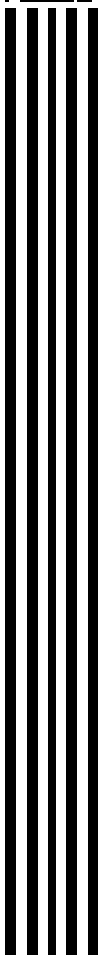
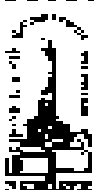


**Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический университет**



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к практическим занятиям по дисциплине
"Основы математического моделирования ТП
на автотранспорте" для студентов специальности
07.070106 «Автомобильный транспорт»
дневной и заочной форм обучения**

**Севастополь
2012**

УДК 629.331:519.81

Методические указания к практическим занятиям по дисциплине "Основы математического моделирования ТП на автотранспорте" для студентов специальности 07.070106 «Автомобильный транспорт» дневной и заочной форм обучения /Сост. В.П. Долгин.– Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2012.- 40с.

Методические указания составлены в соответствии с требованиями программы дисциплины "Основы математического моделирования ТП на автотранспорте" для студентов специальности 07.070106. Целью настоящих указаний является оказание методической помощи при выполнении практических занятий по разделам дисциплины для студентов дневной и заочной форм обучения.

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры АТ (протокол № 7 от 22.03. 2012 г.).

Допущено учебно-методическим центром университета
в качестве методических указаний

Рецензент: Харченко А.О., канд. техн. наук, доцент.

>

СОДЕРЖАНИЕ

ЗАНЯТИЕ №1	4
ЗАНЯТИЕ №2	9
ЗАНЯТИЕ №3	18
ЗАНЯТИЕ №4	22
ЗАНЯТИЕ №5	28
ЗАНЯТИЕ №6	33
ЗАНЯТИЕ №7	37
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	43
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	44

ЗАНЯТИЕ №1

Дисциплина: Основы математического моделирования

ТП на автотранспорте

Тема занятия: Детерминированные функции

Цель занятия: Изучение методов реализации функций

Ст. гр. АВ-41з Фамилия И.О.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Модели функций

- детерминированные,
- стохастические (случайные)

Методы задания функций

- аналитический,
- графический,
- табличный (матрица, массив)

Формы представления функций

- непрерывная,
- дискретная,
- непрерывно-дискретная,
- дискретно-непрерывная

Формы описания

- каноническая форма,
- параметрическая

Методы дискретизации

- дискретизация по времени,
- дискретизация по уровню,
- смешанное квантование,
- с постоянным (переменным) шагом

ЗАДАЧА

Для аналитической функции с заданным шагом сформировать одномерный массив. Представить в виде графика

- функцию,
- результат ее дискретизации.

В качестве функции выбрать политропу сжатия (расширения) по своему варианту курсового проекта по дисциплине ДВС.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

P_a - максимальное давление в ВМТ (верхней мертвой точке, МПа),
 V_a - объем цилиндра в ВМТ (см³),
 V_z - объем цилиндра в НМТ (см³),
 V_d - объем двигателя (см³),
 S - степень сжатия,
 h - шаг дискретизации
 n - число цилиндров.

ВЕРСИЯ АЛГОРИТМИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ЗАДАЧИ

```

# Блок 1. Описание пакетов программ
restart:          # Очистка оперативной памяти
with(plots):     # Пакет программ построения графиков

> # Блок 2. Вариант задания
№:=050000:       # НОМЕР ЗАЧЕТНОЙ КНИЖКИ
randomize(№);    # Начальная установка генератора слу-
чайных чисел
  
```

50000

1. АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД (указать форму представления)

```

> # Блок 3. Параметры политропы сжатия
P:=Pa*(Va/Vx)^m;          # Алгоритми-
ческое описание политропы
m:=stats[random,uniform[1.2,1.35]](1); # Задание
степени m
n:=4:
V:=1200:
S:=7.5:
Vz:=1200/4:
Va:=Vz/(S+1):
Pa:=8*9.81*10^4/10^6;
  
```

$$P := Pa \left(\frac{V_a}{V_x} \right)^m$$

$m := 1.347518143$

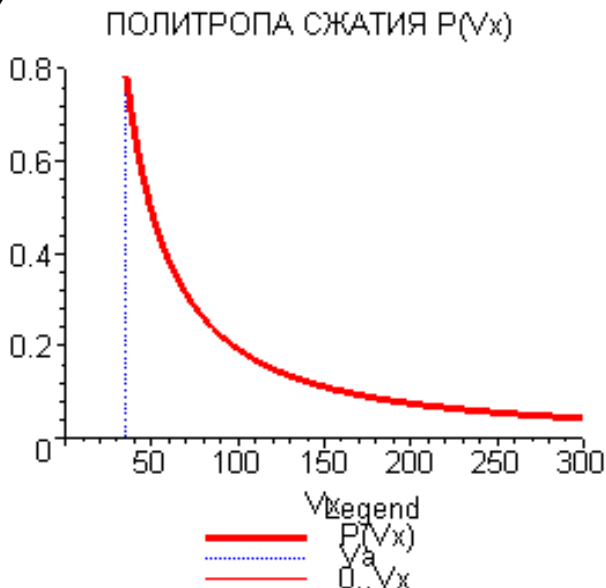
$Pa := .7848000000$

2. ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД (указать форму описания)

```

> # Блок 4. График политропы сжатия
Gn:=plot(P,Vx=Va..Vz,
thickness=3,color=red,legend="P(Vx)"):
Ga:=plot([Va,J,J=0..Pa],linestyle=2,color=blue,legen
d="Va"):
  
```

```
G0:=plot(0,x=0..Vz,legend=`0..Vx`):
plots[display]({Gn,Ga,G0},title="ПОЛИТРОПА СЖАТИЯ
P(Vx)");
```



3. ТАБЛИЧНЫЙ МЕТОД

```
> # Блок 5. Описание массивов
n:=10: # Размерность массива
Y := array(1..n): # Массив ординат
X := array(1..n): # Массив абсцисс

> # Блок 6. Формирование массивов Y и X
h:=Vz/n: # Шаг дискретизации по аргументу
Vx:=Va+(i-1)*h:
for i to n do X[i]:=evalf(Vx,4):
              Y[i]:=evalf(P, 4)
od:

> # Блок 7. Массив Y
print(Y);
[.7848,.3424,.2057,.1422,.1065,.08390,.06855,.05752,.04922,.04282]

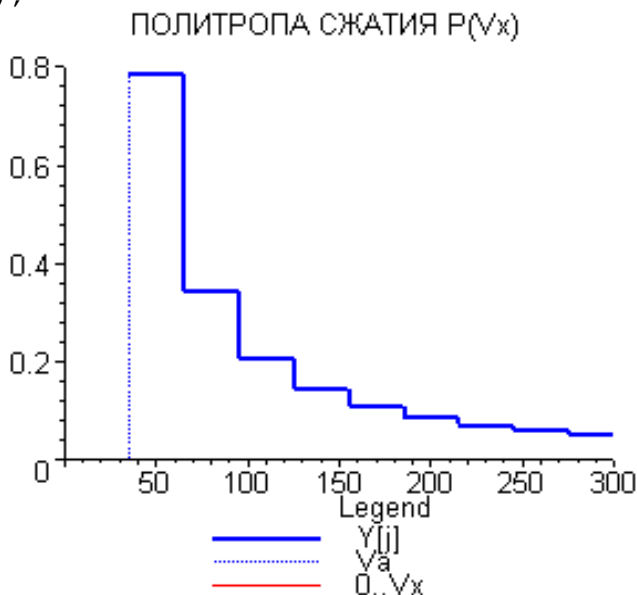
> # Блок 8. Массив X
print(X);
[35.29, 65.29, 95.29, 125.3, 155.3, 185.3, 215.3, 245.3, 275.3, 305.3]

> # Блок 9. Матричное представление
```

```

A:=evalf[4](Matrix(2,n,[[seq(Va+(i-1)*h,i=1..n)],
                        [seq(subs(Vx=Va+(i-1)*h,P),i=1..n)]));
A:= $\begin{bmatrix} 35.29 & 65.29 & 95.29 & 125.3 & 155.3 & 185.3 & 215.3 & 245.3 & 275.3 & 305.3 \\ .7848 & .3424 & .2057 & .1422 & .1065 & .08390 & .06855 & .05752 & .04922 & .0428 \end{bmatrix}$ 
> # Блок 10. Вывод графика Y[j], j=[1; n]
    # (указать метод дискретизации)
    i:='i':
Gd:=plot([Vx,Y[i], i=1..n],
        style=line,thickness=2,color=blue,legend="Y[j]"):
plots[display]({Gd,Ga,G0},title="ПОЛИТРОПА СЖАТИЯ
P(Vx)");

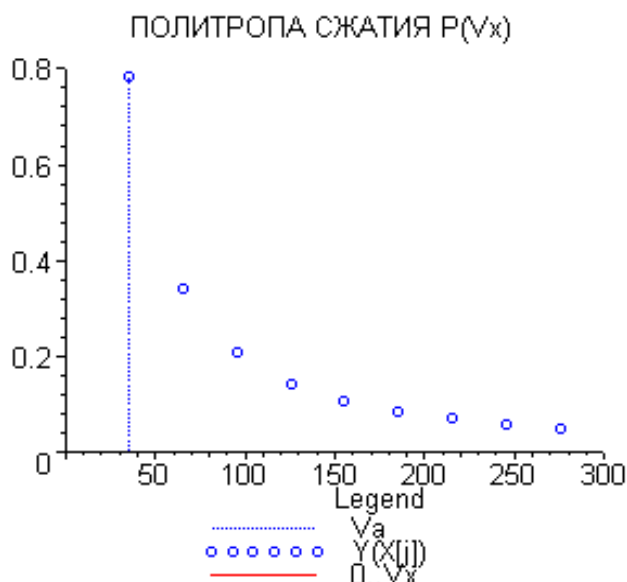
```



