой отказавших узлов (деталей). При этом

время безотказной работы каждого элемента может не быть распределено по экспоненциальному закону.

Представление основных характеристик

$$f(t) := Le^{(-Lt)}, \quad P(t) := e^{(-Lt)}, \quad F(t) := 1 - e^{(-Lt)},$$

$$L(t) := \frac{1}{tc}, \quad D(t) := tc^2.$$

2.5.2. Описание блок-схемы решения задачи

1. Ввести описание библиотек статистической обработки и построения графиков

restart: # команда очистки памяти

with(stats): # пакет программ статистики

Ввести данные для задания варианта

№ - номер зачетной книжки, N - порядковый номер в списке группы

Опции графиков

F_options:=thickness=3,legend="F(t)";

P_options:=color=blue,thickness=3,linestyle=4,legend="P(t)";

FP_options:=linestyle=4,legend="P(t)+F(t)";

L_options:=thickness=3,linestyle=4,legend="L(t)";

f_options:=thickness=3,legend="f(t)";

1.1. Описание характеристик

f(t):=L*exp(-L*t);

P(t):=exp(-L*t);

F(t):=1-P(t);

L(t):=1/tc;

#tc:=1/L;

$D(t) := tc^2;$

1.2. Построение характеристик $F(t)$ и $P(t)$

$tc := 125;$

$ta := 0;$

$tb := tc * 5;$

$L := 1/tc;$

$t_Interval := t = ta..tb;$

$G_ := plot(F(t), t_Interval, F_options);$

$Gp := plot(P(t), t_Interval, P_options);$

$G1 := plot(1, t_Interval, FP_options);$

$plots[display]({G_, Gp, G1});$

1.3. Характеристика плотности вероятности отказа $f(t)$

$Gf := plot(f(t), t_Interval, f_options);$

$GL := plot(L(t), t_Interval, L_options);$

$plots[display]({Gf, GL});$

1.4. Численные значения параметров

$t := 45 + N;$

$tc := 125;$

$L := evalf(1/tc, 3);$

$P(t) := evalf(\exp(-L * t), 3);$

$F(t) := evalf(1 - P(t), 3);$

$f(t) := evalf(L * \exp(-L * t), 3);$

$D(t) := tc^2;$

1.5. Пример 1

При обработке данных об отказах клинового ремня двигателя установлено, что распределение отказов подчиняется экспоненциальному закону с параметрами $tc = 100$ тыс.км. Найти показатели надежности при наработке

$t1 = 40$ тыс.км.

Решение

$tc:=100:t1:=40:$

$L:=\text{evalf}(1/tc,3);$

$P1:=\text{evalf}(\exp(-L*t1),3);$

1.6. Пример 2

В условиях примера 1 ($tc = 100$ тыс.км) найти наработку $t1$, при которой вероятность безотказной работы будет $P(t1) = 0,8$.

Решение

$\text{unassign}('t1');$

$P1:=\text{evalf}(\exp(-(L*t1)),3)=.8;$

$t1:=\text{evalf}(\text{solve}(P1,t1));$

1.7. Пример 3

В условиях примера 1 ($tc = 100$ тыс.км) найти наработку $t1$, при которой вероятность отказа будет $F(t1) = 0,2$.

Решение

$\text{unassign}('t1');$

$F1:=\text{evalf}(1-\exp(-(L*t1)),3)=.2;$

$t1:=\text{evalf}(\text{solve}(F1,t1));$

2.5.3. Алгоритмическое описание задачи

> #1.Описание библиотек и данные для задания варианта

restart:

with(stats):

№:=040876: Номер зачетной книжки

```
randomize (N°) ;
```

```
N:=16: Порядковый номер в списке группы
```

```
40876
```

```
> Options
```

```
F_options:=thickness=3, legend="F(t) ":
```

```
P_options:=color=blue, thickness=3,
```

```
linestyle=4, legend="P(t) ":
```

```
FP_options:=linestyle=4,
```

```
legend="P(t)+F(t) ":
```

```
L_options:=thickness=3,
```

```
linestyle=4, legend="L(t) ":
```

```
f_options:=thickness=3, legend="f(t) ":
```

```
> 1.1. Описание характеристик
```

```
f(t):=L*exp(-L*t) ;
```

```
P(t):=exp(-L*t) ;
```

```
F(t):=1-P(t) ;
```

```
L(t):=1/tc ;
```

```
#tc:=1/L ;
```

```
D(t):=tc^2 ;
```

$$f(t) := L e^{(-L t)}$$

$$P(t) := e^{(-L t)}$$

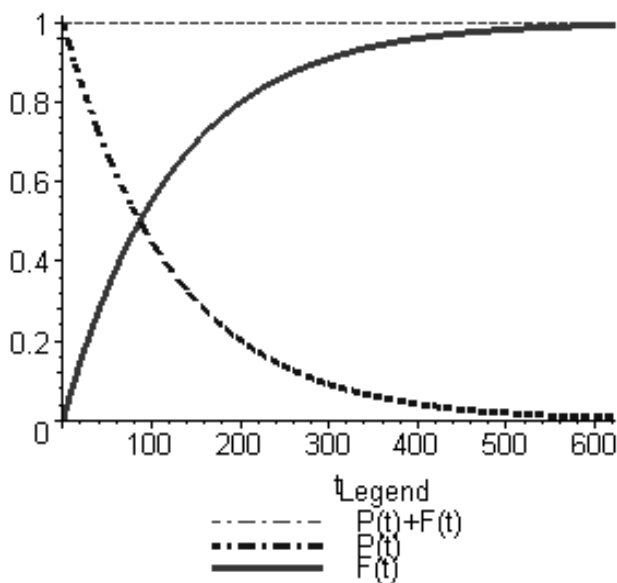
$$F(t) := 1 - e^{(-L t)}$$

$$L(t) := \frac{1}{tc}$$

$$D(t) := tc^2$$

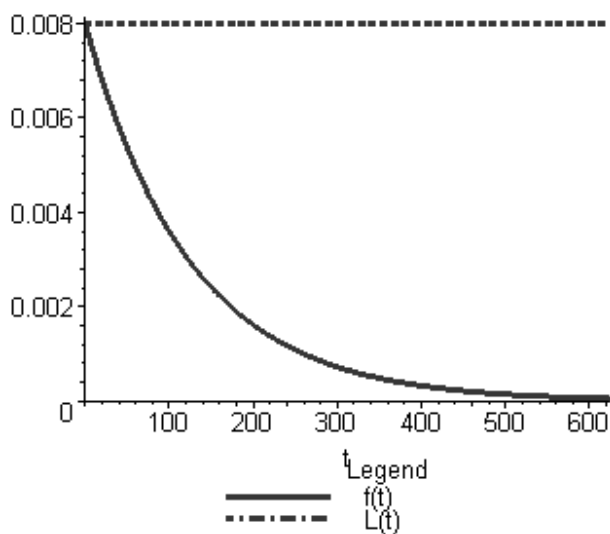
> 1.2. Построение характеристик $F(t)$ и $P(t)$

```
tc:=125: ta:=0:tb:=tc*5:L:=1/tc:
t_Interval:=t=ta..tb:
G_:=plot(F(t), t_Interval, F_options):
Gp:=plot(P(t), t_Interval, P_options):
G1:=plot(1, t_Interval, FP_options):
plots[display]({G_,Gp,G1});
```



> 1.3. Характеристика плотности вероятности отказа $f(t)$

```
Gf:=plot(f(t), t_Interval, f_options):
GL:=plot(L(t), t_Interval, L_options):
plots[display]({Gf,GL});
```



> 1.4. Численные значения параметров

$t := 45 + N;$

$t_c := 125;$

$L := \text{evalf}(1/t_c, 3);$

$P(t) := \text{evalf}(\exp(-L*t), 3);$

$F(t) := \text{evalf}(1 - P(t), 3);$

$f(t) := \text{evalf}(L * \exp(-L*t), 3);$

$D(t) := t_c^2;$

$t := 61$

$L := .00800$

$P(61) := .614$

$F(61) := .386$

$f(61) := .00491$

$D(61) := 15625$

> 1.5. Пример 2.1

При обработке данных об отказах клинового ремня двигателя установлено, что распределение отказов подчиняется экспоненциальному закону с параметрами $t_c = 100$ тыс.км. Найти показатели надежности при наработке $t_1 = 40$ тыс.км.

Решение 2.1

```
tc:=100:t1:=40:
L:=evalf(1/tc,3);
P1:=evalf(exp(-L*t1),3);
      L := .0100
      P1 := .670
```

> 1.6. Пример 2.2

В условиях примера 1 ($t_c = 100$ тыс.км) найти наработку t_1 , при которой вероятность безотказной работы будет $P(t_1) = 0,8$.

Решение 2.2

```
unassign('t1'):
P1:=evalf(exp(-(L*t1)),3)=.8;
t1:=evalf(solve(P1,t1));
      P1 := e(-0.0100 t1) = .8
      t1 := 22.31435513
```

> 1.7. Пример 2.3

В условиях примера 1 ($t_c = 100$ тыс.км) найти наработку t_1 , при которой вероятность отказа будет $F(t_1) = 0,2$.

Решение 2.3

```
unassign('t1'):
F1:=evalf(1-exp(-(L*t1)),3)=.2;
t1:=evalf(solve(F1,t1));
      
$$F1 := 1. - 1. e^{(-.0100\ t1)} = .2$$

      
$$t1 := 22.31435513$$

```

>

2.5.4. Занятие №2-2

>

Pz_2-2.mws

Дисциплина: Надежность автотранспортных средств

Тема занятия: Изучение типичных характеристик законов распределения

Цель занятия: Нормальный закон распределения

Ст. гр. АВ-51з Фамилия И.О.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Основные законы распределения

1. Экспоненциальный закон (exponential distribution)
2. Нормальный закон (normal distribution)
3. Закон Вейбулла (Weibull distribution)
4. Равномерный (uniform distribution)

ПЕРЕЧЕНЬ РЕШАЕМЫХ ЗАДАЧ

При известной интенсивности потока отказов $L(t)$ и других параметрах каждого из перечисленных законов:

- вычислить $P(t)$ при заданных t и t_c ,

- вычислить $F(t)$ при заданных t и t_c ,
- найти t_c при заданных t и $P(t)$,
- найти t_c при заданных t и $F(t)$,
- вычисление $P(t) \cdot N$ при заданных t и t_c ,
- вычисление $F(t) \cdot N$ при заданных t и t_c .

2. Нормальный закон применяется для практических расчетов при постепенных (вследствии износов) отказов.

Представление основных характеристик

$$P(t) := \int_{t_0}^{\infty} f(t) dt \quad \text{- вероятность безотказной работы,}$$

$$F(t) := \int_{-\infty}^{t_0} f(t) dt \quad \text{- вероятность отказа,}$$

$$f(t) := A e^{\left(-\frac{1(t-t_c)^2}{2s^2}\right)} \quad \text{- плотность вероятности отказа,}$$

$$L(t) := \frac{A e^{\left(-\frac{1(t-t_c)^2}{2s^2}\right)}}{\int_{t_0}^{\infty} f(t) dt}, \quad \text{где} \quad A := \frac{1}{2s\pi} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)} \quad \text{- интен-}$$

сивность отказов.

Параметры нормального закона распределения

t_c - средняя наработка до отказа (математическое ожидание),

$$D(t) := s^2 \quad \text{- дисперсия.}$$

2.5.5. Описание блок-схемы решения задачи

1. Ввести описание библиотек статистической обработки и построения графиков

restart: # команда очистки памяти

with(stats): # пакет программ статистики

Ввести данные для задания варианта

№ - номер зачетной книжки, N - порядковый номер в списке группы

2. Описание опций

F_options := thickness=3,legend="F(t)";

P_options := color=blue,thickness=3,

linestyle=4,legend="P(t)";

FP_options := linestyle=4,legend="P(t)+F(t)";

L_options := thickness=3,linestyle=4,legend="L(t)";

f_options := thickness=3,legend="f(t)";

A_options := linestyle=2,legend="t=tc";

Am_options := style=point,symbolsize=20,legend="Am";

3. Описание характеристик

$P(t) := \int(f(t), t=t0..infinity);$

$F(t) := \int(f(t), t=-infinity..t0);$

$f(t) := A * \exp(-(t-tc)^2/s^2/2/2);$

$A := 1/s/\sqrt{2*\pi};$

$L(t) := f(t)/P(t);$

$D(t) := s^2;$

4. Построение характеристик $F(t)$ и $P(t)$

```
tc:=125: s:=30:
t0_Interval:=t0=tc/5..tc*2:
GF_:=plot(F(t), t0_Interval, F_options):
GP_:=plot(P(t), t0_Interval, P_options):
G1:=plot(P(t)+F(t),t0_Interval, FP_options):
plots[display]({GF_,GP_,G1});
```

5. Характеристика плотности вероятности отказа $f(t)$

```
f_Interval:=t=tc/5..tc*2:
A_Interval:=J=0..A:
Am_Interval:=t=tc/1.01..tc*1.01:
Gf:=plot(f(t), f_Interval, f_options):
GA:=plot([tc,J, A_Interval], A_options):
Gm:=plot([t,A, Am_Interval], Am_options):
plots[display]({Gf,GA,Gm});
```

6. График интенсивности отказов $L(t)$

```
L_Interval:=t0=tc/5..tc*2:
GL:=plot(subs(t=t0,f(t))/P(t), L_Interval, L_options):
plots[display]({GL});
```

7. Численные значения параметров

```
t0:=50+N;
tc:=125:
s:=30:
A:=evalf(1/s/sqrt(2*Pi),3);
P(t0):=evalf(int(A*exp(-(t-tc)^2/s^2/2),t= t0..infinity),3);
```

```

F(t0):=evalf(int(A*exp(-(t-tc)^2/s^2/2),t=-infinity..t0),3);
f(t0):=evalf(A*exp(-(t0-tc)^2/s^2/2),3);
L(t0):=evalf(f(t0)/P(t0),3);
D(t0):=s^2;

```

8. Пример 3.1

После обработки результатов наблюдений за партией двигателей получены значения $t_c = 200$ тыс.км и $s = 40$ тыс.км. Распределение отказов подчиняется нормальному закону. Определить показатели надежности:

- вероятность безотказной работы $P(t_1)$,
- вероятность отказа $F(t_1)$,
- плотность вероятности отказов $f(t_1)$,
- интенсивность отказов $L(t_1)$ для наработки $t_1 = 250$

тыс.км.

9. Решение 3.1.

$t_c := 200$: тыс.км

$s := 40$: тыс.км

$t_1 := 250$: тыс.км

$A := 1/s/\sqrt{2*\pi}$:

$P(t_1) := \text{evalf}(\text{int}(A*\exp(-(t-tc)^2/s^2/2), t = t_1..infinity), 3);$

$F(t_1) := \text{evalf}(\text{int}(A*\exp(-(t-tc)^2/s^2/2), t = -infinity..t_1), 3);$

$f(t_1) := \text{evalf}(A*\exp(-(t_1-tc)^2/s^2/2), 3);$

$L(t_1) := \text{evalf}(f(t_1)/P(t_1), 3);$

10. Пример 3.2

В условиях примера 3.1. ($t_c = 200$ тыс.км и $s = 40$ тыс.км.) найти наработку t_1 , при которой вероятность отказа будет $F(t_1) = 0,9$.

11. Решение 3.2

```
unassign('t1');
```

```
F1:=int(A*exp(-(t-tc)^2/s^2/2),t=-infinity..t1)=0.9:
```

```
t1:=solve(F1,t1);
```

12. Пример 3.3

В условиях примера 5 ($t_c = 200$ тыс.км и $s = 40$ тыс.км.) найти наработку t_1 , при которой вероятность безотказной работы будет $P(t_1) = 0,1$.

13. Решение 3.3

```
unassign('t1');
```

```
P1:=int(A*exp(-(t-tc)^2/s^2/2),t=t1..infinity)=0.1:
```

```
t1:=solve(P1,t1)
```

2.5.6. Алгоритмическое описание задачи

```
> #1.Описание библиотек и данные для задания варианта
```

```
restart:
```

```
with(stats):
```

```
№:=040876: Номер зачетной книжки
```

```
randomize(№);
```

```
N:=16: Порядковый номер в списке группы
```

40876

> 2. Options

```

F_options:=thickness=3,legend="F(t)":
P_options:=color=blue,thickness=3,
linestyle=4,legend="P(t)":
FP_options:=linestyle=4,
legend="P(t)+F(t)":
L_options:=thickness=3,
linestyle=4,legend="L(t)":
f_options:=thickness=3,legend="f(t)":
A_options:=linestyle=2,legend="t=tc":
Am_options:=style=point,symbolsize=20,
legend="Am":

```

> 3. Описание характеристик

```

P(t):=int(f(t),t=t0..infinity);
F(t):=int(f(t),t=-infinity..t0);
f(t):=A*exp(-(t-tc)^2/s^2/2);
A:=1/s/sqrt(2*Pi);
L(t):=f(t)/P(t);
D(t):=s^2;

```

$$P(t) := \int_{t_0}^{\infty} f(t) dt$$

$$F(t) := \int_{-\infty}^{t_0} f(t) dt$$

$$f(t) := A e^{\left(-\frac{1}{2} \frac{(t-tc)^2}{s^2}\right)}$$

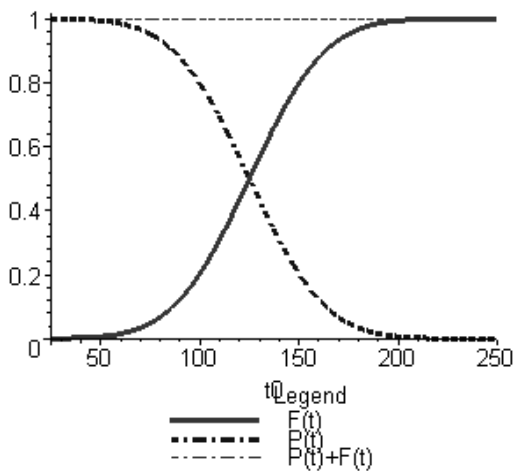
$$A := \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{s \sqrt{\pi}}$$

$$L(t) := \frac{A e^{\left(-1/2 \frac{(t-tc)^2}{s^2}\right)}}{\int_{t0}^{\infty} f(t) dt}$$

$$D(t) := s^2$$

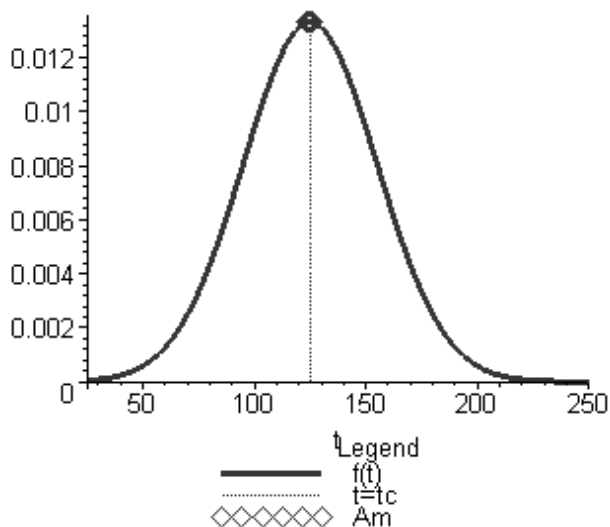
> 4. Построение характеристик $F(t)$ и $P(t)$

```
tc:=125: s:=30:
t0_Interval:=t0=tc/5..tc*2:
GF_:=plot(F(t), t0_Interval, F_options):
GP_:=plot(P(t), t0_Interval, P_options):
G1:=plot(P(t)+F(t), t0_Interval,
FP_options):
plots[display]({GF_, GP_, G1});
```



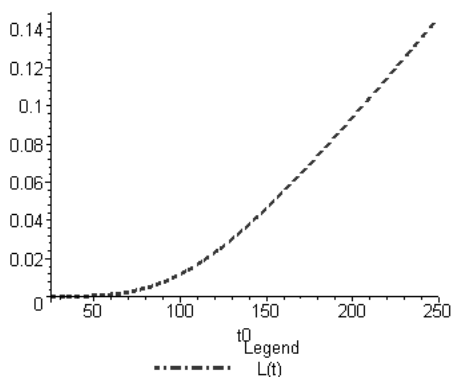
> 5. Характеристика плотности вероятности отказа $f(t)$

```
f_Interval:=t=tc/5..tc*2:
A_Interval:=J=0..A:
Am_Interval:=t=tc/1.01..tc*1.01:
Gf:=plot(f(t), f_Interval, f_options):
GA:=plot([tc,J, A_Interval], A_options):
Gm:=plot([t,A, Am_Interval], Am_options):
plots[display]({Gf,GA,Gm});
```



> 6. График интенсивности отказов $L(t)$

```
L_Interval:=t0=tc/5..tc*2:
GL:=plot(subs(t=t0,f(t))/P(t), L_Interval,
L_options):
plots[display]({GL});
```



> 7. Численные значения параметров

```
t0:=50+N;
```

```
tc:=125:
```

```
s:=30:
```

```
A:=evalf(1/s/sqrt(2*Pi),3);
```

```
P(t0):=evalf(int(A*exp(-(t-tc)^2/s^2/2),  
t= t0..infinity),3);
```

```
F(t0):=evalf(int(A*exp(-(t-  
tc)^2/s^2/2),t=-infinity..t0),3);
```

```
f(t0):=evalf(A*exp(-(t0-tc)^2/s^2/2),3);
```

```
L(t0):=evalf(f(t0)/P(t0),3);
```

```
D(t0):=s^2;
```

```
t0 := 66
```

```
A := .0133
```

```
P(66) := .974
```

```
F(66) := .026
```

```
f(66) := .00193
```

```
L(66) := .00198
```

```
D(66) := 900
```

> 8. Пример 3.1

После обработки результатов наблюдений за партией двигателей получены значения $t_c = 200 + N$ тыс. км и $s = 40$ тыс.км. Распределение отказов подчиняется нормальному закону. Определить показатели надежности:

- вероятность безотказной работы $P(t_1)$,
- вероятность отказа $F(t_1)$,
- плотность вероятности отказов $f(t_1)$,
- интенсивность отказов $L(t_1)$ для наработки $t_1 = 250$

тыс.км.

> 9. Решение 3.1

$t_c := 200 + N$: тыс.км

$s := 40$: тыс.км

$t_1 := 250$: тыс.км

$A := 1/s/\sqrt{2 \cdot \pi}$:

$P(t_1) := \text{evalf}(\text{int}(A \cdot \exp(-(t - t_c)^2/s^2/2),$
 $t = t_1..infinity), 3);$

$F(t_1) := \text{evalf}(\text{int}(A \cdot \exp(-(t - t_c)^2/s^2/2),$
 $t = -infinity..t_1), 3);$

$f(t_1) := \text{evalf}(A \cdot \exp(-(t_1 - t_c)^2/s^2/2), 3);$

$L(t_1) := \text{evalf}(f(t_1)/P(t_1), 3);$

$P(250) := .198$

$F(250) := .802$

$f(250) := .00695$

$L(250) := .0351$

> 10. Пример 3.2

В условиях примера 3.1. ($t_c = 200 + N$ тыс.км и $s = 40$ тыс.км.) найти наработку t_1 , при которой вероятность отказа будет $F(t_1) = 0,9$.

> 11. Решение 3.2

```
unassign('t1'):
F1:=int(A*exp(-(t-tc)^2/s^2/2),t=-
infinity..t1)=0.9:
t1:=solve(F1,t1);
      t1 := 267.2620626
```

> 12. Пример 3.3

В условиях примера 5 ($t_c = 200 + N$ тыс.км и $s = 40$ тыс.км.) найти наработку t_1 , при которой вероятность безотказной работы будет $P(t_1) = 0,1$.

> 13. Решение 3.3

```
unassign('t1'):
P1:=int(A*exp(-(t-
tc)^2/s^2/2),t=t1..infinity)=0.1:
t1:=solve(P1,t1);
      t1 := 267.2620626
```

>

> restart:

tim:=time();

tim := .280

2.5.7. Занятие №2-3

R-2_3.mws

Дисциплина: Надежность автотранспортных средств

Тема занятия: Распределение Вейбулла

Цель занятия: Решение обратной задачи

Ст. гр. АВ-51з Фамилия И.О.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Закон Вейбулла используется для оценки надежности деталей и узлов машин (автомобилей, подъемно-транспортных и других машин) на начальном этапе эксплуатации (обкатке) и характеризуется двумя параметрами: b - параметр формы, оказывает влияние на форму кривых и t_0 - параметр масштаба, характеризует растянутость кривых по оси t .

Параметры закона Вейбулла

b - параметр формы,

t_0 - параметр масштаба.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕШАЕМЫХ ЗАДАЧ

При известных параметрах распределения (t_0 и b):

- вычислить $P(t)$ при заданных b , t и t_0 ,
- вычислить $F(t)$ при заданных b , t и t_0 ,
- найти t при заданных b , t_0 и $P(t)$,
- найти t при заданных b , t_0 и $F(t)$.

АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

> 1. Описание библиотек и варианта

with(stats):

№:=040876: Номер зачетной книжки

randomize(№);

N:=30: Порядковый номер в списке группы

40876

> 2. Описание характеристик

$P(t) := \exp(-(t/t_0)^b)$; # Вероятность безотказной работы

$F(t) := 1 - P(t)$; # Вероятность отказа

$L(t) := (b/t_0) * (t/t_0)^{(b-1)}$; # Интенсивность отказов

$t_c := t_0 * \Gamma(1 + 1/b)$; # Средняя наработка до отказа

$f(t) := L(t) * P(t)$; # Плотность вероятности отказа

$M_w := \int_{t=-\infty}^{\infty} t * f(t) dt$; # Математическое ожидание

$M_w := \text{simplify}(M_w, \text{symbolic})$; # Математическое ожидание

$D_w := \text{simplify}(t_0^2 * \Gamma(1 + 2/b) -$

$t_c^2, \text{size})$; # Дисперсия

$$P(t) := e^{\left(-\left(\frac{t}{t_0}\right)^b\right)}$$

$$F(t) := 1 - e^{\left(-\left(\frac{t}{t_0}\right)^b\right)}$$

$$L(t) := \frac{b \left(\frac{t}{t0} \right)^{(b-1)}}{t0}$$

$$tc := t0 \Gamma \left(1 + \frac{1}{b} \right)$$

$$f(t) := \frac{b \left(\frac{t}{t0} \right)^{(b-1)} e^{-\left(\frac{t}{t0} \right)^b}}{t0}$$

$$Mw := 0$$

$$Dw := -t0^2 \left(-\Gamma \left(1 + \frac{2}{b} \right) + \Gamma \left(1 + \frac{1}{b} \right)^2 \right)$$

> 3. Процедура вычисления гамма-функции (формула Стирлинга)

```
Gam:=proc(z) local x,a,m:
a[0]:=1:a[1]:=-.5748646:a[2]:=.9512363:
# Коэффициенты аппроксимирующего полинома
a[3]:=-.6998588:a[4]:=.4245549:
a[5]:=-.1010678:
x:=frac(z): # Отделение дробной части
m:=seq(i,i=1..trunc(z)-1): # Формирование
арифметической прогрессии
mul(z-i,i=m)*add(a[i]*x^i,i=0..5);# Реали-
зация процедуры вычисления Гамма-функции
end:
```

> 4. Значения параметров

```

t0:=100:
b:=evalf[2] (1+ln(N+1));
tc:=evalf[5] (t0*Gam(1+1/b));
Dw:=evalf[5] (t0^2*Gam(1+2/b)-tc^2);

```

$$b := 4.4$$

$$tc := 91.133$$

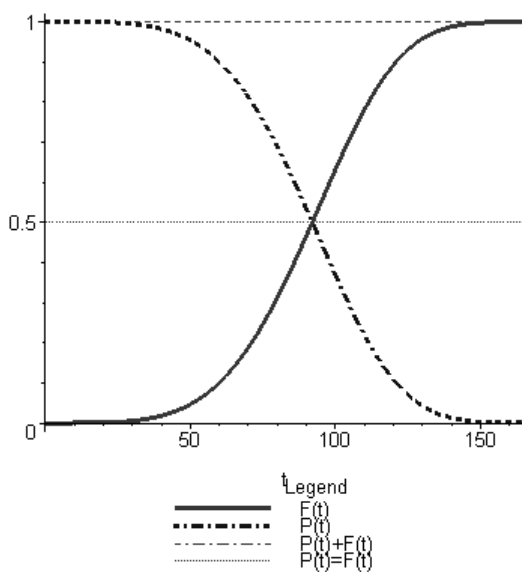
$$Dw := 551.6$$

> 5. Характеристики $F(t)$ и $P(t)$

```

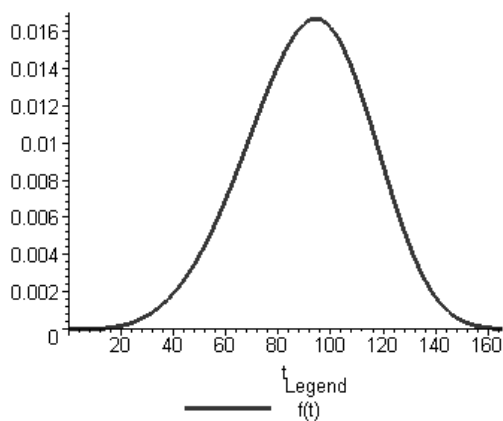
ta:=0:
tb:=solve(P(t)=10^(-4),t):
GF_:=plot(F(t), t=ta..tb,
thickness=3,legend="F(t)"):
GP_:=plot(P(t), t=ta..tb,
coor=blue,thickness=3,linestyle=4,legend="
P(t)"):
G1:=plot(P(t)+F(t), t=ta..tb,
linestyle=4,legend="P(t)+F(t)"):
Gc:=plot(.5,t=ta..tb,linestyle=2,legend="
P(t)=F(t)", tickmarks=[4,3]):
plots[display](GF_,GP_,G1,Gc);

```



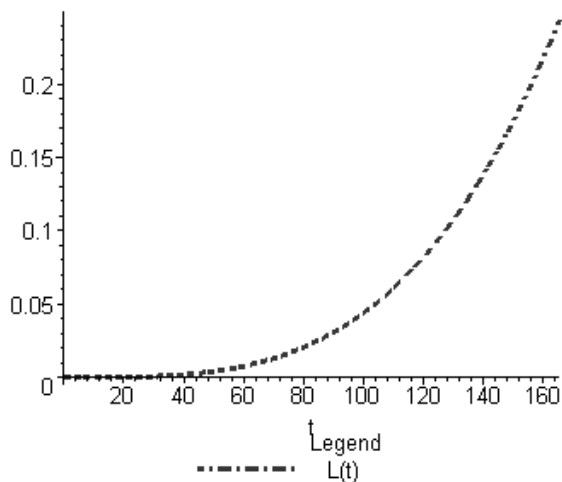
> 6. Характеристика плотности вероятности отказов $f(t)$

```
Gf:=plot(f(t), t=ta..tb,
thickness=3, legend="f(t)");
plots[display]({Gf});
```



> 7. Характеристика интенсивности отказов $L(t)$

```
GL:=plot(L(t), t=ta..tb,
thickness=3, linestyle=4, legend="L(t)"):
plots[display]({GL});
```



> 8. Процедура вычисления корня

```
Root:=proc(Fun) local i,q:
global R,t:
R:=solve(Fun,t); # Множество корней урав-
нения
q:=nops([R]); # Число корней уравнения
for i to q do
if Im(R[i])=0 and R[i]>0 then t:=R[i] fi:
# Выбор положительного вещественного корня
evalf[3](t) # Округление результата до
нужного числа знаков
od end;
```

> 9. Пример 1

При обработке данных об отказах клинового ремня двигателя установлено, что распределение отказов подчиняется закону Вейбулла с параметрами t_0 тыс.км и b .

