

**Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический университет**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к выполнению расчетно-графического задания
по дисциплине
"Надежность автотранспортных средств"
для студентов специальности
7.07010601 «Автомобильный транспорт»
дневной и заочной форм обучения**

**Севастополь
2013**

СОДЕРЖАНИЕ

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ	4
СТРУКТУРА МОДЕЛИ	5
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ.....	6
ПРЯМОЙ МЕТОД.....	7
ТЕСТОВЫЙ ПРИМЕР	8
ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА	10
ЗАДАНИЕ.....	12
ПРИЛОЖЕНИЕ	14
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	29

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Основным показателем эффективности работы автотранспортного предприятия (АТП) является коэффициент технической готовности транспортного средства (ТС), определяемый отношением исправных транспортных средств к их общему количеству. Процессы обслуживания и правила эксплуатации ТС определяют их техническое состояние, в том числе и состояние готовности. Процессы выхода из строя того или иного агрегата (узла) транспортного средства зависят от ряда независимых случайных факторов, связанных с технологией производства агрегата (узла), мероприятиями по обслуживанию, условиями эксплуатации и рядом других, влияющих на работоспособность транспортного средства.

В этой ситуации приемлемым может считаться статистический подход к анализу эффекта воздействия указанных причин на состояние ТС. Для поддержания ТС в исправном состоянии в рамках АТП предпринимаются меры по восстановлению отказавших узлов. Считая случайным событием появление отказа (выхода из строя) агрегата (узла) и его восстановление, можно для построения модели анализа состояния технической готовности ТС воспользоваться теорией Марковских процессов [1]. В этом случае необходимо обеспечить условие однородности потоков, выполнение которого состоит в выборе однотипных ТС. При таком подходе возможные состояния ТС можно представить как результат воздействия случайных потоков отказов и восстановлений. Процесс смены состояний, происходящий в системе, состоит в том, что через случайный промежуток времени T_i (наработка на отказ) вышедший из строя i – й узел восстанавливается в течение времени τ_i .

СТРУКТУРА МОДЕЛИ

С учетом принятых ограничений структурную схему модели анализа эффективности АТП можно представить в следующем виде.

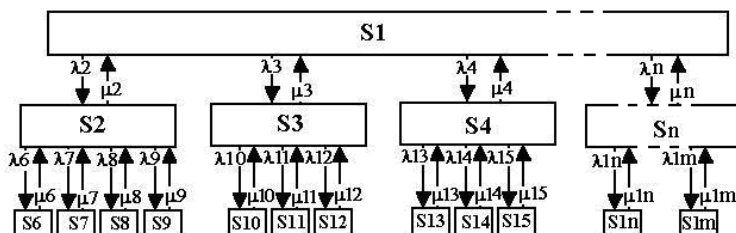


Рисунок 1

Описание состояний системы

$S1$ -система исправна,

$S2$ -система неисправна (отказал блок $S2$),

$S3$ -система неисправна (отказал блок $S3$),

 $S17$ -система неисправна (отказал блок $S1m$).

Теория систем массового обслуживания (СМО) позволяет получить оценку любого из состояний, в которых может находиться система, если известны значения интенсивностей всех информационных потоков. Это удобно при осуществлении контроля эффективности системы, но вызывает затруднения в случае необходимости ввода коррекции при изменениях ее параметров вследствие, например, применения новых технологий обработки информации, более совершенных технических средств и других, связанных с изменением интенсивностей потоков. Изменение интенсивности любого из потоков приводит к изменению вероятностей состояний всей системы, что осложняет реализацию коррекции.

Конечная цель коррекции СМО заключается в определении параметров интенсивностей потоков, часть из которых известна, обеспечивающих требуемые значения финальных вероятностей состояний системы.

С учетом изложенного, задача может быть сформулирована следующим образом: по заданным значениям финальных вероятностей состояний системы и известным значениям интенсивностей части потоков найти интенсивности остальных потоков, считая все потоки простейшими для СМО с дискретными состояниями и непрерывным временем.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Уравнения Колмогорова, описывающие состояния системы, представляют собой линейную систему. Выбор метода решения этой системы уравнений зависит от заданных интенсивностей потоков. Если число неизвестных (интенсивностей потоков, подлежащих определению) совпадает с количеством уравнений системы, то в качестве методов решения применяются прямые методы (аналитические или численные) [4]. Система будет определенной (иметь единственное решение) при соблюдении условия совместности, которое проверяется с помощью матричных форм Кронекера-Капелли. В противном случае система является несовместной (не имеющей решения).

В ряде случаев число неизвестных (интенсивностей потоков, подлежащих определению) может превышать ранг системы, что требует разработки специальных методов коррекции интенсивностей потоков для обеспечения требуемых вероятностей состояний СМО с заданной точностью, так как прямые методы решения, позволяющие получить точный результат, в этих условиях неприменимы. Рассмотрим решение задачи для иерархической системы обслуживания при опре-

деленной системе линейных уравнений, описывающих ее состояния, в которой число неизвестных равно числу уравнений системы.

ПРЯМОЙ МЕТОД

Рассмотрим прямой метод решения по заданному размеченному графу состояний СМО, изображенному на рис. 1.

Система обслуживания может находиться в одном из n состояний $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ ($n = 17$). Процесс, протекающий в системе обслуживания, состоит в том, что в случайные моменты времени система под воздействием потоков событий переходит из одного состояния в другое. Потоки условно можно разделить на две группы: потоки заявок и потоки обслуживаний. Поступившая заявка немедленно начинает обслуживаться. Среднее время T_i пребывания системы в этом состоянии S_i определяет его финальную вероятность [1 – 3] $p_i = T_i / T_\phi$, где T_ϕ – время работы системы. Обозначив финальные вероятности состояний через p_i , где i – номер состояния S_i ($i = 1..n$), составим систему уравнений Колмогорова [3] для всех n состояний в принятой (рис. 1) системе обозначений