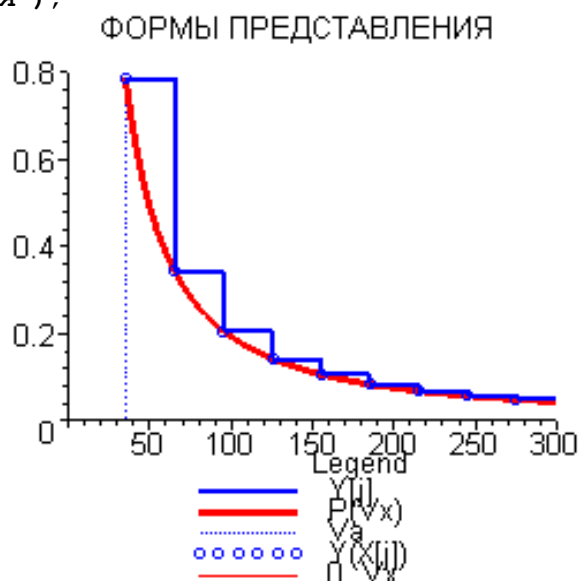
```

> # Блок 11. Вывод графика Y(X[j]), j=[1,n] (ука-
зать форму описания)Gp:=plot([[X[j],Y[j]] $j=1..n],
style=point,symbol=circle,
symbolsize=10,color=blue,legend="Y(X[j])"):
plots[display]({Gp,Ga,G0},title="ПОЛИТРОПА СЖАТИЯ
P(Vx)");

```



```
> # Блок 12. Вывод графиков (указать формы пред-
  ставления)
plots[display] ((Gn,Gd,Gp,Ga,G0),title="ФОРМЫ ПРЕД-
  СТАВЛЕНИЯ");
```



ЗАНЯТИЕ №2

Дисциплина: Основы математического моделирования

ТП на автотранспорте

Тема занятия: Моделирование случайной последовательности

цель занятия: Сплайн-аппроксимация функций распределения

Ст. гр. АВ-41з Фамилия И.О.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Целью анализа статистических данных является определение статистических характеристик таких как

- функция плотности вероятности ($f(t)$),
- функция распределения вероятностей наступления отказов ($F(t)$),
- функция распределения вероятностей безотказной работы ($P(t)$)

и параметры распределения.

Анализ статистических данных разбивают на два этапа:

- структурирование исходных данных,
- статистические расчеты, которые представляются в виде таблицы.

В качестве примера рассматривается нормальное распределение.

Функция распределения может быть вычислена как

$$F = \int_{-\infty}^{tm} f(t) dt ,$$

$$P = \int_{tm}^{\infty} f(t) dt ,$$

где $F(t)$ - функции распределения (неблагоприятных исходов),

$P(t)$ - функции распределения (благоприятных исходов),

$f(t)$ - функция плотности нормального распределения.

На этапе структурирования данные группируются по классам.

Число классов выбирается по формуле Штюргеса

$$k := \text{round}(1 + 3.3 * \log_{10}(N_0)),$$

где N_0 - объем выборки.

Далее определяется диапазон распределения и ширина класса.

Пусть исследуемой случайной величиной является межремонтный пробег S_i (тыс. км), $i = 1..N_0$.

Тогда ширина диапазона распределения случайной величины определится минимальным $S_{\min}$ и максимальным $S_{\max}$ значениями межремонтного пробега

$$DS = S_{\max} - S_{\min},$$

откуда ширина класса будет

$$Ds = DS/k.$$

Число событий каждого класса $n[i]$, деленное на общее число событий, называемое частотой,

$$w[i] = n[i]/N_0,$$

определяет оценку плотности вероятности

$$f[i] = w[i]/Ds.$$

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ввести описание библиотек

```
restart:           # команда очистки памяти
with(stats[statplots]): # пакет программ статистики
with(plottools):   # пакет программ графики
```

Ввести данные для задания варианта

№- номер зачетной книжки, N- порядковый номер в списке группы

2. Описать исходные данные

```
N0:=100:           Объем выборки
k:=round(1+3.3*log10(N0)); Число классов (формула Штюргеса)
DS:               Ширина диапазона распределения, тыс.км
Ds:               Ширина класса, тыс.км
F:=array(0..k):   Массив значений функции распределения F
P:=array(0..k):   Массив значений функции распределения P
R:=array(0..k):   Массив значений правой границы наработки
n[i]:             Число отказов в i-м интервале
L[j]:             Межремонтный пробег j-го автомобиля
```

3. Нормальное распределение

```
F = Int(f(t), t = -infinity .. tm);
P = Int(f(t), t = tm .. infinity);
f = A*exp(-(t-m)/s)^2/2);   # m- математическое ожидание
A = 1/sqrt(Pi)/(2*s);       # s- стандартное отклонение
```

3.1. Графики функций распределения F_n и P_n

```
GFn:=plot(Fn,tm=0..2*m,linestyle=1);
GPn:=plot(Pn,tm=0..2*m,linestyle=4);
plots[display](GFn,GPn);
```

4. Описать модель статистических данных

```
m:=100+N;         # Математическое ожидание
```

```
s:=30; # Стандартное отклонение
for i to N0 do S[i]:=evalf(stats[random,normald[m,s]](1),3);
seq(L||j=S[j],j=1..N0);
```

```
5. Распределение статистических данных по классам
Smax:=max(seq(S[j],j=1..N0));
Smin:=min(seq(S[j],j=1..N0));
Ds:=evalf(Smax*1.2/k,2);
for i to k+2 do s[i]:=(i-1)*Ds+Ds/2 od;
for i to k do w[i]:=n[i]/N0 od; #Массив частотей
for i to k do n[i]:=0;
    for j to N0 do
        if (i-1)*Ds<S[j] and i*D<=S[j] then n[i]:=n[i]+1: fi;
    od od: print(n);
```

```
6. Формирование гистограммы
dat:=seq(Weight(i*D..(i+1)*D, w[i+1]),i=0..k-1);
Hf:=histogram(dat,area=count,color=cyan);
```

```
7. Функции распределения F и P (дискретные)
F[0]:=0;
for i to k do F[i]:=evalf(F[i-1]+n[i]/N0):P[i]:=1-F[i]:R[i]:=i*D od;
```

```
8. Графики функций распределения F и P
i:='i':
GP:=plot([R[i],P[i],i=1..k],style=point, symbolsize=15):
GF:=plot([R[i],F[i],i=1..k],style=point,symbolsize=15,color=blue):
plots[display](GP,GF);
```

```
9. Оценка функции плотности распределения f (дискретная)
s[0]:=0:w[0]:=0;
for i from 0 to k do f[i]:=evalf(w[i]/Ds) od;
```

```
10. Линейная сплайн-аппроксимация (полигон) функции плотности рас-
пределения
Spl:=spline([seq(s[i],i=0..k)],[seq(f[i],i=0..k)],u,1);
```

```
11. Гистограмма Hf и полигон плотности распределения Gs
Gs:=plot(Spl,u=0..s[k],thickness=2);
plots[display](Hf,Gs);
```

12. Численное интегрирование по методу Эйлера
сплайн-аппроксимации функции распределения F_s
 $i := 'i':$

```
He:=.1:      #Шаг интегрирования
Fs:=evalf(sum(subs(u=i*He,Spl),i=1..round(T/He)))*He;
Ps:=1-Fs:
```

13. Графики функций распределения F_s и P_s

```
GFs:=plot(Fs,T=0..k*D_s,color=blue):
GPs:=plot(Ps,T=0..k*D_s,color= red):
plots[display](GP_,GF_,GFs,GPs);
```

14. Дисперсия погрешности приближения

```
j:='j':
i:='i':
Fs:=algsubs(T=R[j],Fs);
Ps:=1-Fs:
DPs:=evalf(sum((Ps-P[j])^2,j=1..k)/k,3);
DFs:=evalf(sum((Fs-F[j])^2,j=1..k)/k,3);
```

15. Вывод

Необходимо выполнить вычисления с разными значениями N_0 и сравнить результаты вычислений дисперсии погрешности приближения.