Найти показатели надежности при наработке t тыс.км

Решение

```
t:=50+N;
L:=evalf((b/t0)*(t/t0)^(b-1),3);
P:=evalf(exp(-(t/t0)^b),3);
F:=1-P(t);
f:=evalf(L(t)*P(t),3);
Gt:=plot([t,J,J=0..1],linestyle=2,
legend="t");
Gp:=plot(P,u=0..t,linestyle=2,legend="P");
Gf:=plot(F,u=0..t,linestyle=2,legend="F");
plots[display](GF_,GP_,G1,Gp,Gf,Gt);
```

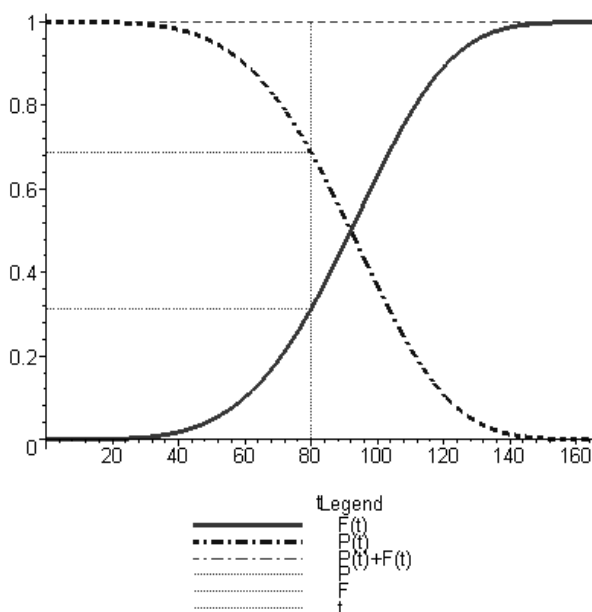
$$t := 80$$

$$L := .0206$$

$$P := .687$$

$$F := .313$$

$$f := .0142$$



> 10. Пример 2

В условиях примера 1 найти наработку t , при которой вероятность безотказной работы будет P .

Решение

$t := 't':$

$\text{Fun} := \text{evalf}(\exp(-(t/t_0)^b)) = P:$

$t := \text{Root}(\text{Fun});$

$t := 80.0$

> 11. Пример 3

В условиях примера 1 найти наработку t , при которой вероятность отказа будет F .

Решение

$t := 't':$

```
Fun:=evalf(1-exp(-(t/t0)^b))=F:
```

```
t:=Root(Fun);
```

```
t := 80.0
```

```
> Время вычислений
```

```
tim:=time()-tim;
```

```
tim:=tim/60;
```

```
tim := 6.961
```

```
tim := .1160166667
```

```
>
```

```
> restart:
```

```
with(stats[statplots]):
```

```
with(plottools):
```

```
Warning, the name transform has been redefined
```

2.5.8. Занятие №2-4

Pr_2-4.mws

Дисциплина: Надежность автотранспортных средств

Тема занятия: Аппроксимация статистических данных

Цель занятия: Реализация нормального распределения методом Ляпунова

> №:=040870: Номер зачетной книжки

```
randomize(№);
```

N:=16: Порядковый номер в списке группы

```
40870
```

> Функции нормального распределения

```
Ln:=fn/Pn; # Интенсивность потока отказов
```

```

Pn:= Int(fn,t=tm..infinity); # Функция
вероятности безотказной работы
Fn:=Int(fn,t=-infinity..tm); # Функция ве-
роятности наступления отказа
fn:=A*exp(-(t-tn)^2/Dn/2); # Функция плот-
ности вероятности
A:=normal(1/sqrt(2*Pi*Dn));

```

$$Ln := \frac{fn}{Pn}$$

$$Pn := \int_{tm}^{\infty} fn \, dt$$

$$Fn := \int_{-\infty}^{tm} fn \, dt$$

$$fn := A e^{\left(-1/2 \frac{(t - tn)^2}{Dn}\right)}$$

$$A := \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi Dn}}$$

> Исходные данные

N0:=100: Объем выборки

k:=round(1+3.3*log10(N0)); Число классов (формула Штюргеса)

h: Ширина класса, тыс. км

F:=array(0..k+1): Массив значений функции оценки вероятности наступления отказа

P:=array(0..k+1): Массив значений функции оценки вероятности безотказной работы

$R := \text{array}(0..k+1)$: Массив значений правой границы интервалов наработки

$n[i]$: Число отказов в i -м интервале (вес) (распределение отказов по классам $i = 1..k$)

$S[j]$: Межремонтный пробег j -го автомобиля
($j = 1..N_0$)

$k := 8$

> Требуемые параметры нормального распределения

$Dn := 200$: # Дисперсия

$s := \text{evalf}(\sqrt{Dn})$; # Стандартное отклонение

$tn := 50 + N$: # Математическое ожидание

$s := 14.14213562$

> Параметры равномерного распределения

$m := \text{evalf}(tn^2 / (3 * Dn))$:

$q := \text{round}(m + .5)$; # Число слагаемых

$a := \text{evalf}(tn/q - \sqrt{3 * Dn/q})$; # Нижняя граница интервала распределения

if $a < 0$ then $a := 0$ fi ; # Коррекция нижней границы

$b := \text{evalf}(\sqrt{3 * Dn/q} + tn/q)$; # Верхняя граница интервала распределения

$d := b - a$; # Диапазон распределения

$Dm := \text{evalf}(tn^2/q/3)$; # Ожидаемая дисперсия

$q := 8$

$a := -.410254040$

$a := 0$

$b := 16.91025404$

$$d := 16.91025404$$

$$Dm := 181.5000000$$

> Модель нормально распределенных случайных величин
(Метод Ляпунова)

```
for i to N0 do
  x:=stats[random,uniform](q); # Множество q
  равномерно распределенных СВ
  xi:=stats[random,uniform](1);
  S[i]:=evalf(sum('a+d*x[j]', 'j'=1..q), 3)
  # Элемент массива нормально распределенной
  СВ
  #S[i]:=solve(int(fn,t=-infinity..y)=xi);
  # Процедура обратного преобразования
od:
seq(S||j=S[j], j=1..N0); # Множество нор-
мально распределенных СВ
```

S1 = 83.4, S2 = 76.9, S3 = 79.0, S4 = 65.2, S5 = 84.9, S6 = 100., S7 = 72.3, S8 = 54.9,
S9 = 80.9, S10 = 60.9, S11 = 82.7, S12 = 93.8, S13 = 46.3, S14 = 77.9, S15 = 58.5,
S16 = 83.8, S17 = 86.7, S18 = 49.9, S19 = 75.5, S20 = 71.5, S21 = 71.8, S22 = 66.0,
S23 = 72.8, S24 = 65.6, S25 = 89.5, S26 = 66.4, S27 = 82.9, S28 = 68.1, S29 = 84.0,
S30 = 65.7, S31 = 63.6, S32 = 69.6, S33 = 97.1, S34 = 77.0, S35 = 90.8, S36 = 56.5,

S37 = 63.3, S38 = 66.4, S39 = 66.3, S40 = 63.6, S41 = 66.9, S42 = 51.3, S43 = 65.7,
S44 = 71.2, S45 = 78.6, S46 = 61.2, S47 = 100., S48 = 69.5, S49 = 61.8, S50 = 86.7,
S51 = 85.5, S52 = 67.4, S53 = 76.1, S54 = 53.3, S55 = 42.2, S56 = 65.0, S57 = 76.8,
S58 = 83.5, S59 = 71.3, S60 = 52.9, S61 = 60.2, S62 = 54.3, S63 = 61.0, S64 = 65.9,
S65 = 56.1, S66 = 84.0, S67 = 56.4, S68 = 48.1, S69 = 109., S70 = 91.3, S71 = 39.8,

$S_{72} = 78.9, S_{73} = 66.6, S_{74} = 68.0, S_{75} = 78.3, S_{76} = 49.2, S_{77} = 70.2, S_{78} = 81.7,$
 $S_{79} = 38.1, S_{80} = 80.8, S_{81} = 76.2, S_{82} = 96.0, S_{83} = 67.9, S_{84} = 69.9, S_{85} = 59.7,$
 $S_{86} = 59.3, S_{87} = 47.0, S_{88} = 97.1, S_{89} = 66.5, S_{90} = 62.1, S_{91} = 77.3, S_{92} = 60.9,$
 $S_{93} = 71.5, S_{94} = 71.6, S_{95} = 49.1, S_{96} = 74.8, S_{97} = 60.1, S_{98} = 64.5, S_{99} = 53.2,$
 $S_{100} = 56.4$

>

```
#S:=evalf(stats[random,normald[tn,sqrt(Dn)
]](N0),3);
```

> **Распределение статистических данных по классам**

```
Max:=max(seq(S[j],j=1..N0));
Min:=min(seq(S[j],j=1..N0));
h:=evalf(Max*1.1/k,2);
h:=evalf((Max-Min)*1.1/k,2);
for i to k+2 do s[i]:=Min+(i-.5)*h od:
# Массив середин классов
for i to k+1 do w[i]:=n[i]/N0 od: # Массив
частот
for i to k+1 do n[i]:=0:
for j to N0 do
if Min+(i-1)*h<=S[j] and Min+i*h>S[j] then
n[i]:=n[i]+1: fi:
od:
print(i,n[i]) od:
Sn:=sum('n[i]', 'i'=1..k+1);
```

Max := 109.

Min := 38.1

h := 15.

h := 9.9

1, 5
 2, 14
 3, 29
 4, 23
 5, 19
 6, 7
 7, 2
 8, 1
 9, 0

$S_n := 100$

> Формирование гистограммы

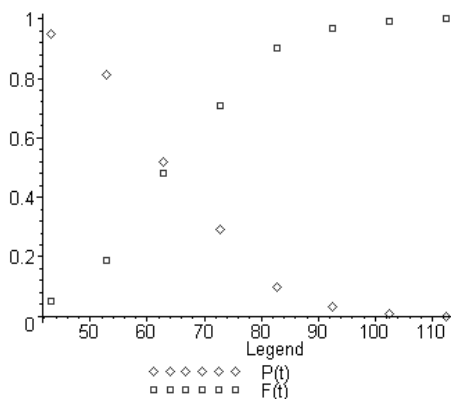
```
dat:=[seq(Weight(Min+i*h..Min+(i+1)*h,
w[i+1]),i=0..k-1)]:
Hf:=histogram(dat,area=count,color=cyan):
sum('w[i]','i'=1..k);
```

1

> Функция оценки вероятности наступления отказа

```
F[0]:=0:P[0]:=1:
for i to k+1 do F[i]:=evalf(F[i-
1]+n[i]/N0):
P[i]:=1-F[i]:
R[i]:=Min+i*h od:
> i:='i':
GPi:=plot([[s[i],P[i]]$i=0..k],
style=point,symbolsize=15,legend="P(t)"):
GFi:=plot([[s[i],F[i]]$i=0..k],
style=point,symbol=box,symbolsize=10,
legend="F(t)");
```

```
plots[display](GPi,GFi);
```



> Оценка функции плотности вероятности $f[i]$

```
s[0]:=0:w[0]:=0:
```

```
for i from 0 to k+1 do f[i]:=evalf(w[i]/h)
```

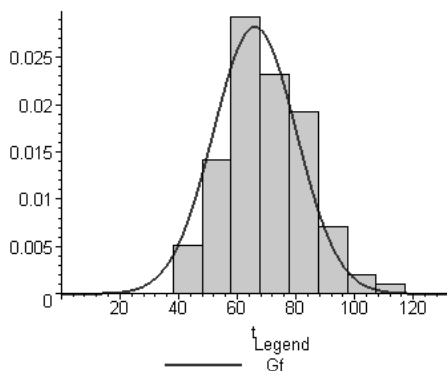
```
od:
```

> Гистограмма Hf и функция Gf плотности распределения

```
Gf:=plot(fn,t=0..2*tn,thickness=2,
```

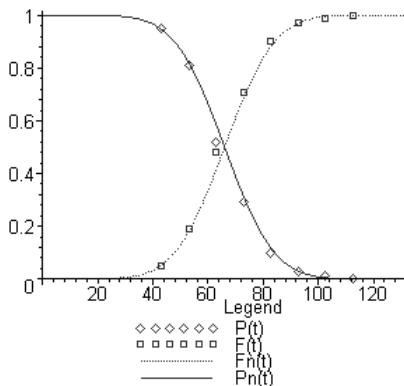
```
legend="Gf"):
```

```
plots[display](Hf,Gf);
```



> Графики функций вероятности F_n и P_n

```
GFn:=plot(Fn,tm=0..2*tn,linestyle=2,
legend="Fn(t)"):
GPn:=plot(Pn,tm=0..2*tn,legend="Pn(t)"):
plots[display](GPi,GFi,GFn,GPn);
```



> Дисперсия погрешности приближения

```
j:='j':i:='i':
```

```
Fn:=subs(tm=R[j],Fn):
```

```
Pn:=subs(tm=R[j],Pn):
```

```
DPn:=evalf(sum((Pn-P[j])^2,j=1..k)/k,3);
```

```
DFn:=evalf(sum((Fn-F[j])^2,j=1..k)/k,3);
```

DPn := .00320

DFn := .00320

> Полученные параметры распределения

```
tc:=describe[mean]([seq(S[i],i=1..N0)]);
```

```
Dc:=describe[variance]([seq(S[i],
i=1..N0)]);
```

tc := 69.97900000

Dc := 200.3670586

>

3. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №3

ПРИМЕНЕНИЕ ГРАФИЧЕСКОГО МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Цель работы: освещение графического метода определения оценок параметров распределения по опыт-ным данным.

3.1. Общие сведения

Оценка параметров распределения осуществляется по опытным данным. По ним же определяется, какому закону распределения соответствуют эти данные.

Можно нанести на график $F(t)$ в прямоугольных координатах с равномерными шкалами значения величин, полученных из наблюдений, соединить точки $F(t)$ плавной кривой и определить визуально, какому распределению это соответствует, сравнив с известными графиками. Однако кривые $F(t)$ для разных законов распределения в ряде случаев похожи друг на друга и при таком методе может быть допущена грубая ошибка.

Путем несложных преобразований функцию $F(t)$ можно в той же системе координат с неравномерны-

ми шкалами представить в виде прямой линии. В этом случае визуальное сравнение эмпирических данных с предполагаемыми теоретическими может быть сделано с достаточной для практики точностью. Прямоугольная координатная сетка с измененным масштабом по осям носит название вероятностной сетки или вероятностной бумаги. Рассмотрим метод построения вероятностной сетки для распределения Вейбулла.

Представим функцию $F(t)$ из таблицы А.1 в виде

$$\frac{1}{1-F(t)} = e^{\left(\frac{t}{t_0}\right)^b}$$

и дважды прологарифмируем:

$$\ln \ln \frac{1}{1-F(t)} = b \cdot \ln \frac{t}{t_0} = \ln 10 b (\lg t - \lg t_0),$$

$$\ln \ln \frac{1}{1-F(t)} = 2,303 \cdot b \cdot \lg t - 2,303 \cdot b \cdot \lg t_0,$$

обозначим:

$$\ln \ln \frac{1}{1-F(t)} = y; \lg t = x; -2,303 \cdot b \cdot \lg t_0 = c,$$

тогда:

$$y = 2,303 \cdot b \cdot x + c,$$

то есть получена линейная зависимость. Если теперь построить координатную сетку, на которой по оси

ординат будут отложены отрезки, пропорциональные x , а по оси абсцисс – пропорциональные y , то последнее выражение будет представлено в виде прямой линии.

Обозначим масштаб по оси абсцисс K_x и отложим на ней отрезки:

$$S_x(t) = K_x \cdot x = K_x \cdot t g t ,$$

где $K_x = \frac{L}{(\lg t_{\max} - \lg t_{\min})}$; L – ширина графика, ко-

торая выбирается исходя из размера бумаги и таким образом, чтобы K_x было удобным, лучше круглым числом.

Для выбора масштаба по оси ординат зададимся значениями $F_{\min}(t) = 0,001$ и $F_{\max}(t) = 0,999$ (при

$F(t) = 0$ и $F(t) = 1$ выражение $y = \ln \ln \frac{1}{1 - F(t)}$ теряет смысл).

Тогда

$$y_{\max} = \ln \ln \frac{1}{1 - 0,999} = 1,93,$$

$$y_{\min} = \ln \ln \frac{1}{1 - 0,001} = -6,91.$$

По оси ординат будем откладывать отрезки

$$S_y(F) = \frac{H}{y_{\max} - y_{\min}} y = \frac{H}{8,84} y ,$$

где H – высота графика; y подсчитывается по формуле из таблицы 3.1.

Произведем оценку параметров надежности для термостатов, наблюдения над которыми представлены в таблице 1.1. Предположим, что отказы, зафиксированные в этой таблице, распределены по закону Вейбулла. Построим вероятностную шкалу, для этого составим вспомогательную таблицу 3.1. Определим ширину графика L и масштаб K_x по оси x . В таблице 1.1 наименьшее значение наработки $t_{\min} = 5$, а наибольшее $t_{\max} = 95$:

$$\lg t_{\max} - \lg t_{\min} = \lg 95 - \lg 5 = 1,28.$$

Выберем $K_x = 100$ мм. Тогда из формулы для K_x $L = 128$ мм. Подсчитаем значение $x_i = \lg t_i$ и $S_x(t_i) = K_x \cdot x_i = 100 \lg t_i$, мм.

Внесем в таблицу значения $F(t_i)$ из таблицы 1.1. Выберем размер графика по высоте $H = 200$ мм. С помощью таблицы Б.1 подсчитаем значения

$$S_y(F) = \frac{200}{8,84} \cdot y, \text{ мм.}$$

Таблица 3.1 – Оценка параметров надежности для термостатов автомобильных двигателей (по данным таблицы 1.1)

Номера интервалов	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_i	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
$x_i = \lg t_i$	0,6990	1,1761	1,3979	1,5441	1,6532	1,7404	1,8129	1,8765	1,9294	1,9777
$S_x(t_i) = K_x \cdot x$, мм	69,9	117,6	139,8	154,4	165,3	174,0	181,3	187,5	192,9	197,8
$F(t_i)$	0,013	0,026	0,026	0,093	0,227	0,440	0,693	0,693	0,973	1,0
$1 - \hat{F}(t_i) = \hat{P}(t_i)$	0,987	0,974	0,974	0,907	0,773	0,560	0,307	0,107	0,027	0,01 (0,001)
$y = \ln \ln \frac{1}{1 - \hat{F}(t_i)}$	-4,336	-3,637	-3,637	-2,327	-1,357	-0,545	0,166	0,804	1,284	1,93
$\hat{S}_y(F) = \frac{200}{8,84} \cdot y$, мм	-98,1	-82,3	-82,3	-52,6	-30,7	-12,3	3,8	18,2	29,0	43,7

Для этого величины $\hat{S}_y(F)$, приведенные в таблице Б.1 для $H=100$ мм надо умножить на 2 (т.к. в рассматриваемом примере $H=200$ мм).

Построим вероятностную шкалу, отложив по осям t и $\hat{F}(t)$ соответствующие отрезки $S_x(t_i)$ и $\hat{S}_y(F)$. Найдем пересечения значений t_i и $\hat{F}(t)$ из таблицы 3.1 и пометим их точками.

Проведем прямую линию таким образом, чтобы точки были как можно ближе к этой прямой (равное количество по обе стороны), рисунок 3.1.

Из рисунка 3.1 следует, что, начиная с наработки $t = 35$ тыс. км., прямая соединила почти все точки. Это свидетельствует о том, что сделанные нами предположения о выборе закона распределения, по крайней мере, начиная с этой наработки, правильны. Можно предположить, что в начальный период, т.е. при наработке до 25 тыс. км, отказы распределяются по экспоненциальному закону.

Полученный график позволит нам определить параметры распределения и подсчитать показатели надежности.

$$y = (8,84/H) \cdot \hat{S}_y(F); \quad x = (1/K_x) \cdot S_x(t).$$

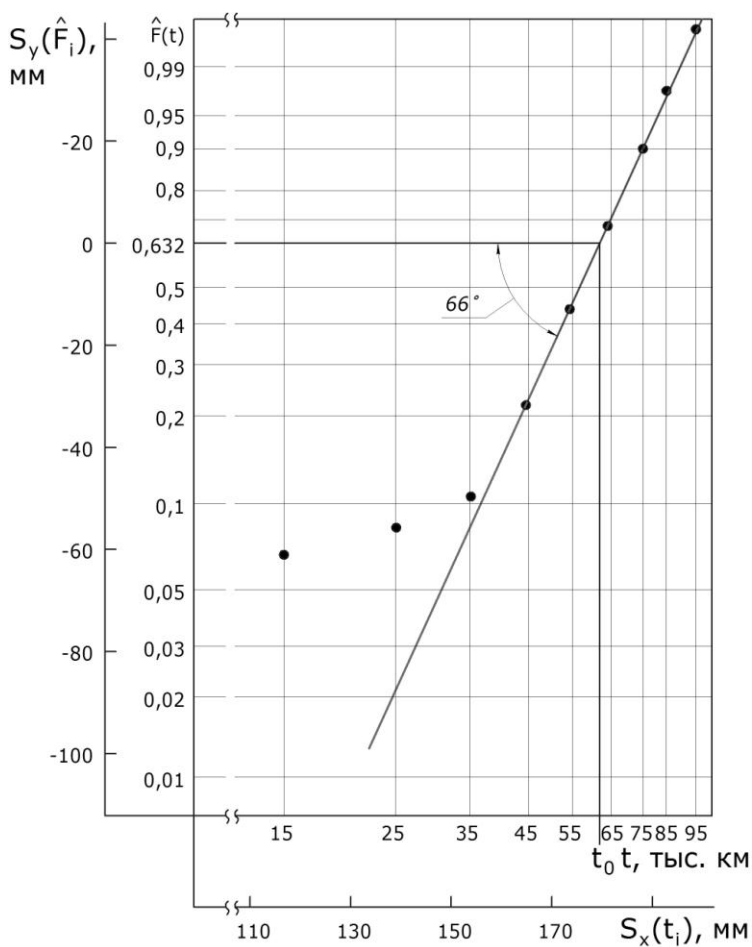


Рисунок 3.1 – Определение параметров распределения Вейбулла с помощью вероятностной сетки

Подставим в выражение линейной зависимости, где коэффициент X есть угловой коэффициент:

$$\frac{8,84}{H} S_y(F) = \frac{2,303H}{K_x} \cdot b \cdot S_x(t) + c,$$

$$S_y(F) = \frac{2,303H}{8,84} \cdot \frac{b}{K_x} \cdot S_x(t) + c,$$

$$\frac{2,303H}{8,84} \cdot \frac{b}{K_x} = \operatorname{tg} \beta; \quad b = \frac{8,84 \cdot K_x}{2,303 \cdot H} \operatorname{tg} \beta.$$

Определив параметр b распределения Вейбулла, находим второй параметр t_0 . Если $t = t_0$, то

$$\frac{1}{1 - F(t_0)} = e \text{ и тогда } F(t_0) = (e - 1) / e = 0,632. \text{ Таким}$$

образом, t_0 есть значение t , когда $F(t) = 0,6321$. Из формулы $\lg t_0 = S_x(t_0) / K_x$. Замерим $S_x(t_0) = 180$ мм и угол $\beta = 66^\circ$ (рисунок 3.1). Тогда:

$$b = \frac{8,84 \cdot 100}{2,303 \cdot 200} \operatorname{tg} 66^\circ = 4,3, \quad \lg t_0 = \frac{180}{100} = 1,8,$$

$$t_0 = 10^{1,8} \approx 63 \text{ тыс. км.}$$

Для рассматриваемого примера закон Вейбулла принял следующий конкретный вид:

$$P(t) = e^{-\left(\frac{t}{63}\right)^{4,3}}.$$

Теперь можно рассчитать любые параметры распределения и показатели надежности:

$$\begin{aligned} t_{cp} &= t_0 \cdot \Gamma(1 + 1/b) = 63 \cdot \Gamma(1,233) = \\ &= 63 \cdot 0,91 = 57 \text{ тыс. км.} \end{aligned}$$

Значения функции $\Gamma(x)$ приведены в таблице А.6.

$$D = 63^2 \left\{ \Gamma(1 + 2/4,3) - [\Gamma(1 + 1/4,3)]^2 \right\} = \\ = 3969 \cdot (0,8856 - 0,8281) = 228 \text{ тыс. км}^2;$$

$$\sigma = 15,1 \text{ тыс. км};$$

$$\nu = \frac{\sigma}{t_{cp}} = \frac{15,1}{57} = 0,26.$$

Полученные величины ближе к вероятностным характеристикам. Аналогично строятся координатные сетки для нормального и экспоненциального распределения. Таким образом, с помощью вероятностных шкал с достаточной для практики точностью можно определить, какому закону распределения следуют полученные из наблюдения данные, и на этой основе найти параметры распределения и другие показатели надежности.

Следует начать с вероятностной шкалы распределения Вейбулла. Если выяснится, что экспериментальные точки не легли достаточно точно на прямую, то надо повторить построения на вероятностной бумаге для нормального распределения. Экспоненциальное распределение есть частный случай распределения Вейбулла, когда $b=1$.

Если указанные шкалы не подойдут, то необходимо использовать другие, имеющиеся в литературных источниках [3, 5, 7, 19].

3.2. Последовательность выполнения работы

По результатам обработки задания в практической работе №1 графическим методом определить оценки параметров распределения, для чего произвести необходимые расчеты величин x_i , $S_x(t_i)$, y , $S_y(F_i)$, занести их в таблицу; построить график с помощью вероятностной сетки, определить параметры закона распределения и показатели надежности.

3.3. Пример алгоритмизации решения с помощью математического пакета MAPLE

> **restart:**

ПРОЦЕДУРА ВЫЧИСЛЕНИЯ ГАММА ФУНКЦИИ

При вычислении параметров b и t_0 необходимо иметь значения гамма-функции, полученные из таблиц, либо воспользоваться ее аппроксимацией. В зависимости от требуемой точности имеется ряд формул приближения, среди которых вполне приемлемой можно считать полиномиальную аппроксимацию Стирлинга [1]

$$\Gamma(x+1) = x! = \sum_{i=0}^n a_i x^i + |\varepsilon(x)|; \quad |\varepsilon(x)| \leq 5 \cdot 10^{-5},$$

где $\varepsilon(x)$ - погрешность аппроксимации при $n=5$, $a_0=1$;
 $a_1=0,574864\epsilon$; $a_2=0,9512363$; $a_3=-0,6998588$;
 $a_4=0,4245549$; $a_5=-0,1010678$.

В представленном виде формула Стирлинга может быть применена при значениях x , лежащих в диапазоне $0 \leq x \leq 1$, т.е. для параметра формы $b \geq 1$. При значениях $b < 1$ необходимо внести дополнения. В рекуррентной форме представления выражение для вычисления произвольного значения гамма-функции имеет вид

$$\Gamma(z) = (z-1)\Gamma(z-1), \quad z > 1.$$

С учетом этого для любого значения b , лежащего в интервале $0 \leq b \leq 1$, можно записать

$$\Gamma(z) = \prod_{i=1}^{m-1} (z-i) \sum_{i=0}^n a_i x^i,$$

где $x = \text{frac}(z)$ - дробная часть z ($0 \leq x \leq 1$); $m = \text{trunc}(z)$ - целая часть z .

Кроме того, при решении обратной задачи, состоящей в определении t при известных параметрах b и t_0 по заданной вероятности $P(t)$ или $F(t)$ возникает проблема выбора решения из множества возможных, содержащих мнимые и отрицательные корни.

Уравнение, подлежащее решению, можно представить в виде

$$P(t) = \exp \left(- \left(\frac{t}{t_0} \right)^b \right)$$

при заданной вероятности $P(t)$, либо

$$F(t) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{t_0}\right)^b\right)$$

при заданной вероятности $F(t)$, где значение t необходимо определить.

ε

```
> #2. Процедура вычисления гамма-функции
(формула Стирлинга)
Gam:=proc(z) local x,a,m:
global G:
a[0]:=1:a[1]:=-.5748646:a[2]:=.9512363:
# Коэффициенты полинома
a[3]:=-.6998588:
a[4]:=.4245549:
a[5]:=-.1010678:
x:=frac(z): # Отделение дробной части
m:=seq(i,i=1..trunc(z)-1): # Арифметиче-
ская прогрессия
mul(z-i,i=m)*add(a[i]*x^i,i=0..5);
# Вычисление Гамма-функции
end:
> # Вычисление гамма-функции  $\Gamma(x)$  в интер-
вале  $x=[N,K]$ 
N:=1: # Начальное значение
K:=2: # Конечное значение
h:=.1: # Шаг по аргументу
```

```

q:=5:      # Требуемое число знаков
for x from N by h to K do
print(x,evalf[q](Gam(x))) od;
1, 1.
1.1, .95136
1.2, .91813
1.3, .89744
1.4, .88730
1.5, .88627
1.6, .89352
1.7, .90859
1.8, .93135
1.9, .96172
2.0, 1.0
>

```

3.3.1. Занятие №3-1

Pz_3-1.mws

Тема занятия: Обработка статистической информации

Цель занятия: Оценка параметров распределения

Вейбулла

Ст. гр. АВ-51д Фамилия И.О.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Распределение Вейбулла характеризуется двумя параметрами: параметром формы b и параметром масштаба

t_0 . Для их вычисления нужно составить два, содержащих эти параметры, уравнения. Необходимо выбрать участок на одной из функций распределения и на ней задать две точки. В качестве середины участка удобно выбрать точку пересечения функций $P(t_m)$ и $F(t_m)$ и из условия равенства этих функций определить t_m . Так как по условию эти функции равны $P(t_m) = F(t_m)$, а их сумма равна единице $P(t_m) + F(t_m) = 1$, как сумма вероятностей несовместных событий, то в искомой точке при значении $t = t_m$ каждая из функций

$$P(t_m) = \exp\left(-\left(\frac{t}{t_0}\right)^b\right)\Bigg|_{t=t_m} \text{ и } F(t_m) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{t_0}\right)^b\right)\Bigg|_{t=t_m}$$

позволяет определить значение t_m . Но обе функции заданы дискретно и их значения в искомой точке могут не совпадать. Для устранения этого затруднения необходимо аппроксимировать любую из функций. Наиболее простой и удобной в этом случае нужно признать процедуру сплайн - аппроксимации.

Сплайн (гибкая линейка, проходящая через заданные узлы аппроксимации) является кусочно-полиномиальной функцией в промежутках, соответствующих шагу интерполяции (ширине класса). Для реализации сплайна необходимо задать его порядок, имя аргумента, множество значений абсцисс и множество значений ординат, определяющих координаты узлов аппроксимируемой функции. В

Maple-представлении формат оператора процедуры сплайн-аппроксимации имеет вид

$$Fs:=spline(Vr,Vf,t,n);$$

где Fs - имя аппроксимирующей сплайн-функции, Vr - множество значений абсцисс, Vf - множество значений ординат, t - имя аргумента, n - порядок сплайна.

С увеличением порядка сплайна и числа реализаций (узлов) аппроксимируемой функции точность сплайн-аппроксимации повышается.

После описания процедуры аппроксимации необходимо перейти к процедуре вычисления требуемого значения в точке пересечения функций Fs и Ps

$$tm:=solve(Fs=.5,t),$$

где $Ps=1-Fs$. В общем случае при аппроксимации всего диапазона дискретно заданной функции распределения посредством полиномиальной функции, например с помощью метода наименьших квадратов (МНК), необходимо решить задачу отделения требуемого корня, введя область его существования

$$tm:=fsolve(Fs=.5,t,Min..Max),$$

что исключает вычисление всех возможных корней аппроксимирующего полинома, число которых равно его порядку. При сплайн-аппроксимации любого порядка эта задача решается автоматически в пределах заданного шага интерполяции.