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 \sum_{i=2}^5 \lambda_i = \sum_{i=2}^5 p_i \mu_i; \quad p_2 \left(\mu_2 + \sum_{i=6}^9 \lambda_i \right) = p_1 \lambda_2 + \sum_{i=6}^9 p_i \mu_i; \\ p_3 \left(\mu_3 + \sum_{i=10}^{12} \lambda_i \right) = p_1 \lambda_3 + \sum_{i=10}^{12} p_i \mu_i; \quad p_4 \left(\mu_4 + \sum_{i=13}^{15} \lambda_i \right) = p_1 \lambda_4 + \sum_{i=13}^{15} p_i \mu_i; \\ p_5 \left(\mu_5 + \sum_{i=16}^{17} \lambda_i \right) = p_1 \lambda_5 + \sum_{i=16}^{17} p_i \mu_i; \\ p_3 \lambda_{10} = p_{10} \mu_{10}; \quad p_3 \lambda_{11} = p_{11} \mu_{11}; \quad p_3 \lambda_{11} = p_{11} \mu_{11}; \\ p_4 \lambda_{13} = p_{13} \mu_{13}; \quad p_4 \lambda_{14} = p_{14} \mu_{14}; \quad p_4 \lambda_{15} = p_{15} \mu_{15}; \\ p_5 \lambda_{16} = p_{16} \mu_{16}; \quad p_5 \lambda_{17} = p_{17} \mu_{17}. \end{array} \right. \quad (1)$$

Запишем уравнение нормировки

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1 \quad (2)$$

и решим систему уравнений (1) относительно искомым неизвестных p_i ($i = 1..n$).

ТЕСТОВЫЙ ПРИМЕР

Получим решение системы уравнений (1) с соблюдением условия (2) для произвольно заданных (случайных) значений интенсивностей потоков и найдем значения интенсивностей, которые обеспечат требуемые вероятности состояний. Для примера зададим вероятности состояний, выполнив условие (2), по уровням иерархии:

$$p_1 = 0,6; \quad p_2, \dots, p_5 = 0,5; \quad p_6, \dots, p_{17} = 0,0167. \quad (3)$$

Система (1) является линейной. Для ее решения необходимо задать n неизвестных. В качестве неизвестных независимых переменных выберем интенсивности потоков, подлежащие коррекции. Для технических систем в качестве корректируемых выберем потоки восстановлений (обслуживания), так как потоки отказов (заявок на обслуживание) обусловлены технологией изготовления, выбором материалов, конструктивными особенностями и другими причинами, являющимися следствием производства конкретной технической системы и практически не могут быть изменены. Для систем обслуживания целесообразно в качестве корректируемых выбрать интенсивности потоков обслуживания, которые можно изменять, например, введением организационно-технических мероприятий.

Для иллюстративного примера введем в систему уравнений (1) желаемые значения вероятностей (3) и зададим с помощью генератора случайных чисел множество значений потоков заявок на обслуживание μ

$$\mu = \left\{ \begin{array}{l} 0,902; 0,394; 0,915; 0,893; 0,371; 0,205; 0,248; 0,156; \\ 0,616; 0,276; 0,274; 0,412; 0,0670; 0,503; 0,316; 0,718 \end{array} \right\}. \quad (4)$$

В результате решения системы уравнений (1) с учетом описаний множеств (3) и (4) определим требуемые значения интенсивностей потоков обслуживаний

$$\lambda = \left\{ \begin{array}{l} 0,0752; 0,0328; 0,0762; 0,0744; 0,124; 0,0683; 0,0827; 0,0520; \\ 0,205; 0,0920; 0,0913; 0,137; 0,0223; 0,168; 0,105; 0,239 \end{array} \right\}. \quad (5)$$

В результате решения системы уравнений (1) с учетом описаний множеств (3) и (4) определим требуемые значения интенсивностей потоков обслуживания

$$\lambda = \left\{ \begin{array}{l} 0,0752; 0,0328; 0,0762; 0,0744; 0,124; 0,0683; 0,0827; 0,0520; \\ 0,205; 0,0920; 0,0913; 0,137; 0,0223; 0,168; 0,105; 0,239 \end{array} \right\}. \quad (5)$$

Подставив в систему уравнений найденные значения λ (5), заданные μ (4), введя уравнение нормировки (2), и решив ее относительно p_i ($i = 1..n$), получим в результате заданные значения вероятностей состояний (3).

В общем случае, создавая произвольные комбинации неизвестных из множеств p_i ($i = 1..n$); λ_j ($j = 2..n$) и μ_j ($j = 2..n$) в количестве, равном числу уравнений n системы (1), можно решать задачи коррекции СМО в различных постановках, допускающих уточнение ее параметров. Среди возможных комбинаций необходимо исключить такие, при которых заданы все входящие и исходящие потоки хотя бы одного из состояний, что делает систему уравнений несовместной.

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА

Для получения значений заданных вероятностей (3) необходимо в систему уравнений (1) ввести n неизвестных, подлежащих определению, и решить систему (1). Выберем для примера $m = 9$ значений λ – потока и $n-m = 8$ значений μ – потока.

На рисунке 2 изображены гистограммы распределения параметров системы до (помечено цифрой 1) и после (помечено цифрой 2) введения коррекции интенсивностей потоков, реализованной путем решения системы уравнений (1) с помощью Maple – программы System_Hqs при выборе в качестве неизвестных комбинации части λ – потоков

$$\lambda = \left\{ \begin{array}{l} \lambda_2 ; \lambda_3 ; \lambda_4 ; \lambda_5 ; \lambda_6 ; \lambda_7 ; \lambda_8 ; \lambda_9 ; \\ 0,232; 0,429; 0,592; 0,0692; 0,627; 0,398; 0,611; 0,418 \end{array} \right\}$$

и μ – потоков

$$\mu = \left\{ \begin{array}{l} 0,902; 0,394; 0,915; 0,893; 0,371; 0,205; 0,248; 0,156; \\ \mu_{10} ; \mu_{11} ; \mu_{12} ; \mu_{13} ; \mu_{14} ; \mu_{15} ; \mu_{16} ; \mu_{17} \end{array} \right\}$$

с заданными вероятностями состояний (3).

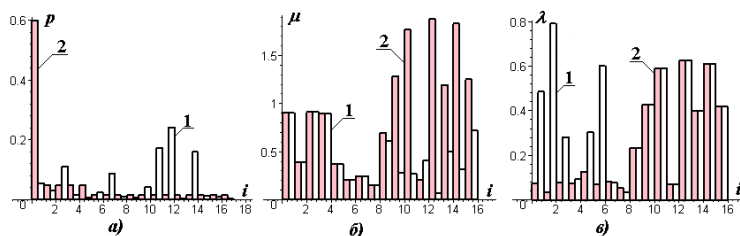


Рисунок 2

На рис. 2а,б,в изображены диаграммы распределения вероятностей состояний p_i ($i=1, \dots, n$), интенсивностей потоков μ_i и λ_i ($i=2, \dots, n$), до ввода (гистограммы 1) и после ввода (гистограммы 2) коррекции.