ВЕРСИЯ АЛГОРИТМИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ

```
> restart:
```

```
with(stats[statplots]):
```

```
with(plottools):
```

```
> 1. Описание библиотек
```

```
№:=040870:      Номер зачетной книжки
```

```
randomize(№);
```

```
N:=30:      Порядковый номер в списке группы
```

40870

```
> 2. Исходные данные
```

```
N0:=100:      Объем выборки
```

```
k:=round(1+3.3*log10(N0)); Число классов (формула Штюргеса)
```

```
Dt:      Ширина класса, тыс.км
```

```
F:=array(0..k):      Массив значений функции F
```

```
P:=array(0..k):      Массив значений функции P
```

R:=array(0..k): Массив значений границ наработки
n[i]: Число событий в i-м интервале
Sj: Межремонтный пробег j-го автомобиля
k := 8

> 3. Нормальное распределение

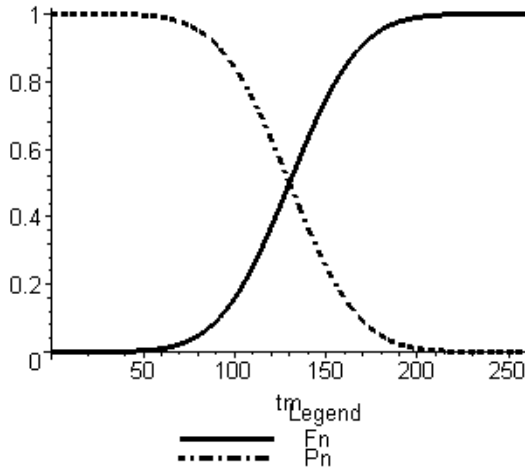
Fn := Int(fn(t), t = -infinity .. tm);
Pn := Int(fn(t), t = tm .. infinity);
fn := A*exp(-((t-m)/s)^2/2); # m- математическое ожи-
 дание
A :=1/sqrt(2*Pi)/s; # s- стандартное отклонение
m:=100+N;
s:=30;
Fn:=evalf(int(fn,t=-infinity..tm));
Pn:=evalf(int(fn,t=tm..infinity));

$$\begin{aligned}
 Fn &:= \int_{-\infty}^{tm} fn(t) dt \\
 Pn &:= \int_{tm}^{\infty} fn(t) dt \\
 fn &:= A e^{\left(-1/2 \frac{(t-m)^2}{s^2}\right)} \\
 A &:= \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi} s} \\
 m &:= 130 \\
 s &:= 30
 \end{aligned}$$

Fn := .5000000000 erf(.02357022604 tm - 3.064129385) + .5000000000
Pn := .5000000000 - .5000000000 erf(.02357022604 tm - 3.064129385)

> 3.1. Графики функций распределения Fn и Pn

GFn:=plot(Fn,tm=0..2*m,linestyle=1):
GPn:=plot(Pn,tm=0..2*m,linestyle=4):
plots[display](GFn,GPn);



> 4. Модель статистических данных. Метод Ляпунова

$q:=5$: $a:=N/20/q$: $b:=N/q$: $d:=b-a$:

for i to N0 do $x:=\text{stats}[\text{random},\text{uniform}](q)$;

$S[i]:=evalf(\text{sum}('a+d*x[j]','j'=1..q),3)$; od:

seq($L[j]=S[j]$, $j=1..N0$);

$L_1=17.3$, $L_2=24.2$, $L_3=18.8$, $L_4=17.5$, $L_5=18.5$, $L_6=13.3$, $L_7=16.2$, $L_8=23.1$,

$L_9=17.2$, $L_{10}=21.9$, $L_{11}=20.2$, $L_{12}=13.5$, $L_{13}=16.9$, $L_{14}=12.8$, $L_{15}=19.6$

$L_{16}=16.3$, $L_{17}=15.4$, $L_{18}=15.3$, $L_{19}=18.4$, $L_{20}=20.8$, $L_{21}=21.1$, $L_{22}=13.6$

$L_{23}=8.85$, $L_{24}=16.2$, $L_{25}=18.8$, $L_{26}=10.2$, $L_{27}=17.8$, $L_{28}=17.5$, $L_{29}=21.3$

$L_{30}=19.9$, $L_{31}=14.1$, $L_{32}=15.7$, $L_{33}=16.9$, $L_{34}=17.7$, $L_{35}=16.8$, $L_{36}=15.6$

$L_{37}=19.6$, $L_{38}=13.4$, $L_{39}=12.3$, $L_{40}=23.1$, $L_{41}=13.6$, $L_{42}=16.3$, $L_{43}=16.0$

$L_{44}=19.9$, $L_{45}=19.8$, $L_{46}=13.6$, $L_{47}=18.5$, $L_{48}=16.4$, $L_{49}=15.1$, $L_{50}=17.9$

$L_{51}=20.0$, $L_{52}=18.4$, $L_{53}=14.6$, $L_{54}=13.0$, $L_{55}=20.4$, $L_{56}=9.47$, $L_{57}=18.1$,

$L_{58}=16.4$, $L_{59}=21.5$, $L_{60}=18.4$, $L_{61}=21.0$, $L_{62}=20.2$, $L_{63}=18.9$, $L_{64}=12.6$

$L_{65}=13.2$, $L_{66}=12.8$, $L_{67}=20.8$, $L_{68}=11.6$, $L_{69}=17.2$, $L_{70}=15.0$, $L_{71}=17.3$

$L_{72}=18.1$, $L_{73}=18.7$, $L_{74}=11.0$, $L_{75}=12.1$, $L_{76}=17.7$, $L_{77}=10.7$, $L_{78}=17.2$

$L_{79}=18.2$, $L_{80}=20.8$, $L_{81}=12.3$, $L_{82}=16.0$, $L_{83}=18.6$, $L_{84}=21.7$, $L_{85}=17.1$

$L_{86}=18.5$, $L_{87}=15.9$, $L_{88}=13.1$, $L_{89}=14.9$, $L_{90}=19.2$, $L_{91}=19.6$, $L_{92}=21.4$,

$L_{93}=15.1$, $L_{94}=18.6$, $L_{95}=12.8$, $L_{96}=17.2$, $L_{97}=11.9$, $L_{98}=10.9$, $L_{99}=10.9$,

$L_{100}=20.0$

> 5. Распределение статистических данных по классам

```

Max:=max(seq(S[j],j=1..N0));# Рекомендуемое значение
Max := 25;                  # Выбранное значение
Min:=min(seq(S[j],j=1..N0)):
h:=evalf(Max*1.2/k,2);      # Рекомендуемое значение
h := 4;                     # Выбранное значение
for i to k+2 do s[i]:=(i-1)*h+h/2 od:
for i to k do w[i]:=n[i]/N0 od:#Массив частот
for i to k do n[i]:=0:
  for j to N0 do
    if (i-1)*h<S[j] and i*h>=S[j]
then n[i]:=n[i]+1: fi:
  od:
print(i,n[i]) od:

```

Max := 24.2

Max := 25

h := 3.7

h := 4

1, 0

2, 0

3, 9

4, 29

5, 46

6, 15

7, 1

8, 0

> 6. Формирование гистограммы

```

dat:=[seq(Weight(i*h..(i+1)*h, w[i+1]),i=0..k-1)]:
Hf:=histogram(dat,area=count,color=cyan):

```

> 7. Функции распределения F и P (дискретные)

```

F[0]:=0:
for i to k do F[i]:=evalf(F[i-1]+n[i]/N0):P[i]:=1-
F[i]:R[i]:=i*h od:

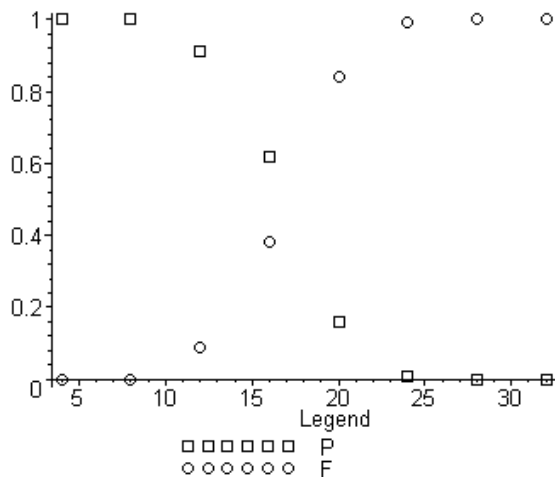
```

> 8. Графики функций распределения F и P

```

i:='i':
GP_:=plot([R[i],P[i],i=1..k],style=point,symbolsize=
15):
GF_:=plot([R[i],F[i],i=1..k],style=point,symbolsize=
15,color=blue):
plots[display](GP_,GF_);

```



> 9. Функция плотности распределения f (дискретная)

$s[0] := 0; w[0] := 0;$

for i from 0 to k do $f[i] := \text{evalf}(w[i]/h)$ od:

> 10. Линейная сплайн-аппроксимация (полигон) функции плотности распределения f

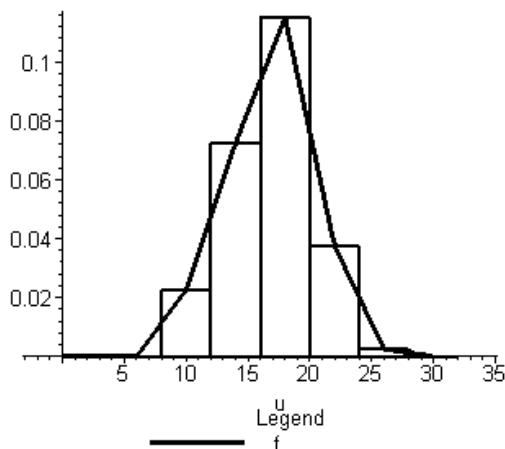
$\text{Spl} := \text{spline}([\text{seq}(s[i], i=0..k)], [\text{seq}(f[i], i=0..k)], u, 1);$

$$\text{Spl} := \begin{cases} 0. & u < 2 \\ 0. & u < 6 \\ -.03374999998 + .005624999998 u & u < 10 \\ -.1025000000 + .01250000000 u & u < 14 \\ -.07625000002 + .01062500000 u & u < 18 \\ .4637499999 - .01937500000 u & u < 22 \\ .2299999999 - .008749999996 u & u < 26 \\ .01874999999 - .0006249999996 u & \text{otherwise} \end{cases}$$

> 11. Гистограмма H_f и полигон плотности распределения G_s

$G_s := \text{plot}(\text{Spl}, u=0..s[k], \text{thickness}=2);$

$\text{plots}[\text{display}](H_f, G_s);$



> 12. Численное интегрирование по методу Эйлера
сплайн-аппроксимации функции распределения Fs

i:='i':

He:=.1: #Шаг интегрирования

Fs:=

evalf(sum(subs(u=i*He,Spl),i=1..round(T/He)))*He;

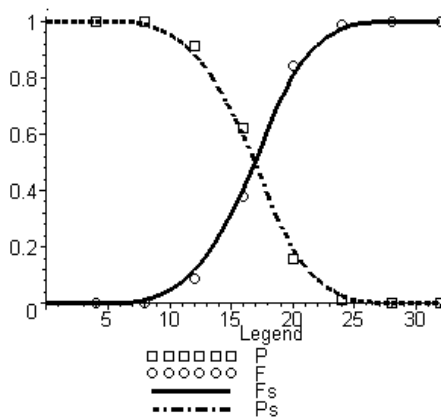
Ps:=1-Fs:

> Графики сплайн-аппроксимации функций распределения Fs и Ps

GFs:=plot(Fs,T=0..k*h,color=blue):

GPs:=plot(Ps,T=0..k*h,color= red):

plots[display](GP_,GF_,GFs,GPs);



> Дисперсия погрешности сплайн-аппроксимации

```
j:='j':i:='i':
```

```
Fs:=algsubs(T=R[j],Fs);
```

```
Ps:=1-Fs:
```

```
N0:=N0;
```

```
DPs:=evalf(sum((Ps-P[j])^2,j=1..k)/k,3);
```

```
DFs:=evalf(sum((Fs-F[j])^2,j=1..k)/k,3);
```

$$F_s := .1 \sum_{i=1}^{\text{round}(10, R_j)} \left\{ \begin{array}{ll} 0. & .1000000000i < 2. \\ 0. & .1000000000i < 6. \\ -.03374999998+.000562499999i & .1000000000i < 10. \\ -.1025000000+.00125000000i & .1000000000i < 14. \\ -.07625000002+.00106250000i & .1000000000i < 18. \\ .4637499999-.00193750000i & .1000000000i < 22. \\ .2299999999-.000874999999i & .1000000000i < 26. \\ .0187499999-.000062499999i & \text{otherwise} \end{array} \right.$$

$NO := 100$
 $DPs := .000395$
 $DFs := .000395$

ЗАНЯТИЕ №3

Дисциплина: Основы математического

моделирования ТП на автотранспорте

Тема занятия: Моделирование состояний системы

Цель занятия: Построение графа состояний системы
по заданной матрице интенсивностей

Ст. гр. АВ-41з Фамилия И.О.

СТРУКТУРА ОТЧЕТА

1. Краткие теоретические сведения
 - Постановка задачи
 - Составление системы уравнений Колмогорова
2. Модель исходных данных
 - Множество состояний технической системы (ТС)
 - Множество интенсивностей потоков
3. Решение задачи
 - Размеченный граф состояний ТС
 - Алгоритмическая реализация процедуры вычисления
финальных вероятностей состояний ТС

1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1. Постановка задачи

Задан размеченный граф состояний ТС:

- Есть множество ее состояний: $S = \{S_1, S_2, S_3, \dots, S_m\}$,
- Известно множество интенсивностей потоков: $L = \{L_{12}, L_{13}, \dots, L_{m1}\}$.

Требуется:

- Построить размеченный граф состояний ТС
- По размеченному графу провести анализ состояний ТС как системы массового обслуживания с дискретными состояниями и непрерывным временем, считая все потоки событий простейшими:
- составить систему уравнений Колмогорова для финальных вероятностей,
- найти финальные вероятности состояний системы $\{P_1, \dots, P_m\}$.

1.2. Составление системы уравнений Колмогорова

Для всех состояний ТС составляются уравнения Колмогорова, отражающие баланс потоков, переводящих ее из одного состояния в другое.

Уравнение Колмогорова для произвольного i -го состояния имеет вид

$$p_i \left(\sum_{j=1}^n L_{i,j} \right) = \sum_{j=1}^n p_j L_{j,i} ,$$

где $L_{i,j}$ - интенсивности потоков, выхода системы из i -го состояния,

$L_{j,i}$ - интенсивности потоков, перехода системы в i -е состояние,

p_i, p_j - вероятности состояний S_i, S_j соответственно,

n - число состояний ТС.

Уравнение нормировки

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1$$

вводится в систему уравнений вместо любого i -го уравнения состояния ТС для получения нетривиального решения.

2. МОДЕЛЬ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

2.1. Множество состояний технической системы

является множеством возможных ее состояний, вероятность которых отлична от нуля.

Все состояния ТС образуют полную группу несовместных событий, сумма вероятностей которых равна единице.

2.2. Множество интенсивностей потоков

- включает описание структуры множества,
- описание граничных значений интенсивностей,
- задание численных значений интенсивностей.

Для выполнения задания приводится версия алгоритмической реализации процедуры описания структуры исходных данных.

Описание структуры исходных данных

restart:

#1. Вариант

N:=210123: # Номер зачетной книжки

randomize(N);

N:=6: # Порядковый номер по журналу
210123

> # ОПИСАНИЕ СТРУКТУРЫ МНОЖЕСТВА

n:=6: # Число состояний ТС

M:=Matrix(n): # Матрица инцидентий

L:=Matrix(n): # Матрица значений интенсивностей

> # ФОРМИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ ИНЦИДЕНЦИЙ

R:= rand(1..n):

for i to n*n-1 do

j:=ceil(i/n):

k:=i-n*(j-1):

M[j,k]:=signum(round(R()/(1.9*n))):

od:

for i to n-1 do

M[i,i+1]:=1:

M[i,i]:=0

od:

M[n,1]:=1:

> # ЧИСЛО СВЯЗЕЙ

S:=sum('sum('M[i,j]','j'=1..n)','i'=1..n);

S:= 8

> # ФОРМИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ОБСЛУЖИВАНИЯ

L

for i to n do

```

        for j to n do
            k:=i*10+j:
L[i,j]:=M[i,j]*L||k
        od: od:
printf("МАТРИЦА ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ОБСЛУЖИВАНИЯ L");
L:=L;

```

МАТРИЦА ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ОБСЛУЖИВАНИЯ L

$$L := \begin{bmatrix} 0 & L12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L23 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L34 & L35 & L36 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L45 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L56 \\ L61 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ввести ФИО, № зачетной книжки и порядковый номер по журналу N в раздел "Описание структуры исходных данных"
2. Запустить программу и получить МАТРИЦУ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ОБСЛУЖИВАНИЯ L
3. По матрице интенсивностей обслуживания L построить граф состояний системы
4. Перечисленные блоки снабдить комментариями и сделать выводы относительно существования финальных вероятностей (о наличии прерывания процесса блуждания при $t \rightarrow \infty$).

РЕШЕНИЕ

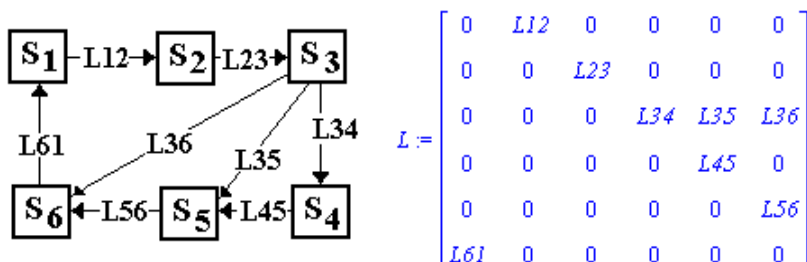


Рисунок 3.1 - Граф состояний СМО

ЗАНЯТИЕ_№4

Дисциплина: Основы математического моделирования

ТП на автотранспорте

Тема занятия: Определение финальных вероятностей системы массового обслуживания с дискретными состояниями и непрерывным временем

Цель занятия: Построение математической модели технической системы

Ст. гр. АВ-41з Фамилия И.О.