Определив t_m , составим два уравнения, описав симметрично относительно t_m значения аппроксимируемой

$$F:=1-\exp(-(t/t_0)^b)$$

и аппроксимирующей F_s функций в окрестности t_m , смещенные на величину $h/2$

$$eq[1] := \text{subs}(t=tm-h/2, F) = \text{subs}(t=tm-h/2, F_s),$$

$$eq[2] := \text{subs}(t=tm+h/2, F) = \text{subs}(t=tm+h/2, F_s),$$

путем подстановки значений аргумента $t = tm - h/2$ и $t = tm + h/2$ в выражения обеих функций, где $\text{subs}(*)$ - оператор замены символа указанным значением в выражении функции.

Введем процедуру решения системы уравнений $\{eq[1], eq[2]\}$ относительно искомых параметров $\{b, t_0\}$ распределения

$$\text{Sol} := \text{solve}(\{eq[1], eq[2]\}, \{b, t_0\});$$

и получим результат.

3.3.2. Описание блок-схемы решения задачи

> 1. Описание библиотек и данные для задания варианта

`restart:`

`with(stats[statplots]):`

`with(plottools):`

`N:=012345:` Номер зачетной книжки

`randomize(N);`

`N:=10:` Порядковый номер в списке группы

Warning, the name transform has been redefined

12345

> 2. Исходные данные и обозначения

$Del := .01$; Погрешность модели
 $N0 := \text{ceil}(1/Del)$; Объем выборки
 F : Массив значений функции оценки вероятности наступления отказа
 P : Массив значений функции оценки вероятности безотказной работы
 R : Массив значений правой границы интервалов наработки (классов)
 $n[i]$: Число отказов в i -м интервале (распределение отказов по классам $i = 1..k$)
 $L[j]$: Межремонтный пробег j -го транспортного средства ($j = 1..N0$)

$Del := .01$

$N0 := 100$

> 3. Модель распределения Вейбулла

```

b:=evalf[3](2+1/N); t0:=40+N; # Параметры
распределения
for i to N0 do
xi:=stats[random,uniform](1); # Равномерное
распределение
S[i]:=t0*(-ln(xi))^(1/b); # Модель распре-
деления Вейбулла
#S[i]:=t0*(-ln(xi)) # Экспоненциальное
распределение
od:
#S:=stats[random,weibull[b, t0]](N0):
# Стандартное Вейбулл-распределение
  
```

```
evalf(seq(L||i=S[i],i=1..N0),3);
```

```
# Статистическая совокупность
```

```
b:=2.10
```

```
t0:=50
```

```
L1=42.2, L2=72.7, L3=67.8, L4=31.1, L5=65.4, L6=32.0, L7=23.9, L8=72.1,  
L9=67.5, L10=64.1, L11=49.3, L12=18.6, L13=64.6, L14=39.2, L15=32.0,  
L16=50.6, L17=41.8, L18=41.6, L19=38.1, L20=72.2, L21=27.3, L22=49.6,  
L23=26.5, L24=20.9, L25=47.0, L26=58.1, L27=13.5, L28=104., L29=49.8,  
L30=90.1, L31=70.6, L32=50.4, L33=31.7, L34=68.2, L35=63.1, L36=49.6,
```

```
L37=37.7, L38=59.6, L39=49.4, L40=26.4, L41=62.2, L42=26.2, L43=43.1,  
L44=30.8, L45=18.4, L46=53.4, L47=36.5, L48=6.15, L49=16.6, L50=56.7,  
L51=68.7, L52=14.4, L53=42.7, L54=31.4, L55=54.8, L56=41.1, L57=22.3,  
L58=19.3, L59=28.8, L60=56.1, L61=55.0, L62=23.7, L63=27.3, L64=16.2,  
L65=64.1, L66=5.98, L67=81.5, L68=41.2, L69=89.0, L70=46.1, L71=16.1,
```

```
L72=44.6, L73=28.7, L74=31.1, L75=42.3, L76=8.77, L77=25.4, L78=22.4,  
L79=50.3, L80=32.9, L81=65.0, L82=28.4, L83=7.42, L84=96.2, L85=36.5,  
L86=38.6, L87=43.9, L88=32.1, L89=73.2, L90=25.8, L91=33.4, L92=93.7,  
L93=4.93, L94=50.6, L95=53.3, L96=61.5, L97=8.22, L98=20.9, L99=19.9,  
L100=53.9
```

> 4. Распределение статистических данных по классам

```
S:=sort([seq(S[i],i=1..N0)]): # Множество
```

```
Min:=S[1]; # Левая граница
```

```
Max:=S[N0]; # Правая граница
```

```
k:=ceil(1+3.3*log10(N0)): # Число классов  
(формула Штюргеса)
```

```
h:=evalf[4](Max/k); # Ширина класса
```

```
i:=0:j:=1:n[j]:=0:
```

```

while i<N0 do i:=i+1:
if S[i]<j*h and S[i]>=(j-1)*h then
n[j]:=n[j]+1; else j:=j+1:n[j]:=1 fi:
od:print(n):k:=j;
      Min := 4.931150850
      Max := 104.2202305
      h := 13.02
table([1 = 6, 2 = 17, 3 = 23, 4 = 22, 5 = 16, 6 = 10, 7 = 3, 8 = 2, 9 = 1])
      k := 9

```

> 5. Функция оценки вероятности наступления отказа

```

F[0]:=0:R[0]:=0:P[0]:=1:
for i to k do F[i]:
=evalf(F[i-1]+n[i]/N0):
P[i]:=1-F[i]:R[i]:=i*h od:

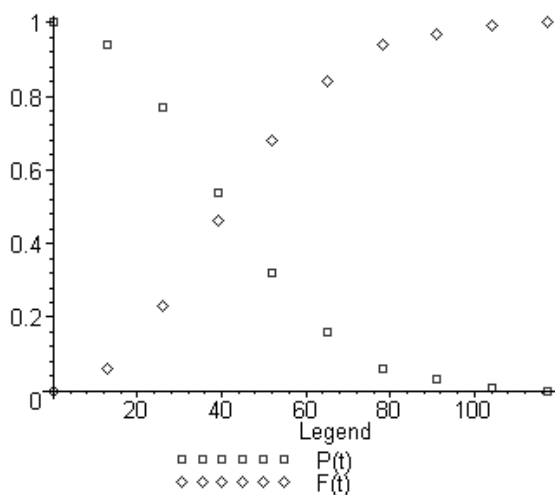
```

> 6. Графики функций оценки вероятности наступления отказа $F(t)$ и безотказной работы $P(t)$

```

i:='i':
GP:=plot([[R[i],P[i]]$i=0..k],
style=point,
symbol=box,symbolsize=11,legend="P(t)"):
GF:=plot([[R[i],F[i]]$i=0..k],
style=point,symbolsize=12,color=blue,
legend="F(t)"):
GPF:=plots[display](GP_,GF_):
plots[display](GPF);

```



> 7. Процедура сплайн-аппроксимации функций $F(t)$ и $P(t)$

```
SPLN:=proc(Vr,Vf) local n: global Fs,Ps:
n:=1: # Порядок сплайна
Fs:=spline(Vr,Vf,t,n); # Сплайн-функция
Ps:=1-Fs:
end:
```

> 8. Процедура МНК-аппроксимации функций $F(t)$ и $P(t)$

```
MNK:=proc(Vr,Vf) local n,q,Ry:
global Fs,Ps:
n:=ceil(b+1); # Порядок приближающего полинома
q:=sum('a[i]*t^i','i'=0..n); # Приближающий полином
Ry:=fit[leastsquare][[t,Fs],
Fs=q]]([Vr,Vf]); # Результат приближения
```

```

print(Ry): # Вывод результата приближения
assign(Ry);
Ps:=1-Fs:
end:

```

> 9. Обращение к процедуре аппроксимации

```

Vr:=[seq(R[i],i=0..k)]: # Границы классов
Vf:=[seq(F[i],i=0..k)]: # Значения F(t)
SPLN(Vr,Vf): Fs:=Fs; # Обращение к сплайн-
процедуре
#MNK(Vr,Vf): # Обращение к МНК-процедуре

```

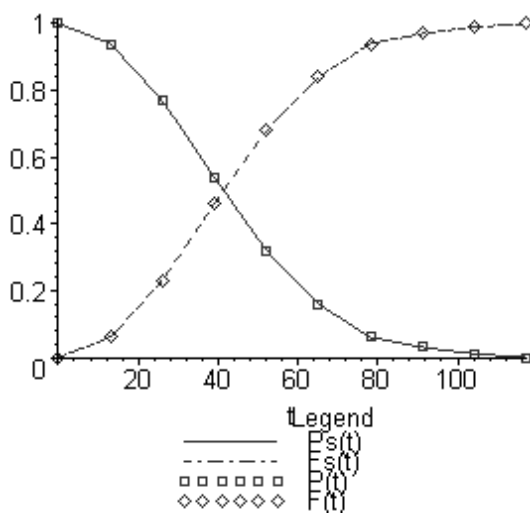
$$Fs := \begin{cases} .004608294931 t & t < 13.02 \\ -.1100000000 + .01305683564 t & t < 26.04 \\ -.22999999996 + .01766513056 t & t < 39.06 \\ -.20000000006 + .01689708142 t & t < 52.08 \\ .04000000146 + .01228878645 t & t < 65.10 \\ .33999999950 + .007680491623 t & t < 78.12 \\ .75999999976 + .002304147496 t & t < 91.14 \\ .83000000000 + .001536098311 t & t < 104.16 \\ .91000000000 + .000768049156 t & otherwise \end{cases}$$

> 10. Графики дискретных F(t), P(t) и аппроксимированных Fs(t), Ps(t) распределений

```

GFs:=plot(Fs,t=0..R[k],linestyle=4,
legend="Fs(t)"):
GPs:=plot(Ps,t=0..R[k],legend="Ps(t)"):
GPFs:=plots[display](GPs,GFs):
plots[display](GPFs,GPF):

```



> 11. Оценка параметров распределения Вейбулла

```
b:='b':t0:='t0':
```

```
tm:=fsolve(Fs=.5,t,Min..Max); # Абсцисса  
точки F(tm)=P(tm)
```

```
F:=1-exp(-(t/t0)^b); # Функция F(t)
```

```
eq[1]:=subs(t=tm-h/2,F)=subs(t=tm-h/2,Fs);
```

```
eq[2]:=subs(t=tm+h/2,F)=subs(t=tm+h/2,Fs);
```

```
#eq[1]:=b*(subs(t=tm-h/2,ln(t)-  
ln(t0)))=evalf(ln(-ln(subs(t=tm-  
h/2,Pt))));
```

```
#eq[2]:=b*(subs(t=tm+h/2,ln(t)-  
ln(t0)))=evalf(ln(-  
ln(subs(t=tm+h/2,Pt))));
```

```
Sol:=solve({eq[1],eq[2]},{b,t0}):
```

```
assign(Sol):
```

```
b:=b;
```

$t0 := t0;$

$tm := 41.42727275$

$$F := 1 - e^{\left(-\left(\frac{t}{t0}\right)^b\right)}$$

$$eq_1 := 1 - e^{\left(-\left(34.91727275 \frac{1}{t0}\right)^b\right)} = \begin{cases} .1609090910 & 34.91727275 < 13.02 \\ .3459090913 & 34.91727275 < 26.04 \\ .3868181823 & 34.91727275 < 39.06 \\ .3900000000 & 34.91727275 < 52.08 \\ .4690909097 & 34.91727275 < 65.10 \\ .6081818159 & 34.91727275 < 78.12 \\ .8404545442 & 34.91727275 < 91.14 \\ .8836363637 & 34.91727275 < 104.16 \\ .9368181819 & otherwise \end{cases}$$

$$eq_2 := 1 - e^{\left(-\left(47.93727275 \frac{1}{t0}\right)^b\right)} = \begin{cases} .2209090910 & 47.93727275 < 13.02 \\ .5159090913 & 47.93727275 < 26.04 \\ .6168181822 & 47.93727275 < 39.06 \\ .6100000001 & 47.93727275 < 52.08 \\ .6290909093 & 47.93727275 < 65.10 \\ .7081818168 & 47.93727275 < 78.12 \\ .8704545446 & 47.93727275 < 91.14 \\ .9036363637 & 47.93727275 < 104.16 \\ .9468181819 & otherwise \end{cases}$$

$b := 2.066933299$

$t0 := 49.35316986$

> 12. Распределение Вейбулла

$Pw := \exp(-(t/t0)^b);$

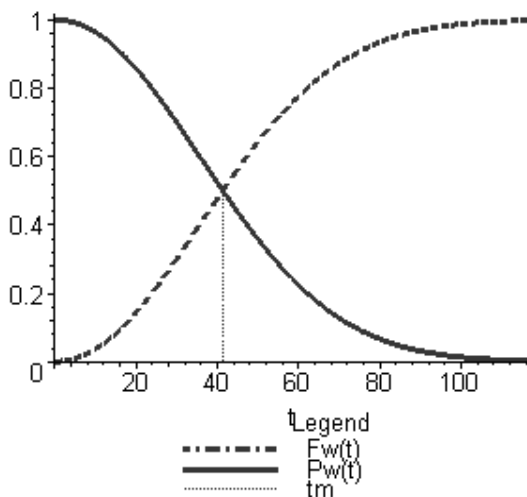
$Fw := 1 - Pw;$

$$Pw := e^{(-.0003162501454 t^{2.066933299})}$$

$$Fw := 1 - e^{(-.0003162501454 t^{2.066933299})}$$

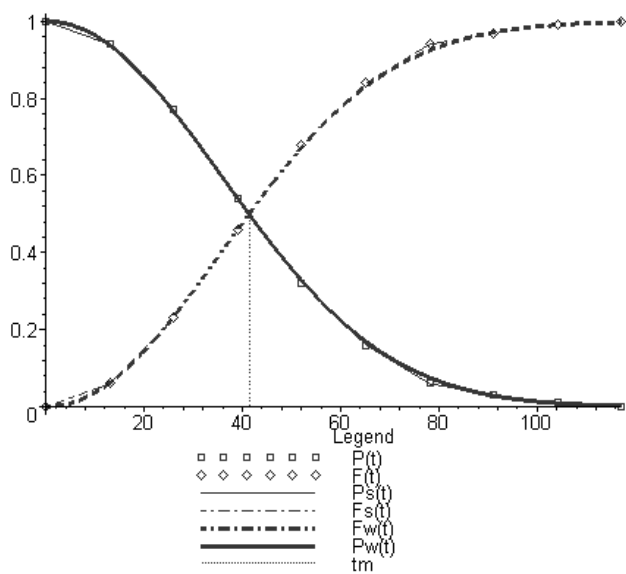
> 13. Графики функций распределения Вейбулла

```
Gt:=plot([tm,J,J=0..0.5],linestyle=2,
legend="tm"):
GPw:=plot(Pw,t=0..R[k],legend="Pw(t)",
thickness=3:
GFw:=plot(Fw,t=0..R[k],linestyle=4,
legend="Fw(t)"):
GPFw:=plots[display](GFw,GPw):
plots[display](GPFw,Gt);
```



> 14. Совмещенные графики функций распределения

```
plots[display](GPF,GPFs,GPFw,Gt);
```



>

4. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №4 КЛАССИФИКАЦИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ТЕХНИЧЕСКОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ АВТОМОБИЛЯ И ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИЧИННО- СЛЕДСТВЕННЫХ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ ПРОЦЕССАМИ И ОТКАЗАМИ

Цель работы: изучение причинно-следственных связей между изменениями в элементах автомобиля и обусловленными ими отказами, а также построение размеченных графов состояний автомобильных систем.

4.1. Отказы элементов автомобилей

Отказы, отражающие определенные изменения в элементах автомобиля и происходящих в нем процессах, делятся по частоте возникновения на несистематические и систематические (рисунок 4.1). Предметом теории надежности являются систематические отказы, появления которых можно ожидать в различных образцах данного изделия. По природе возникновения отказы делятся на две большие группы: обусловленные или не обусловленные разрушением. Разрушения поражают или тело элемента (в автомобиле

обычно усталостные разрушения), или только рабочие поверхности.

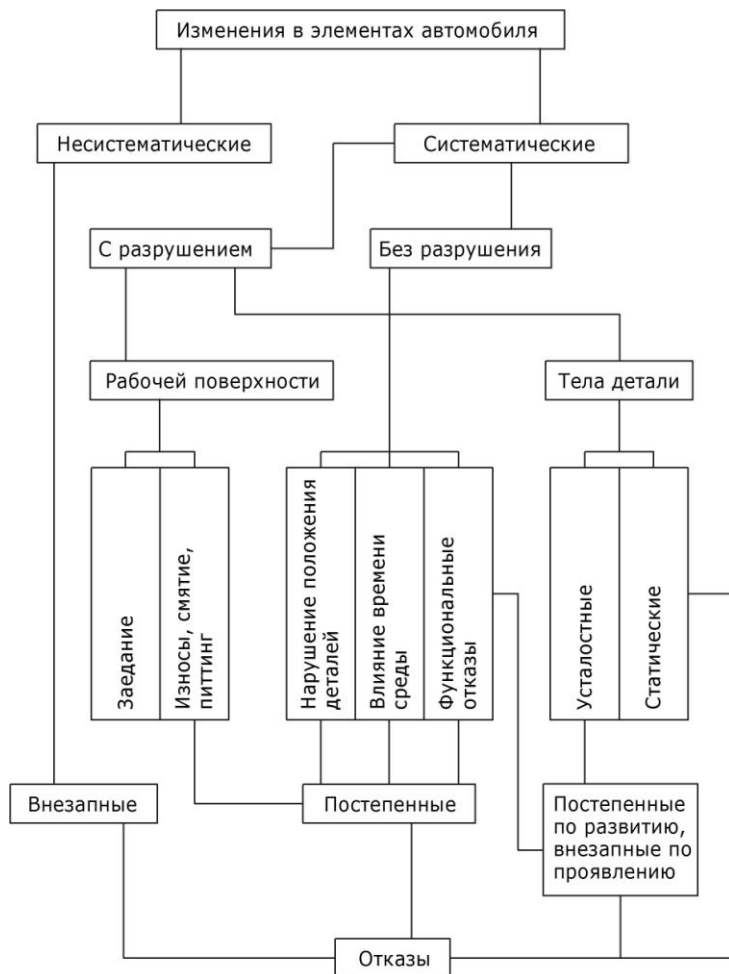


Рисунок 4.1 – Причинно-следственные связи между изменениями в элементах автомобиля и обусловленными ими отказами

Типовыми разрушениями в последнем случае являются усталостные разрушения, износы различного происхождения, смятие рабочих поверхностей или их заедания. Отказы, не связанные с разрушениями, вызываемыми рабочими процессами, происходящие в автомобиле, проявляются в изменениях взаимного положения сопряженных деталей вследствие деформации, ослабления креплений и т.п.; в функциональных отказах, связанных с нарушениями рабочих процессов, протекающих в автомобиле, например, в работе систем двигателя (охлаждения, смазки, питания, зажигания); во влиянии времени (старение, особенно резинотехнических изделий) и воздействия среды (коррозия, окисление и т.п.).

Представление о многообразии состояний, обуславливающих отказы и их количество, дает таблица 4.1, в которой приведены сведения по одной из моделей грузовых автомобилей массового выпуска.

Удельный вес поломок по автомобилю в целом составляет менее 8 %. Наибольшее их число приходится на долю подвески (поломки листов рессор, амортизаторов), кабины и платформы (из-за небрежной погрузки груза). Наиболее распространенный вид отказа – износ наблюдается в деталях карданной передачи (97,6 %), сцепления (83 %), рулевого управления (79,3 %), заднего моста (72,9 %).

Таблица 4.1 – Причины отказов по агрегатам и системам грузового автомобиля (8 т)

№ п/п	Изменение состояния элементов	Количество отказов, %				
		Двигатель (42,8)	Сцеп- ление (6,4)	Коробка передач (7,5)	Карданная передача (3,4)	Задний мост (9,0)
1	Разрушение тела детали	37,4	16	13,4	2,4	4,7
1.1	-в том числе поломки	2,6	4,0	–	2,4	–
2	Разрушение поверхно- сти детали;	48,9	83,0	86,6	97,6	95,3
2.1	-в том числе износ	47,2	83,0	65,3	97,6	72,9
3	Нарушение положения детали	2,8	1,0	–	–	–
4	Функциональные отказы	13,5	–	–	–	–
5	Влияние среды (корро- зия)	0,1	–	–	–	–

Продолжение таблицы 4.1

№ п/п	Изменение состояния элементов	Количество отказов, %				
		Передний мост, подвеска (7,9)	Рулевое управ- ление (3,4)	Тормоз- ные системы (8,4)	Электро- оборудо- вание (7,5)	Кабина, плаг- форма (3,7)
1	Разрушение тела детали	40,5	14,2	46,4	61,3	48,2
1.1	-в том числе поломки	34,5	2,6	9,0	13,1	48,2
2	Разрушение поверхно- сти детали;	58,2	79,3	49,8	18,5	46,8
2.1	-в том числе износ	58,2	79,3	49,8	6,2	–
3	Нарушение положения детали	1,3	6,5	1,7	–	1,5
4	Функциональные отказы	–	–	–	17,4	–
5	Влияние среды (корро- зия)	–	–	2,1	2,8	3,5

Общая характеристика агрегатов и систем грузового автомобиля (8т) массового выпуска по числу отказов, т.е. по месту их возникновения, трудоемкости их устранения, расходу запасных частей приведена на рисунке 4.2. Наибольшее число отказов (42 %) приходится на долю двигателя, трудоемкость их устранения также наибольшая (43,5 %). Что касается расхода запасных частей, то он также велик (18,4 %). Число отказов коробки передач сравнительно невелико (7,5 %), расход запасных частей (3,3 %), но трудоемкость устранения отказов высокая (17,7 %). По сумме расходов на запасные части на первом месте стоят колеса и ступицы автомобиля, поскольку затраты на шины составляют 62,1 % расхода запасных частей по автомобилю. Однако число отказов и трудоемкость их устранения невелики (соответственно 5,7 и 3,4 %).

Приведенные данные служат отправной точкой для оценки путей снижения затрат на поддержание эксплуатационной надежности автомобиля. Наиболее полная информация о надежности появляется только после сравнительно продолжительной эксплуатации. Отсюда следует также то, что на разных стадиях оценка отказов по одному и тому же признаку может быть различна по полноте и точности.

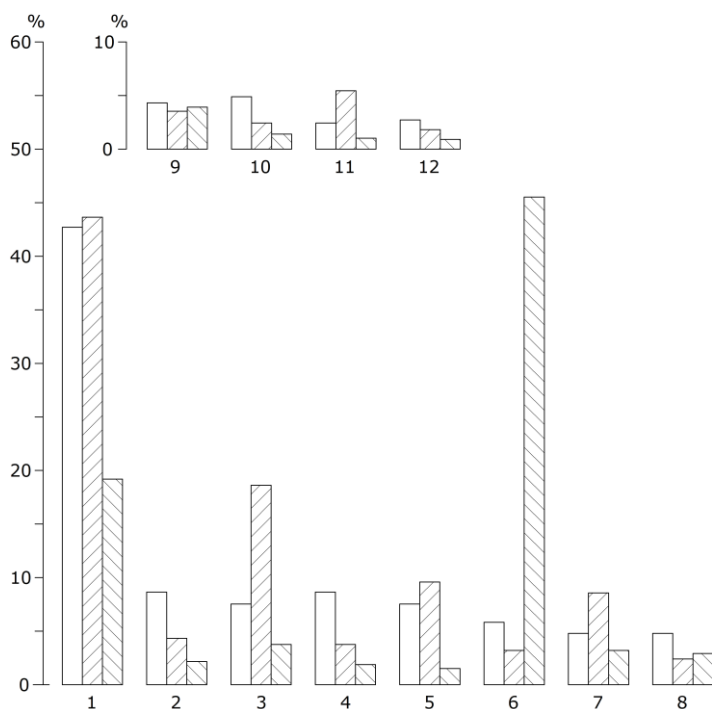


Рисунок 4.2 – Характеристика отказов агрегатов и систем грузового автомобиля (8 т.): 1 – двигатель; 2 – тормозная система; 3 – коробка передач; 4 – электрооборудование; 5 – сцепление; 6 – колеса и ступицы; 7 – задний мост; 8 – подвеска автомобиля; 9 – карданная передача; 10 – рулевое управление; 11 – кабина; 12 – передний мост; левый столбец – число отказов; средний столбец – трудоемкость устранения; правый столбец – доля от общей суммы расхода на запасные части

4.2. Случайные процессы при технической эксплуатации автомобиля

Важными в технических приложениях являются марковские случайные процессы (в честь знаменитого русского математика Маркова А.А.). Их особенность состоит в том, что вероятность любого состояния системы (автомобиля, группы автомобилей) в будущем зависит только от ее состояния в настоящее время и не зависит от того, когда и какими путями она пришла в это состояние. Действительно, работоспособность автомобиля в будущем зависит только от фактического технического состояния, к которому автомобиль может прийти по-разному.

В цепях Маркова четко определены состояния системы $S_1, S_2, \dots, S_n$. Переход из состояния в состояние осуществляется в дискретные моменты времени $t_1, t_2, \dots, t_k$ и определяется переходными вероятностями. Цепи Маркова хорошо иллюстрируются графом состояния системы, на котором кружками или прямоугольниками отмечены сами состояния и стрелками направления переходов. Если на графе под стрелками указаны интенсивности переходов, то он называется размеченным графом состояний (рисунок 4.3).

Марковские процессы с дискретным состоянием и непрерывным временем (непрерывные цепи Марко-

ва) характеризуют функционирование систем, у которых переход из состояния в состояние происходит в случайные моменты времени, а сами состояния дискретны, например, появление отказа, неисправности.

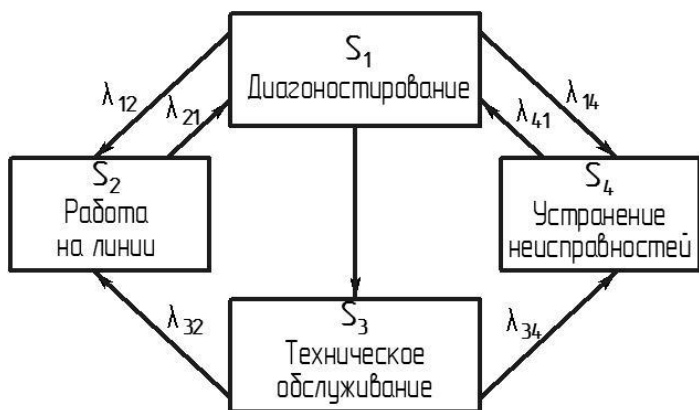


Рисунок 4.3 – Размеченный граф состояний для марковского процесса с непрерывным временем

Если все λ_{ij} не зависят от t , то такой процесс называется однородным, а в противном случае – неоднородным.

Имея данные по плотностям вероятностей переходов P_{ij} , можно рассчитать вероятности всех состояний системы в различные моменты времени, т.е. определить вероятность первого состояния P_1 , второго P_2 и т.д.

Эти вероятности определяются из системы дифференциальных уравнений А.Н. Колмогорова, составляемых по следующим правилам:

1) в левой части уравнения помещается производная вероятности соответствующего состояния, например $\frac{dP_1}{dt}$;

2) правая часть содержит столько членов, сколько переходов (стрелок в размеченном графе) связано с данным состоянием;

3) каждый член правой части уравнения равен произведению плотности вероятности перехода (интенсивности потока) на вероятность того состояния, из которого переход осуществляется;

4) знак «+» ставится перед членами правой части уравнения при переходе в данное состояние, а знак «-» при выходе из данного состояния.

Например, для размеченного графа состояний, изображенного на рисунке 4.3, записывается система уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_1}{dt} = -(\lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{14})P_1 + \lambda_{21}P_2 + \lambda_{41}P_4; \\ \frac{dP_2}{dt} = \lambda_{12}P_1 + \lambda_{32}P_3 - \lambda_{21}P_2; \\ \frac{dP_3}{dt} = \lambda_{13}P_1 - (\lambda_{32} + \lambda_{34})P_3; \\ \frac{dP_4}{dt} = \lambda_{14}P_1 + \lambda_{34}P_3 - \lambda_{41}P_4. \end{array} \right.$$

Так называемые предельные вероятности (при $t \rightarrow \infty$) определяются из приведенной системы уравнений, у которых левые части приравняются нулю, и условия, что $P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1$ (условие нормировки). Эти финальные вероятности характеризуют среднее время пребывания системы в соответствующих состояниях S_1, S_2, S_3 и S_4 .

Одним из распространенных случаев марковского процесса с дискретным состоянием и непрерывным временем являются простейшие процессы или потоки, обладающие свойствами стационарности, ординарности и отсутствия последействия.

Стационарным является поток, при котором вероятность возникновения событий (например, отказов) в течение определенного промежутка времени (или пробега) зависит только от длины этого промежутка и не зависит от начала отсчета времени.

Ординарность означает, что вероятность возникновения на элементарном отрезке времени двух или более событий пренебрежима по сравнению с длиной самого участка. Применительно к описанию надежности ординарность означает, что одновременное возникновение двух разных отказов у автомобиля практически маловероятно.

Отсутствие последействия – это независимость характера потока от числа ранее поступивших отка-

зов и моментов их возникновения. На практике суммирование не менее 6...8 элементарных потоков приводит к образованию простейшего или: близкого к нему потока.

Еще одним важным свойством простейшего потока является то, что промежуток времени $\bar{T}$ между двумя соседними событиями (отказами) подчиняется экспоненциальному закону распределения, для которого

$$\bar{T} = 1/\lambda,$$

где λ – интенсивность потока отказов.

Если в марковских процессах с непрерывным временем все дискретные состояния располагаются в последовательную цепь с переходами, то это так называемый «процесс гибели и размножения» (рисунок 4.4, а).

Очевидно, для первого состояния имеется равновесие $\lambda_{12}P_1 = \lambda_{21}P_2$; для второго состояния $\lambda_{23}P_2 + \lambda_{21}P_2 = \lambda_{12}P_1 + \lambda_{32}P_3$, но, учитывая равенство для первого состояния, имеем $\lambda_{23}P_2 = \lambda_{32}P_3$, т.е. для данного процесса имеет место соотношение

$$\lambda_{k-1,k}P_{k-1} = \lambda_{k,k-1}P_k.$$

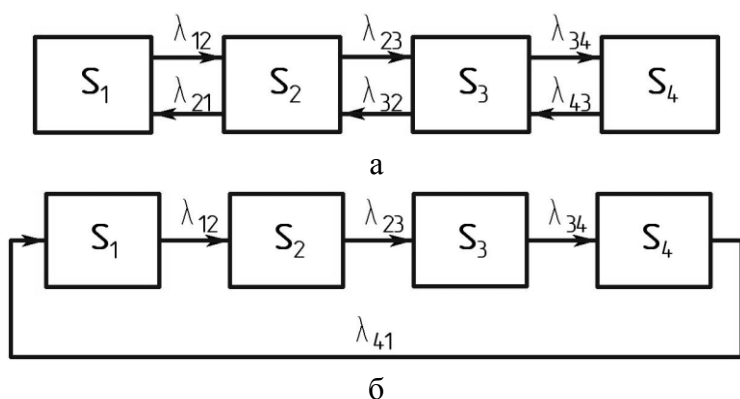


Рисунок 4.4 – Схема марковских процессов:
а – «гибели и размножения»; б – циклический

Используя последнее соотношение, а также условие $P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1$, определяем предельные вероятности:

$$P_1 = \left(1 + \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} + \frac{\lambda_{23}\lambda_{12}}{\lambda_{32}\lambda_{21}} + \frac{\lambda_{34}\lambda_{23}\lambda_{12}}{\lambda_{43}\lambda_{32}\lambda_{21}} + \dots + \frac{\lambda_{n-1,n}\dots\lambda_{12}}{\lambda_{n,n-1}\dots\lambda_{21}} \right)^{-1};$$

$$P_2 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21}} P_1;$$

$$P_3 = \frac{\lambda_{23}\lambda_{12}}{\lambda_{32}\lambda_{21}} P_1;$$

$$P_k = \frac{\lambda_{k-1,k}\dots\lambda_{12}}{\lambda_{k,k-1}\dots\lambda_{21}} P_1.$$

Пример 1. На крупном АТП имеется компрессорная станция, состоящая из трех одинаковых компрессоров, средняя выработка на отказ каждого из которых составляет $\bar{T}$. Поток отказов простейший. Среднее время ремонта равно $\bar{T}_p$. Определить среднюю производительность станции при условии, что производительность трех компрессоров $W_1 = 100\%$, двух – $W_2 = 70\%$ и одного – $W_3 = 35\%$.