В общем случае количество корректируемых параметров системы m , подлежащее определению, может не совпадать с числом

уравнений n системы (1). В этом случае система уравнений (1) может оказаться недоопределенной ($m > n$) или переопределенной ($m < n$). Множество корректируемых параметров может содержать элементы λ – потоков и μ – потоков. Кроме того, при произвольном выборе λ_i и μ_i ($i = 2, \dots, n$) для коррекции система уравнений (1) может оказаться несовместной. Рассмотрим алгоритм, позволяющий получить решение совместной системы (1) с заданной точностью.

ЗАДАНИЕ

**на выполнение расчетно-графической работы
по дисциплине « Надежность автотранспортных средств»
на тему: АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ АТП (СТО)
ПО СХЕМЕ СМО**

В процессе эксплуатации автомобиль автопредприятия (АТП) может находиться в одном из состояний, отраженных приведенным графом состояний. По данным эксплуатации автомобилей конкретного предприятия требуется составить граф состояний транспортных средств АТП и представить таблицу интенсивностей потоков смены состояний.

Требования:

1. определить число автомобилей на АТП ($n_1, n_2, \dots, n_7$), находящихся в указанных состояниях ($S_1, S_2, \dots, S_n$);
2. построить совмещенную гистограмму распределения вероятностей состояний автомобилей данного АТП до и после введения коррекции,
3. решение представить в матричной (библиотека **with(linalg)**) либо алгебраической форме,
4. задачу разбить на следующие модули:
 - 1) алгебраическая (матричная) система уравнений описания обобщенного графа,
 - 2) таблица интенсивностей потоков ($L_2, L_3, L_4, \dots$) по данным конкретного автомобиля,
 - 3) блок решения системы уравнений с проверкой результата

(должно выполняться равенство $N = \sum_{i=1}^q p_i$ с точностью до

погрешности вычислений),

5. оценить коэффициент технической готовности автомобиля $K = p_1$

до и после введения коррекции,

6. вывести численный результат решения на печать,

7. сделать выводы,

8. привести библиографический список.

Для решения задачи необходимо вычислить интенсивности потоков отказов λ_i по формуле

$$\lambda_i = V_{cp} / S_i ,$$

где S_i - наработка (пробег) на отказ (км), $V_{cp} = 50$ км/ч и

интенсивности потоков восстановлений $\mu_i = 1/T_i$,

где T_i - среднее время восстановления в часах

по данным АТП, где работает студент.

В качестве данных можно использовать статистические

параметры отказов и восстановлений деталей (узлов)

двигателей, подвески, трансмиссии и т.п. автомобилей

по приведенному на рисунке графу состояний. В каждом случае

данные должны браться для полной группы событий.

ТАБЛИЦА НАРАБОТКИ НА ОТКАЗ И СРЕДНЕГО ВРЕМЕНИ ВОС-
СТАНОВЛЕНИЯ АВТОМОБИЛЯ МАРКИ _____
ПО ДАННЫМ АТП _____
СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ ПЕРЕВОЗОК V=_____ км.час

№ п\п	Автомобильная система	Наработка на отказ (межремонтный пробег) L_i , тыс. км	Среднее время восстановления μ_i , час
1.	Двигатель	L_1	μ_1
2.	Трансмиссия	L_2	μ_2
3.	Рулевое управление	L_3	μ_3
4.	Тормозная система	L_4	μ_4
5.	Электрооборудование	L_5	μ_5
6.	Подвеска	L_6	μ_6
7.	Кузов	L_7	μ_7
8.	Коробка передач	L_8	μ_8

ПРИЛОЖЕНИЕ

```
Версия алгоритмического решения задачи  
> restart:  
randomize(345678) :  
with(stats[statplots]) :
```

tim:=time() :

System_Hqs.mws

Hieratic queuing system.mws

ЗАДАНИЕ

Дисциплина: Надежность автотранспортных средств

Тема: Анализ иерархической системы массового обслуживания

Цель: Коррекция финальных вероятностей состояний

Ст. гр. АВ-51д Фамилия И.О.

ПРЯМАЯ ЗАДАЧА

Для заданных состояний технической системы
при известных интенсивностях потоков восстановления
и потоков отказов

$S_1, S_2, \dots, S_n$

μ

λ

Найти вероятности состояний СМО

$P_1, P_2, \dots, P_n$.

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА

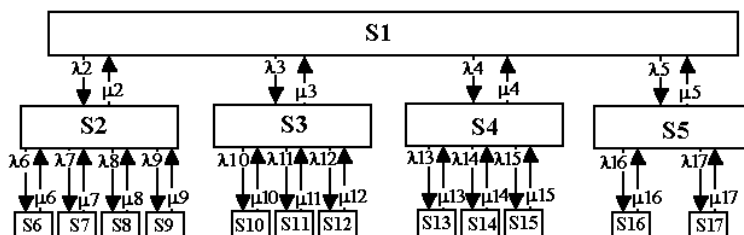
ДАНО:

1. Граф состояний системы,
2. n - число состояний системы,
3. $p[i]$, $i=1..n$ - требуемые вероятности состояний сисистемы,
4. $\mu [i]$; $i=m...n$ - интенсивности потоков восстановлений
5. $\lambda [i]$; $i=2...m$ - интенсивности потоков отказов

НАЙТИ интенсивности остальных потоков:

$\lambda [i]$, $i=m+1..n$ - интенсивности потоков отказов

$\mu [i]$; $i=2...m$ - интенсивности потоков восстановлений



Граф состояний системы

СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ

S1 -система исправна,

S2 -система неисправна (отказал блок S2),

S3 -система неисправна (отказал блок S3),

S17 -система неисправна (отказал блок S17).