СТРУКТУРА ОТЧЕТА

1. Краткие теоретические сведения

- Постановка задачи
- Составление системы уравнений Колмогорова

2. Модель исходных данных

- Множество состояний технической системы (ТС)
- Множество интенсивностей потоков

3. Решение задачи

- Размеченный граф состояний ТС
- Алгоритмическая реализация процедуры вычисления финальных вероятностей состояний ТС

1.КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1. Постановка задачи

Задан размеченный граф состояний ТС:

- Множество состояний: $S = \{S_1, S_2, S_3, \dots, S_m\}$,
- Множество интенсивностей потоков: $L = \{L_{12}, L_{13}, \dots, L_{m1}\}$.

Требуется:

- Построить размеченный граф состояний ТС
- По размеченному графу провести анализ состояний ТС как системы массового обслуживания с дискретными состояниями и непрерывным временем, считая все потоки событий простейшими:
- составить систему уравнений Колмогорова для финальных вероятностей,
- найти финальные вероятности состояний системы $\{P_1, \dots, P_m\}$.

1.2. Составление системы уравнений Колмогорова

Для всех состояний ТС составляются уравнения Колмогорова,

отражающие баланс потоков, переводящих ее из одного состояния в другое.

Уравнение Колмогорова для произвольного i -го состояния имеет вид

$$p_i \left(\sum_{j=1}^n L_{i,j} \right) = \sum_{j=1}^n p_j L_{j,i},$$

где $L_{i,j}$ - интенсивности потоков, выводящих систему из i -го состояния,

$L_{j,i}$ - интенсивности потоков, приводящих систему в i -е состояние,

p_i, p_j - вероятности состояний S_i, S_j соответственно,

n - число состояний ТС.

Уравнение нормировки

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1$$

вводится в систему уравнений вместо любого i -го уравнения состояния ТС для получения нетривиального решения.

2. МОДЕЛЬ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

2.1. Множество состояний технической системы

является множеством возможных ее состояний, вероятность которых отлична от нуля.

Все состояния ТС образуют полную группу несовместных событий, сумма вероятностей которых равна единице.

2.2. Множество интенсивностей потоков

- включает описание структуры множества,
- описание граничных значений интенсивностей,
- задание численных значений интенсивностей.

Для выполнения задания приводится версия алгоритмической реализации процедуры описания структуры исходных данных.

> ОПИСАНИЕ СТРУКТУРЫ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

restart:

#1. Вариант

№:=210123: # Номер зачетной книжки

randomize(№);

N:=6: # Порядковый номер по журналу
210123

> # ОПИСАНИЕ СТРУКТУРЫ МНОЖЕСТВА

n:=6: # Число состояний ТС

```

M:=Matrix(n):    # Матрица инцидентий
L:=Matrix(n):    # Матрица значений интенсивностей

> # ФОРМИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ ИНЦИДЕНЦИЙ
R:= rand(1..n):
for i to n*n-1 do
    j:=ceil(i/n):
    k:=i-n*(j-1):
    M[j,k]:=signum(round(R()/(1.9*n))):
od:
for i to n-1 do
    M[i,i+1]:=1:
    M[i,i]:=0
od:
    M[n,1]:=1:

> # ЧИСЛО СВЯЗЕЙ
S:=sum('sum('M[i,j]','j'=1..n)','i'=1..n);
    S:=8
> # ФОРМИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ОБСЛУЖИВАНИЯ
L
for i to n do
    for j to n do
        k:=i*10+j:
L[i,j]:=M[i,j]*L||k
    od
od:

printf("МАТРИЦА ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ОБСЛУЖИВАНИЯ L");
L:=L;

```

МАТРИЦА ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ОБСЛУЖИВАНИЯ L

$$L := \begin{bmatrix} 0 & L12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L23 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L34 & L35 & L36 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L45 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L56 \\ L61 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

>

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ввести ФИО, № зачетной книжки и порядковый номер по журналу N в раздел "Описание структуры исходных данных"
2. Сформировать систему уравнений Колмогорова при заданном ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ числе состояний системы n для каждого i -го состояния составить уравнение вида

$$eq_i := p_i \left(\sum_{j=1}^n L_{i,j} \right) = \sum_{j=1}^n p_j L_{j,i};$$

3. Составить уравнение нормировки

$$eq_m := \sum_{i=1}^n p_i;$$

для чего предварительно нужно ввести $m = 1 \dots n$ с целью замены уравнения m -го состояния уравнением нормировки.

4. Описать процедуру решения системы уравнений

Sys:= {seq(eq[i],i=1..n)};

Var:= {seq(p[i],i=1..n)};

REZ:=solve(Sys,Var);

assign(REZ);

5. Задать диапазон случайной выборки (граничные значения интенсивностей)

R:= rand(N..20+N);

6. Сформировать модель параметров потоков (заданы численные значения интенсивностей)

L12:=evalf(R()/N,q); L13:=evalf(R()/N,q); ... ; Lm*m-1:=evalf(R()/N,q);

значение q задается ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ.

7. Вывести результат вычисления финальных вероятностей состояний системы

Финальные вероятности состояний

seq(P[i]=evalf(p[i]),i=1..n);

8. Выполнить проверку условия нормировки

Проверка условия нормировки

SUM:=sum('p[i]',i=1..n);

9. Построить гистограмму вероятностей состояний ТС

10. Выполнить вычисления для разных значений

$m = 1 \dots n$ (по указанию ПРЕПОДАВАТЕЛЯ)

11. Перечисленные блоки снабдить комментариями и сделать выводы относительно метода получения нетривиального решения.

3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

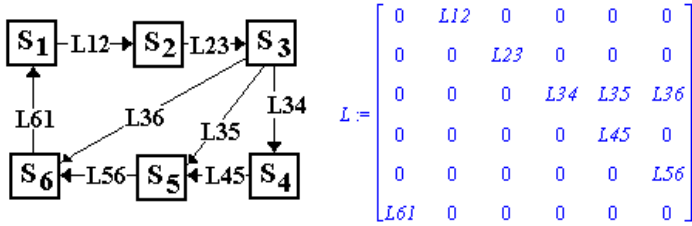


Рисунок 4.1. - Граф состояний СМО

> #2.

```
eq[1] := p[1] * L12 = p[6] * L61 ;
eq[2] := p[2] * L23 = p[1] * L12 ;
eq[3] := p[3] * (L34 + L35 + L36) = p[2] * L23 ;
eq[4] := p[4] * L45 = p[3] * L34 ;
eq[5] := p[5] * L56 = p[3] * L35 + p[4] * L45 ;
eq[6] := p[6] * L61 = p[3] * L36 + p[5] * L56 ;
```

$$eq_1 := p_1 L12 = p_6 L61$$

$$eq_2 := p_2 L23 = p_1 L12$$

$$eq_3 := p_3 (L34 + L35 + L36) = p_2 L23$$

$$eq_4 := p_4 L45 = p_3 L34$$

$$eq_5 := p_5 L56 = p_3 L35 + p_4 L45$$

$$eq_6 := p_6 L61 = p_3 L36 + p_5 L56$$

> #3.

m:=4:

```
eq[m] := p[1] + p[2] + p[3] + p[4] + p[5] + p[6] = 1 ;
```

$$eq_4 := p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 = 1$$

> #4.

```
Sys := {seq(eq[i], i=1..n)} ;
```

```
Var := {seq(p[i], i=1..n)} ;
```

```
REZ := solve(Sys, Var) ;
```

```
assign(REZ) ;
```

$$Sys := \{ p_1 L12 = p_6 L61, p_2 L23 = p_1 L12, p_3 (L34 + L35 + L36) = p_2 L23,$$

$$p_5 L56 = p_3 L35 + p_4 L45, p_6 L61 = p_3 L36 + p_5 L56, p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 = 1 \}$$

$$Var := \{ p_1, p_6, p_2, p_3, p_4, p_5 \}$$

```

> #5.
  R:= rand(N..20+N) :
> #6.
q:=3:
L12:=evalf(R()/N,q) ;      L23:=evalf(R()/N,q) ;
L34:=evalf(R()/N,q) ;      L35:=evalf(R()/N,q) ;
L36:=evalf(R()/N,q) ;      L45:=evalf(R()/N,q) ;
L56:=evalf(R()/N,q) ;      L61:=evalf(R()/N,q) ;

      L12 := 1.67
      L23 := 2.50
      L34 := 1.67
      L35 := 2.83
      L36 := 1.83
      L45 := 4.
      L56 := 2.
      L61 := 2.

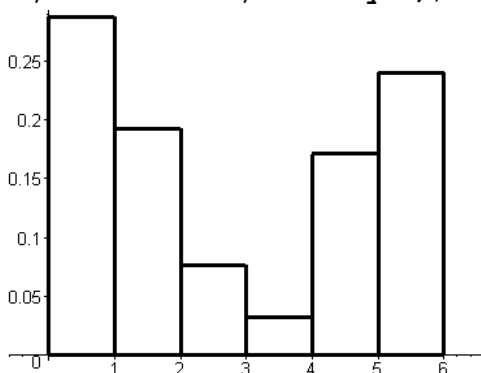
> #7. Финальные вероятности состояний
  seq(P[i]=evalf(p[i]),i=1..n) ;

 $P_1 = .2881370166, P_2 = .1924755271, P_3 = .07601719081, P_4 = .03173717716,$ 
 $P_5 = .1710386793, P_6 = .2405944089$ 

> #8. Проверка выполнения условия нормировки
  SUM:=sum('p[i]', 'i'=1..n) ;
      SUM := .9999999999

> #9. Гистограмма вероятностей состояний TC
with(stats) :
with(stats[statplots]) :
dat:=[seq(Weight(i..i+1, p[i+1]),i=0..n-1)] :
histogram(dat, thickness=3,color=cyan) ;