Решение. Поток отказов одного компрессора по условию является простейшим с экспоненциальным распределением наработки между отказами и параметром $\lambda = 1/\bar{T}$.

Если работают все три компрессора (состояние S_1), то потоки отказов возрастают в 3 раза, т.е. $\lambda_{12} = 3/\bar{T}$ (рисунок 4.4, а). При работе двух компрессоров (состояние S_2) – $\lambda_{23} = 2/\bar{T}$, одного (состояние S_3) – $\lambda_{34} = 1/\bar{T}$. При состоянии S_4 все три компрессора ремонтируются.

В рассматриваемой модели учитывается не только интенсивность отказов, но и интенсивность восстановления μ , которая при экспоненциальном законе распределения продолжительности восстановления равна обратной средней продолжительности ре-

монта $\mu = 1/\bar{T}_p$, т.е. при ремонте одного компрессора $\mu_1 = \lambda_{21} = 1/\bar{T}_p$; двух — $\mu_2 = \lambda_{32} = 2/\bar{T}_p$; трех — $\mu_3 = \lambda_{43} = 3/\bar{T}_p$.

При условии $\bar{T} = 50$ ч и $\bar{T}_p = 4$ ч имеем:

$$P_1 = \left[1 + 3 \frac{\bar{T}_p}{\bar{T}} + 3 \left(\frac{\bar{T}_p}{\bar{T}} \right)^2 + \left(\frac{\bar{T}_p}{\bar{T}} \right)^3 \right]^{-1} = 0,793,$$

$$P_2 = 3 \left(\bar{T}_p / \bar{T} \right) P_1 = 3 \cdot 0,08 \cdot 0,793 = 0,1914,$$

$$P_3 = 3 \left(\bar{T}_p / \bar{T} \right)^2 P_1 = 0,0152,$$

$$P_4 = \left(\bar{T}_p / \bar{T} \right)^3 P_1 = 0,0004.$$

Средняя производительность компрессорной станции в установившемся режиме:

$$\begin{aligned} \bar{W} &= P_1 W_1 + P_2 W_2 + P_3 W_3 + P_4 W_4 \approx \\ &\approx 0,79 W_1 + 0,19 \cdot 0,7 \cdot W_1 + 0,015 \cdot 0,35 W_1 \approx 0,93 W_1. \end{aligned}$$

Если средняя наработка на отказ будет ниже, например, $\bar{T} = 32$ ч, то вероятности соответственно составят $P_1 = 0,702$; $P_2 = 0,265$; $P_3 = 0,032$; $P_4 = 0,001$, а

средняя производительность компрессорной станции сократится до $\bar{W} = 0,89W_1$.

Если в марковском процессе с непрерывным временем дискретные состояния связаны между собой в одно кольцо и имеют односторонние переходы, то такой процесс называется циклическим. Например, автомобиль последовательно (см. рисунок 4.4, б) может быть исправным и работать (S_1), ожидать ремонта (S_2), ремонтироваться (S_3), ожидать работы после ремонта (S_4) и снова работать (S_1). Плотности вероятности переходов будут соответственно λ_{12} , λ_{23} , λ_{34} , λ_{41} . Для предельных вероятностей, т.е. $dP/dt = 0$, и при переходе из первого во второе состояние имеем

$$\lambda_{23}P_2 = \lambda_{12}P_1,$$

$$\lambda_{34}P_3 = \lambda_{23}P_2,$$

$$\lambda_{k-1,k}P_{k-1} = \lambda_{k,k-1}P_k,$$

при переходе в последнее состояние — $\lambda_{n-1,n}P_{n-1} = \lambda_{n,1}P_n$; при переходе из последнего состояния в первое — $\lambda_{n,1}P_n = \lambda_{12}P_1$.

Решая эту систему уравнений, получим:

$$P_1 = \left[1 + \lambda_{12} \left(\frac{1}{\lambda_{23}} + \frac{1}{\lambda_{34}} + \dots + \frac{1}{\lambda_{n,1}} \right) \right]^{-1},$$

$$P_2 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{23}} P_1, \quad P_3 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{34}} P_1,$$

$$P_k = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{k,k+1}} P_1, \quad P_n = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{n,1}} P_1.$$

Так как рассматриваемый процесс пуассоновский, то среднее время пребывания системы в состоянии S_i равно $\bar{T}_i = 1/\lambda_{i,i+1}$, откуда $\lambda_{i,i+1} = 1/\bar{T}_i$; $\lambda_{n,1} = 1/\bar{T}_n$.

Так, для

$$P_1 = \left[1 + \frac{1}{\bar{T}_1} \left(\bar{T}_2 + \bar{T}_3 + \dots + \bar{T}_n \right) \right]^{-1} = \frac{\bar{T}_1}{\bar{T}_1 + \bar{T}_2 + \dots + \bar{T}_n},$$

или в общем виде

$$P_k = \frac{\bar{T}_k}{\sum_{i=1}^n \bar{T}_i}.$$

Пример 2. Определить предельные вероятности для случая, рассмотренного на рисунке 4.4, б, при условии, что $\bar{T}_1 = T_H$, $\bar{T}_2 = 0,3T_H$, $\bar{T}_3 = 0,19T_H$, $\bar{T}_4 = 0,8T_H$, где T_H – среднее время нахождения автомобиля в наряде.

$$P_1 = T_H / (T_H + 0,3T_H + 0,19T_H + 0,8T_H) = 1/2,29 = 0,44,$$

$$P_2 = 0,3T_n / 2,29T_n = 0,13,$$

$$P_3 = 0,19T_n / 2,29T_n = 0,08,$$

$$P_4 = 0,8T_n / 2,29T_n = 0,35.$$

4.3. Последовательность выполнения работы

Для заданного преподавателем узла (агрегата, системы) автомобиля составить перечень возможных отказов, охарактеризовать и классифицировать их в соответствии со схемой на рисунке 4.1, оценить их влияние на отказы системы в целом.

По заданию преподавателя (таблица В.1) для конкретных состояний автомобиля составить размеченные графы, составить систему уравнений Колмогорова и определить предельные вероятности.

4.4. Пример алгоритмизации решения с помощью математического пакета MAPLE

4.4.1. Занятие №4-1

>

Pz_4-1.mws.

Дисциплина: Надежность автотранспортных средств

Тема занятия: Определение финальных вероятностей состояний

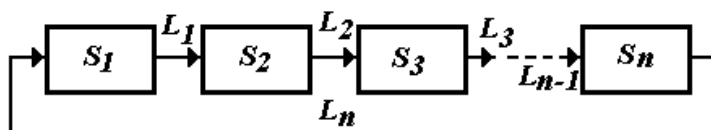
Цель занятия: Построение матричной модели циклического процесса

Ст. гр. АВ-51 Фамилия И.О.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Для заданных состояний технической системы $S_1, S_2, \dots, S_n$ при известных интенсивностях потоков $L_1, L_2, \dots, L_n$ найти вероятности этих состояний $P_1, P_2, \dots, P_n$.

Рассмотрим пример анализа циклической схемы процесса по описанию размеченного графа состояний при условии, что все потоки – простейшие.



Размеченный граф состояний

Система уравнений, описывающая состояния процесса $S_1, S_2, \dots, S_n$, имеет вид

$$S1. P_1 * L_1 = P_n * L_n;$$

$$S2. P_2 * L_2 = P_1 * L_1;$$

$$S3. P_3 * L_3 = P_2 * L_2;$$

$$Sn. P_n * L_n = P_{n-1} * L_{n-1}.$$

Для получения нетривиального решения необходимо заменить одно из уравнений системы, например, для состояния S_m , где $1 \leq m \leq n$, уравнением нормировки в форме

$$P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n = 1.$$

В этом случае матрица коэффициентов M и вектор свободных членов V при $n=6$ и $m=2$ примут вид

$$M = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -L_6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -L_2 & L_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L_3 & L_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -L_4 & L_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -L_5 & L_6 \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4.4.2. Описание блок-схемы решения задачи

1. Ввести описание пакетов программ

restart: # команда очистки памяти

with(linalg): # решение линейных уравнений (Solution of linear equations)

with(stats[statplots]): # пакет программ статистических графиков

Ввести данные для задания варианта №- номер зачетной книжки, N- порядковый номер в списке группы

2. Описание структуры данных

n:=6:

m:=3:

M:=Matrix(n,n):

V:=Vector(n):

V[m]:=1:

P:=array(1..n):

3. Матрица коэффициентов

```

for i from 1 to n-1 do M[i,i]:=L[i]:
M[i+1,i]:=-L[i]:
od:
M[1,n]:=-L[n]: M[n,n]:=L[n]:
for i to n do M[m,i]:=1 od # Ввод уравнения нормировки
'M'=M,'V'=V;

```

4. Модель интенсивностей потоков

```

L:=evalf(stats[random,uniform](n),3);

```

5. Решение системы. Вывод значений финальных вероятностей состояний системы

```

P:=linsolve(M,V);
Сумма_вероятностей:=sum('P[i]',i=1..n);

```

6. Гистограмма распределения вероятностей состояний

```

q:=.8:
data:=[seq(Weight(i..i+q,P[i]*q),i=1..n)]:
histogram(data,color=pink);

```

> #1. Описание пакетов программ

```

restart:

```

```

with(linalg):

```

```

with(stats[statplots]):

```

№:=040876: Номер зачетной книжки

```

randomize(№);

```

N:=16; Порядковый номер в списке группы

Warning, the protected names norm and trace have been redefined and unprotected

40876

$N := 16$

> #2. Описание структуры данных

$n := 6$:

$m := 2$:

$M := \text{Matrix}(n, n)$:

$V := \text{Vector}(n)$:

$V[m] := 1$:

$P := \text{array}(1..n)$:

> #3. Матрица коэффициентов

for i from 1 to n-1 do $M[i, i] := L[i]$:

$M[i+1, i] := -L[i]$:

od:

$M[1, n] := -L[n]$: $M[n, n] := L[n]$:

for i to n do $M[m, i] := 1$ od: # Ввод уравнения нормировки

'M'=M, 'V'=V;

$$M = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -L_6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -L_2 & L_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L_3 & L_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -L_4 & L_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -L_5 & L_6 \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

> #4. Модель интенсивностей потоков

$L := \text{evalf}(\text{stats}[\text{random}, \text{uniform}](n), 3)$;

$L := .206, .721, .346, .694, .559, .310$

> #5. Решение системы. Вывод значений финальных вероятностей состояний системы

$P := \text{linsolve}(M, V);$

Сумма_вероятностей:=sum('P[i]','i'=1..n);

$P := [.3114341833, .08898119523, .1854203519, .09244299963, .1147682321, .2069530380]$

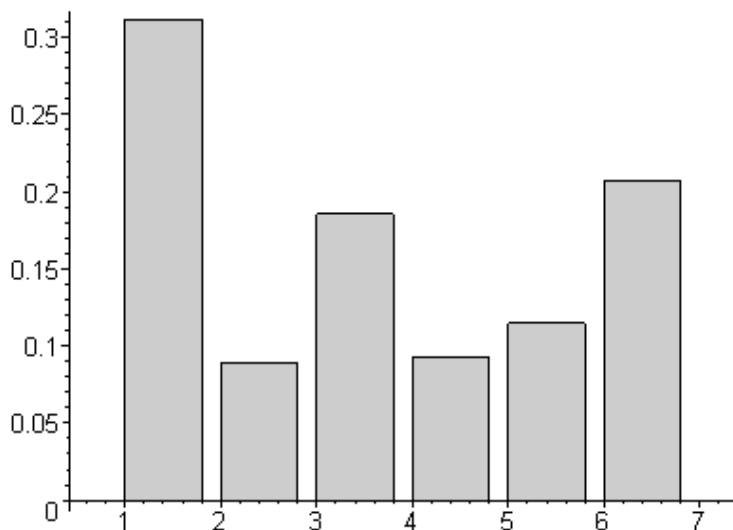
*Сумма_вероятностей*1.000000000

> #6. Гистограмма распределения вероятностей состояний

$q := .8;$

$\text{data} := [\text{seq}(\text{Weight}(i..i+q, P[i]*q), i=1..n)];$

histogram(data,color=pink);



>

4.4.3. Занятие №4-2

>

Pz_4-2.mws.

Дисциплина: Надежность автотранспортных средств

Тема занятия: Определение финальных вероятностей состояний

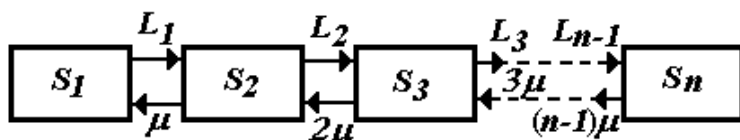
Цель занятия: Построение модели схемы процесса гибели-размножения

Ст. гр. АВ-51д Фамилия И.О.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Для заданных состояний технической системы $S_1, S_2, \dots, S_n$ при известных интенсивностях потоков $L_1, L_2, \dots, L_n$ найти вероятности этих состояний $P_1, P_2, \dots, P_n$.

Рассмотрим пример анализа циклической схемы процесса по описанию приведенного графа состояний при условии, что все потоки – простейшие.



Система уравнений, описывающая финальные состояния процесса $S_1, S_2, \dots, S_n$, имеет вид

$$S1. P_1 \cdot L_1 = P_2 \cdot \mu;$$

$$S2. P_2(L_2 + \mu) = P_1 \cdot L_1 + P_3 \cdot 2\mu;$$

$$S3. P_3(L_3 + 2\mu) = P_2 \cdot L_2 + P_4 \cdot 3\mu;$$

$$S_n. P_n \cdot (n-1)\mu = P_{n-1} \cdot L_{n-1}.$$

Для получения нетривиального решения необходимо заменить одно из уравнений системы, например, для состояния S_m , где $1 \leq m \leq n$, уравнением нормировки в форме

$$P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n = 1.$$

4.4.4. Описание блок-схемы решения задачи

1. Ввести описание пакетов программ

restart: # команда очистки памяти

with(linalg): # решение линейных уравнений (Solution of linear equations)

with(stats[statplots]): # пакет программ статистических графиков

Ввести данные для задания варианта

№- номер зачетной книжки, N- порядковый номер в списке группы

2. Система уравнений Колмогорова

n:=4: # Число состояний

m:=4: # Номер заменяемого уравнения

eq[1]:=P[1]*L[1]=P[2]*mu;

for i from 2 to n-1 do # Описание состояний системы

eq[i]:=P[i]*(L[i]+(i-1)*mu)=P[i-1]*L[i-1]+P[i+1]*i*mu od;

eq[n]:=P[n]*(n-1)*mu=P[n-1]*L[n-1];

eq[m]:=sum('P[i]',i=1..n)=1; # Уравнение нормировки

3. Модель интенсивностей потоков

```
L:=evalf(stats[random,uniform](n),3);
mu:=evalf(stats[random,uniform](1),3);
```

4. Решение системы уравнений

```
Sys:={seq(eq[i],i=1..n)}; # Система уравнений
Var:={seq(P[i],i=1..n)}; # Множество неизвестных
Rez:=solve(Sys,Var); # Значения финальных вероятностей
assign(Rez):
Сумма_вероятностей:=sum('P[i]',i=1..n);
```

5. Гистограмма распределения вероятностей состояний

```
q:=.8:
data:=[seq(Weight(i..i+q,P[i]*q),i=1..n)]:
histogram(data,color=pink);
```

> #1. Описание пакетов программ

```
restart:
```

```
with(linalg):
```

```
with(stats[statplots]):
```

```
№:=040879: Номер зачетной книжки
```

```
randomize(№);
```

```
N:=16; Порядковый номер в списке группы
```

```
Warning, the protected names norm and
trace have been redefined and unprotected
```

40879

N:=16

```

> #2. Система уравнений Колмогорова
n:=4: # Число состояний
m:=3: # Номер заменяемого уравнения
eq[1]:=P[1]*L[1]=P[2]*mu;
for i from 2 to n-1 do # Описание состоя-
ний системы
eq[i]:=P[i]*(L[i]+(i-1)*mu)=P[i-1]*L[i-
1]+P[i+1]*i*mu od;
eq[n]:=P[n]*(n-1)*mu=P[n-1]*L[n-1];
eq[m]:=sum('P[i]', 'i'=1..n)=1; # Уравнение
нормировки

```

$$eq_1 := P_1 L_1 = P_2 \mu$$

$$eq_2 := P_2 (L_2 + \mu) = P_1 L_1 + 2 P_3 \mu$$

$$eq_3 := P_3 (L_3 + 2 \mu) = P_2 L_2 + 3 P_4 \mu$$

$$eq_4 := 3 P_4 \mu = P_3 L_3$$

$$eq_3 := P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1$$

```

> #3. Модель интенсивностей потоков
L:=evalf(stats[random,uniform](n),3);
mu:=evalf(stats[random,uniform](1),3);

```

$$L := .489, .684, .376, .117$$

$$\mu := .234$$

```

> #4. Решение системы уравнений
Sys:={seq(eq[i], i=1..n)}; # Система урав-
нений
Var:={seq(P[i], i=1..n)}; # Множество неиз-
вестных

```

```
Rez:=solve(Sys,Var); # Значения финальных
вероятностей
```

```
assign(Rez):
```

```
Сумма_вероятностей:=sum('P[i]','i'=1..n);
```

```
Sys := { P1 + P2 + P3 + P4 = 1, .702 P4 = .376 P3, .918 P2 = .489 P1 + .468 P3,
        .489 P1 = .234 P2 }
```

```
Var := { P1, P2, P3, P4 }
```

```
Rez := { P4 = .2102719932, P1 = .1285367895, P3 = .3925822852, P2 = .2686089320 }
```

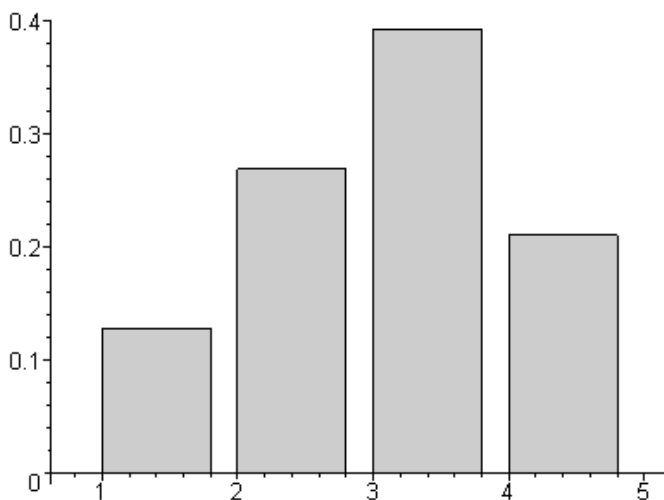
Сумма_вероятностей.9999999999

```
> #4. Гистограмма распределения вероятностей состояний
```

```
q:=.8:
```

```
data:=[seq(Weight(i..i+q,P[i]*q),i=1..n)]:
```

```
histogram(data,color=pink);
```



```
>
```

4.4.5. Занятие №4-3

```
> restart:
with(inttrans):
with(stats[statplots]):
Pz_4-3.mws
```

Вычисление финальных и текущих вероятностей системы массового обслуживания непрерывным временем. Преобразование Лапласа.



```
> # Описание СМО. Операторная форма
Lp1:=s*p1(s)+p1(s)*(L12+L13+L14)-
p1(0)=p2(s)*L21+p4(s)*L41;
Lp2:=s*p2(s)+p2(s)*L21-
p2(0)=p1(s)*L12+p3(s)*L32;
```

```

Lp3:=s*p3(s)+p3(s)*(L32+L34)-
p3(0)=p1(s)*L13;
Lp4:=s*p4(s)+p4(s)*L41-
p4(0)=p1(s)*L14+p3(s)*L34;
Lp0:=p1(s)+p2(s)+p3(s)+p4(s)=1/s;
Lp1:=s*p1(s)+p1(s)*(L12+L13+L14)-p1(0)=p2(s)*L21+p4(s)*L41
Lp2:=s*p2(s)+p2(s)*L21-p2(0)=p1(s)*L12+p3(s)*L32
Lp3:=s*p3(s)+p3(s)*(L32+L34)-p3(0)=p1(s)*L13
Lp4:=s*p4(s)+p4(s)*L41-p4(0)=p1(s)*L14+p3(s)*L34
Lp0:=p1(s)+p2(s)+p3(s)+p4(s)=1/s

```

```

> # Модель потоков
n:=4:
for i to n*11 do
L[i]:=stats[random,uniform](1) od:

> # Изображение решения системы уравнений
Колмогорова
# p0(s)..p4(s) - изображения переходных
вероятностей
# p0(0)..p4(0) - начальные значения пере-
ходных вероятностей
p1(0):=1:p2(0):=0:p3(0):=0:p4(0):=0:
SYS:={Lp1,Lp2,Lp3,Lp4};
VAR:={p1(s),p2(s),p3(s),p4(s)};
Lp:=solve(SYS,VAR):
assign(Lp):

```

```

SYS := { s p2(s) + .9510535301 p2(s) = .3100754872 p1(s) + .7924959004 p3(s),
        s p3(s) + 1.420859343 p3(s) = .7971794905 p1(s),
        s p4(s) + .1355371088 p4(s) = .03916959416 p1(s) + .6283634430 p3(s),
        s p1(s) + 1.146424572 p1(s) - 1 = .9510535301 p2(s) + .1355371088 p4(s) }
VAR := { p1(s), p2(s), p4(s), p3(s) }

```

```
> # Обратное преобразование Лапласа
```

```
LP1:=invlaplace(p1(s), s, t):
```

```
LP2:=invlaplace(p2(s), s, t):
```

```
LP3:=invlaplace(p3(s), s, t):
```

```
LP4:=invlaplace(p4(s), s, t):
```

```
> # Описание финальных вероятностей СМО
```

```
P:=array(1..n):
```

```
Sys:={P[1]*(L12+L13+L14)=
```

```
P[2]*L21+P[4]*L41,
```

```
P[2]*L21=P[1]*L12+P[3]*L32,
```

```
# P[3]*(L32+L34)=P[1]*L13, исключение из
системы 3-го уравнения
```

```
P[4]*L41=P[1]*L14+P[3]*L34,
```

```
sum('P[i]', 'i'=1..n)=1};
```

```
Var:={P[1], P[2], P[3], P[4]};
```

```
Sys := { 1.146424572 P1 = .9510535301 P2 + .1355371088 P4,
```

```
.9510535301 P2 = .3100754872 P1 + .7924959004 P3,
```

```
.1355371088 P4 = .03916959416 P1 + .6283634430 P3, P1 + P2 + P3 + P4 = 1 }
```

```
Var := { P1, P2, P4, P3 }
```

```
> # РЕШЕНИЕ
```

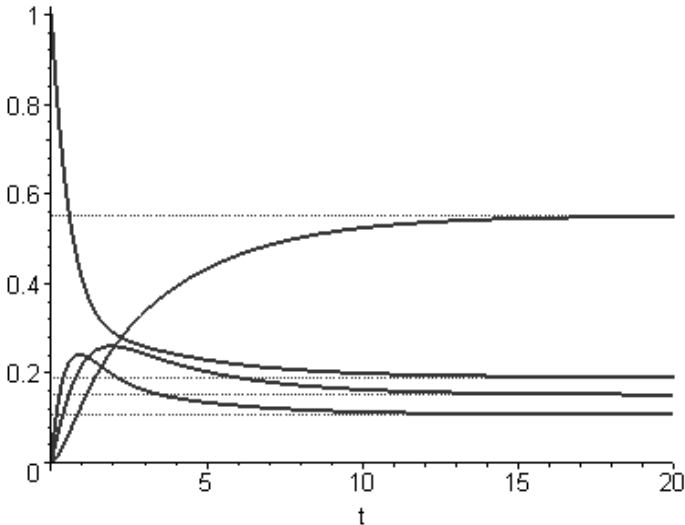
```
REZ:=solve(Sys, Var);
```

```
assign(REZ):
```

```
Сумма_вероятностей:=sum('P[i]','i'=1..n);
REZ := { P2 = .1513050717, P1 = .1906685222, P4 = .5510509788, P3 = .1069754273 }
```

*Сумма_вероятностей*1.000000000

```
> # Графики переходных вероятностей
t0:=20:
G:=seq(plot(LP||i,t=0..t0,thickness=2),
i=1..n):
Q:=seq(plot(P[i],t=0..t0,linestyle=2),
i=1..n):
plots[display](G,Q,tickmarks=[4,5]);
```

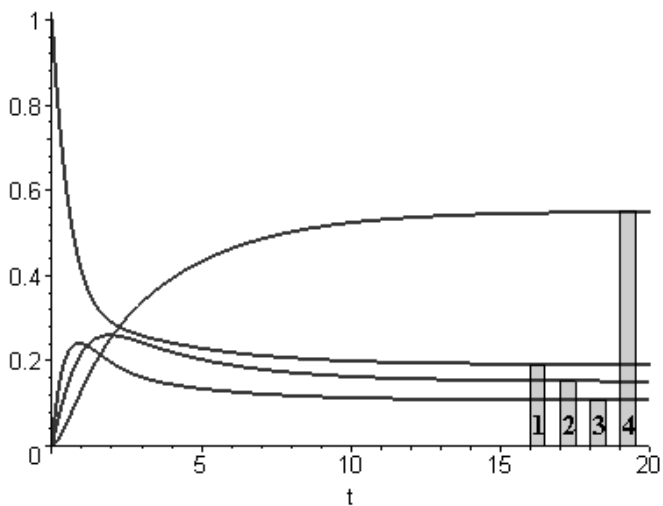


```
> # Гистограмма распределения финальных
вероятностей состояний
i:='i':
q:=.5: # Ширина класса
ts:=t0-n+1+i: # Смещение гистограммы
```

```

data:=[seq(Weight(ts..ts+q,P[i]*q),
i=1..n)]:
H:=histogram(data,color=pink):
M:=plot(1,x=0..t0,color=white): # Нормиро-
    вочное значение
plots[display](H,G,M,tickmarks=[4,5]);

```



>

5. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №5

СХЕМНАЯ НАДЕЖНОСТЬ И РЕЗЕРВИРОВАНИЕ СИСТЕМ АВТОМОБИЛЯ

Цель работы: изучение влияния схем резервирования на надежность систем автомобиля.

5.1. Способы соединения элементов систем автомобиля

Надежность той или иной системы, состоящей из заданного числа элементов, зависит не только от надежности каждого из них, но и от способа их соединения. В простейшем случае элемент может быть или работоспособен (вероятность R), или неработоспособен (вероятность F), так что $R + F = 1$.

При двух элементах возможное число состояний равно четырем. Имеем

$$(R_1 + F_1)(R_2 + F_2) = R_1R_2 + R_1F_2 + F_1R_2 + F_1F_2 = 1.$$

При n элементах имеем 2^n состояний:

$$\prod_{i=1}^n (R_i + F_i) = \prod_n R_i + \dots + \prod_n F_i = 1.$$

Число работоспособных состояний системы зависит от способа соединения элементов, и возможные значения вероятности работоспособного состояния

системы зависят, кроме того, от соотношения вероятностей работоспособного состояния каждого из элементов, входящих в систему.

Рассмотрим при $i = 3$ системы из трех элементов, обеспечивающие различную надежность (рисунок 5.1).

Анализ полученных результатов (таблица 5.1) показывает, что в зависимости от числа элементов и способа их соединения число работоспособных состояний системы может быть различным. Однако всегда есть два предельных случая: минимальной вероятности безотказной работы – последовательное соединение, имеющее лишь одно работоспособное состояние; максимальной вероятности безотказной работы – параллельное соединение, обеспечивающее $n - 1$ работоспособных состояний (лишь одно неработоспособное состояние). Остальные случаи, промежуточные, соответствуют смешанному способу соединения элементов. Чем больше число работоспособных состояний системы, тем выше ее надежность.

Вероятность работоспособного состояния последовательно соединенных элементов «хуже худшего», т.е. меньше надежности наименее надежного элемента, и в общем случае равна

$$R = \prod_{i=1}^n R_i .$$

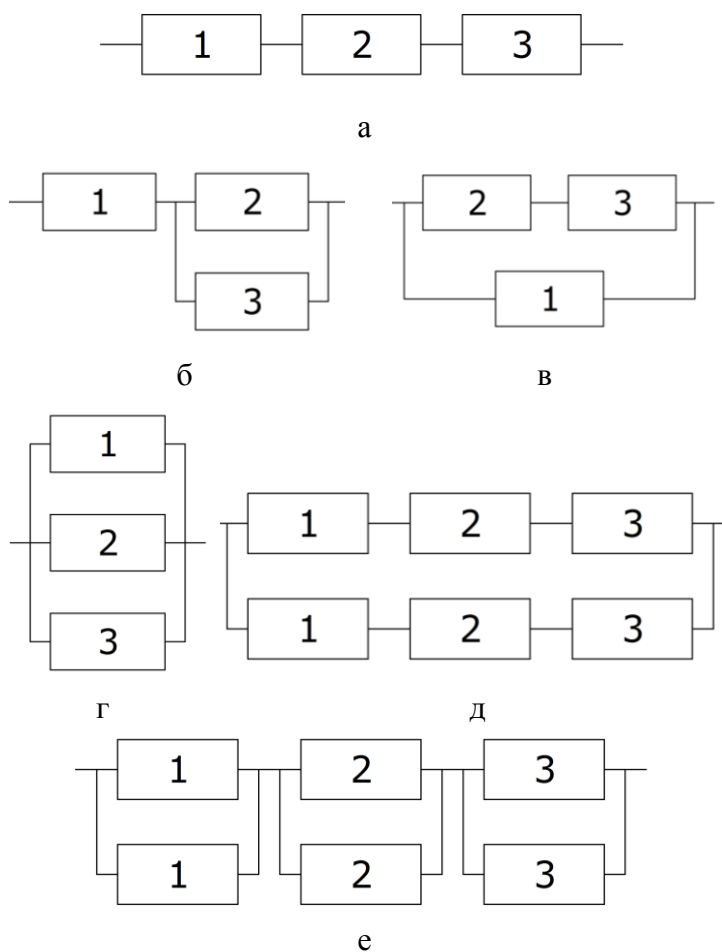


Рисунок 5.1 – Схемы соединения трех элементов, обеспечивающие различную надежность

Вероятность работоспособного состояния параллельного соединения элементов «лучше лучшего», т.е.

выше, чем вероятность работоспособного состояния наиболее надежного элемента. Следовательно, параллельным соединением менее надежных элементов можно получать более надежную систему (структурное резервирование).

Рассмотрим два способа параллельных включений – изделия в целом (рисунок 5.1, д) или его элементов порознь (рисунок 5.1, е). В первом случае изделие состоит из двух параллельных изделий из элементов 1-3, надежность которых возросла с $R_a = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3$ до $R_d = 1 - (1 - R_a)^2$.