===== ПРЯМАЯ ЗАДАЧА =====

```
> # Система уравнений Колмогорова
KOIM:=proc() local i: global eq:
eq[1]:=p[1]*sum('L[i]', 'i'=2..5)=sum('p[i]*mu[i]', '
i'=2..5);
eq[2]:=p[2]*(mu[2]+sum('L[i]', 'i'=6..9))=p[1]*L[2]+
sum('p[i]*mu[i]', 'i'=6..9);
eq[3]:=p[3]*(mu[3]+sum('L[i]', 'i'=10..12))=p[1]*L[3
]+sum('p[i]*mu[i]', 'i'=10..12);
eq[4]:=p[4]*(mu[4]+sum('L[i]', 'i'=13..15))=p[1]*L[4
]+sum('p[i]*mu[i]', 'i'=13..15);
eq[5]:=p[5]*(mu[5]+sum('L[i]', 'i'=16..17))=p[1]*L[5
]+sum('p[i]*mu[i]', 'i'=16..17);
for i from 6 to 9 do eq[i]:=p[2]*L[i]=p[i]*mu[i]
od;
for i from 10 to 12 do eq[i]:=p[3]*L[i]=p[i]*mu[i]
od;
for i from 13 to 15 do eq[i]:=p[4]*L[i]=p[i]*mu[i]
od;
for i from 16 to 17 do eq[i]:=p[5]*L[i]=p[i]*mu[i]
od;
end:
> # Параметры потоков
n:=17; # Число состоя-
ний системы
n0:=9:
# Восстановлений
mu[2]:=1e3/70.7: mu[3]:=1e3/42.5: mu[4]:=1e3/9.6:
mu[5]:=1e3/5.2: mu[6]:=1e3/81.5:
mu[7]:=1e3/65.3: mu[8]:=1e3/19.4:
mu[9]:=1e3/16.2: mu[10]:=1e3/56.4: mu[11]:=1e3/39.2:
mu[12]:=1e3/28.3: mu[13]:=1e3/14.2: mu[14]:=1e3/3.4: m
u[15]:=1e3/9.8: mu[16]:=1e3/6.8:
mu[17]:=1e3/4.3:
```



```

for i from 2 to n do mu[i]:=evalf[3](mu[i]) od:
evalf[3]([seq(mu[i],i=2..n)]);
# Отказов
L[2]:=1e3/5830: L[3]:=1e3/4020: L[4]:=1e3/2870:
L[5]:=1e3/5380: L[6]:=1e3/6430:
L[7]:=1e3/5260: L[8]:=1e3/3980: L[9]:=1e3/4370:
L[10]:=1e3/5720:L[11]:=1e3/4210:
L[12]:=1e3/3680:L[13]:=1e3/17280:L[14]:=1e3/2340:L[
15]:=1e3/1230:L[16]:=1e3/4280:
L[17]:=1e3/6390:
for i from 2 to n do L[i]:=evalf[3](L[i]) od:
evalf[3](evalf([seq(L[i],i=2..n)]));
n := 17

```

[14.1, 23.5, 104., 192., 12.3, 15.3, 51.5, 61.7, 17.7, 25.5, 35.3, 70.4, 294., 102., 147., 233.]

[.172, .249, .348, .186, .156, .190, .251, .229, .175, .238, .272, .0579, .427, .813, .234, .156]

```

> KOLM():
Sys:={evalf(seq(eq[i],i=1..n-
1)),sum('p[i]', 'i'=1..n)=1};
Var:={seq(p[i],i=1..n)};
REZ:=solve(Sys,Var);

```

$Sys := \{ .156 p_2 = 12.3 p_6, .190 p_2 = 15.3 p_7, .251 p_2 = 51.5 p_8, .229 p_2 = 61.7 p_9, \\
.175 p_3 = 17.7 p_{10}, .238 p_3 = 25.5 p_{11}, .272 p_3 = 35.3 p_{12}, .0579 p_4 = 70.4 p_{13}, \\
.427 p_4 = 294. p_{14}, .813 p_4 = 102. p_{15}, .234 p_5 = 147. p_{16}, \\
192.390 p_5 = .186 p_1 + 147. p_{16} + 233. p_{17},$

$24.185 p_3 = .249 p_1 + 17.7 p_{10} + 25.5 p_{11} + 35.3 p_{12},$

$.955 p_1 = 14.1 p_2 + 23.5 p_3 + 104. p_4 + 192. p_5,$

$14.926 p_2 = .172 p_1 + 12.3 p_6 + 15.3 p_7 + 51.5 p_8 + 61.7 p_9,$

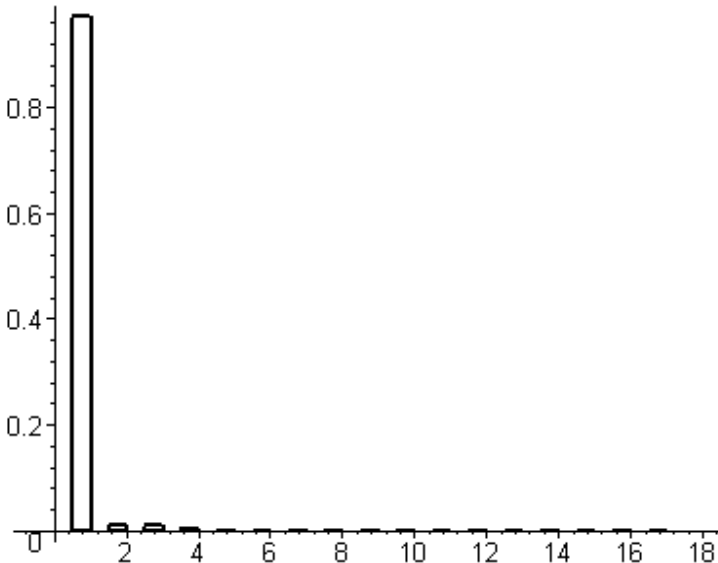
$105.2979 p_4 = .348 p_1 + 70.4 p_{13} + 294. p_{14} + 102. p_{15},$

$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} + p_{15} + p_{16} + p_{17} \\
= 1 \}$

$Var := \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_{16}, p_{17}, p_{10}, p_{11}, p_{12}, p_6, p_7, p_8, p_9, p_{13}, p_{14}, p_{15}\}$