```



> #10.

m:=2:

P[1] = .2881370166, P[2] = .1924755271, P[3] =
.7601719081e-1, P[4] = .3173717716e-1, P[5] =
.1710386793, P[6] = .2405944089;

$P_1 = .2881370166, P_2 = .1924755271, P_3 = .07601719081, P_4 = .03173717716,$
 $P_5 = .1710386793, P_6 = .2405944089$

ЗАНЯТИЕ №5

**Дисциплина: Основы математического моделирования ТП
на автотранспорте**

Тема занятия: Метод наименьших квадратов (МНК)

**Цель занятия: Построение полиномиальной модели
процесса управления дроссельной
заслонкой карбюратора**

Ст. гр. АВ-41з Фамилия И.О.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В результате эксперимента получена таблица некоторой зависимости $y(x)$. Нужно найти формулу, выражающую эту зависимость аналитически.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

По результатам m измерений найти функцию Y_k заданного вида

$$Y_k = y(x_k); \quad k = [1, m],$$

которая в точках $x_1, \dots, x_m$ принимает значения наиболее близкие к табличным значениям $y_1, \dots, y_m$.

РЕШЕНИЕ

Для получения решения необходимо задать вид функции (показательная, логарифмическая, полиномиальная и т.д.). Таким образом, есть таблица значений $y(x)$ и задан вид функции.

Пусть приближающая функция - полином n -й степени

$$Y_k = \sum_{i=0}^n a_i x_k^i$$

Требуется найти его коэффициенты $a_0, a_1, \dots, a_n$.

В качестве меры близости выберем квадрат разностей соответствующих табличных значений и значений приближающей функции. Возьмем сумму квадратов разностей $y_k = y(x_k)$ и Y_k для $k = [1, m]$

$$U = \sum_{k=1}^m (Y_k - y_k)^2$$

и потребуем минимального значения для U .

Для нахождения минимума необходимо приравнять нулю производные

для каждого из параметров функции Y_k :

$$\partial U / \partial a_0 = 0, \partial U / \partial a_1 = 0, \dots, \partial U / \partial a_n = 0.$$

Найдя производные $\partial U / \partial a_0, \partial U / \partial a_1, \dots, \partial U / \partial a_n$, получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^m (y_k - Y_k) &= 0 ; \\ \left(\sum_{k=1}^m (y_k - Y_k) \right) x_k &= 0 ; \\ \left(\sum_{k=1}^m (y_k - Y_k) \right) x_k^2 &= 0 ; \\ &\dots\dots\dots \\ \left(\sum_{k=1}^m (y_k - Y_k) \right) x_k^n &= 0 , \end{aligned}$$

решение которой относительно неизвестных $a_0, a_1, \dots, a_n$ является решением задачи:

$$Y_k = \sum_{i=0}^n a_i x_k^i = a_0 + a_1 x_k + a_2 x_k^2 + a_3 x_k^3 \dots$$

ЗАДАЧА

По результатам замеров эффективного сечения заслонки найти параметры a_j ($j=[0; n]$) полиномиальной функции y n -го порядка

$$y = \sum_{j=0}^n a_j x^j$$

аппроксимирующей закон изменения эффективного сечения от угла поворота дроссельной заслонки. Построить графики процесса и погрешности аппроксимации при заданной случайной погрешности измерений, распределенной по заданному закону.

ЗАДАНИЕ

Выполнить приближение функции для двух разных значений порядка полинома n и сделать вывод.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ввести описание библиотек статистической обработки и построения графиков

```
restart:          # команда очистки памяти
with(stats):     # пакет программ статистики
```

Ввести данные для задания варианта (ФИО, № зачётной книжки и порядковый номер по журналу N)

2. Сформировать таблицу данных

```
m:=100:          # число реализаций процесса
X:=array(0..m):  # массив абсцисс
Y:=array(0..m):  # массив ординат
F:=A*cos(f);     # математическая модель
f:=h*k: h:=-.5*Pi/m: # параметры модели
A:=N/5: Mo:=-N/100: So:=abs(Mo/2): # параметры процесса
xi := stats[random, normald[Mo,So]](m): # модель погрешности
for k to m do Y[k]:=evalf(F+xi[k]): X[k]:=evalf(f) od: # формирование
таблицы
```

3. Ввести описание приближающей полиномиальной функции вида

$$w := \sum_{j=0}^n a_j f^j \quad \text{с помощью оператора sum}$$

```
f:='f':
n:=1:          # порядок приближающего полинома
W := sum(a[j]*f^j,j = 0 .. n); # приближающий полином
```

4. Ввести процедуру приближения fit

```
Sy:=[seq(Y[i],i=1..m)]: # множество ординат
Sx:=[seq(X[i],i=1..m)]: # множество абсцисс
Rez:=fit[leastsquare][[x,y],y=W]]([Sx,Sy]); # результат приближения
assign(Rez):
```

5. График (plot) приближающей функции y и результат моделирования процесса

```
k:='k':
Gp:=plot([X[k],Y[k], k=1..m],style=point):
Gy:=plot(y,x=0..Pi/2):
plots[display](Gp,Gy);
```

6. График (plot) погрешности

```
plot(y-F, f=0..Pi/2);
```

7. Сделать вывод. Для этого необходимо выполнить

приближение при разных значениях порядка $n=(1,3)$.

ВЕРСИЯ АЛГОРИТМИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ

> #1.

```
restart:
with(stats):
N:=050000;          # НОМЕР ЗАЧЕТНОЙ КНИЖКИ
N:=7;               #Порядковый номер по списку группы
randomize(N);
```

$N := 50000$

$N := 7$

> #2.

```
m:=100:             # число реализаций процесса
X:=array(0..m):     # массив абсцисс
Y:=array(0..m):     # массив ординат
F:=A*cos(f);        # математическая модель процесса
f:=h*k: h:=.5*Pi/m: # параметры модели
A:=N/5: Mo:=-N/100: So:=abs(Mo/2): # параметры
xi:=stats[random,normald[Mo,So]](m): # модель шума
for k to m do       # формирование таблицы
    Y[k]:=evalf(F+xi[k]): X[k]:=evalf(f) od:
```

$F := A \cos(f)$

> #3.

```
f:='f':
n:=1:               # порядок приближающего полинома
W := sum('a[j]*f^j','j' = 0 .. n); # приближающий
полином
```

$W := a_0 + a_1 f$

> #4.

```

Sy:= [seq(Y[i], i=1..m)]:      # множество ординат
Sx:= [seq(X[i], i=1..m)]:      # множество абсцисс
Rez:=fit[leastsquare][[f,y],y=W]]([Sx,Sy]); # ре-
зультат приближения
assign(Rez):

```

$Rez := y = 1.560214951 - .9350307815 f$

> #5.

```

k:='k':

```

```

Gp:=plot([X[k],Y[k], k=1..m],style=point):

```

```

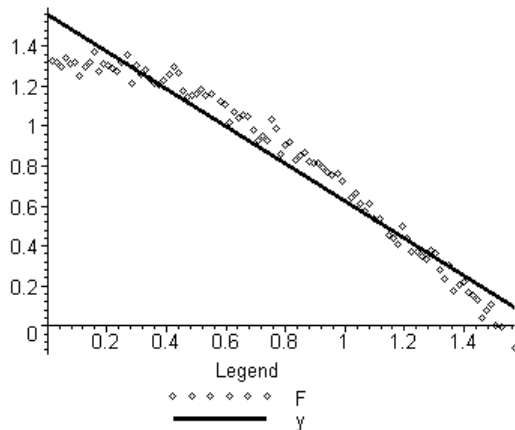
Gy:=plot(y,f=0..Pi/2):

```

```

plots[display](Gp,Gy);

```



> #6.

```

f:=x:

```

```

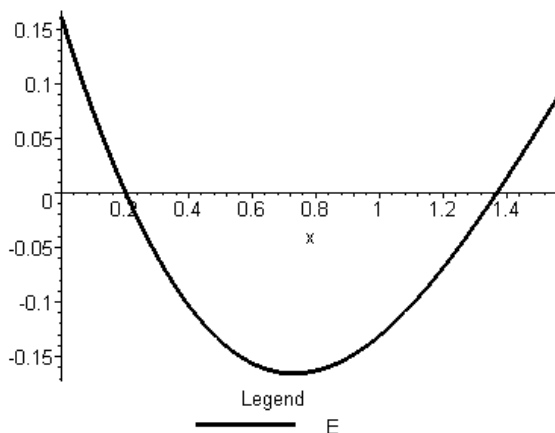
Eps:=y-F:

```

```

plot(Eps, f=0..Pi/2);

```



ЗАНЯТИЕ №6

Дисциплина: Основы математического моделирования ТП на автотранспорте

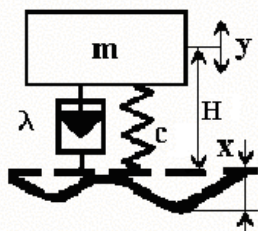
Тема занятия: Рекуррентная модель динамического звена

Цель занятия: Анализ поведения подвески при случайном характере воздействия

Ст. гр. АВ-41з Фамилия И.О.