При поэлементном параллельном включении (рисунок 5.1, е)

$$R_e = \bar{R}_1 \cdot \bar{R}_2 \cdot \bar{R}_3,$$

где $\bar{R}_3 = 1 - (1 - R_3)^2$, следовательно

$$R_e = \left(1 - (1 - R_1)^2\right) \left(1 - (1 - R_2)^2\right) \left(1 - (1 - R_3)^2\right).$$

При $R_1 = R_2 = R_3 = 0,7$ получим $R_a = 0,343$; $R_d = 0,568$; $R_e = 0,754$.

Параллельное включение резервного изделия повысило надежность в 1,66 раза, а поэлементное включение дает еще больший эффект – увеличение в 2,2 раза.

Таблица 5.1 – Надежность системы из трех элементов при различных способах их включения (для $R_1 = R_2 = R_3 = 0,7$ и $R_1 = 0,9; R_2 = 0,7; R_3 = 0,5$)

Схема включения	Число работоспособных состояний	Расчетная формула	R при	
			$R_1 = R_2 = R_3$	$R_1 > R_2 > R_3$
а	1	$R = R_1 R_2 R_3$	0,343	0,315
б ₁	3	$R = R_1 R_2 R_3 + F_1 R_2 R_3 + R_1 F_2 R_3$	0,637	0,485
б ₂		$R = R_1 R_2 R_3 + F_1 R_2 R_3 + R_1 R_2 F_3$		0,665
б ₃		$R = R_1 R_2 R_3 + R_1 F_2 R_3 + R_1 R_2 F_3$		0,765
в ₁	5	$R = 1 - (F_1 F_2 + R_1 F_2 + F_1 R_2) F_3 =$ $= R_1 R_2 R_3 + F_1 R_2 R_3 + R_1 F_2 R_3 +$ $R_1 R_2 F_3 + F_1 F_2 R_3$	0,872	0,815

Продолжение таблицы 5.1

Схема включения	Число ра- ботоспо- собных состояний	Расчетная формула	R при	
			$R_1 = R_2 = R_3$	$R_1 > R_2 > R_3$
B ₂	5	$R = 1 - (F_1 F_3 + R_1 F_3 + F_1 R_3) F_2 =$ $R_1 R_2 R_3 + R_1 R_2 F_3 + F_1 R_2 R_3 +$ $R_1 F_2 R_3 + F_1 R_2 F_3$	0,872	0,835
		$R = 1 - (F_2 F_3 + R_2 F_3 + F_2 R_3) F_1 =$ $= R_1 R_2 R_3 + R_1 F_2 R_3 + R_1 R_2 F_3 +$ $F_1 R_2 R_3 + R_1 F_2 F_3$		0,935
Г	7	$R = 1 - F_1 F_2 F_3 =$ $= R_1 R_2 R_3 + F_1 R_2 R_3 + R_1 F_2 R_3 +$ $R_1 R_2 F_3 + F_1 F_2 R_3 + F_1 R_2 F_3 + R_1 F_2 F_3$	0,973	0,985

5.2. Последовательность выполнения работы

Рассмотреть схемную надежность тормозных систем автомобиля (рисунки 5.2 – 5.5).

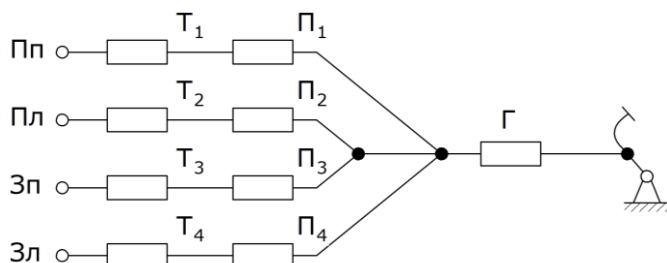


Рисунок 5.2 – Принципиальная структурная схема тормозных систем автомобиля (вариант 1)

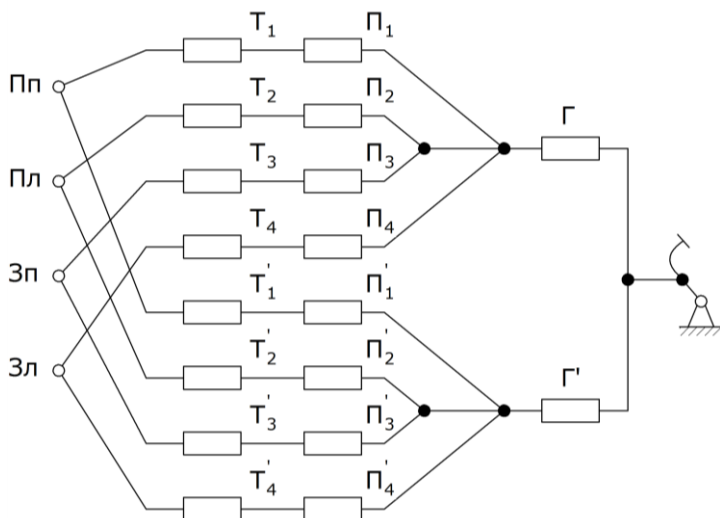


Рисунок 5.3 – Принципиальная структурная схема тормозных систем автомобиля (вариант 2)

Описать вероятности работоспособного состояния тормозов всех четырех колес для заданной схемы (рисунки 5.2 – 5.5) – R_{Ba} , $R_{B\bar{b}}$, $R_{B\bar{b}}$ или $R_{B\bar{b}}$.

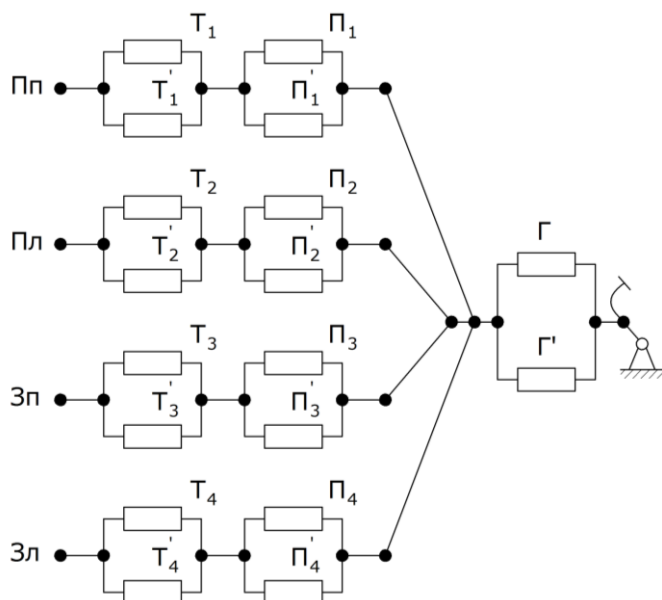


Рисунок 5.4 – Принципиальная структурная схема тормозных систем автомобиля (вариант 3)

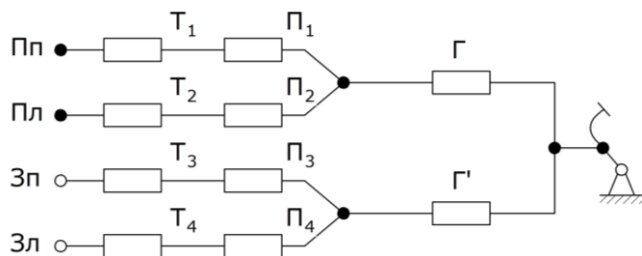


Рисунок 5.5 – Принципиальная структурная схема тормозных систем автомобиля (вариант 4)

Определить для заданной схемы числовые значения вероятностей R_{Ba} , R_{Bb} , R_{Bc} или R_{Bz} , приняв все элементы независимыми и имеющими одинаковую вероятность безотказной работы P .

5.3. Пример алгоритмизации решения с помощью математического пакета MAPLE

5.3.1. Занятие №5-1

```
> restart:
```

```
Pz_5-1
```

Надежность системы из трех элементов при различных способах их включения

```
> # Схема включения а
```

```
'Вероятность_работоспособного_состояния';
```

```
R:=R1*R2*R3;
```

Вероятность_работоспособного_состояния

R := R1 R2 R3

```
> R1:=.7:R2:=R1:R3:=R2:
```

```
R:=R;
```

R := .343

```
> unassign('R1,R2,R3'):
```

```
R:=R1*R2*R3:
```

```
R1:=.9:R2:=.7:R3:=.5:
```

```
R:=R;
```

R := .315

> # Схема включения 61

unassign('R1,R2,R3'):

R:=R1*R2*R3+F1*R1*R3+R1*F2*R3;

$$R := R1 R2 R3 + F1 R1 R3 + R1 F2 R3$$

> R1:=.7:R2:=R1:R3:=R2:

F1:=1-R1: F2:=1-R2:

R:=R;

$$R := .637$$

> R1:=.9:R2:=.7:R3:=.5:

F1:=1-R1: F2:=1-R2:

R:=R1*R2*R3+F1*R2*R3+R1*F2*R3;

$$R := .485$$

> # Схема включения 62

unassign('R1,R2,R3,F1'):

R:=R1*R2*R3+F1*R1*R3+R1*R2*F3;

$$R := R1 R2 R3 + F1 R1 R3 + R1 R2 F3$$

> R1:=.7:R2:=R1:R3:=R2:

F1:=1-R1: F3:=1-R3:

R:=R;

$$R := .637$$

> R1:=.9:R2:=.7:R3:=.5:

F1:=1-R1: F3:=1-R3:

R:=R1*R2*R3+R1*F2*R3+R1*R2*F3;

$$R := .765$$

> # Схема включения 63

unassign('R1,R2,R3,F1,F3'):

R:=R1*R2*R3+F1*R1*R3+R1*R2*F3;

$$R := R1 R2 R3 + F1 R1 R3 + R1 R2 F3$$

```
> R1:=.7:R2:=R1:R3:=R2:
```

```
F1:=1-R1: F3:=1-R3:
```

```
R:=R;
```

$$R := .637$$

```
> R1:=.9:R2:=.7:R3:=.5:
```

```
F2:=1-R2: F3:=1-R3:
```

```
R:=R1*R2*R3+R1*F2*R3+R1*R2*F3;
```

$$R := .765$$

```
> # Схема включения в1
```

```
unassign('R1,R2,R3,F1,F2,F3'):
```

```
R:=1-(F1*F2+R1*F2+F1*R2)*F3;
```

$$R := 1 - (F1 F2 + R1 F2 + F1 R2) F3$$

```
> R1:=.7:R2:=R1:R3:=R2:
```

```
F1:=1-R1: F2:=1-R2: F3:=1-R3:
```

```
R:=R;
```

$$R := .847$$

```
> R1:=.9:R2:=.7:R3:=.5:
```

```
F1:=1-R1:F2:=1-R2: F3:=1-R3:
```

```
R:=1-(F1*F2+R1*F2+F1*R2)*F3;
```

$$R := .815$$

```
> # Схема включения в2
```

```
unassign('R1,R2,R3,F1,F2,F3'):
```

```
R:=1-(F1*F3+R1*F3+F1*R3)*F2;
```

$$R := 1 - (F1 F3 + R1 F3 + F1 R3) F2$$

```
> R1:=.7:R2:=R1:R3:=R2:
```

```
F1:=1-R1: F2:=1-R2: F3:=1-R3:
```

```
R:=R;
```

$$R := .847$$

> R1:=.9:R2:=.7:R3:=.5:

F1:=1-R1:F2:=1-R2: F3:=1-R3:

R:=1-(F1*F3+R1*F3+F1*R3)*F2;

$$R := .835$$

> # Схема включения в3

unassign('R1,R2,R3,F1,F2,F3'):

R:=1-(F2*F3+R2*F3+F2*R3)*F1;

$$R := 1 - (F2 F3 + R2 F3 + F2 R3) F1$$

> R1:=.7:R2:=R1:R3:=R2:

F1:=1-R1: F2:=1-R2: F3:=1-R3:

R:=R;

$$R := .847$$

> R1:=.9:R2:=.7:R3:=.5:

F1:=1-R1:F2:=1-R2: F3:=1-R3:

R:=1-(F2*F3+R2*F3+F2*R3)*F1;

$$R := .935$$

> # Схема включения Г

unassign('R1,R2,R3,F1,F2,F3'):

R:=1-F1*F2*F3;

$$R := 1 - F1 F2 F3$$

> R1:=.7:R2:=R1:R3:=R2:

F1:=1-R1: F2:=1-R2: F3:=1-R3:

R:=R;

$$R := .973$$

> R1:=.9:R2:=.7:R3:=.5:

F1:=1-R1:F2:=1-R2: F3:=1-R3:

```
R:=1-F1*F2*F3;
```

```
R := .985
```

```
> # Схема включения д
```

```
unassign('R1,R2,R3'):
```

```
Rд:=1-(1-Ra)^2;
```

```
Ra:=R1*R2*R3;
```

```
Re:=(1-(1-R1)^2)*(1-(1-R2)^2)*(1-(1-  
R3)^2);
```

$$R_d := 1 - (1 - R_a)^2$$

$$R_a := R_1 R_2 R_3$$

$$R_e := (1 - (1 - R_1)^2) (1 - (1 - R_2)^2) (1 - (1 - R_3)^2)$$

```
> R1:=.7:R2:=R1:R3:=R2:
```

```
Ra:=Ra;
```

```
Rд:=Rд;
```

```
Re:=Re;
```

$$R_a := .343$$

$$R_d := .568351$$

$$R_e := .753571$$

```
>
```

6. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №6

ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ АВТОМОБИЛЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗМЕЧЕННОГО ГРАФА СОСТОЯНИЙ

Цель работы: построение размеченных графов состояний для оценки надежности автомобиля

6.1. Общие сведения

Надежное функционирование автомобильных систем обусловлено высокой безотказностью их узлов и возможностью восстановления в случае отказа. На стадиях проектирования анализ безотказности позволяет выбрать из числа возможных вариантов системы наиболее надежный (при обеспечении других показателей в заданных пределах). Такой анализ может быть выполнен описанием функционирования системы моделями случайных процессов. Наиболее приемлемым и простым математическим аппаратом в данном случае можно считать однородные цепи Маркова.

Для анализа случайных процессов отказов функционирования автомобильных систем воспользуемся графом состояний автомобиля (рисунок 6.1).

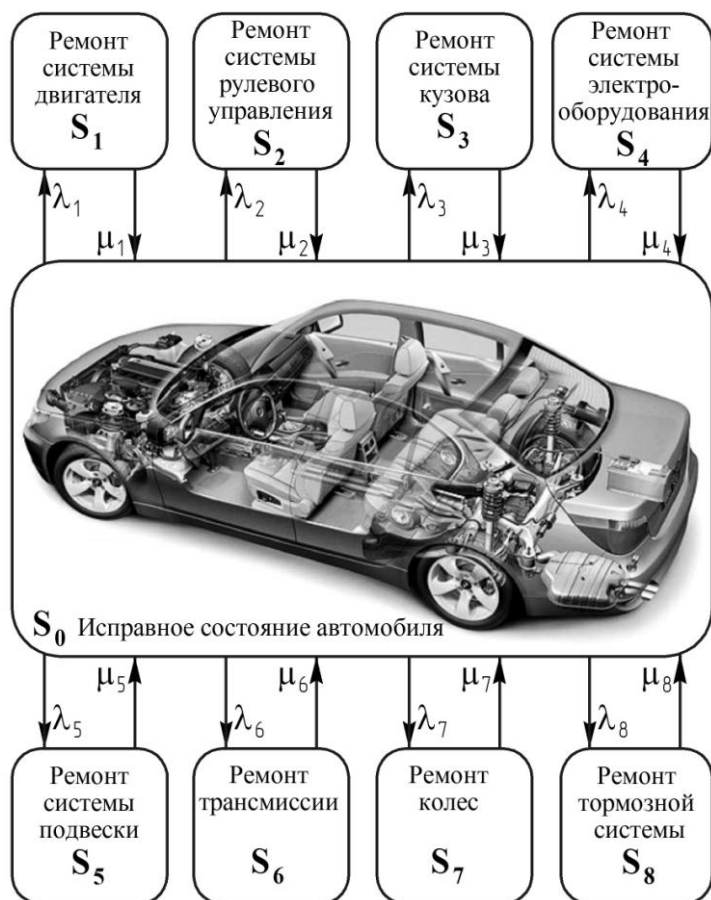


Рисунок 6.1 – Граф состояний автомобиля
с учетом отказов функционирования его систем

Автомобиль может находиться в исправном состоянии – S_0 , а также в состояниях, вызванных отказами его систем:

S_1 – ремонт системы двигателя (кривошипно-шатунный механизм, механизм газораспределения, подсистемы охлаждения, смазки, питания);

S_2 – ремонт системы рулевого управления (рулевой механизм и привод, усилители рулевых приводов);

S_3 – ремонт системы кузова (салон, капот, двери);

S_4 – ремонт системы электрооборудования (электроснабжение, зажигание, электропуск, контрольно-измерительные приборы, освещение, сигнализация);

S_5 – ремонт системы подвески (амортизатор, стойка, пружина, рычаги, шарниры);

S_6 – ремонт трансмиссии (сцепление, коробка передач, раздаточная коробка, карданная передача, главная передача, дифференциал, ведущие мосты и колесная передача);

S_7 – ремонт колес (шины, ступицы, подшипники);

S_8 – ремонт тормозных систем (тормозные механизмы, усилитель тормозного привода, тормозной привод).

Вероятность нахождения автомобиля в каждом из вышеуказанных состояний обозначим соответственно $P_0, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8$. Состояние автомобиля определяется совокупностью уравнений финальных вероятностей:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_0(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6 + \lambda_7 + \lambda_9) = \\ = P_1\mu_1 + P_2\mu_2 + P_3\mu_3 + P_4\mu_4 + P_5\mu_5 + \\ + P_6\mu_6 + P_7\mu_7 + P_8\mu_8; \\ P_1\mu_1 = P_0\lambda_1; \\ \dots\dots\dots \\ P_8\mu_8 = P_0\lambda_8. \end{array} \right.$$

Система решается с помощью условия нормировки: сумма всех вероятностей равна единице. В уравнениях интенсивность λ характеризует входящий поток — поток отказов (среднее число заявок на ремонт, поступивших в единицу времени), интенсивность μ — выходящий поток — поток восстановления (среднее число заявок на ремонт, выполненных в единицу времени).

При этом

$$\left\{ \begin{array}{l} P_0 = (1 + \lambda_1/\mu_1 + \lambda_2/\mu_2 + \lambda_3/\mu_3 + \lambda_4/\mu_4 + \\ + \lambda_5/\mu_5 + \lambda_6/\mu_6 + \lambda_7/\mu_7 + \lambda/\mu)^{-1}; \\ P_1 = P_0 \lambda_1/\mu_1; \\ \dots \\ P_8 = P_0 \lambda_8/\mu_8. \end{array} \right.$$

Исследования параметров потоков отказов функционирования механизмов узлов конкретной модели автомобиля производятся по результатам реальных условий эксплуатации за определенный период (например, за год). Отказы, происходящие в период обкатки (приработки узлов автомобиля), а также поломки, произошедшие в результате аварии или дорожно-транспортных происшествий, не учитываются, то есть рассматривается установившийся режим работы.

Среднее время между двумя отказами $\overline{T_i}$ соответствующих систем автомобиля, а также среднее время ремонта (замены, восстановления) $\overline{T_{ei}}$ узлов (деталей) вышедшей из строя системы подсчитывается на основе данных технической службы автопредприятия. Число дефектов соотносится с общим числом автомобилей из общей возрастной группы (до семи лет эксплуатации).

В качестве одной из составляющих интенсивности потока отказов удобнее принимать средний пробег $(\overline{L_i})$ автомобиля до отказа соответствующего элемента, который затем следует пересчитать, через среднюю скорость (V_{cp}) при эксплуатации автомобиля в среднее время между отказами соответствующей системы:

$$\overline{T}_i = \overline{L}_i / V_{cp} .$$

Полученные интенсивности потоков отказов $\lambda_i = 1/\overline{T}_i$ и потоков восстановлений $\mu_i = 1/\overline{T}_i$ каждой из систем подставляются в уравнение вероятностей и подсчитывается вероятность безотказной работы P_0 автомобиля, а также вероятность соответствующих отказов $P_1, \dots, P_8$.

Анализ и расчеты позволяют выявить наименее надежные узлы и системы, которые требуют существенной модернизации, либо усовершенствования технологического процесса изготовления и сборки автомобильных агрегатов.

6.2. Последовательность выполнения работы

Для заданной преподавателем модели автомобиля построить размеченный граф состояний с учетом отказов функционирования его систем.

Построенный граф описать уравнениями финальных вероятностей, по заданным параметрам потоков отказов и восстановления с помощью персонального компьютера рассчитать вероятности безотказной работы автомобиля и вероятности отказов его систем.

Предложить мероприятия по повышению надежности уязвимых элементов и систем автомобиля.

6.3. Пример алгоритмизации решения с помощью математического пакета MAPLE

6.3.1. Занятие №6-1

>

Pz_6-1.mws.

Дисциплина: Надежность автотранспортных средств

Тема занятия: Определение финальных вероятностей состояний автомобиля

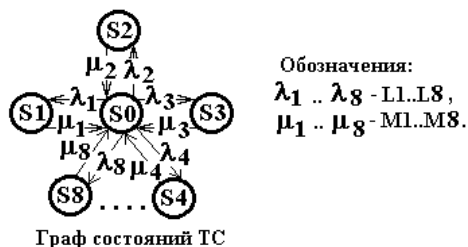
Цель занятия: Оценка надежности автомобиля

Ст. гр. АВ-51з Фамилия И.О.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Для заданных состояний технической системы (автомобиля) $S_0, S_1, \dots, S_q$ при известных интенсивностях потоков отказов $\lambda_1 \dots \lambda_q$ и восстановлений $\mu_1 \dots \mu_q$ найти вероятности $P_0, P_1, \dots, P_q$ этих состояний.

Рассмотрим пример анализа отказов автомобиля по причине выхода из строя его узлов по описанию приведенного графа состояний при условии, что все потоки отказов и восстановлений – простейшие.



ВОЗМОЖНЫЕ СОСТОЯНИЯ АВТОМОБИЛЯ

- S0 - отсутствие ремонтов,
- S1 - ремонт двигателя,
- S2 - ремонт рулевого управления,
- S3 - ремонт кузова,
- S4 - ремонт тормозной системы,
- S5 - ремонт трансмиссии,
- S6 - ремонт подвески,
- S7 - ремонт электрооборудования,
- S8 - ремонт колес.

Требуется найти предельные вероятности состояний системы и оценить распределение подвижного состава АТП по состояниям.

Для решения задачи необходимо найти

$$n[i] = P_i \cdot N_0; \quad i = [1, q],$$

где N_0 - число автомобилей в АТП,

P_i - вероятность i -го состояния,

q - число неисправных состояний ($q=8$),

$n[i]$ - среднее число автомобилей, находящихся в i -м состоянии, причем

$$n[0] + n[1] + n[2] + \dots + n[q] = N_0.$$

Для определения вероятностей состояний составим систему уравнений Колмогорова

$$P_1 \cdot \mu_1 = P_0 \cdot \lambda_1;$$

$$P_2 \cdot \mu_2 = P_0 \cdot \lambda_2;$$

$$P_3 \cdot \mu_3 = P_0 \cdot \lambda_3;$$

$$P_4 \cdot \mu_4 = P_0 \cdot \lambda_4;$$

$$P_q * \mu_q = P_0 * \lambda_q;$$

$$P_0 * (\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_q) = P_1 * \mu_1 + P_2 * \mu_2 + \dots + P_q * \mu_q;$$

и уравнение нормировки

$$P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_q = 1.$$

6.3.2. Алгоритмическое описание задачи

1. Ввести описание библиотек статистической обработки и построения графиков

restart: # команда очистки памяти

with(linalg): # решение линейных уравнений (Solution of linear equations)

with(plottools): # пакет программ графики

Ввести данные для задания варианта

№ - номер зачетной книжки, N - порядковый номер в списке группы

2. Модель интенсивностей потоков

q:=8:

Lm:=evalf(stats[random,uniform](q),3);

Mm:=evalf(stats[random,uniform](q),3);

for i to q do L[i]:=Lm[i]: mu[i]:=Mm[i] od:

3. Описание СМО

Sys:={p[0]*sum('L[i]',i'=1..q)=sum('p[i]*mu[i]',i'=1..q),

seq(p[i]*mu[i]=p[0]*L[i],i=1..q),

sum('p[i]',i'=0..q)=1};

Rmin:=minimize(Y,Sys):

```
assign(Rmin):
```

```
Сумма_вероятностей:=sum('p[i]',i'=0..q);
```

4. Значения предельных вероятностей состояний системы

```
for i from 0 to q do p[i]:=evalf(p[i]) od;
```

5. Гистограмма распределения вероятностей состояний

```
q:=.9:
```

```
data:=[seq(Weight(i..i+q,p[i]*q),i=0..q)];
```

```
histogram(data,color=pink);
```

6. Число автомобилей

```
T:=1840: # час
```

```
T0:=p[0]*T; # час
```

```
> #1. Описание библиотек
```

```
restart:
```

```
with(simplex):
```

```
with(stats[statplots]):
```

```
№:=0408762: Номер зачетной книжки
```

```
randomize(№);
```

```
N:=16; Порядковый номер в списке группы
```

```
Warning, the protected names maximize and  
minimize have been redefined and unprotected
```

$$N := 16$$

> #2. Модель интенсивностей потоков

q:=8:

N0:=50*N; # Число автомобилей АТП

L:=evalf(stats[random,uniform](q),3);

mu:=evalf(stats[random,uniform](q)*100,3);

$$N0 := 800$$

$$L := .919, .849, .142, .890, .703, .589, .818, .348$$

$$\mu := 17.1, 78.7, 25.3, 7.63, 68.3, 4.16, 5.73, 42.4$$

> #3. Описание СМО

Sys:={p[0]*sum('L[i]', 'i'=1..q)=

sum('p[i]*mu[i]', 'i'=1..q),

seq(p[i]*mu[i]=p[0]*L[i], i=1..q),

sum('p[i]', 'i'=0..q)=1};

Rmin:=minimize(Y, Sys):

assign(Rmin):

Сумма_вероятностей:=sum('p[i]', 'i'=0..q);

$$\text{Sys} := \{ 25.3 p_3 = .142 p_0, 7.63 p_4 = .890 p_0, 68.3 p_5 = .703 p_0, 4.16 p_6 = .589 p_0,$$

$$5.73 p_7 = .818 p_0, 42.4 p_8 = .348 p_0, p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 = 1,$$

$$5.258 p_0 =$$

$$17.1 p_1 + 78.7 p_2 + 25.3 p_3 + 7.63 p_4 + 68.3 p_5 + 4.16 p_6 + 5.73 p_7 + 42.4 p_8,$$

$$17.1 p_1 = .919 p_0, 78.7 p_2 = .849 p_0 \}$$

Сумма_вероятностей.9999999999

> #4. Значения предельных вероятностей

состояний системы

for i from 0 to q do p[i]:=evalf(p[i]) od;

$$p_0 := .6713066074$$

$$p_1 := .03607782294$$

$$p_2 := .007241922614$$

$$p_3 := .003767807836$$

$$p_4 := .07830444045$$

$$p_5 := .006909641948$$

$$p_6 := .09504797879$$

$$p_7 := .09583399736$$

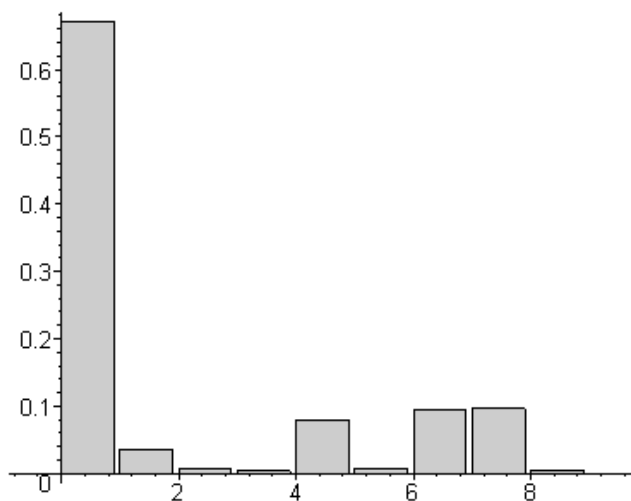
$$p_8 := .005509780646$$

> #5. Гистограмма распределения вероятностей состояний

z:=.9:

data:=[seq(Weight(i..i+z,p[i]*z),i=0..q)]:

histogram(data,color=pink);



> #6. Распределение подвижного состава АТП
по состояниям

for i from 0 to q do $n[i]=p[i]*N0$ od;

$$n_0 = 537.0452859$$

$$n_1 = 28.86225835$$

$$n_2 = 5.793538091$$

$$n_3 = 3.014246269$$

$$n_4 = 62.64355236$$

$$n_5 = 5.527713558$$

$$n_6 = 76.03838303$$

$$n_7 = 76.66719789$$

$$n_8 = 4.407824517$$

>

7. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №7 ИССЛЕДОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ АВТОМОБИЛЬНЫХ СИСТЕМ И АГРЕГАТОВ С УЧЕТОМ ПОТОКОВ ОТКАЗОВ И ВОССТАНОВЛЕНИЙ

Цель работы: проведение системного анализа и оценка надежности агрегатов, узлов и элементов автомобиля с использованием цепей Маркова

7.1. Общие сведения

К автомобильным системам, под которыми понимаются комплексы взаимосвязанного оборудования, относятся двигатель внутреннего сгорания, электрооборудование, тормозная система, рулевое управление, кузов и другие (см., например, рисунок 6.1).

Одной из наиболее важных является система автомобильного двигателя. Анализ основных видов отказов рассмотрим на примере двигателя МеМЗ-307 автомобиля «ZAZ Sens».

Этот двигатель (рисунок 7.1) является 4-тактным инжекторным 4-цилиндровым с рядным расположением цилиндров. В нижней части расположен приемник 1, выше находится масляный насос 2 и зубчатый

ремень 3 привода распределительного вала и насоса охлаждающей жидкости.

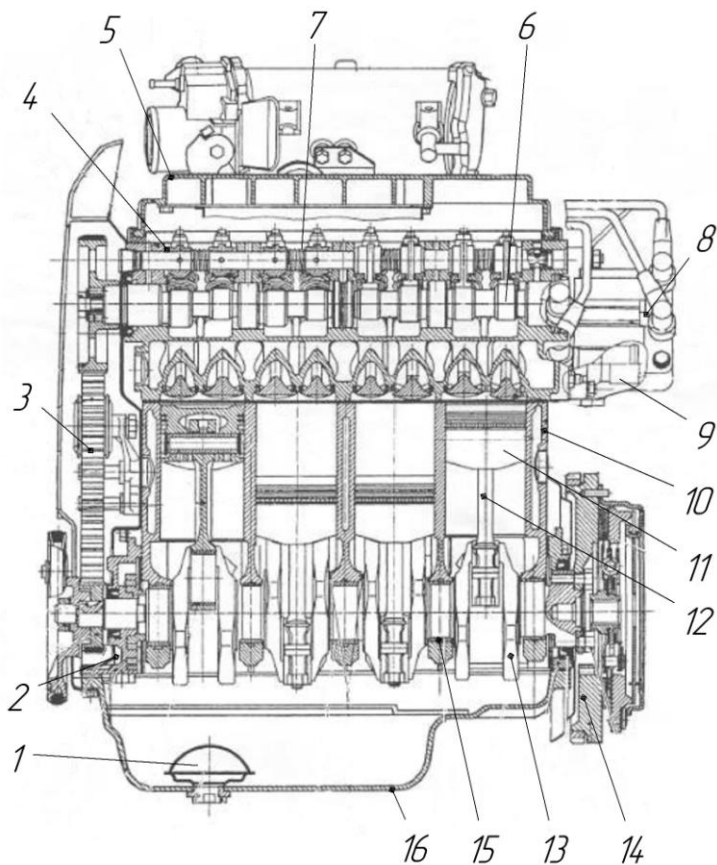


Рисунок 7.1 – Продольный разрез двигателя
MeMZ-307 автомобиля «ZAZ Sens»

Сверху на головке цилиндров 4 закреплена крышка 5, внутри головки размещен распределитель-

ный вал 6, маслоотделитель системы вентиляции картера 7, модуль зажигания 8 и отводящий патрубок системы охлаждения 9. В блоке цилиндров 10 расположены поршни 11, связанные посредством шатунов 12 с коленчатым валом 13, на правом торце которого установлен маховик 14. Коленчатый вал 13 размещен в коренных подшипниках с крышками 15. К нижней части блока цилиндров 10 прикреплен масляный картер 16.