$REZ := \{p_{11} = .00009621481105, p_4 = .003255514054, p_5 = .0009425087383,$
 $p_{10} = .0001019224693, p_6 = .0001505228702, p_2 = .01186814938,$
 $p_3 = .01030872976, p_{17} = .6310358934 \cdot 10^{-6}, p_{16} = .1500320032 \cdot 10^{-5},$
 $p_{13} = .2677475337 \cdot 10^{-5}, p_9 = .00004404872300, p_{12} = .00007943270520,$
 $p_1 = .9729122460, p_8 = .00005784282515, p_{14} = .4728246602 \cdot 10^{-5},$
 $p_7 = .0001473822472, p_{15} = .00002594836202 \}$

```
> # Гистограмма исходных вероятностей
assign(REZ):
data0:=[seq(Weight(i+.5..i+1, p[i+1]*.5), i=0..n-
1)]:
Gp0:=histogram(data0, col-
or=white,thickness=2,tickmarks=[18,4]):Gp0;
```



===== ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА =====

```
> # Требуемые вероятности состояний
p[1]:= .6:
p[2]:=evalf((1-p[1]-.2)/4):
```

```

for i from 3 to 5 do p[i]:=p[2] od:
p[6]:=evalf((1-p[1]-p[2]*4)/(n-5)):
for i from 7 to 17 do p[i]:=p[6] od:
sum('p[i]', 'i'=1..n);P:=p:

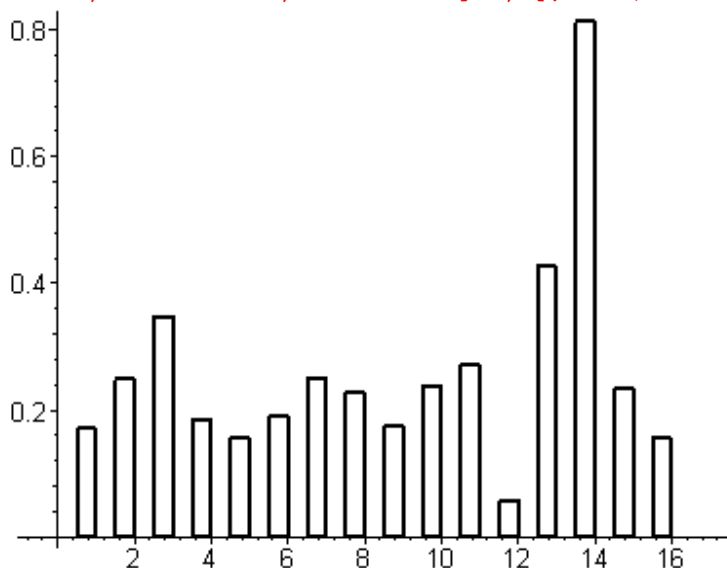
```

1.000000000

```

> # Гистограмма исходных интенсивностей L-потоков
dataL:= [seq(Weight(i-.5..i, L[i+1]*.5), i=1..n-1)]:
GL0:=histogram(dataL, col-
or=white,thickness=2,tickmarks=[18,4]):GL0;

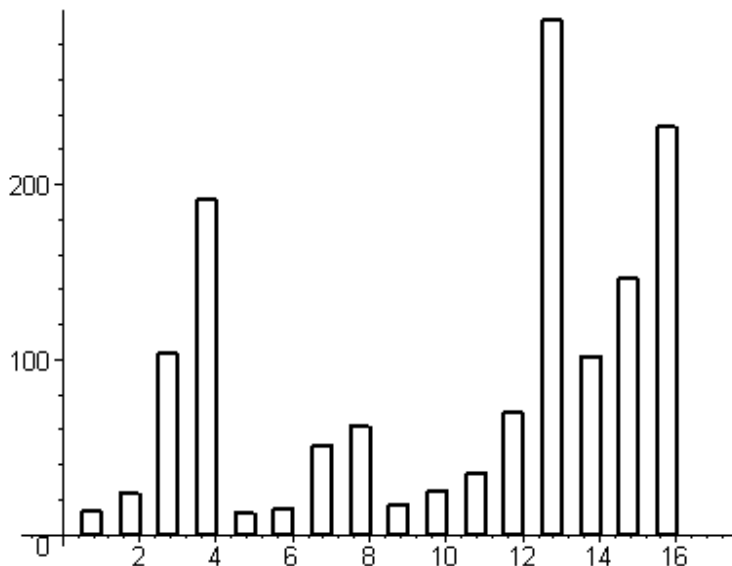
```



```

> # Исходное распределение интенсивностей mu-
потоков
mudata:= [seq(Weight(i-.5..i, mu[i+1]*.5), i=1..n-
1)]:
Gm0:=histogram(mudata, col-
or=white,thickness=2,tickmarks=[18,4]):Gm0;

```



```

> # Задание корректируемых потоков
seq(unassign('L[i]'), i=2..n0);      # Отказов
seq(unassign('mu[i]'), i=n0+1..n);  # Восстановлений
[seq(mu[i], i=2..n)];
evalf([seq(L[i], i=2..n)]);
[14.1, 23.5, 104., 192., 12.3, 15.3, 51.5, 61.7,  $\mu_{10}$ ,  $\mu_{11}$ ,  $\mu_{12}$ ,  $\mu_{13}$ ,  $\mu_{14}$ ,  $\mu_{15}$ ,  $\mu_{16}$ ,  $\mu_{17}$ ]

[L2, L3, L4, L5, L6, L7, L8, L9, .175, .238, .272, .0579, .427, .813, .234, .156]

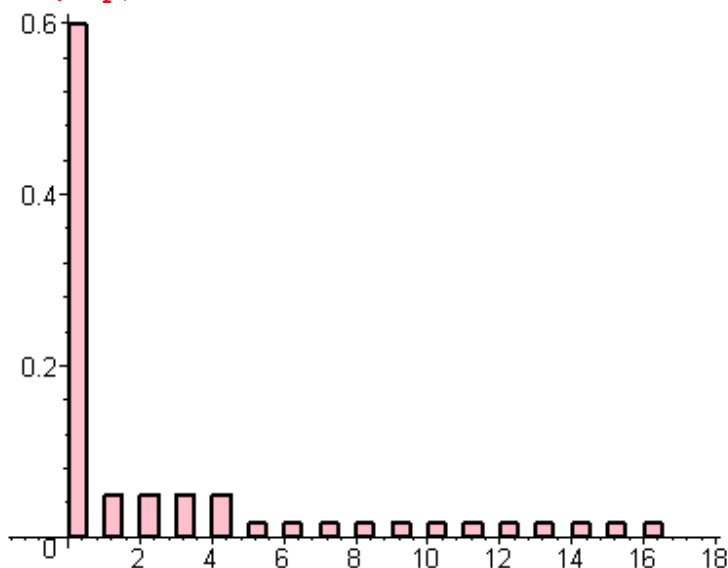
> # Решение системы уравнений Колмогорова
SYS:=proc() local Sys,Var:
      global Rez:
KOLM():
Sys:={seq(eq[i], i=1..n-1)};
Var:={seq(L[i], i=2..n0), seq(mu[i], i=n0+1..n)};
Rez:=solve(Sys,Var);
assign(Rez):
end:

> # Гистограмма найденных вероятностей
SYS():
data:=[seq(Weight(i..i+.5, p[i+1]*.5), i=0..n-1)]:

```

```
Gp:=histogram(data, col-
or=pink,thickness=2,tickmarks=[18,4]):Gp;

#i:='i':Gp:=plot([ [i,P[i]]$i=1..n],thickness=4,colo
r=blue):Gp;
```

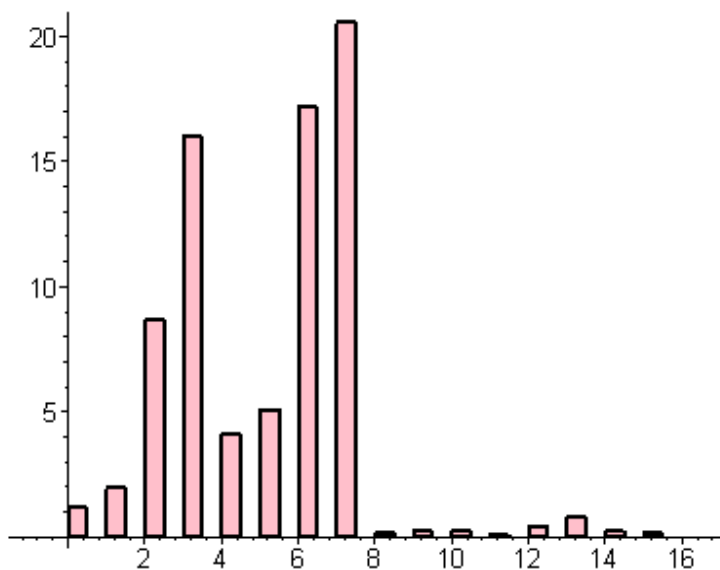


```
> evalf[3](seq(L[i],i=2..n));
evalf[3](seq(mu[i],i=2..n));

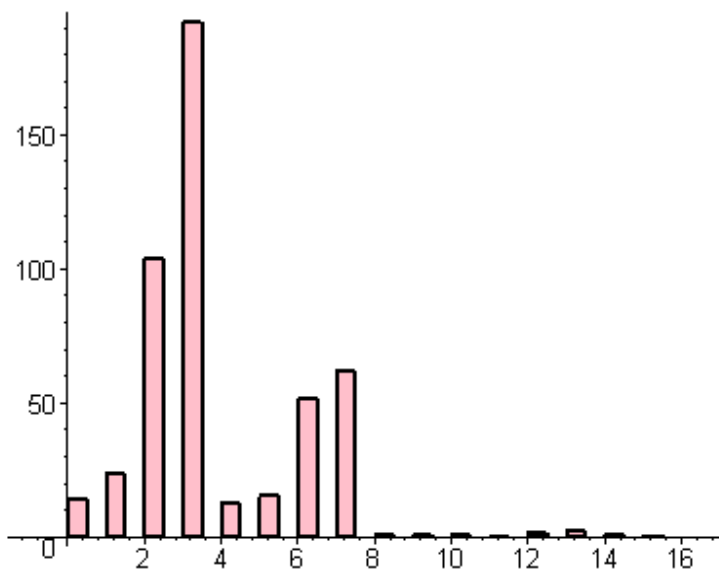
1.17, 1.96, 8.67, 16.0, 4.10, 5.10, 17.2, 20.6, .175, .238, .272, .0579, .427, .813, .234,
.156

14.1, 23.5, 104., 192., 12.3, 15.3, 51.5, 61.7, .525, .714, .816, .174, 1.28, 2.44, .702, .468

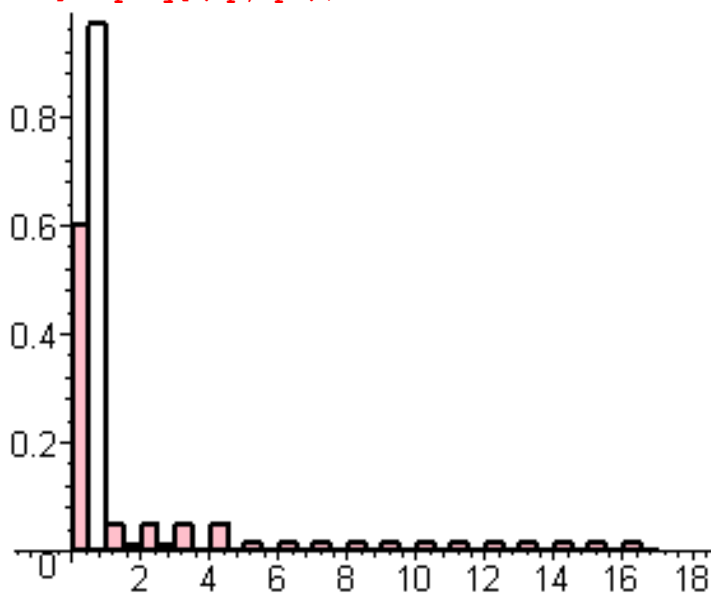
> # Результирующее распределение интенсивности L-
потоков
dataL:=[seq(Weight(i-1..i-.5, L[i+1]*.5), i=1..n-
1)]:
GL:=histogram(dataL, col-
or=pink,thickness=2,tickmarks=[18,4]):GL;
```