При выполнении работы параметры подвески выбрать по данным КП "Автомобили"

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОДВЕСКИ



m - приведенная масса (кг),
 λ - сопротивление амортизатора (Нс/м),
 c - жесткость рессоры (Н/м),
 x - уровень покрытия (м),
 y - положение центра тяжести (м),
 H - положение кузова (м).

Обозначения

y - выходной сигнал
 x - входной сигнал

Содержание отчета

1. Титульный лист

2. Динамическая модель подвески

3. Линейное уравнение движения механизма с одной степенью свободы

3.1. Дифференциальное уравнение

$$m y'' + L y' + c y = k x ;$$

$$y'' = \frac{\partial^2}{\partial t^2} y ; \quad y' = \frac{\partial}{\partial t} y ;$$

$$m \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} y \right) + L \left(\frac{\partial}{\partial t} y \right) + c y = k x ;$$

3.2. Сведение к операторной форме

$$p y = \frac{\partial}{\partial t} y ; \quad p^2 y = \frac{\partial^2}{\partial t^2} y ;$$

$$m p^2 y + L p y + c y = k x ;$$

3.3. Стандартная (безразмерная) форма

$$a_2 = m / c ; \quad a_1 = L / c ; \quad k / c = 1 ;$$

$$a_2 p^2 y + a_1 p y + y = x .$$

4. Рекурсивная форма

$$a_2 p^2 y = x - y - a_1 p y ;$$

$$y = (x - y) / a_2 p^2 - a_1 y / a_2 p ;$$

$$y = ((x - y) / p - a_1 y) / a_2 p .$$

4.1. Метод интегрирования Эйлера

рекурсивная форма

$$y = y + (x - Y) h ;$$

$$Y = Y + (y - a_1 Y) h / a_2 ;$$

4.2. Рекуррентная форма

$$y[i] = y[i-1] + (x[i] - Y[i-1]) h ;$$

$$Y[i] = Y[i-1] + (y[i] - a_1 Y[i-1]) h / a_2 .$$

5. Краткое описание Maple-блоков

6. Листинг работы программы

7. Сделать выводы о влиянии параметров подвески (жесткости, сопротивления амортизатора, массы автомобиля) на качество работы подвески.

8. Библиографический список

ВЕРСИЯ АЛГОРИТМИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ

```
> restart:
```

```
with(stats):
```

```
with(plots):
```

```

with(inttrans):

> # ВАРИАНТ
№:=990119:           # НОМЕР ЗАЧЕТНОЙ КНИЖКИ
randomize(№);
N:=7:                # Порядковый номер по журналу

> # Параметры модели
Ma:=950:              # Масса автомобиля
Mg:=300:              # Грузоподъемность
Kz:=0;                # Коэффициент загрузки
m:=evalf((Ma+Mg*Kz)/4); # Приведенная масса
Dh:=.169:             # Осадка под нагрузкой
c:=(Mg*9.81/Dh)/4;    # Жесткость рессоры
xi:=.5:               # Коэффициент демпфирования
L := 2*xi*sqrt(m*c);  # Сопротивление амортизатора
H:=.35:               # Положение кузова
Dx:=H/9:              # Амплитуда проседания колеса

> # Вариация параметров
#c:=c/2;
#L:=L*2;
a2:=m/c: a1:=L/c:     # Коэффициенты уравнения

> # Модель дорожного покрытия
h:=.01:
t0:=10:
z:=round(t0/h);
X:=array(0..z):X[0]:=0:
R:=rand(1..7):
Var:=.5:
for i to z do
if round(i/R())-i/R()=0 then
Xi:=stats[random, normald[0,Var]](1)*Dx fi: #Нормальное распределение
#Xi:=(0.5-stats[random,uniform](1))*Dx fi: #Равномерное распределение
X[i]:=Xi od:

> # Алгоритмическая реализация процедуры
Y:=array(0..z):Y[0]:=0:
y:=0:

```

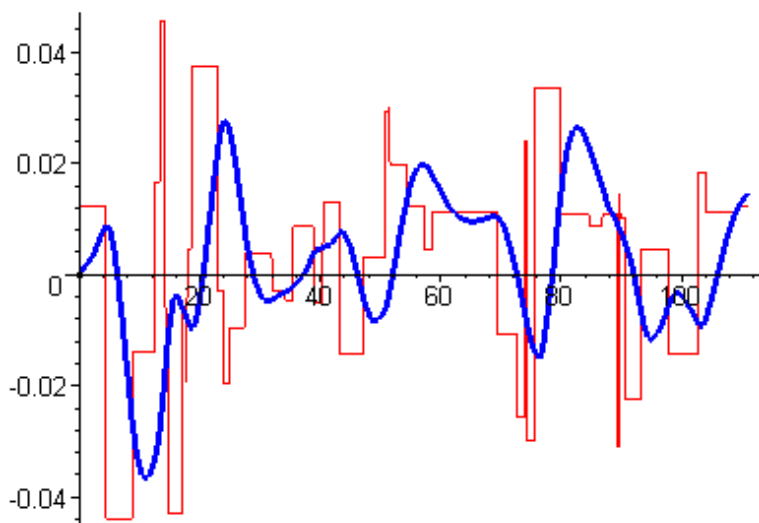
```

for i to z do
    y:=y+(X[i]-Y[i-1])*h:
    Y[i]:=Y[i-1]+(y-Y[i-1]*a1)*h/a2: od:

> # Графики переходной характеристики
i:='i':
v:=40:км/ч
V:=v,`км/ч`;
V:=v/3.6,`м/с`;
V:=v/3.6:
Gy:=plot([i*h*V,Y[i],i=0..z],
          color=blue,thickness=3):
Gh:=plot(H,i=0..t0,linestyle=2):
G3:=plot([i*h*V,X[i],i=0..z],
          linestyle=1,thickness=1):
G0:=pointplot({[0,0]}):
plots[display]({Gy,G0,G3},
               title="Переходная характеристика");

```

Переходная характеристика



```

> # Стандартное отклонение
c:=evalf(c);
L:=evalf(L);
m:=evalf(m);

```

```
Sy:=describe[standarddeviation]([seq(Y[i],i=1..z)]);
Sx:=describe[standarddeviation]([seq(X[i],i=1..z)]);
```

```
c := 4353.550296
L := 1016.842267
m := 237.5000000
Sy := .01299540718
Sx := .01902614955
> c := 4353.550296; Sy := .1185047661e-1;
c := 4353.550296
Sy := .01185047661
```

Выводы:

1. С увеличением (уменьшением) жесткости рессоры качество работы подвески
2. С увеличением (уменьшением) сопротивления амортизатора качество работы подвески
3. С увеличением (уменьшением) приведенной массы качество работы подвески

ЗАНЯТИЕ №7

**Дисциплина: Основы математического моделирования
ТП на автотранспорте**

Тема занятия: Симплекс-оптимизация процесса
транспортного обслуживания

Цель занятия: Изучение методики составления и
решения системы линейных уравнений

Ст. гр. АВ-41з Фамилия И.О.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Для повышения эффективности эксплуатации транспортных средств прибегают к процедурам оптимизации грузоперевозок с учетом конкретных условий их эксплуатации. Одним из широко применяемых при решении задач оптимизации является симплекс-метод (одна из реализаций линейного программирования).