Исходя из функционального назначения указанных узлов и деталей, к ним в процессе изготовления и сборки предъявляются весьма существенные требования: высокая прочность заготовок, высокое качество и точность обрабатываемых и собираемых поверхностей, технологическая и эксплуатационная надежность станочного и сборочного оборудования, приспособлений и инструмента, а также транспортно-загрузочных устройств.

Анализ основных видов отказов двигателя МеМЗ-307 в процессе эксплуатации при пробеге более 100 тыс. км показал, что ремонта или замены потребовали следующие его узлы и детали: подшипник жидкостного насоса (износ); уплотнительная манжета распредвала; коромысло (износ граней на рабочей поверхности, задиры на поверхностях трения); масло-съемные колпачки; прокладки головки блока (повре-

ждения); поршень; крышки коренного подшипника (обрыв резьбы); крышка шатуна; крепежная резьба блока цилиндров (срывы).

Для вероятностной оценки каждого из состояний необходимо по аналогии с предыдущей работой построить размеченный граф состояний двигателя, составить уравнения финальных вероятностей, подставить значения параметров потоков отказов и восстановлений, рассчитать вероятности безотказной работы и отказов подсистем или элементов двигателя.

Примеры размеченных графов состояний для некоторых агрегатов и элементов автомобиля (амортизатор, свечи зажигания) приведены на рисунках 7.2 и 7.3. Состояние S_0 характеризует исправную работу элементов, а $S_1, S_2, \dots, S_n$ – отказы соответствующих узлов, приводящие к выходу из строя всего устройства.

Вероятности безотказной работы P_0 и вероятности $P_1, P_2, \dots, P_n$ отказов соответствующих узлов определяются из системы уравнений А.Н. Колмогорова:

$$\begin{cases} P_0 = (1 + \lambda_1/\mu_1 + \lambda_2/\mu_2 + \dots + \lambda_n/\mu_n)^{-1}; \\ P_1 = P_0 \lambda_1/\mu_1; \\ \dots \\ P_n = P_0 \lambda_n/\mu_n. \end{cases}$$

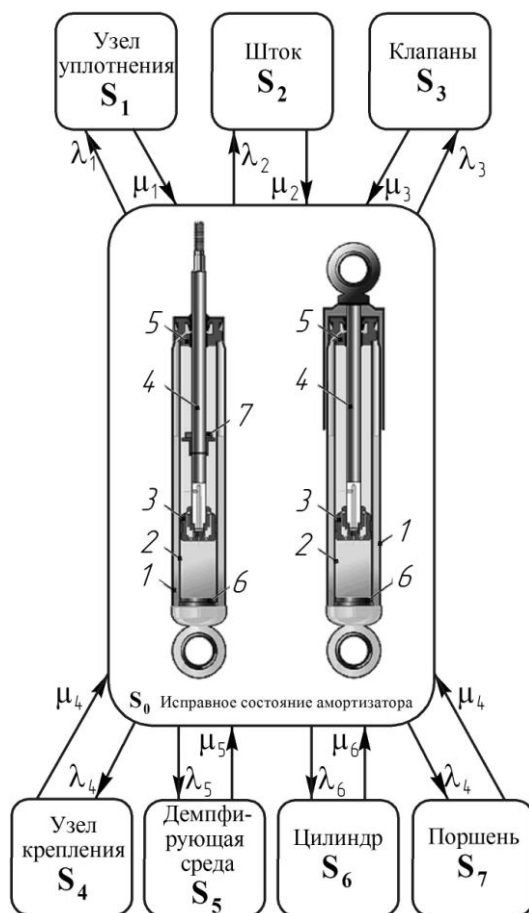


Рисунок 7.3 – Граф состояний амортизатора с учетом отказов функционирования его систем: 1 – корпус-резервуар; 2 – рабочий цилиндр; 3 – поршень с клапаном отбоя; 4 – шток; 5 – направляюще-уплотняющий узел; 6 – корпус клапана сжатия; 7 – буфер отбоя



Рисунок 7.3 – Граф состояний свечи зажигания с учетом отказов её элементов: 1 – боковой электрод; 2 – центральный электрод с медным стержнем; 3 – резьба; 4 – уплотнительное кольцо; 5 – изолятор; 6 – кольца прокладки; 7 – гофрированный цоколь; 8 – контактная головка

7.2. Последовательность выполнения работы

По заданному варианту из таблицы 7.1 произвести системный анализ отказов и расчет вероятностей состояний автомобильных систем и агрегатов.

Таблица 7.1 – Варианты задания

Вариант	Система, агрегат, узел	Вариант	Система, агрегат, узел
1	Сцепление	7	Подвеска
2	Охлаждение	8	Карданная передача
3	Колесо	9	Тормозная система
4	Рулевое управление	10	Электрооборудование
5	Коробка передач	11	Кузов
6	Система питания	12	Двигатель

7.3. Пример алгоритмизации решения с помощью математического пакета MAPLE

7.3.1. Занятие №7-1

>

Pz_7-1.mws.

Дисциплина: Надежность автотранспортных средств

Тема занятия: Определение финальных вероятностей состояний

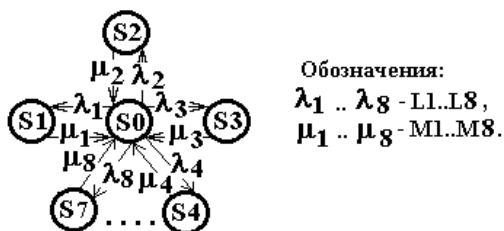
Цель занятия: Анализ качества амортизатора

Ст. гр. АВ-51д Фамилия И.О.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для заданных состояний амортизатора $S_0, S_1, \dots, S_n$ при известных интенсивностях потоков отказов $\lambda_1 \dots \lambda_n$ и восстановлений $\mu_1 \dots \mu_n$ найти вероятности $P_0, P_1, \dots, P_n$ этих состояний.

Рассмотрим пример анализа отказов технической системы (амортизатора) по описанию приведенного графа состояний при условии, что все потоки отказов и восстановлений – простейшие.



Граф состояний

ОПИСАНИЕ СОСТОЯНИЙ

S_0 - амортизатор исправен,

S_1 -повреждение уплотнения,

S_2 - повреждение штока,

S_3 -повреждение клапанов,

S_4 - повреждение крепления,

S_5 -повреждение демпфера,

S_6 - повреждение цилиндра,

S_7 - повреждение поршня.

Требуется найти предельные вероятности состояний системы.

Для определения вероятностей состояний составим матрицу коэффициентов M и вектор свободных членов V

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ L_1 & -\mu_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_2 & 0 & -\mu_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_3 & 0 & 0 & -\mu_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_4 & 0 & 0 & 0 & -\mu_4 & 0 & 0 & 0 \\ L_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_5 & 0 & 0 \\ L_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_6 & 0 \\ L_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_7 \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

для решения системы уравнений Колмогорова

$$P_0 * (\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n) - P_1 * \mu_1 + P_2 * \mu_2 + \dots + P_n * \mu_n = 0;$$

$$P_1 * \mu_1 - P_0 * \lambda_1 = 0;$$

$$P_2 * \mu_2 - P_0 * \lambda_2 = 0;$$

$$P_3 * \mu_3 - P_0 * \lambda_3 = 0;$$

$$P_4 * \mu_4 - P_0 * \lambda_4 = 0;$$

$$P_n * \mu_n - P_0 * \lambda_n = 0;$$

с введенным вместо первого уравнения системы уравнением нормировки

$$P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1.$$

7.3.2. Алгоритмическое описание задачи

1. Ввести описание библиотек статистической обработки и построения графиков

```
restart: # команда очистки памяти
```

```
with(linalg): #решение линейных уравнений (Solution of linear equations)
```

```
with(plottools): # пакет программ графики
```

Ввести данные для задания варианта № - номер зачетной книжки, N - порядковый номер в списке группы

2. Структура данных

```
n:=7:
```

```
M:=Matrix(n+1,n+1):
```

```
V:=Vector(n+1):
```

```
for i to n do M[1,i+1]:=1: M[i+1,1]:=L[i]:
```

```
M[i+1,i+1]:=-mu[i] od:
```

```
M[1,1]:=1:V[1]:=1:
```

```
'M'=M,'V'=V;
```

3. Модель интенсивностей потоков

```
L:=evalf(stats[random,uniform](n),3);
```

```
mu:=evalf(stats[random,uniform](n)*50,3);
```

4. Решение

```
P:=evalf[4](linsolve(M,V));
```

5. Значения предельных вероятностей состояний системы

```
for i to n+1 do p[i-1]:=evalf(P[i]) od;
```

6. Гистограмма распределения вероятностей состояний

```
q:=.9:
```

```
data:=[seq(Weight(i..i+q,p[i]*q),i=0..n)]:
```

```
histogram(data,color=pink);
```

7. Оценить предельную вероятность исправного состояния амортизатора

```
p[0]:=p[0];
```

```
> #1. Описание библиотек
```

```
restart:
```

```
with(linalg):
```

```
with(stats[statplots]):
```

```
№:=040873: Номер зачетной книжки
```

```
randomize(№);
```

```
N:=16; Порядковый номер в списке группы
```

```
Warning, the protected names norm and  
trace have been redefined and unprotected
```

40873

N := 16

> #2. Структура данных

n:=7:

M:=Matrix(n+1,n+1):

V:=Vector(n+1):

for i to n do M[1,i+1]:=1: M[i+1,1]:=L[i]:

M[i+1,i+1]:=-mu[i] od:

M[1,1]:=1:V[1]:=1:

'M'=M, 'V'=V;

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ L_1 & -\mu_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_2 & 0 & -\mu_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_3 & 0 & 0 & -\mu_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_4 & 0 & 0 & 0 & -\mu_4 & 0 & 0 & 0 \\ L_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_5 & 0 & 0 \\ L_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_6 & 0 \\ L_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_7 \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

> #3. Модель интенсивностей потоков

L:=evalf(stats[random,uniform](n),3);

mu:=evalf(stats[random,uniform](n)*50,3);

L := .924, .757, .315, .271, .883, .0693, .479

μ := 6.05, 39.2, 4.64, 14.7, 35.8, 5.85, 49.0

> #4. Решение

P:=evalf[4](linsolve(M,V));

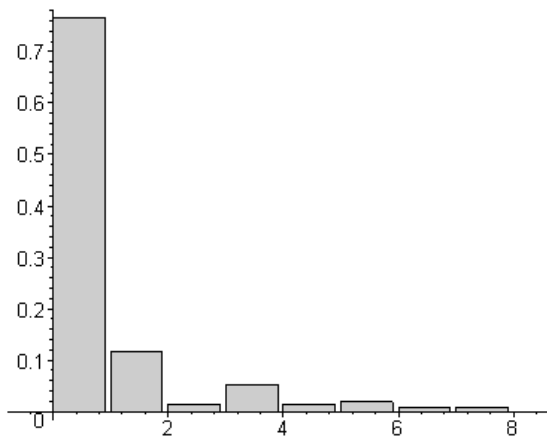
P := [.7663, .1170, .01480, .05202, .01413, .01890, .009073, .007491]

> #5. Значения предельных вероятностей состояний системы

```
for i to n+1 do p[i-1]:=evalf(P[i]) od;
 $p_0 := .7663$ 
 $p_1 := .1170$ 
 $p_2 := .01480$ 
 $p_3 := .05202$ 
 $p_4 := .01413$ 
 $p_5 := .01890$ 
 $p_6 := .009073$ 
 $p_7 := .007491$ 
```

> #6. Гистограмма распределения вероятностей состояний

```
q:=.9:
data:=[seq(Weight(i..i+q,p[i]*q),i=0..n)]:
histogram(data,color=pink);
```



> #7. Вероятность исправного состояния амортизатора составляет

$p[0] := p[0];$

$$p_0 := .7663$$

>

7.3.3. Занятие №7-2

>

Pz_7-2.mws.

Дисциплина: Надежность автотранспортных средств

Тема занятия: Определение финальных вероятностей

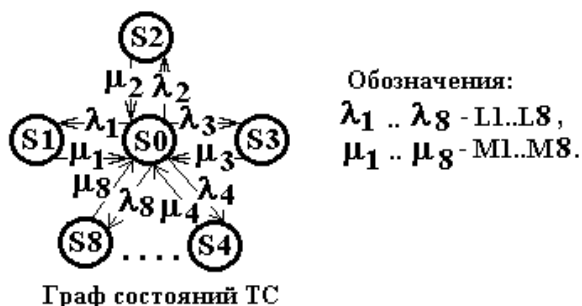
Цель занятия: Оценка стабильности зажигания

Ст. гр. АВ-51з Фамилия И.О.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для заданных состояний свечи зажигания $S_0, S_1, \dots, S_n$ при известных интенсивностях потоков отказов $\lambda_1 \dots \lambda_n$ и восстановлений $\mu_1 \dots \mu_n$ найти вероятности $P_0, P_1, \dots, P_n$ этих состояний.

Рассмотрим пример анализа отказов технической системы (свечи зажигания) по описанию приведенного графа состояний при условии, что все потоки отказов и восстановлений – простейшие.



ОПИСАНИЕ СОСТОЯНИЙ

- S0 - исправное состояние,
- S1 - отложение золы,
- S2 - следы масла,
- S3 - налет свинца,
- S4 - сильный налет свинца,
- S5 - образование нагара,
- S6 - оплавившийся центральный электрод,
- S7 - эрозия электродов,
- S8 - растрескивание изолятора.

Требуется найти предельные вероятности состояний системы и оценить среднее время, в течение которого автомобиль исправен при фонде времени $T_{\text{ф}} = 1840$ час.

Для решения задачи необходимо найти вероятность P_0 , которая по определению равна $P_0 = T_0/T_{\text{ф}}$, откуда получим $T_0 = P_0 * T_{\text{ф}}$.

В общем случае

$$T_i = P_i * T_{\text{ф}},$$

где T_i - среднее время пребывания технической системы в i - м состоянии, причем $T_1 + T_2 + \dots + T_n = T_{\text{ф}}$.

Для определения вероятностей состояний составим систему уравнений Колмогорова

$$P_1 * \mu_1 = P_0 * \lambda_1;$$

$$P_2 * \mu_2 = P_0 * \lambda_2;$$

$$P_3 * \mu_3 = P_0 * \lambda_3;$$

$$P_4 * \mu_4 = P_0 * \lambda_4;$$

$$P_n * \mu_n = P_0 * \lambda_n;$$

$$P_0 * (\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n) = P_1 * \mu_1 + P_2 * \mu_2 + \dots + P_n * \mu_n;$$

и уравнение нормировки

$$P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1.$$

7.3.4. Алгоритмическое описание задачи

1. Ввести описание библиотек статистической обработки и построения графиков

restart: # команда очистки памяти

with(stats[statplots]): # provides the capability to create various statistical plots

Ввести данные для задания варианта: №- номер зачетной книжки, N- порядковый номер в списке группы

2. Описание СМО

n:=8: # Число состояний системы

m:=0: # Номер заменяемого уравнения

eq[0]:=p[0]*sum('L[i]',i'=1..n)=sum('p[i]*mu[i]',i'=1..n);

for i to n do eq[i]:=p[i]*mu[i]=p[0]*L[i] od;

eq[m]:=sum('p[i]',i'=0..n)=1;

3. Модель интенсивностей потоков

```
L:=evalf(stats[random,uniform](n),3);
mu:=evalf(stats[random,uniform](n)*100,3);
```

4. Решение

```
Sys:={seq(eq[i],i=0..n)};
Var:={seq(p[i],i=0..n)};
Rez:=solve(Sys,Var);
assign(Rez);
Сумма_вероятностей:=sum('p[i]',i=0..n);
```

5. Гистограмма распределения вероятностей состояний

```
q:=.9;
data:=[seq(Weight(i..i+q,p[i]*q),i=0..n)];
histogram(data,color=pink);
```

6. Вероятность сбоя зажигания

```
F:=1-p[0];
```

```
> #1. Описание библиотек
```

```
restart:
```

```
with(stats[statplots]):
```

```
№:=0408760: Номер зачетной книжки
```

```
randomize(№);
```

```
N:=16; Порядковый номер в списке группы
```

```
408760
```

```
N:=16
```

> #2. Описание СМО

n:=8: # Число неисправных состояний

m:=n: # Номер уравнения, подлежащего замене

eq[0]:=p[0]*sum('L[i]', 'i'=1..n)=sum('p[i]*mu[i]', 'i'=1..n);

for i to n do eq[i]:=p[i]*mu[i]=p[0]*L[i]
od;

eq[m]:=sum('p[i]', 'i'=0..n)=1;

$$eq_0 := p_0 (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7 + L_8) =$$

$$p_1 \mu_1 + p_2 \mu_2 + p_3 \mu_3 + p_4 \mu_4 + p_5 \mu_5 + p_6 \mu_6 + p_7 \mu_7 + p_8 \mu_8$$

$$eq_1 := p_1 \mu_1 = p_0 L_1$$

$$eq_2 := p_2 \mu_2 = p_0 L_2$$

$$eq_3 := p_3 \mu_3 = p_0 L_3$$

$$eq_4 := p_4 \mu_4 = p_0 L_4$$

$$eq_5 := p_5 \mu_5 = p_0 L_5$$

$$eq_6 := p_6 \mu_6 = p_0 L_6$$

$$eq_7 := p_7 \mu_7 = p_0 L_7$$

$$eq_8 := p_8 \mu_8 = p_0 L_8$$

$$eq_8 := p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 = 1$$

> #3. Модель интенсивностей потоков

L:=evalf(stats[random,uniform](n),3);

mu:=evalf(stats[random,uniform](n)*100,3);

L := .0639, .207, .455, .941, .586, .0958, .754, .902

μ := 96.3, 29.6, 73.4, 45.6, 8.85, 96.3, 88.0, 50.3

> #4. Решение

```
Sys:={seq(eq[i],i=0..n)};
```

```
Var:={seq(p[i],i=0..n)};
```

```
Rez:=solve(Sys,Var);
```

```
assign(Rez):
```

```
Сумма_вероятностей:=sum('p[i]','i'=0..n);
```

```
Sys := { p0 + p1 + p2 + p3 + p4 + p5 + p6 + p7 + p8 = 1, 4.0047 p0 =  
96.3 p1 + 29.6 p2 + 73.4 p3 + 45.6 p4 + 8.85 p5 + 96.3 p6 + 88.0 p7 + 50.3 p8,  
96.3 p1 = .0639 p0, 29.6 p2 = .207 p0, 73.4 p3 = .455 p0, 45.6 p4 = .941 p0,  
8.85 p5 = .586 p0, 96.3 p6 = .0958 p0, 88.0 p7 = .754 p0 }
```

```
Var := { p0, p1, p2, p3, p4, p5, p6, p7, p8 }
```

```
Rez := { p1 = .0005881495924, p8 = .01589467974, p4 = .01829102360,  
p6 = .0008817641777, p3 = .005494504913, p5 = .05869046828, p2 = .006198575049,  
p7 = .007594547506, p0 = .8863662871 }
```

Сумма_вероятностей.9999999999

> #4. Значения предельных вероятностей состояний системы

```
for i from 0 to n do p[i]:=evalf(p[i]) od;
```

```
p0 := .8863662871
```

```
p1 := .0005881495924
```

```
p2 := .006198575049
```

```
p3 := .005494504913
```

```
p4 := .01829102360
```

```
p5 := .05869046828
```

$$p_6 := .0008817641777$$

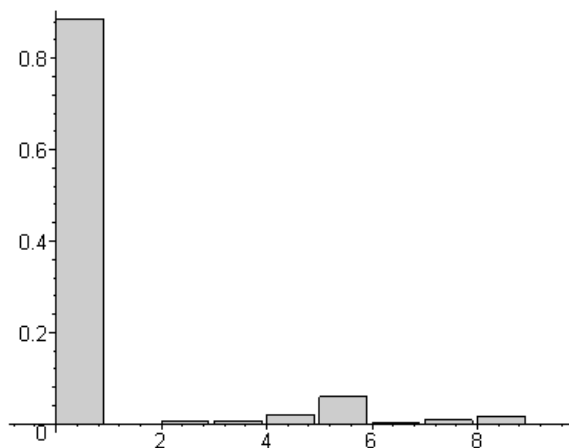
$$p_7 := .007594547506$$

$$p_8 := .01589467974$$

> #5. Гистограмма распределения вероятностей состояний

q:=.9:

```
data:=[seq(Weight(i..i+q,p[i]*q),i=0..n)]:
  histogram(data,color=pink);
```



> #6. Вероятность сбоя зажигания

F:=1-p[0];

$$F := .1136337129$$

>

7.3.5. Занятие №7-3

>

Pz_7-3.mws.

Дисциплина: Надежность автотранспортных средств

Тема занятия: Определение финальных вероятностей состояний

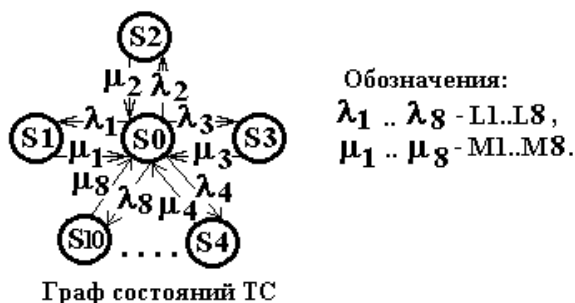
Цель занятия: Оценка ресурса двигателя

Ст. гр. АВ-51д Фамилия И.О.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для заданных состояний двигателя $S_0, S_1, \dots, S_n$ при известных интенсивностях потоков отказов $\lambda_1 \dots \lambda_n$ и восстановлений $\mu_1 \dots \mu_n$ найти вероятности $P_0, P_1, \dots, P_n$ этих состояний.

Рассмотрим пример анализа отказов технической системы (двигателя) по описанию приведенного графа состояний при условии, что все потоки отказов и восстановлений – простейшие.



ОПИСАНИЕ СОСТОЯНИЙ

S_0 - двигатель исправен,

S_1 -повреждение насоса,

S_2 - повреждение уплотнения распредвала,

S_3 -повреждение коромысла,

S_4 - повреждение маслосъемных колпачков,

- S5 -повреждение оси коромысел,
- S6 - повреждение прокладки головки блока,
- S7 - повреждение поршня,
- S8 -повреждение крышки коренного подшипника,
- S9 -повреждение крышки шатуна,
- S10 -повреждение крепежной резьбы.

Требуется найти предельные вероятности состояний системы и оценить среднее время, в течение которого двигатель исправен при фонде времени $T_{\Phi} = 1840$ час.

Для решения задачи необходимо найти вероятность P_0 , которая по определению равна

$$P_0 = T_0/T_{\Phi},$$

откуда

$$T_0 = P_0 * T_{\Phi}.$$

В общем случае

$$T_i = P_i * T_{\Phi},$$

где T_i - среднее время пребывания технической системы в i - м состоянии, причем

$$T_1 + T_2 + \dots + T_n = T_{\Phi}.$$

Для определения вероятностей состояний составим систему уравнений Колмогорова

$$P_1 * \mu_1 = P_0 * \lambda_1;$$

$$P_2 * \mu_2 = P_0 * \lambda_2;$$

$$P_3 * \mu_3 = P_0 * \lambda_3;$$

$$P_4 * \mu_4 = P_0 * \lambda_4;$$

$$P_n * \mu_n = P_0 * \lambda_n;$$

$$P_0 * (\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n) = P_1 * \mu_1 + P_2 * \mu_2 + \dots + P_n * \mu_n;$$

и введем уравнение нормировки

$$P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1.$$

7.3.6. Алгоритмическое описание задачи

1. Ввести описание библиотек статистической обработки и построения графиков

restart: # команда очистки памяти

with(stats[statplots]): # provides the capability to create various statistical plots

Ввести данные для задания варианта:

№- номер зачетной книжки, N- порядковый номер в списке группы

2. Составить систему уравнений Колмогорова

n:=10: # Число неисправных состояний системы

Sys:={p[0]*sum('L[i]',i'=1..n)=sum('p[i]*mu[i]',i'=1..n),

$$p[1]*\mu[1] = p[0]*L[1],$$

$$p[2]*\mu[2] = p[0]*L[2],$$

$$p[3]*\mu[3] = p[0]*L[3],$$

$$\#p[4]*\mu[4] = p[0]*L[4], \quad \# \text{Исключаемое уравнение}$$

$$p[5]*\mu[5] = p[0]*L[5],$$

$$p[6]*\mu[6] = p[0]*L[6],$$

$$p[7]*\mu[7] = p[0]*L[7],$$

$$p[8]*\mu[8] = p[0]*L[8],$$

$$p[9]*\mu[9] = p[0]*L[9],$$

$$p[10]*\mu[10] = p[0]*L[10],$$

sum('p[i]',i'=0..n)=1}; # Уравнение нормировки

3. Описать модель интенсивностей потоков

```
L:=evalf(stats[random,uniform](n),3);
mu:=evalf(stats[random,uniform](n)*100,3);
```

4. Получить решение системы

```
Var:={seq(p[i],i=0..n)};
Rez:=solve(Sys,Var);
assign(Rez);
Сумма_вероятностей:=sum('p[i]',i'=0..n);
```

5. Построить гистограмму распределения вероятностей состояний

```
q:=.9;
data:=[seq(Weight(i..i+q,p[i]*q),i=0..n)];
histogram(data,color=pink);
```

6. Найти среднее время безотказной работы

```
Tf:=1840;
Tc:=Tf*p[0];
```

> #1. Описание библиотек

```
restart:
```

```
with(stats[statplots]):
```

№:=0408762: Номер зачетной книжки

```
randomize(№);
```

N:=16; Порядковый номер в списке группы

408762

N:=16

```

> #2. Система уравнений Колмогорова
n:=10: # Число неисправных состояний сис-
темы
Sys:={p[0]*sum('L[i]', 'i'=1..n)=sum('p[i]*
mu[i]', 'i'=1..n),
p[1]*mu[1] = p[0]*L[1],
p[2]*mu[2] = p[0]*L[2],
p[3]*mu[3] = p[0]*L[3],
#p[4]*mu[4] = p[0]*L[4], # Исключаемое
уравнение
p[5]*mu[5] = p[0]*L[5],
p[6]*mu[6] = p[0]*L[6],
p[7]*mu[7] = p[0]*L[7],
p[8]*mu[8] = p[0]*L[8],
p[9]*mu[9] = p[0]*L[9],
p[10]*mu[10] = p[0]*L[10],
sum('p[i]', 'i'=0..n)=1}; # Уравнение нор-
мировки

```

$$\begin{aligned}
\text{Sys} := \{ & p_1 \mu_1 = p_0 L_1, p_2 \mu_2 = p_0 L_2, p_3 \mu_3 = p_0 L_3, p_5 \mu_5 = p_0 L_5, p_6 \mu_6 = p_0 L_6, p_7 \mu_7 = p_0 L_7, \\
& p_8 \mu_8 = p_0 L_8, p_9 \mu_9 = p_0 L_9, p_{10} \mu_{10} = p_0 L_{10}, \\
& p_0 (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7 + L_8 + L_9 + L_{10}) = \\
& p_1 \mu_1 + p_2 \mu_2 + p_3 \mu_3 + p_4 \mu_4 + p_5 \mu_5 + p_6 \mu_6 + p_7 \mu_7 + p_8 \mu_8 + p_9 \mu_9 + p_{10} \mu_{10}, \\
& p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 + p_9 + p_{10} = 1 \}
\end{aligned}$$

```

> #3. Модель интенсивностей потоков
L:=evalf(stats[random,uniform](n),3);
mu:=evalf(stats[random,uniform](n)*100,3);
L := .919, .849, .142, .890, .703, .589, .818, .348, .171, .787

```

$\mu := 25.3, 7.63, 68.3, 4.16, 5.73, 42.4, 99.2, 53.9, 56.1, 49.5$

> #4. Решение

Var:={seq(p[i], i=0..n)};

Rez:=solve(Sys, Var);

assign(Rez):

Сумма_вероятностей:=sum('p[i]', 'i'=0..n);

$Var := \{p_0, p_1, p_2, p_3, p_5, p_6, p_7, p_8, p_9, p_{10}, p_4\}$

Rez := { $p_{10} = .01036544496, p_1 = .02368172897, p_7 = .005376009751,$

$p_9 = .001987246155, p_4 = .1394810128, p_5 = .07998694676, p_3 = .001355457975,$

$p_0 = .6519561948, p_8 = .004209290460, p_2 = .07254401171, p_6 = .009056655631\}$

*Сумма_вероятностей*1.000000000

> #5. Значения предельных вероятностей состояний системы

for i from 0 to n do p[i]:=evalf(p[i]) od;

$p_0 := .6519561948$

$p_1 := .02368172897$

$p_2 := .07254401171$

$p_3 := .001355457975$

$p_4 := .1394810128$

$p_5 := .07998694676$

$p_6 := .009056655631$

$p_7 := .005376009751$

$p_8 := .004209290460$

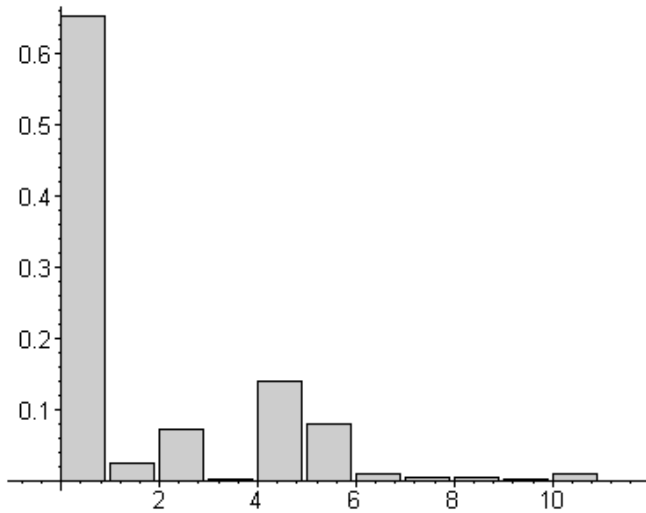
$$p_9 := .001987246155$$

$$p_{10} := .01036544496$$

> #6. Гистограмма распределения вероятностей состояний

q:=.9:

```
data:= [seq(Weight(i..i+q,p[i]*q),i=0..n)]:
histogram(data,color=pink);
```



> #7. Среднее время безотказной работы

Tf:=1840:

Tc:=Tf*p[0];

$$Tc := 1199.599398$$

>

7.3.7. Занятие №7-4

```
> restart:
with(stats[statplots]):
Pz_7-4.mws.
```

Дисциплина: Надежность автотранспортных средств

Тема занятия: Решение обратной задачи

Цель занятия: Определение интенсивностей потоков восстановления

Ст. гр. АВ-51д Фамилия И.О.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для заданных состояний технической системы $S_0, S_1, \dots, S_n$ при известных интенсивностях потоков отказов $\lambda_1 \dots \lambda_n$ и заданных вероятностях состояний $P_0, P_1, \dots, P_n$.