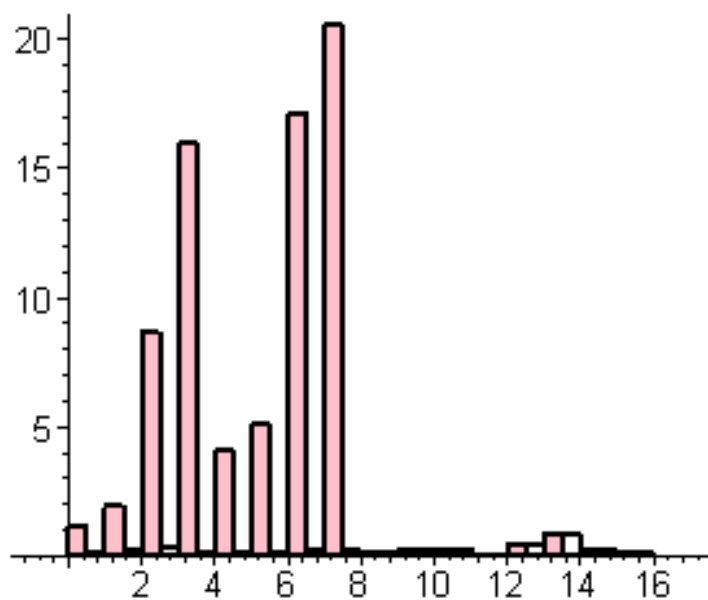
```
> # Результирующее распределение интенсивности  $\mu$ -
    потоков
dataL:= [seq(Weight(i-1..i-.5, mu[i+1]*.5), i=1..n-
1)]:
Gm:=histogram(dataL, col-
or=pink, thickness=2, tickmarks=[18,4]):Gm;
```



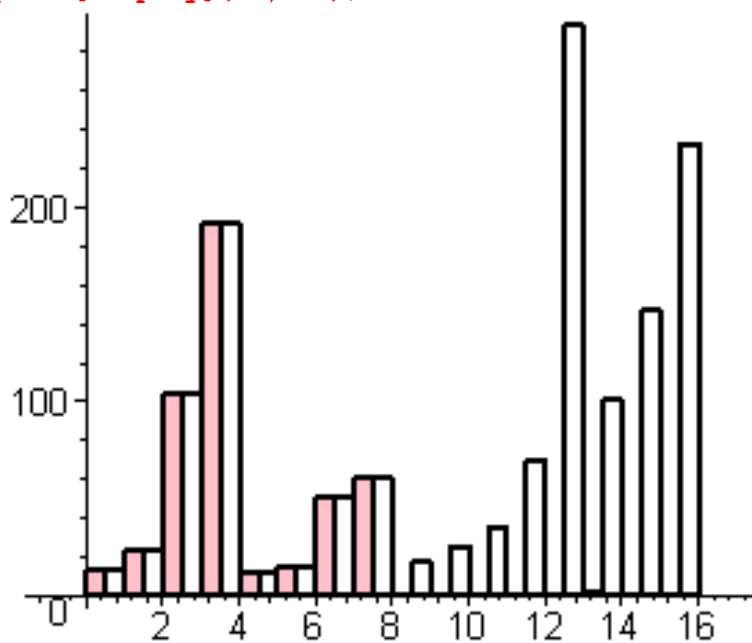
```
> plots[display] (Gp,Gp0) ;
```



```
> plots[display] (GL,GL0) ;
```



```
> plots[display] (Gm,Gm0) ;
```



===== ПРОВЕРКА =====

> # Система уравнений Колмогорова

p:='p':

eq[1]:=p[1]*sum('L[i]', 'i'=2..5)=sum('p[i]*mu[i]', 'i'=2..5);

eq[2]:=p[2]*(mu[2]+sum('L[i]', 'i'=6..9))=p[1]*L[2]+sum('p[i]*mu[i]', 'i'=6..9);

eq[3]:=p[3]*(mu[3]+sum('L[i]', 'i'=10..12))=p[1]*L[3]+sum('p[i]*mu[i]', 'i'=10..12);

eq[4]:=p[4]*(mu[4]+sum('L[i]', 'i'=13..15))=p[1]*L[4]+sum('p[i]*mu[i]', 'i'=13..15);

eq[5]:=p[5]*(mu[5]+sum('L[i]', 'i'=16..17))=p[1]*L[5]+sum('p[i]*mu[i]', 'i'=16..17);

for i from 6 to 9 do

eq[i]:=evalf(p[2]*L[i]=p[i]*mu[i]) od;

for i from 10 to 12 do

eq[i]:=evalf(p[3]*L[i]=p[i]*mu[i]) od;

for i from 13 to 15 do

eq[i]:=evalf(p[4]*L[i]=p[i]*mu[i]) od;

for i from 16 to 17 do

eq[i]:=evalf(p[5]*L[i]=p[i]*mu[i]) od;

$$eq_1 := 27.80000000 p_1 = 14.1 p_2 + 23.5 p_3 + 104. p_4 + 192. p_5$$

$$eq_2 := 61.03333335 p_2 = 1.174999999 p_1 + 12.3 p_6 + 15.3 p_7 + 51.5 p_8 + 61.7 p_9$$

$$eq_3 := 24.185 p_3 =$$

$$1.958333333 p_1 + .5249999999 p_{10} + .7139999999 p_{11} + .8159999998 p_{12}$$

$$eq_4 := 105.2979 p_4 =$$

$$8.666666667 p_1 + .1737000000 p_{13} + 1.281000000 p_{14} + 2.439000000 p_{15}$$

$$eq_5 := 192.390 p_5 = 16.00000000 p_1 + .7019999999 p_{16} + .4679999759 p_{17}$$

$$eq_6 := 4.100000000 p_2 = 12.3 p_6$$

$$eq_7 := 5.100000002 p_2 = 15.3 p_7$$

$$eq_8 := 17.16666667 p_2 = 51.5 p_8$$

$$eq_9 := 20.56666668 p_2 = 61.7 p_9$$

$$eq_{10} := .175 p_3 = .5249999999 p_{10}$$

$$eq_{11} := .238 p_3 = .7139999999 p_{11}$$

$$eq_{12} := .272 p_3 = .8159999998 p_{12}$$

$$eq_{13} := .0579 p_4 = .1737000000 p_{13}$$

$$eq_{14} := .427 p_4 = 1.281000000 p_{14}$$

$$eq_{15} := .813 p_4 = 2.439000000 p_{15}$$

$$eq_{16} := .234 p_5 = .7019999999 p_{16}$$

$$eq_{17} := .156 p_5 = .4679999759 p_{17}$$

> # Уравнение нормировки

j:=10:

eq[j] := sum('p[i]', 'i'=1..n)=1;

eq₁₀ :=

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} + p_{15} + p_{16} + p_{17} = 1$$