Линейное программирование - раздел математики, занимающийся решением таких задач на отыскание наибольших и наименьших значений, для которых методы математического анализа непригодны. Сущность метода состоит в создании математической модели процесса в виде системы неравенств с учетом технических ограничений, которая решает-

Составим схему перевозок в форме таблицы 1

В пункты	M1	M2	M3	отправлено
из C1	x1(30)	x2(20)	x3(40)	90
из C2	x4(40)	x5(45)	x6(35)	120
Получено	70	65	75	210

3. Стоимость перевозок

Таблица 2 стоимости перевозок

В пункты	M1	M2	M3
из C1	1	3	5
из C2	2	5	4

4. Система уравнений

Составим систему уравнений на основании данных таблицы 1

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= 20; \\x_4 + x_5 + x_6 &= 40; \\x_1 + x_4 &= 15; \\x_2 + x_5 &= 25; \\x_3 + x_6 &= 20.\end{aligned}$$

5. Целевая функция

Составим целевую функцию (стоимости перевозок) на основании данных таблиц 1 и 2

$$Y = x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 5x_5 + 4x_6.$$

6. Система ограничений

Потребуем, чтобы функция Y имела наименьшее значение при неотрицательных значениях $x_1, x_2, \dots, x_6$.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ввести обращение к библиотекам (stats) и (plots)

> restart;

with(stats);

with(simplex);

2. Ввести ФИО, № зачетной книжки и порядковый номер по журналу N

3. Составить таблицу идентификаторов (ввести систему обозначений)
 - $n = 6$ - число маршрутов,
 - $c = \{c[1], c[2], c[3], c[4], c[5], c[6]\}$ - тариф перевозок единицы груза по маршрутам,
 - $x = \{x[1], x[2], x[3], x[4], x[5], x[6]\}$ - массив перевозимых грузов (количество единиц),
 - $X = \{X1, X2, X3, X4, X5\}$ - множество описаний системы уравнений,
 - $Y = \{X\}$ - описание системы уравнений,
 - Y - целевая функция,
 - $Y_{min}, Y_{max}, Y_{mid}$ - минимальное, максимальное, срединное значения целевой функции Y ,
 - $R_{min}, R_{max}, R_{mid}$ - значения множества x , обеспечивающие $Y_{min}, Y_{max}, Y_{mid}$.
3. Составить модель стоимости перевозок в одном из вариантов (выбрать)
 - 3.1. $c := [1, 3, 5, 2, 5, 4]$ - непосредственное указание стоимости,
 - 3.2. $c := \text{evalf}(\text{stats}[\text{random}, \text{uniform}](n), 3)$: - статистическая модель.
4. Описать модель перевозок (система уравнений по таблице 1)
 - $X1 := x[1] + x[2] + x[3] = 20;$
 - $X2 := x[4] + x[5] + x[6] = 40;$
 - $X3 := x[1] + x[4] = 15;$
 - $X4 := x[2] + x[5] = 25;$
 - $X5 := x[3] + x[6] = 20;$
5. Сформировать систему уравнений (выбрать один из вариантов или предложить свой)
 - 5.1. $\text{Sys} := \{X1, X2, X3, X4, X5\};$
 - 5.2. $\text{Sys} := \{\text{seq}(X[i], i=1..5)\};$
6. Описать целевую функцию (выбрать один из вариантов или предложить свой)
 - 6.1. $Y := c[1]*x[1] + c[2]*x[2] + c[3]*x[3] + c[4]*x[4] + c[5]*x[5] + c[6]*x[6];$
 - 6.2. $Y := \text{sum}(c[i]*x[i], i=1..6);$
7. Обратиться к оператору решения системы
 - $R_{min} := \text{minimize}(Y, \text{Sys}, \text{NONNEGATIVE});$ - минимизация,

Rmax:=maximize(Y,Sys,NONNEGATIVE); - определение положения максимума Y

8. Нахождение значений целевой функции Y

Rmid:={x[1]=5, x[2]=11, x[3]=4, x[4]=10, x[5]=14, x[6]=16}; - произвольное задание значений x

Ymin:=subs(Rmin,Y); - минимального,

Ymax:=subs(Rmax,Y); - максимального,

Ymid:=subs(Rmid ,Y); - при произвольном задании значений x

9. Выполнить проверку с помощью оператора подстановки для всех уравнений системы X по типу:

subs(Rmin, Xi); subs(Rmax, Xi); subs(Rmid, Xi); (i = 1..5)

10. Оценить риск превышения транспортных затрат при произвольном распределении грузов при выполнении заказа на перевозку

>

РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА

#2. ВАРИАНТ

№:=210320: # НОМЕР ЗАЧЕТНОЙ КНИЖКИ

randomize(№);

N:=30: # Порядковый номер по журналу
210320

> #3. СТОИМОСТЬ ПЕРЕВОЗОК (таблица 2)

n:=6:

c:=evalf(stats[random, uniform](n),3):

c:=seq(c[i]*10,i=1..n);

c := 9.050, .01010, 9.080, 5.520, .3780, 2.660

> #4. ПЛАН ПЕРЕВОЗОК (таблица 1)

X1 :=x[1]+x[2]+x[3] = 90;

X2 :=x[4]+x[5]+x[6] = 120;

X3 :=x[1]+x[4] = 70;

X4 :=x[2]+x[5] = 65;

X5 :=x[3]+x[6] = 75;

$$X1 := x_1 + x_2 + x_3 = 90$$

$$X2 := x_4 + x_5 + x_6 = 120$$

$$X3 := x_1 + x_4 = 70$$

$$X4 := x_2 + x_5 = 65$$

$$X5 := x_3 + x_6 = 75$$

> #5. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ

Sys := {seq(X[i], i=1..5)};

$$Sys := \{x_1 + x_2 + x_3 = 90, x_4 + x_5 + x_6 = 120, x_1 + x_4 = 70, x_2 + x_5 = 65, x_3 + x_6 = 75\}$$

> #6. ЦЕЛЕВАЯ ФУНКЦИЯ

Y:=sum('c[i]*x[i]', 'i'=1..6);

$$Y := 9.050 x_1 + .01010 x_2 + 9.080 x_3 + 5.520 x_4 + .3780 x_5 + 2.660 x_6$$

> #7. РЕШЕНИЕ

Rmin:=minimize(Y, Sys, NONNEGATIVE);

Rmax:=maximize(Y, Sys, NONNEGATIVE);

$$Rmin := \{x_3 = 0, x_5 = 0, x_2 = 65, x_1 = 25, x_4 = 45, x_6 = 75\}$$

$$Rmax := \{x_2 = 0, x_6 = 0, x_3 = 75, x_1 = 15, x_4 = 55, x_5 = 65\}$$

Пример произвольного распределения
задания на перевозку

В пункты	M1	M2	M3	отправлено
из C1	x1(30)	x2(20)	x3(40)	90
из C2	x4(40)	x5(45)	x6(35)	120
Получено	70	65	75	210

> #9. ЗНАЧЕНИЕ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ

Rmid:={x[1]=30, x[2]=20, x[3]=40, x[4]=40, x[5]=45, x[6]=35};

Ymin:=subs(Rmin, Y);

Ymid:=subs(Rmid, Y);

Ymax:=subs(Rmax, Y);

$$Rmid := \{x_3 = 40, x_4 = 40, x_1 = 30, x_2 = 20, x_5 = 45, x_6 = 35\}$$

$$Ymin := 674.80650$$

$$Ymid := 965.81200$$

$$Ymax := 1144.9200$$

> #10. ПРОВЕРКА

subs(Rmin, X1); subs(Rmax, X1); subs(Rmid, X1);

$$90 = 90$$

$$90 = 90$$

$$90 = 90$$

```

> subs(Rmin, X2); subs(Rmax, X2); subs(Rmid, X2);
      120 = 120
      120 = 120
      120 = 120
> subs(Rmin, X3); subs(Rmax, X3); subs(Rmid, X3);
      70 = 70
      70 = 70
      70 = 70
> subs(Rmin, X4); subs(Rmax, X4); subs(Rmid, X4);
      65 = 65
      65 = 65
      65 = 65
> subs(Rmin, X5); subs(Rmax, X5); subs(Rmid, X5);
      75 = 75
      75 = 75
      75 = 75
> `RISK`:=Ymax-Ymin,`y.e.`;
      RISK:= 470.11350 ,y.e.

> tim:=time()-tim;
tim:=tim/60,`мин`;
      tim := .130
      tim := .002166666667, `ìéí`

```

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

по дисциплине «Основы математического моделирования
технологических процессов на автотранспорте»

1. Модели сигналов.
2. Методы задания функций.
3. Формы представления функций.
4. Формы описания функций.
5. Методы дискретизации.
6. Назначение оператора restart.
7. Назначение оператора randomize.
8. Что означает optional?
9. Формат оператора evalf.
10. Моделирование случайной последовательности, формат оператора.
11. Формат оператора plot.
12. Функция распределения, ее свойства.

13. Плотность распределения, определение.
14. Определение элемента вероятности.
15. Моделирование случайной последовательности.
16. Числовые характеристики случайных процессов.
17. Математическое ожидание.
18. Дисперсия.
19. Стандартное отклонение.
20. Статистический анализ потоков.
21. Виды случайных процессов.
22. Процессы с количественными состояниями, классификация.
23. Процессы с качественными состояниями, классификация.
24. Примеры одномерных случайных процессов.
25. Пример случайного процесса с качественными состояниями.
26. Методы построения приближающей функции.
27. МНК, постановка задачи.
28. МНК, метод решения задачи.
29. Рекуррентная модель подвески, упрощение модели.
30. Рекуррентная модель подвески, получение соотношений.
31. Симплекс-метод, составление системы уравнений.
32. Симплекс-метод, описание целевой функции.
33. Симплекс-метод, постановка задачи.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Долгин В.П. Автоматическое управление техническими и технологическими системами и объектами. Методы анализа систем и объектов / В.П. Долгин. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2003. – 404 с.
2. Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля/ Р.В. Ротенберг. – М. Машиностроение, 1972. – 392с.