Найти интенсивности потоков восстановлений $\mu_1 \dots \mu_n$.

ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

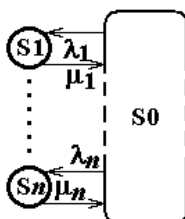
Дано:

1. Граф состояний системы,
2. n - число состояний системы,
3. $p[i], i=0..n$ - вероятности состояний системы,
4. $\lambda[i], i=1..n$ - интенсивности потоков отказов

$\lambda[i], i=1..n$

Найти:

$\mu[i], i=1..n$ - интенсивности потоков восстановлений



Граф состояний системы

ВОЗМОЖНЫЕ СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ

S0 - отсутствие отказов,

S1 - отказ 1-го узла,

S2 - отказ 2-го узла,

Sn - отказ n-го узла.

Решение

>

Параметры потоков отказов

randomize(1):

n:=5:# Число неисправных состояний системы

L := rand(1..10): # Генерирование случайных значений

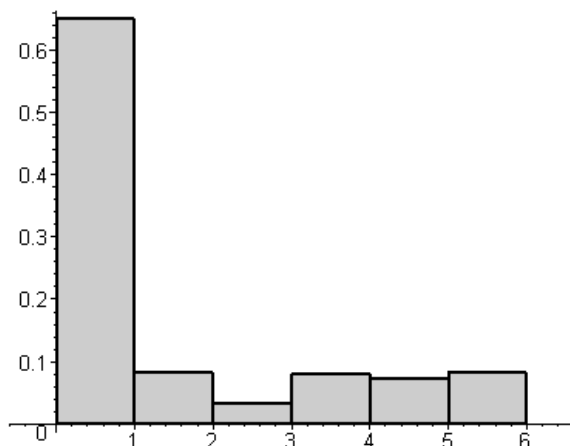
for i to n do lambda[i]:=L() od; # Интенсивности потока отказов

 $\lambda_1 := 2$ $\lambda_2 := 1$ $\lambda_3 := 8$ $\lambda_4 := 4$ $\lambda_5 := 7$

```

> # Задание вероятностей состояний
for i to n do
p[i]:=evalf(stats[random,uniform[.03,0.1]]
(1),3): P[i]:=p[i] od:
p[0]:=1-sum('p[i]','i'=1..n): P[0]:=p[0]:
print(p):
table([0=.6504, 1=.0823, 2=.0322, 3=.0806, 4=.0723, 5=.0822])
> # Гистограмма заданных вероятностей
состояний
data1:=[seq(Weight(i..i+1, p[i]),
i=0..n)]:
histogram(data1, color=pink,thickness=2);

```



```

> # Система уравнений Колмогорова
eq[0]:=p[0]*sum('lambda[i]','i'=1..n)=
sum('p[i]*mu[i]','i'=1..n);
for i to n do
eq[i]:=p[i]*mu[i]=p[0]*lambda[i] od;

```

$$eq_0 := 14.3088 = .0823 \mu_1 + .0322 \mu_2 + .0806 \mu_3 + .0723 \mu_4 + .0822 \mu_5$$

$$eq_1 := .0823 \mu_1 = 1.3008$$

$$eq_2 := .0322 \mu_2 = .6504$$

$$eq_3 := .0806 \mu_3 = 5.2032$$

$$eq_4 := .0723 \mu_4 = 2.6016$$

$$eq_5 := .0822 \mu_5 = 4.5528$$

> # Определение интенсивностей потоков
восстановлений

Sys:={seq(eq[i], i=0..n-1)}:

Var:={seq(mu[i], i=1..n)};

R:=solve(Sys, Var);

assign(R):

$$Var := \{ \mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5 \}$$

$$R := \{ \mu_4 = 35.98340249, \mu_2 = 20.19875776, \mu_1 = 15.80558931, \mu_3 = 64.55583127, \\ \mu_5 = 55.38686131 \}$$

> Проверка

p:='p':

> # Система уравнений Колмогорова

eq[0]:=p[0]*sum('lambda[i]', 'i'=1..n)=

sum('p[i]*mu[i]', 'i'=1..n);

for i to n do

eq[i]:=p[i]*mu[i]=p[0]*lambda[i] od;

$$eq_0 := 22 p_0 = 15.80558931 p_1 + 20.19875776 p_2 + 64.55583127 p_3 + 35.98340249 p_4 \\ + 55.38686131 p_5$$

$$eq_1 := 15.80558931 p_1 = 2 p_0$$

$$eq_2 := 20.19875776 \, p_2 = p_0$$

$$eq_3 := 64.55583127 \, p_3 = 8 \, p_0$$

$$eq_4 := 35.98340249 \, p_4 = 4 \, p_0$$

$$eq_5 := 55.38686131 \, p_5 = 7 \, p_0$$

> # Уравнение нормировки

j:=2:

eq[j] := sum('p[i]', 'i'=0..n)=1;

$$eq_2 := p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1$$

> # Решение системы уравнений Колмогорова

Sys:={seq(eq[i], i=0..n)};

Var:={seq(p[i], i=0..n)};

Rez:=solve(Sys, Var);

assign(Rez):

$$\begin{aligned} Sys := \{ & 22 \, p_0 = 15.80558931 \, p_1 + 20.19875776 \, p_2 + 64.55583127 \, p_3 + 35.98340249 \, p_4 \\ & + 55.38686131 \, p_5, 55.38686131 \, p_5 = 7 \, p_0, 35.98340249 \, p_4 = 4 \, p_0, \\ & 64.55583127 \, p_3 = 8 \, p_0, 15.80558931 \, p_1 = 2 \, p_0, p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1 \} \end{aligned}$$

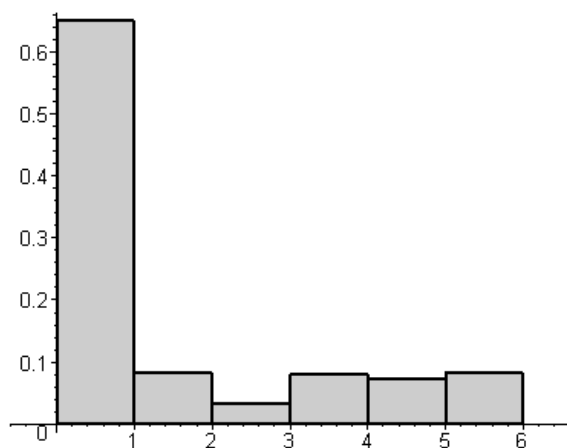
$$Var := \{ p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 \}$$

$$\begin{aligned} Rez := \{ & p_0 = .6504000000, p_3 = .08060000000, p_1 = .08229999999, p_5 = .08220000001, \\ & p_2 = .03220000001, p_4 = .07230000000 \} \end{aligned}$$

> # Гистограмма найденных вероятностей состояний системы

data1:=[seq(Weight(i..i+1, p[i]),
i=0..n)]:

histogram(data1, color=pink, thickness=2);



> # График погрешности

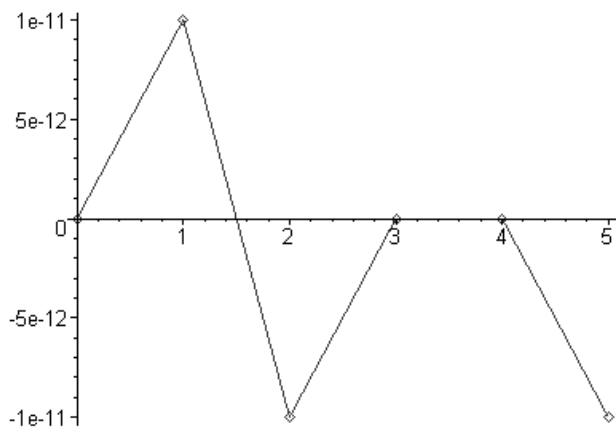
i:='i':

G1:=plot([[i,P[i]-p[i]] \$i=0..n]):

G2:=plot([[i,P[i]-p[i]]

\$i=0..n],style=point,symbolsize=14):

plots[display](G1,G2);



>

8. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №8

ИССЛЕДОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ ПАРКА АВТОМОБИЛЕЙ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Цель работы: приобретение навыков построения графов состояний и расчета надежности автомобилей в автопарке.

8.1. Надежность парка автомобилей

Автомобили общественного пользования объединяются обычно в автомобильные парки (АП), которые являются составной частью предприятия (АТП); составные элементы АП – автомобили, выполняющие одинаковые функции, объединенные единым управлением, снабжением, системой технического обслуживания (ТО), текущего ремонта (ТР) и капитального ремонта (КР).

Под надежностью АП условимся понимать его свойство выполнять заданные функции, сохраняя во времени значения установленных эксплуатационных показателей в заданных пределах, соответствующих определенным условиям использования.

Между надежностью отдельно взятого автомобиля и надежностью АП есть существенные различия.

Автомобиль является изделием, обладающим конечным ресурсом, в то время как АП – это непрерывно обновляемая за счет введения новых автомобилей и списания выработавших ресурс, а также вследствие капитальных ремонтов автомобилей, система.

Ограниченный простой отдельно взятого автомобиля практически не сказывается на его надежности; для АП простой даже работоспособного автомобиля должен рассматриваться как частичный отказ.

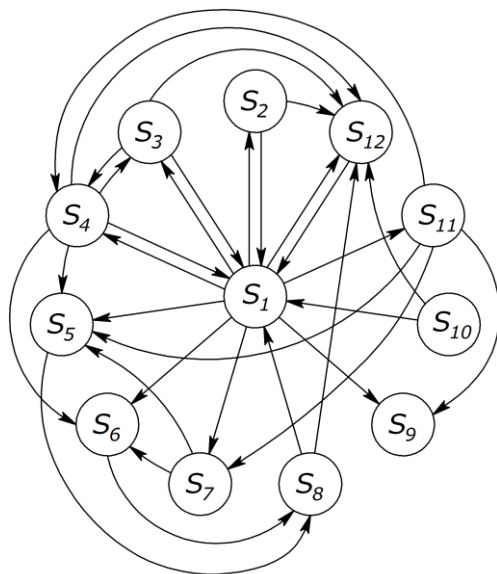
8.2. Технические аспекты надежности функционирования АП

Автомобиль в парке может пребывать в одном из следующих пяти технологических состояний: работоспособном (на линии), технического обслуживания (ТО-1 или ТО-2), ремонта (ТР или КР).

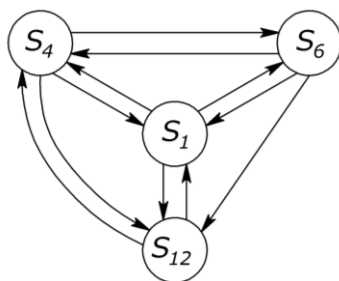
Более подробно АП характеризует граф состояний автомобилей, дающий представление о том, какие переходы автомобилей из одних состояний в другие возможны при принятой схеме эксплуатации. На рисунке 8.1 приведены два примера графов, причем линии и стрелки указывают на возможные переходы автомобилей из одних состояний в другие.

В давно организованном АТП-1 (рисунок 8.1, а) автомобили, помимо работы на линии (S_1), проходят

плановое техническое обслуживание ТО-1 в меж-
сменное время и ТО-2 в рабочее (состояние S_2, S_3).



а



б

Рисунок 8.1 – Граф состояний автомобилей:
а – АТП-1; б – АТП-2

При появлении отказов или неисправностей они устраняются при ТР (S_4) или при КР на самом АТП (S_5) или на авторемонтном заводе (S_6). Автомобили могут простаивать в ожидании КР (S_7) или проходить доводку и подготовку к эксплуатации после КР (S_8) или на складах (S_{10}). Автомобили могут также простаивать при подготовке к списанию (S_9) и после аварии (S_{11}). Важно отметить также простои работоспособных автомобилей (S_{12}).

В АТП-2, работающем в существенно иных условиях, автомобили могут работать на линии, а при отказе проходить ТР и попутно ТО. Часть автомобилей может находиться в КР, часть простаивать без водителей, а также без шин и аккумуляторных батарей (рисунок 8.1, б).

В дальнейшем целесообразно перейти к обобщенному графу (рисунок 8.2), включающему шесть состояний, к которым можно свести пребывание автомобилей в сменное время и к одному – в межсменное (ТО-1).

Составим модель функционирования одного автомобиля, учитывая его семь возможных состояний: на линии; в ТО-1, ТО-2; ТР, КР, а также в простоях, в неисправном или исправном состояниях.

Матрица интенсивностей позволяет описать процесс функционирования автомобиля дифференциальными уравнениями А.Н. Колмогорова в том общем случае, когда скорость перехода из одного состояния в другое велика.

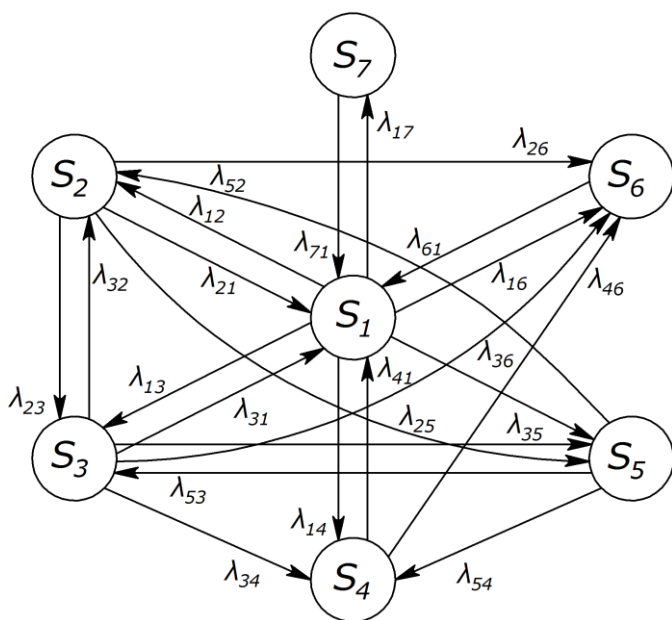


Рисунок 8.2 – Обобщенный граф состояний автомобилей в автопарке: S_1 – работа на линии;

S_2 – ТО-2; S_3 – ТР; S_4 – КР; S_5 – простой по организационно-техническим причинам;

S_6 – простой по организационным причинам;

S_7 – ТО-1

Имеем систему уравнений, в которой искомыми являются вероятности P_i пребывания автомобиля в одном из семи состояний:

$$\begin{cases} P_1(\lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{14} + \lambda_{15} + \lambda_{16} + \lambda_{17}) = \\ = P_2\lambda_{21} + P_3\lambda_{31} + P_4\lambda_{41} + P_6\lambda_{61} + P_7\lambda_{71}; \\ P_2(\lambda_{21} + \lambda_{23} + \lambda_{25} + \lambda_{26}) = P_1\lambda_{12} + P_3\lambda_{32} + P_5\lambda_{52}; \\ P_3(\lambda_{31} + \lambda_{32} + \lambda_{34} + \lambda_{35} + \lambda_{36}) = P_1\lambda_{13} + P_2\lambda_{23} + P_5\lambda_{53}; \\ P_4(\lambda_{41} + \lambda_{46}) = P_1\lambda_{14} + P_5\lambda_{54}; \\ P_5(\lambda_{52} + \lambda_{53} + \lambda_{54}) = P_1\lambda_{15} + P_2\lambda_{25} + P_3\lambda_{35}; \\ P_6\lambda_{61} = P_1\lambda_{16} + P_2\lambda_{26} + P_3\lambda_{36} + P_4\lambda_{46}; \\ P_7\lambda_{71} = P_1\lambda_{17}. \end{cases}$$

Предполагается, что автомобили в парке находятся в семи состояниях (рисунок 8.2), где помимо работы на линии (S_1), ТО-1 – (S_7), ТО-2 – (S_2), ТР – (S_3), КР – (S_4), есть простои по организационно техническим (S_5) и организационным причинам (S_6).

Переходы автомобилей из одних состояний в другие образуют потоки событий без последствия, то есть такие, когда число событий, попадающих на тот или иной не перекрывающийся с соседним участок, не зависит от числа событий, попадающих на другие участки. Допущение о том, что процесс является марковским, менее жесткое, чем может показаться: в теории марковских случайных процессов разработан метод псевдосостояний, позволяющий немарковские процессы сводить к марковским.

Если для одного автомобиля имеется семь возможных состояний, а число автомобилей в парке N , то количество уравнений, описывающих возможные состояния автомобилей в АП, составило бы 7^N . Известный из курса исследования операций метод динамики средних позволяет описать работу АП значительно проще – по средним численностям автомобилей в рассматриваемых состояниях. Пусть n_k – число автомобилей, находящихся в состоянии S_k ($k = 1...7$). Для любого момента времени сумма численности состояний равна общему количеству автомобилей в парке, то есть

$$n_1 + n_2 + \dots + n_7 = \sum_{k=1}^7 n_k = N.$$

В общем виде функционирование АП описывается системой уравнений, сходной с приведенной выше для единичного автомобиля. Применительно к обобщенному графу (рисунок 8.2) имеем

$$\left\{ \begin{array}{l} n_1(\lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{14} + \lambda_{15} + \lambda_{16} + \lambda_{17}) = \\ = n_2\lambda_{21} + n_3\lambda_{31} + n_4\lambda_{41} + n_6\lambda_{61} + n_7\lambda_{71}; \\ n_2(\lambda_{21} + \lambda_{23} + \lambda_{25} + \lambda_{26}) = n_1\lambda_{12} + n_3\lambda_{32} + n_5\lambda_{52}; \\ n_3(\lambda_{31} + \lambda_{32} + \lambda_{34} + \lambda_{35} + \lambda_{36}) = n_1\lambda_{13} + n_2\lambda_{23} + n_5\lambda_{53}; \\ n_4(\lambda_{41} + \lambda_{46}) = n_1\lambda_{14} + n_2\lambda_{24} + n_5\lambda_{54}; \\ n_5(\lambda_{52} + \lambda_{53} + \lambda_{54}) = n_1\lambda_{15} + n_2\lambda_{25} + n_3\lambda_{35}; \\ n_6\lambda_{61} = n_1\lambda_{16} + n_2\lambda_{26} + n_3\lambda_{36} + n_4\lambda_{46}; \\ n_7\lambda_{71} = n_1\lambda_{17}. \end{array} \right.$$

Эти выражения представляют собой уравнения динамики средних численностей состояний АП в установившемся режиме. К ним добавится дополнительное нормировочное условие:

$$n_1 + n_2 + \dots + n_7 = N.$$

8.3. Последовательность выполнения работы

Для заданных параметров интенсивностей переходов из состояния в состояние рассчитать средние численности автомобилей, находящихся в состояниях $S_1, S_2, \dots, S_7$ (например, при № 20; 30; 40; 50; ...; 100) за период времени – день, неделя, месяц.

Оценить вероятности нахождения в различных состояниях автомобилей в АП.

Сделать выводы по результатам статистического анализа функционирования АП.

8.4. Пример алгоритмизации решения с помощью математического пакета MAPLE

8.4.1. Занятие №8-1

>

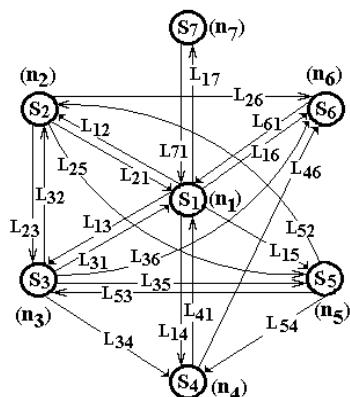
Pz_8-1.mws.

Дисциплина: Надежность автотранспортных средств

Тема занятия: Анализ эффективности работы АТП по схеме СМО

Цель занятия: Изучение методики решения обобщенной системы

Ст. гр. АВ-51з Фамилия И.О.



Граф состояний транспортных средств АТП

ВОЗМОЖНЫЕ СОСТОЯНИЯ АВТОМОБИЛЯ

S1 - работа на линии (n_1 автомобилей),

S2 - ТО-2 (n_2 автомобилей),

S3 - текущий ремонт (n_3 автомобилей),

S4 - капитальный ремонт (n_4 автомобилей),

S5 - простой по организационно-техническим причинам (n_5 автомобилей),

S6 - простой по организационным причинам (n_6 автомобилей),

S7 - ТО-1 (n_7 автомобилей).

Потоки простейшие.

Количество автомобилей в АТП составляет

$$N = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7.$$

Определить:

1. Число автомобилей АТП ($n_1, n_2, \dots, n_7$), находящихся в соответствующих состояниях ($S_1, S_2, \dots, S_7$);
2. Построить гистограмму распределения автомобилей данного АТП по состояниям до и после введения коррекции;
3. Вычислить коэффициент технической готовности автомобиля.

8.4.2. Алгоритмическое описание задачи

1. Ввести описание библиотек статистической обработки и построения графиков

restart: # команда очистки памяти

with(stats): # пакет программ статистики

with(plottools): # пакет программ графики

Ввести данные для задания варианта

№- номер зачетной книжки, N- порядковый номер в списке группы

2. Описание СМО

N:=40: # Количество автомобилей в АТП

q:=7: # Число возможных состояний

Sys:={n[1]*(L12+L13+L14+L15+L16+L17)=n[2]*L21+

```

n[3]*L31+n[4]*L41+n[6]*L61+n[7]*L71,
n[2]*(L21+L23+L25+L26)=n[1]*L12+n[3]*L32+n[5]*L52,
n[3]*(L31+L32+L34+L35+L36)=n[1]*L13+n[2]*L23+
n[5]*L53,
# n[4]*(L41+L46)=n[1]*L14+n[3]*L34+n[5]*L54, #исключе-
ние из системы 4-го уравнения
n[5]*(L52+L53+L54)=n[1]*L15+n[2]*L25+n[3]*L35,
n[6]*L61=n[1]*L16+n[2]*L26+n[3]*L36+n[4]*L46,
n[7]*L71=n[1]*L17,
sum('n[i]',i'=1..q)=N};
Var:={seq(n[i],i=1..q)};

```

3. Модель потоков

```

Lm:=stats[random,uniform](q*11):
for i to q*11 do L[i]:=Lm[i] od;

```

4. Решение

```

REZ:=solve(Sys,Var);
assign(REZ);
ЧИСЛО_АВТОМОБИЛЕЙ:=sum('n[i]',i'=1..q);

```

5. Вероятное число автомобилей в указанных состоя- ниях

```

for i to q do n[i]:=evalf(n[i],2) od;

```

6. Гистограмма распределения автомобилей

```

Data:=[seq(Weight(i..i+.8,n[i]),i=1..q)]:
histogram(Data,color=yellow);

```

7. Изменить интенсивности потоков и обеспечить коэффициент технической готовности автомобиля в пределах 0,75-0,85.

```
> #1. Описание библиотек и варианта
restart:
with(stats[statplots]):
№:=040876:  Номер зачетной книжки
randomize(№);
N:=16:  Порядковый номер в списке группы
40876

> #2. Описание СМО
N:=40: # Количество автомобилей в АТП
q:=7: # Число возможных состояний
Sys:={n[1]*(L12+L13+L14+L15+L16+L17)=n[2]*
L21+n[3]*L31+n[4]*L41+n[6]*L61+n[7]*L71,
n[2]*(L21+L23+L25+L26)=n[1]*L12+n[3]*L32+
n[5]*L52,
n[3]*(L31+L32+L34+L35+L36)=n[1]*L13+
n[2]*L23+n[5]*L53,
# n[4]*(L41+L46)=n[1]*L14+n[3]*L34+
n[5]*L54, исключение из системы 4-го урав-
нения
n[5]*(L52+L53+L54)=n[1]*L15+n[2]*L25+
n[3]*L35,
n[6]*L61=n[1]*L16+n[2]*L26+n[3]*L36+
n[4]*L46,
n[7]*L71=n[1]*L17,
```

```
sum('n[i]', 'i'=1..q)=N};
```

```
Var:={seq(n[i], i=1..q)};
```

```
Sys := { n1 (L12 + L13 + L14 + L15 + L16 + L17) =
        n2 L21 + n3 L31 + n4 L41 + n6 L61 + n7 L71,
        n2 (L21 + L23 + L25 + L26) = n1 L12 + n3 L32 + n5 L52,
        n3 (L31 + L32 + L34 + L35 + L36) = n1 L13 + n2 L23 + n5 L53,
        n5 (L52 + L53 + L54) = n1 L15 + n2 L25 + n3 L35,
        n6 L61 = n1 L16 + n2 L26 + n3 L36 + n4 L46, n7 L71 = n1 L17,
        n1 + n2 + n3 + n4 + n5 + n6 + n7 = 40 }
        Var := { n1, n2, n3, n4, n6, n7, n5 }
```

```
> #3. Модель потоков
```

```
Lm:=stats[random,uniform](q*11):
```

```
for i to q*11 do L[i]:=Lm[i] od:
```

```
#Коррекция потоков
```

```
L71:=L71*251;
```

```
L61:=L61*142;
```

```
L41:=L41*33;
```

```
L31:=L31*162;
```

```
L21:=L21*142;
```

```
L52:=L52*82;
```

```
L34:=L34*20;
```

```
L23:=L23*20;
```

```
L71 := 45.71806162
```

```
L61 := 24.98297113
```

```
L41 := 7.090352458
```

```
L31 := .6380107262
```

$$L21 := 37.50166367$$

$$L52 := 50.77348185$$

$$L34 := 19.68193600$$

$$L23 := 18.56095012$$

> #4. Решение

```
REZ:=solve(Sys,Var);
```

```
assign(REZ);
```

```
Число_автомобилей:=sum('n[i]','i'=1..q);
```

```
REZ := { n5 = .4527269085, n6 = .5953077602, n4 = 4.081651615, n3 = 1.407544197,  
n7 = .6564651093, n1 = 32.04259045, n2 = .7637139565 }
```

ЧИСЛО АВТОМОБИЛЕЙ 40.00000000

> #5.Вероятное число автомобилей в указанных состояниях

```
for i to q do n[i]:=evalf(n[i],2) od;
```

$$n_1 := 32.$$

$$n_2 := .76$$

$$n_3 := 1.4$$

$$n_4 := 4.1$$

$$n_5 := .45$$

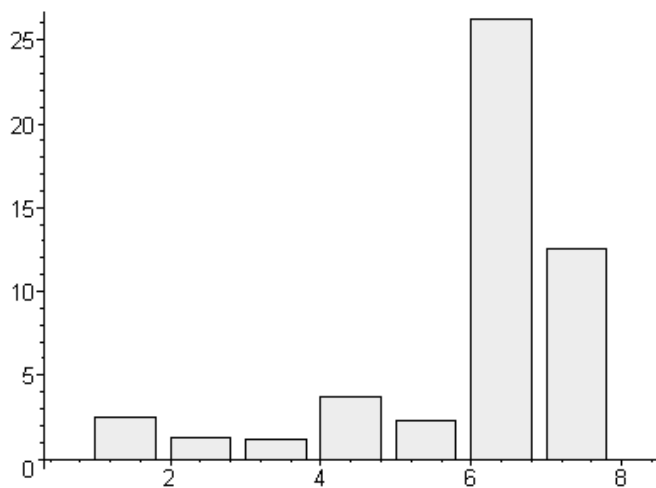
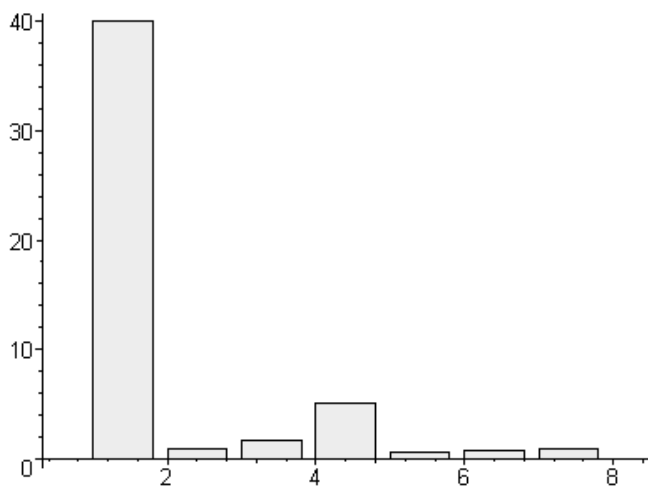
$$n_6 := .60$$

$$n_7 := .66$$

> #6.Гистограмма распределения автомобилей

```
Data:=[seq(Weight(i..i+.8,n[i]),i=1..q)]:
```

```
histogram(Data,color=yellow);
```



> # Коэффициент технической готовности ав-
томобиля

$K := n[1] / N;$

$K := .8000000000$

>

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

№	Вопрос	Варианты ответа
1.	Надежность - это	А - требование выполнять заданные функции В - свойство объекта выполнять заданные функции С - качество объекта D - признак объекта
2.	Безотказность	А - свойство объекта находиться в исправном состоянии В - свойство объекта сохранять заданные характеристики С - свойство объекта сохранять работоспособность D - свойство объекта сохранять устойчивость к возмущениям
3.	Ремонтоспособность	А - свойство объекта, обеспечивающее проведение осмотров В - свойство объекта, обеспечивающее доступ обслуживания С - свойство объекта, позволяющее провести тестирование D - свойство объекта, обеспечивающее проведение ремонтов
4.	Долговечность	А - свойство объекта сохранять работоспособность В - свойство объекта сохранять технические характеристики

		С - свойство объекта находиться в исправном состоянии Д - свойство объекта противостоять воздействию среды
5.	Сохраняемость	А - свойство объекта сохранять технические характеристики В - свойство объекта сохранять исправное состояние С - свойство объекта, обеспечивающее доступ обслуживания Д - свойство объекта противостоять воздействию среды
6.	Отказ	А - событие, состоящее в ухудшении параметров объекта В - событие, заключающееся в снижении эффективности С - событие, заключающееся в нарушении работоспособности Д - событие, состоящее в ухудшении качества работы
7.	Наработка	А - количество изготовленной продукции В - продолжительность или объем работы объекта С - количество обслуженных заказчиков Д - количество перевезенных грузов

8.	Наработку измеряют	А - в единицах веса перевезенных грузов В - в денежном эквиваленте С - в относительных единицах Д - в километрах пробега, часах (моточасах)
9.	Для перехода от наработки в часах к километрам нужно	А - умножить среднюю скорость на время В - разделить среднюю скорость на время С - разделить время на среднюю скорость Д - сложить среднюю скорость и время
10.	Генеральная совокупность	А - количество машин одной марки В - общее количество транспортных средств С - произвольное число транспортных средств Д - неопределенное число транспортных средств
11.	Выборка	А - большая часть генеральной совокупности В - часть генеральной совокупности С - меньшая часть генеральной совокупности Д - половина генеральной совокупности

12.	Полная выборка	А - выборка, где заданная часть объектов доработала до отказа В - выборка, где большинство объектов доработало до отказа С - выборка, в которой все объекты доработали до отказа Д - выборка, где все объекты предприятия доработали до отказа
13.	Усеченная выборка	А - выборка, где заданная часть объектов доработала до отказа В - выборка, где большинство объектов доработало до отказа С - выборка, в которой не все объекты доработали до отказа Д - выборка, где половина объектов доработала до отказа
14.	Пассивный эксперимент	А - позволяет обработку данных в процессе эксплуатации В - позволяет коррекцию данных в процессе эксплуатации С - позволяет уточнение данных в процессе эксплуатации Д - позволяет получение данных в процессе эксплуатации
15.	Математическое ожидание	А - среднее геометрическое элементов множества В - среднее максимального и минимального элементов