> # Решение системы уравнений Колмогорова

SYS:={seq(eq[i], i=1..n)};

VAR:={seq(p[i], i=1..n)};

REZ:=evalf(solve(SYS, VAR));

assign(REZ):

SYS := { 105.2979 p₄ =

$$8.666666667 p_1 + .1737000000 p_{13} + 1.281000000 p_{14} + 2.439000000 p_{15},$$

$$192.390 p_5 = 16.00000000 p_1 + .7019999999 p_{16} + .4679999759 p_{17},$$

$$5.100000002 p_2 = 15.3 p_7, 4.100000000 p_2 = 12.3 p_6, 20.56666668 p_2 = 61.7 p_9,$$

$$\begin{aligned}
&17.16666667 p_2 = 51.5 p_8, .156 p_5 = .4679999759 p_{17}, .234 p_5 = .7019999999 p_{16}, \\
&.238 p_3 = .7139999999 p_{11}, .813 p_4 = 2.439000000 p_{15}, .427 p_4 = 1.281000000 p_{14}, \\
&.0579 p_4 = .1737000000 p_{13}, \\
&p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{14} + p_{15} + p_{16} + p_{17}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 1, .272 p_3 = .8159999998 p_{12}, \\
&27.80000000 p_1 = 14.1 p_2 + 23.5 p_3 + 104. p_4 + 192. p_5, \\
&61.03333335 p_2 = 1.174999999 p_1 + 12.3 p_6 + 15.3 p_7 + 51.5 p_8 + 61.7 p_9, 24.185 p_3 \\
&= 1.958333333 p_1 + .5249999999 p_{10} + .7139999999 p_{11} + .8159999998 p_{12} \}
\end{aligned}$$

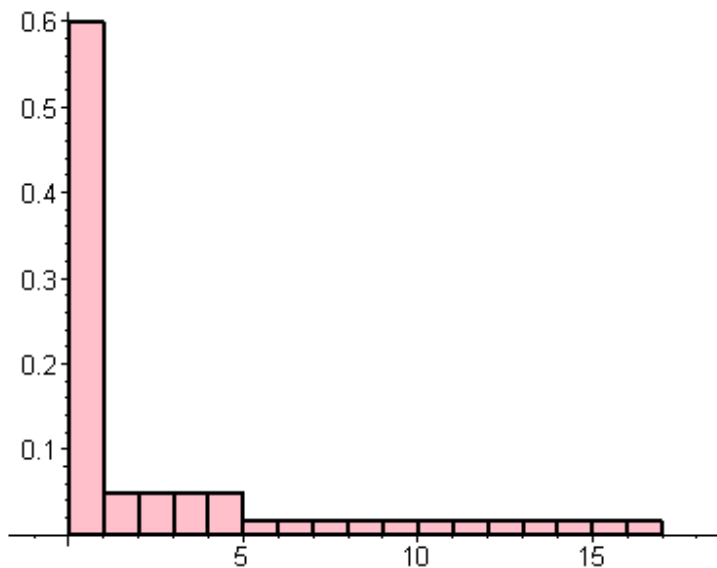
$$VAR := \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_{16}, p_{17}, p_{10}, p_{11}, p_{12}, p_6, p_7, p_8, p_9, p_{13}, p_{14}, p_{15}\}$$

$$\begin{aligned}
&REZ := \{p_{11} = .01666666664, p_{10} = .01666666760, p_6 = .01666666663, \\
&p_{17} = .01666666750, p_{16} = .01666666664, p_5 = .04999999991, p_7 = .01666666663, \\
&p_1 = .5999999989, p_8 = .01666666663, p_{12} = .01666666665, p_3 = .04999999992, \\
&p_4 = .04999999991, p_9 = .01666666664, p_{14} = .01666666664, p_{15} = .01666666664, \\
&p_{13} = .01666666664, p_2 = .04999999988 \}
\end{aligned}$$

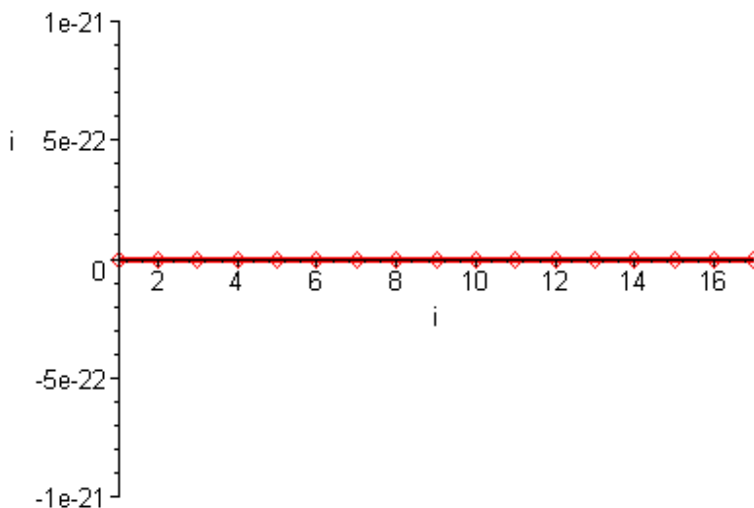
```

> # Гистограмма найденных интенсивностей потоков
L(i); i=2..n
data1:=[seq(Weight(i-1..i, p[i]), i=1..n)]:
histogram(data1, color=pink,thickness=2);

```



```
> # График погрешности
i:='i':
G0:=plot(0,i=1..n,i=-1e-21..1e-21):
G1:=plot([[i,P[i]-p[i]] $i=1..n], tickmarks=[8,4]):
G2:=plot([[i,P[i]-p[i]]
$i=1..n],style=point,symbolsize=16):
plots[display] (G0,G1,G2,thickness=3);
```



```
> tim:=time()-tim;
tim:=tim/60;
```

tim := .162

tim := .002700000000

>

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М: Высш. шк., 2000. – 383 с.
2. Долгин В.П. Иерархическая модель – обратная задача массового обслуживания / В.П. Долгин, М.В. Бармина, Д.И. Долгин // Электронное моделирование. – 2013. – Т.35. - №6. С. 37 – 47.
- 3.
4. Ильин В. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / В. А. Ильин, Г. Д. Ким. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2007. – 400 с.