		С - среднее арифметическое квадратов элементов множества D - среднее арифметическое элементов множества
16.	Дисперсия	A - математическое ожидание квадратов центрированных величин B - математическое ожидание квадратов величин множества C - среднее суммы квадратов величин множества D - среднее разности квадратов величин множества
17.	Стандартное отклонение	A - десятичный логарифм дисперсии B - корень квадратный дисперсии C - натуральный логарифм дисперсии D - среднее разности квадратов величин множества
18.	Функция распределения есть вероятность того, что	A - значение случайной величины не менее заданного B - значение случайной величины равно заданному C - значение случайной величины меньше заданного D - значение случайной величины не более заданного

19.	Максимальное значение функции распределения	А - меньше единицы В - больше единицы С - равно единице D - не больше единицы
20.	Минимальное значение функции распределения	А - не равно нулю В - больше нуля С - меньше нуля D - равно нулю
21.	Функция распределения имеет размерность	А - физической величины В - безразмерна С - единиц стоимости D - единиц веса
22.	Функция плотности распределения есть	А - интеграл функции распределения В - интеграл производной функции распределения С - квадратный корень функции распределения D - производная функции распределения
23.	Площадь, ограниченная функцией плотности распределения,	А - равна нулю В - равна единице С - больше единицы D - меньше единицы

24.	Минимальное значение функции плотности распределения	А - не равно нулю В - больше нуля С - меньше нуля D - равно нулю
25.	Функция плотности распределения имеет размерность	А - физической величины В - обратную размерности аргумента (наработки) С - единиц стоимости D - единиц веса
26.	Элемент вероятности есть произведение функции	А - плотности распределения на приращение аргумента слева В - Плотности распределения на приращение аргумента справа С - плотности распределения на значение аргумента D - распределения на значение аргумента
27.	Элемент вероятности имеет размерность	А - физической величины В - не имеет размерности С - единиц стоимости D - единиц наработки
28.	Число отказов определяют	А - суммированием отказов автомобилей на интервалах наработки В - суммированием отказов автомобилей за заданное время С - суммированием отказов автомо-

		билей до технического осмотра D - суммированием отказов автомобилей до текущего ремонта
29.	Накопленное число отказов вычисляются суммированием	A - числа отказов за заданное время B - числа отказов до технического осмотра C - числа отказов на интервалах наработки D - числа отказов до текущего ремонта
30.	Число работоспособных объектов находят как	A - часть объема выборки и накопленного числа отказов B - разность объема выборки и накопленного числа отказов C - вероятность исправной работы D - среднее разности выборки и накопленного числа отказов
31.	Частость определяется как	A - математическое ожидание числа отказов B - среднее относительное числа отказов C - отношение числа отказов к объему выборки D - дисперсия числа отказов
32.	Класс - это группа отказов, которая объединяет	A - на заданной ширине интервала наработки по возрастанию B - а заданной ширине интервала наработки по убыванию

	все отказы	С - на заданной ширине закрытого слева интервала наработки D - на заданной ширине интервала наработки
33.	Количество классов определяется общим числом отказов	А - по формуле Ляпунова В - по формуле Лагранжа С - по формуле Чебышева D - по формуле Штюргеса
34.	Ширина класса находится путем	А - деления диапазона наработки на число классов В - деления максимальной наработки на число классов С - подбора границ классов D - согласования границ классов
35.	Оценка плотности вероятности определяется как	А - среднее относительное числа отказов В - математическое ожидание числа отказов С - дисперсия числа отказов D - отношение частоты к ширине класса
36.	Оценка вероятности безотказной работы определяется как	А - отношение числа работоспособных объектов к их числу В - интеграл функции плотности распределения С - произведение функции плотности распределения на интервал

		D - площадь под кривой функции плотности распределения
37.	Оценка вероятности наступления отказа определяется как	A - интеграл функции плотности распределения B - отношение накопленного числа отказов к числу объектов C - произведение функции плотности распределения на интервал D - площадь под кривой функции плотности распределения
38.	Законы распределения применяют для	A - оценки экономической эффективности транспортных систем B - оценки технического состояния транспортных систем C - моделирования режимов эксплуатации транспортных систем D - прогноза работоспособности транспортных систем
39.	Интенсивность потока отказов есть	A - математическое ожидание отказов B - дисперсия отказов C - деления времени наблюдения на число отказов D - обратная величина среднего времени наработки
40.	Интенсивность потока отказов	A - обратную единице наработки B - безразмерная величина C - времени

	имеет раз- мерность	D - единицы длины
41.	Среднее время нара- ботки есть	А - дисперсия наработок транспорт- ных средств выборки В - математическое ожидание нара- боток объектов выборки С - среднее геометрическое нарабо- ток объектов выборки D - стандартное отклонение нарабо- ток объектов выборки
42.	Экспонен- циальный закон рас- пределения применяется при	А - аппроксимации вероятности от- казов в процессе обкатки В - аппроксимации вероятности от- казов после ремонта С - аппроксимации вероятности от- казов в период после обкатки D - аппроксимации вероятности от- казов в момент ввода в строй
43.	Параметром экспоненци- ального за- кона рас- пределения является	А - интенсивность отказов В - среднее время наработки С - время наработки D - интенсивность потока отказов
44.	Нормаль- ный закон распреде- ления приме-	А - расчетов при постепенных отка- зах В - расчетов при внезапных отказах С - расчетов при случайных отказах

	няется для	D - расчетов при регулярных отказах
45.	По числу параметров нормальный закон является	A - двухпараметрическим B - однопараметрическим C - трехпараметрическим D - многопараметрическим
46.	Параметрами нормального закона распределения являются	A - математическое ожидание времени наработки B - дисперсия времени наработки C - математическое ожидание и дисперсия времени наработки D - отношение эксцесс времени наработки
47.	Закон распределения Вейбулла применяется для	A - аппроксимации вероятности отказов в процессе обкатки B - аппроксимации вероятности отказов после ремонта C - аппроксимации вероятности отказов в момент ввода в строй D - аппроксимации вероятности отказов на этапе обкатки
48.	По числу параметров закон Вейбулла является	A - двухпараметрическим B - однопараметрическим C - трехпараметрическим D - многопараметрическим

49.	Параметрами закона Вейбулла являются	A - параметр формы B - параметр формы и параметр масштаба C - параметр масштаба D - параметр эксцесса
50.	Задачей анализа состояний автомобиля является	A - оценка коэффициента технической готовности B - оценка эффективности технического обслуживания C - оценка вероятностей возможных его состояний D - оценка работоспособности
51.	Оценка вероятностей состояний СМО производится	A - методами математической статистики B - методами теории вероятностей C - методами линейного программирования D - методами теории массового обслуживания
52.	Граф состояний задается	A - множествами состояний и интенсивностей потоков B - множеством связанных состояний C - множествами потоков отказов и восстановлений D - матрицей интенсивностей потоков

53.	Описываются состояния системы уравнений	А - Ляпунова В - Колмогорова С - Лагранжа D - Коши
54.	Уравнение нормировки необходимо для получения	А - тривиального решения В - рекуррентного соотношения С - нетривиального решения D - нормирования результата
55.	Число уравнений Колмогорова	А - больше числа состояний В - меньше числа состояний С - не меньше числа состояний D - равно числу состояний
56.	Сумма вероятностей состояний	А - равна единице В - не равна единице С - меньше единицы D - больше единицы
57.	Резервирование применяется для	А - повышения экономичности работы системы В - повышения надежности работы системы С - снижения затрат на обслуживание системы D - повышения быстродействия работы системы

58.	Надежность работы системы зависит от	А - надежности ее элементов В - схемы включения элементов С - надежности и схемы включения элементов Д - числа допустимых комбинаций элементов
59.	Наиболее типичными причинами отказа являются	А - износы В - разрушения рабочей поверхности С - явления питтинга Д - усталостные разрушения
60.	Отказы обусловлены	А - изменениями в элементах В - изменениями происходящих рабочих процессов С - изменениями в элементах и происходящих рабочих процессов Д - нарушениями технологии изготовления

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балакирев В.С. Надежность технических и программных средств автоматизации: учеб. пособие / В.С. Балакирев, В.Я. Бадеников. – Ангарск: АТИ, 1994. – 64 с.
2. Вентцель Е.С. Исследование операций / Е.С.Вентцель. – М.: Наука, 1988. – 208 с.
3. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности / Б.В.Гнеденко, Ю.К.Беляев, А.Д.Соловьев. – М.: Наука, 1965. – 546 с.
4. Гурвич И.Б., Сыркин П.Э. Эксплуатационная надежность автомобильных двигателей / И.Б. Гурвич, П.Э.Сыркин. – М: Транспорт, 1984. – 138с.
5. Капур К., Ламберсон Л. Надежность и проектирование систем / К.Капур, Л.Ламберсон. – М.: Мир, 1980. – 608 с.
6. Лукинский В.С., Зайцев Е.И. Прогнозирование надежности автомобилей / В.С.Лукинский, Е.И.Зайцев. – Л.: Политехника, 1991. – 224 с.
7. Надежность и эффективность в технике. Справочник: в 10 т. / Под ред. В.С. Авдуевского [и др.]. – М.: Машиностроение, 1989.
8. Надежность машин: учеб. пособие для машиностроительных специальностей ВУЗов / Под ред.

- Д.Н. Решетова. – М.: Высшая школа, 1988. – 238 с.
9. Надежность технических систем: учеб. пособие для студентов технических специальностей вузов / Под общ. ред. Е.В. Сугака, Н.В. Василенко. – Красноярск: НИИ СУВПТ, 2000. – 594 с.
 10. Острейковский В.А. Теория надежности / В.А. Острейковский. – М.: Высш. шк., 2003. – 463 с.
 11. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. Практикум / А.М.Половко, С.В.Гуров. – Спб.: – БХВ-Петербург, 2006. – 560 с.
 12. Ротенберг Р.В. Основы надежности системы «Водитель – автомобиль – дорога – среда» / Р.В.Ротенберг. – М.: Машиностроение, 1986. – 216 с.
 13. Техническая эксплуатация автомобиля / Под ред. Е.С. Кузнецова. – М.: Транспорт, 1991. – 410 с.
 14. Федотов А. В. Основы теории надежности и технической диагностики / А.В.Федотов. – Омск, 2010. – 64 с.
 15. Харченко А.О. Исследование эксплуатационной надежности систем автомобиля / А.Харченко // MECHANICS8 '98, Proceedings of the International Scientific Conference, Rzeszow, June 1998, C. 259 – 261.

16. Charczenko A. Analiza niezawodności eksploatacyjnej układu silnika samochodowego / A.Charczenko // Technologia i automatyzacja montazu, Warszawa, 1997. – №4. – Р. 34 – 35.
17. Кузнецов Ю.Н. Теория технических систем: учебник / Ю.Н. Кузнецов, Ю.К. Новоселов, И.В. Луцив. – Севастополь: СевНТУ, 2010. – 252 с.
18. Маригодов В.К. Теория и практика научных исследований / В.К. Маригодов, Г.А. Тихонов; под общ. ред. В.К. Маригодова. – Севастополь: СевНТУ, 2007. – 247 с.
19. Шишмарев В.Ю. Надежность технических систем: учебник для студ. ВУЗов / В.Ю. Шишмарев. – М.: Академия, 2010. – 304 с.
20. Грабар І.Г. Основи надійності машин: навчальний посібник / І.Г. Грабар. – Житомир: ЖІТІ, 1998. – 298 с.
21. Масуев М.А. Проектирование предприятий автомобильного транспорта: учеб. пособие / М.А. Масуев. – М.: Академия, 2009. – 224 с.
22. Малкин В.С. Техническая эксплуатация автомобилей: Теоретические и практические аспекты: учеб. пособие / В.С. Малкин. – М.: Академия, 2009. – 288 с.
23. Долгин В.П. Метод оценки требуемого объема выборки / В.П.Долгин // Электронное моделиро-

вание. – К.: Институт проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины, 2012. – Т.34. – №3. – С. 95 – 103.

24. Методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Надежность автотранспортных средств» / Сост. Харченко А.О. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 1999. – 85 с.
25. Методические указания к выполнению контрольных работ и тестированию по дисциплине «Надежность автотранспортных средств» / Сост. А.О. Харченко, В.П. Долгин, О.В. Хромов. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2008. – 28с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица А.1 – Характеристики некоторых законов распределения

Наименование закона распределения	Плотность вероятности отказа $f(t)$	Вероятность безотказной работы $P(t)$	Вероятность отказа $F(t) = 1 - P(t)$	Интенсивность отказов $\lambda(t)$	Средняя наработка до отказа t_{cp}	Дисперсия D
Экспоненциальный	$\lambda e^{-\lambda t}$	$e^{-\lambda t}$	$1 - e^{-\lambda t}$	$\lambda = const$	$\frac{1}{\lambda}$	t_{cp}^2
Нормальный	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-T_{cp})^2}{2\sigma^2}}$	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_t^\infty e^{-\frac{(t-T_{cp})^2}{2\sigma^2}} dt$	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{(t-T_{cp})^2}{2\sigma^2}} dt$	$\frac{f(t)}{P(t)}$	t_{cp}	σ^2
Вейбулла	$\frac{b}{t_0} \left(\frac{b}{t_0}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{b}{t_0}\right)^b}$	$e^{-\left(\frac{b}{t_0}\right)^b}$	$1 - e^{-\left(\frac{b}{t_0}\right)^b}$	$\frac{b}{t_0} \left(\frac{b}{t_0}\right)^{b-1}$	$t_0 \Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right)$	$t_0^2 \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right) - \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right) \right]^2 \right\}$

Примечания: 1) расчетное определение значений $f(t)$, $P(t)$ и $F(t)$ для нормального закона делается с помощью нормированных функций $\varphi(x)$ и $F(x)$ [3]; 2) буква Γ в количественных характеристиках закона Вейбулла обозначает гамма-функцию [3]; 3) для удобства расчетов e^{-t} приводится в таблицах или легко могут быть посчитаны с помощью средств вычислительной техники.

Таблица А.2 – Типичные графики количественных характеристик некоторых законов распределения в зависимости от наработки t

Наименование закона распределения	Плотность вероятности отказа $f(t)$	Вероятность безотказной работы $P(t)$	Вероятность отказа $F(t)=1-P(t)$	Интенсивность отказов $\lambda(t)$
Экспоненциальный				
Нормальный				
Вейбулла				

Таблица А.3 – Значения функции $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-x^2/2}$

x		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,	3989	3989	3988	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	0,	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	2918
0,2	0,	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	0,	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3725	3712	3697
0,4	0,	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	0,	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	0,	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	0,	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	0,	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	0,	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	0,	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	0,	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	0,	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	0,	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	0,	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127

Продолжение таблицы А.3

x		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,6	0,	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0,0	9405	9246	9089	8933	8780	8628	8478	8329	8183	8038
1,8	0,0	7895	7754	7614	7477	7341	7206	7074	6943	6814	6687
1,9	0,0	6562	6438	6316	6195	6077	5959	5844	5730	5618	5508
2,0	0,0	5399	5292	5186	5082	4980	4879	4780	4682	4586	4491
2,1	0,0	4398	4307	4217	4128	4041	3955	3871	3788	3706	3626
2,2	0,0	3547	3470	3394	3319	3246	3174	3103	3034	2965	2898
2,3	0,0	2833	2768	2705	2643	2582	2522	2463	2406	2369	2294
2,4	0,0	2239	2186	2134	2083	2033	1984	1936	1888	1842	1797
2,5	0,0	1753	1709	1667	1625	1585	1545	1506	1488	1431	1394
2,6	0,0	1358	1324	1289	1256	1223	1191	1160	1130	1100	1071
2,7	0,0	1042	1014	0987	0961	0935	0909	0885	0861	0837	0814
2,8	0,00	7915	7696	7483	7274	7071	6873	6679	6491	6307	6127
2,9	0,00	5952	5782	5616	5454	5196	5143	4893	4847	4705	4567
3,0	0,00	4432	4301	4173	4049	3928	3810	3695	3584	3475	3070
3,	0,00	4432	3267	2384	1723	1232	0873	0612	0425	0292	0199
4,	0,00 ³	1338	0893	0589	0385	0249	0160	0101	0064	0040	0024
5,	0,00 ⁵	1487	0897	0536	0317	0186	0108	0062	0035	0020	0011

Примеры пользования таблицей:

1. Найти $\varphi(x)$ при $x = 0,86$.

В первом вертикальном столбце x находим 0,8 и далее в горизонтальной строке на пересечении со столбцом, обозначенным 6, находим 2756. Количество нулей перед этим числом узнаем из второго столбца. В данном случае искомое значение $\varphi(0,86) = 0,2756$.

2. Найти $\varphi(x)$ при $x = 1,97$.
Аналогично находим $\varphi(1,97) = 0,05730$.

3. Найти $\varphi(x)$ при $x = 4,2$.

Аналогично предыдущему находим результат на пересечении строки 4 из первого столбца с числом в столбце, обозначенном 2 столбцом. Во втором столбце показатель степени (в данном случае в обозначении $0,0^3$) показывает дополнительное количество нулей после запятой. Искомое число $\varphi(4,2) = 0,0000589$.

Таблица А.4 – Значение функции $F_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5179	5319	5359
0,1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5536	5675	5714	5753
0,2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0,3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0,4	6551	6594	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0,5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0,6	7257	7291	7321	7357	7389	7422	7454	7467	7517	7549
0,7	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852
0,8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0,9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389
1,0	8413	8438	8461	8485	8508	8631	8554	8577	8599	8621
1,1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1,2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015
1,3	0320	0490	0658	0824	0988	1149	1308	1466	1621	1774
1,4	1924	2073	2220	2364	2507	2647	2885	2922	3056	3189

Продолжение таблицы А.4

x		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,5	0,9	3319	3448	3574	3699	3822	3943	4062	4179	4295	4408
1,6	0,9	4520	4630	4738	4865	4950	5053	5154	5254	5352	5449
1,7	0,9	5543	5637	5728	5818	5907	5994	6080	6164	6246	6327
1,8	0,9	6407	6485	6562	6637	6712	6784	6856	6926	6995	7062
1,9	0,9	7128	7193	7257	7320	7381	7441	7500	7588	7615	7670
2,0	0,9	7725	7778	7831	7882	7932	7982	8030	8077	8124	8169
2,1	0,9	8214	8257	8300	8341	8382	8422	8461	8500	8537	8574
2,2	0,9	8610	8645	8679	8713	8745	8778	8809	8840	8870	8899
2,3	0,9	8928	8956	8983	9010	9036	9061	9086	9111	9134	9158
2,4	0,99	1802	2024	2240	2451	2656	2857	3053	3244	3431	3613
2,5	0,99	3790	3963	4132	4897	4457	4614	4766	4915	5060	5201
2,6	0,99	5339	5473	5603	5731	5855	5975	6093	6207	6310	6427
2,7	0,99	6533	6636	6736	6833	6928	7020	7110	7197	7182	7365
2,8	0,99	7445	7523	7509	7673	7774	7814	7882	7948	8012	8074
2,9	0,99	8134	8193	8250	8305	8359	8411	8462	8511	8559	8605
3,0	0,99	8650	8694	8736	8777	8815	8856	8933	8930	8965	8999
3,1	0,99 ³	0324	0646	0957	1260	1553	1836	2112	2378	2636	2886

Продолжение таблицы А.4

x		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3,2	0,9 ³	3129	3363	3590	3810	4022	4230	4429	4623	4810	4991
3,3	0,9 ³	5156	5335	5499	5658	5811	5959	6103	6242	6376	6505
3,4	0,9 ³	6631	6752	6869	6982	7091	7197	7299	7398	7493	7585
3,5	0,9 ³	7674	7760	7842	7922	7999	8074	8146	8215	8282	8347
3,6	0,9 ³	8409	8469	8527	8583	8637	8689	8739	8787	8834	8879
3,7	0,9 ³	8922	8964	9004	9043	9080	9116	9150	9189	9216	9242
3,8	0,9 ⁴	2765	3052	3327	3593	3848	4094	4331	4558	4777	4988
3,9	0,9 ⁴	5190	5385	5573	5753	5926	6092	6252	6406	6554	6696
4,0	0,9 ⁴	6833	6964	7090	7211	7327	7439	7546	7649	7748	7842
4,1	0,9 ⁴	7934	8022	8106	8186	8264	8338	8409	8477	8542	8606
4,2	0,9 ⁴	8665	8723	8778	8832	8882	8931	8978	9023	9066	9107
4,3	0,9 ⁵	1460	1837	2198	2544	2876	3193	3497	3788	4066	4332
4,4	0,9 ⁵	4588	4832	5067	5288	5502	5706	5902	6089	6268	6439
4,5	0,9 ⁵	6602	6759	5908	7051	7187	7318	7442	7561	7675	7784
4,6	0,9 ⁵	7888	7987	8081	8172	8258	8440	8419	8494	8566	8634
4,7	0,9 ⁵	8699	8761	8821	8877	8931	8983	9032	9079	9124	9166
4,8	0,9 ⁶	2067	2454	2882	3173	3508	3827	4131	4420	4696	4958

Таблица А.5 – Таблица квантилей нормального распределения

Нормальное распределение			
Квантиль u_p	Вероятность безотказной работы $P(t)$	Квантиль u_p	Вероятность безотказной работы $P(t)$
0,000	0,5000	-2,054	0,98
-0,1	0,5398	-2,1	0,9821
-0,126	0,55	-2,170	0,985
-0,2	0,5793	-2,2	0,9861
-0,253	0,60	-2,3	0,9893
-0,3	0,6179	-2,326	0,99
-0,385	0,65	-2,4	0,9918
-0,4	0,6554	-2,409	0,992
-0,5	0,6915	-2,5	0,9938
-0,524	0,70	-2,576	0,995
-0,6	0,7257	-2,6	0,9953
-0,674	0,75	-2,652	0,996
-0,7	0,7580	-2,7	0,9965
-0,8	0,7881	-2,748	0,997
-0,842	0,80	-2,8	0,9974
-0,9	0,8159	-2,878	0,998
-1,0	0,8413	-2,9	0,9981
-1,036	0,85	-3,0	0,9986
-1,1	0,8643	-3,090	0,999
-1,2	0,8849	-3,291	0,9995
-1,282	0,90	-3,5	0,9998
-1,3	0,9032	-3,719	0,9999
-1,4	0,9192		
-1,5	0,9332		
-1,6	0,9452		
-1,645	0,95		
-1,7	0,9554		
-1,751	0,96		
-1,8	0,9641		
-1,881	0,97		
-2,0	0,9772		

Таблица А.6 – Значения гамма-функции $\Gamma(x)$

x	$\Gamma(x)$	x_1	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$
1,00	1,0000	1,25	0,0964	,50	0,8862	1,75	0,9191
1,01	0,9943	1,26	0,9044	,51	0,8866	1,76	0,9214
1,02	0,9888	1,27	0,9025	,52	0,8870	1,77	0,9238
1,03	0,9835	1,28	0,9007	,53	0,8876	1,78	0,9262
1,04	0,9784	1,29	0,8990	,54	0,8882	1,79	0,9288
1,05	0,9735	1,30	0,8975	,55	0,8889	1,80	0,9314
1,06	0,9687	1,31	0,8960	,56	0,8896	1,81	0,9341
1,07	0,9642	1,32	0,8946	,57	0,8905	1,82	0,9368
1,08	0,9597	1,33	0,8934	,58	0,8914	1,83	0,9397
1,09	0,9555	1,34	0,8922	,59	0,8924	1,84	0,9426
1,10	0,9514	1,35	0,8912	,60	0,8935	1,85	0,9456
1,11	0,9474	1,36	0,8902	,61	0,8947	1,86	0,9487
1,12	0,9436	1,37	0,8893	,62	0,8959	1,87	0,9518
1,13	0,9399	1,38	0,8885	,63	0,8972	1,88	0,9551
1,14	0,9364	1,39	0,8879	,64	0,8986	1,89	0,9584
1,15	0,9330	1,40	0,8873	,65	0,9001	1,90	0,9618
1,16	0,9298	1,41	0,8868	,66	0,9017	1,91	0,9652
1,17	0,9267	1,42	0,8864	,67	0,9033	1,92	0,9688
1,18	0,9237	1,43	0,8860	,68	0,9050	1,93	0,9724
1,19	0,9209	1,44	0,8858	,69	0,9068	1,94	0,9761
1,20	0,9182	1,45	0,8857	,70	0,9086	1,95	0,9799
1,21	0,9156	1,46	0,8856	,71	0,9106	1,96	0,9837
1,22	0,9131	1,47	0,8856	,72	0,9126	1,97	0,9877
1,23	0,9108	1,48	0,8857	,73	0,9147	1,98	0,9917
1,24	0,9085	1,49	0,8859	,74	0,9168	1,99	0,9958
0,5	1,7725	2,5	1,3294	,5	1,632	6,5	287,88
1	1	3	2	,24	1,64	7	720
1,5	0,8862	3,5	3,3233	,5	1,62,342	7,5	1871,2
2	1	4	6	,20	1,620	8	5040

Таблица А.7 – Варианты заданий

Вариант	t , тыс. км	t_{cp} , тыс. км	Экспоненци- альный закон	σ тыс. км	Нормальный закон	b	t_0 тыс. км	Закон Вейбулла
1	20	250	$P(t); f(t); F(t)$	40	$f(t); P(t)$	2	180	$f(t); P(t)$
2	35	180	$\lambda; P(t); D$	20	$F(t); \lambda(t)$	2	150	$F(t); \lambda(t)$
3	45	125	$F(t); \lambda; f(t)$	30	$D; \lambda(t); P(t)$	2	120	$t_{cp} D; P(t)$
4	36	210	$P(t); f(t); \lambda$	50	$F(t); f(t)$	2	100	$F(t); \lambda(t); t_{cp}$
5	28	245	$F(t); P(t); f(t)$	60	$\lambda(t); P(t)$	2	90	$f(t); P(t)$
6	80	120	$f(t); \lambda; P(t)$	80	$F(t); f(t)$	2	80	$\lambda(t); F(t)$
7	100	280	$P(t); f(t); F(t)$	90	$\lambda(t); P(t)$	2	170	$f(t); P(t)$
8	90	145	$F(t); P(t); \lambda$	70	$F(t); P(t)$	2	160	$\lambda(t); F(t)$
9	75	170	$P(t); f(t); F(t)$	10	$f(t); P(t)$	2	250	$t_{cp}; P(t)$
10	60	150	$D; F(t); f(t)$	65	$F(t); \lambda(t)$	2	220	$D; F(t); \lambda(t)$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Таблица Б.1 – Расчет вероятностей сетки распределения Вейбулла

$F(t)$	$S_y(F)$	$F(t)$	$S_y(F)$	$F(t)$	$S_y(F)$	$F(t)$	$S_y(F)$
0,0010	-78,2	0,0075	-52,3	0,055	-32,5	0,42	-6,9
0,0012	-76,1	0,0080	-54,6	0,060	-34,5	0,44	-6,2
0,0014	-74,3	0,0085	-53,9	0,065	-30,4	0,46	-5,5
0,0016	-72,7	0,0090	-53,2	0,070	-29,7	0,48	-4,8
0,0018	-71,5	0,0095	-52,6	0,075	-28,9	0,50	-4,1
0,0020	-70,4	0,010	-52,1	0,080	-28,1	0,54	-2,9
0,0022	-69,2	0,012	-50,0	0,085	-27,4	0,58	-1,6
0,0024	-68,3	0,014	-48,2	0,090	-26,7	0,62	-0,4
0,0026	-67,3	0,016	-46,7	0,095	-26,1	0,6321	0
0,0028	-66,5	0,018	-45,3	0,10	-25,5	0,66	0,9
0,0030	-65,7	0,020	-44,1	0,12	-23,3	0,70	2,1
0,0032	-65,0	0,022	-43,1	0,14	-21,4	0,74	3,4
0,0034	-64,3	0,024	-42,1	0,16	-19,8	0,78	4,7
0,0036	-63,6	0,026	-41,1	0,18	-18,3	0,82	6,1
0,0038	-63,0	0,028	-40,3	0,20	-17,0	0,86	7,6
0,0040	-62,4	0,030	-39,5	0,22	-15,8	0,90	9,4
0,0042	-61,9	0,032	-38,8	0,24	-14,6	0,925	10,8

Продолжение таблицы Б.1

$F(t)$	$S_y(F)$	$F(t)$	$S_y(F)$	$F(t)$	$S_y(F)$	$F(t)$	$S_y(F)$
0,0044	-61,3	0,034	-38,1	0,26	-13,6	0,95	12,4
0,0046	-60,9	0,036	-37,4	0,28	-12,6	0,96	13,2
0,0048	-60,4	0,038	-36,8	0,30	-11,7	0,97	14,2
0,0050	-59,9	0,040	-36,2	0,32	-10,8	0,98	15,4
0,0055	-58,8	0,042	-35,6	0,34	-10,0	0,99	17,3
0,0060	-57,9	0,044	-35,1	0,36	-9,1	0,9925	18,0
0,0065	-56,9	0,046	-34,6	0,38	-8,3	0,9950	18,9
0,0070	-56,1	0,048	-34,1	0,40	-7,7	0,9960	19,2
		0,050	-33,6			0,9970	19,9
						0,9980	20,7
						0,9990	21,8

$$S_y(F) = \frac{H}{8,84} \ln \ln \frac{1}{1-F(t)} = 11,31 \cdot \ln \ln \frac{1}{1-F(t)} \text{ мм при } H = 100 \text{ мм.}$$

$$\text{Если } H = H_1, \text{ то } S_y(F) = \frac{H_1}{H} 11,31 \cdot \ln \ln \frac{1}{1-F(t)}.$$

$$\text{Например, если } H = 250 \text{ мм, то } S_y(F) = 2,5 \cdot 11,31 \cdot \ln \ln \frac{1}{1-F(t)}.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Таблица В.1 – Возможные варианты заданий

Вариант	Схема марковских процессов	Количество состояний	Параметры	Определить
1	циклическая	3	$\bar{T}_1 = T_n; \bar{T}_2 = 0,5T_n; \bar{T}_3 = 0,2T_n$	$P_1...P_3$
2	«гибели и размножения»	5	$\bar{T} = 40 \text{ ч}; \bar{T}_p = 5 \text{ ч}$	$P_1...P_5$
3	циклическая	6	$\bar{E}_1 = \bar{E}_2 = E_n; \bar{T}_3 = \bar{T}_5 = 0,3T_n;$ $\bar{T}_4 = \bar{T}_6 = 0,15T_n$	$P_1...P_6$
4	«гибели и размножения»	6	$\bar{T} = 60 \text{ ч}; \bar{T}_p = 8 \text{ ч}$	$P_1...P_6$
5	циклическая	5	$\bar{E}_1 = E_n; \bar{T}_2 = \bar{T}_3 = 0,6T_n;$ $\bar{T}_4 = 0,5T_n; \bar{T}_5 = 0,25T_n$	$P_1...P_5$

Учебное пособие

**Долгин Владимир Прохорович
Харченко Александр Олегович
Хромов Олег Владимирович**

**НАДЕЖНОСТЬ АВТОТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ.
ПРАКТИКУМ**

Навчальний посібник

**Долгін Володимир Прохорович
Харченко Олександр Олегович
Хромов Олег Володимирович**

**НАДІЙНІСТЬ АВТОТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ.
ПРАКТИКУМ**

(російською мовою)

Комп'ютерна верстка та правка – *авторські*;
Дизайн обкладинки: *Василенко Л.Г.*

Підп. до друку 04.10.2013 р.
Формат 84 × 108 1/32. Ум. друк. арк. 15,6.
Обл.-вид. арк. 13,18.
Тираж 300 пр. Зам. №

ТОВ «Кондор-Видавництво»
Свідоцтво Серія А01 №376847 від 28.07.2010 р.
03067, м. Київ, вул.Гарматна, 29/31
тел./факс (044) 408-76-17, 408-76-25