

**Министерство образования и науки,
молодёжи и спорта Украины
Севастопольский национальный технический университет**



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**к выполнению расчетно-графического задания
по дисциплине «Теория устойчивости движения»
для студентов направления 6.070106
"Автомобильный транспорт"
дневной формы обучения**

**Севастополь
2011**

УДК 531.3

Методические указания к выполнению расчетно-графического задания по дисциплине «Теория устойчивости движения» /Сост. В.Н. Торлин, Л.А. Кияшко. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2011. – 12 с.

Целью методических указаний является оказание помощи студентам при изучении курса «Теория устойчивости движения». Излагаются справочные данные, необходимые для решения задач, порядок получения решений и оформления пояснительной записки по расчетно-графическому заданию.

Методические указания предназначены для студентов направления 6.070106 «Автомобильный транспорт» дневной формы обучения.

Методические указания рассмотрены и утверждены кафедрой «Автомобильного транспорта» (протокол № 1 от 30 сентября 2011 г.)

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методических указаний

Рецензент: Братан С.М., доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Технология машиностроения».

СОДЕРЖАНИЕ

1. Общие положения по расчетно-графическому заданию	4
2. Теоретический раздел	4
2.1. Исследование устойчивости движения системы прямым интегрированием дифференциальных уравнений	4
2.2. Первая теорема Ляпунова. Определитель Гурвица	5
2.3. Метод фазовых координат	5
2.4. Устойчивость по первому приближению	6
2.5. Вторая теорема Ляпунова	6
2.6. Метод Михайлова	7
3. Порядок выполнения задания	7
4. Индивидуальные расчетные задания	9
5. Содержание пояснительной записки	12
6. Контрольные вопросы	12
Библиографический список	12

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПО РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОМУ ЗАДАНИЮ

Тема: исследование устойчивости движения объекта различными методами.

Целью выполнения расчетно-графического задания является углубление изучения лекционного материала и закрепление навыков исследования устойчивости движения различными методами.

РГЗ состоит из пояснительной записки объемом до 10 листов формата А4, выполненной в соответствии с требованиями ДСТУ 3008 – 95.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

2.1. Исследование устойчивости движения системы прямым интегрированием дифференциальных уравнений

Исследовать динамическое поведение системы или отдельных ее элементов можно путем интегрирования дифференциальных уравнений, описывающих их поведение во времени. В случае если процесс описывается дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами типа

$$a\ddot{x} + b\dot{x} + cx = 0, \quad (1)$$

вид решения такого уравнения зависит от вида корней характеристического уравнения

$$ar^2 + br + c = 0. \quad (2)$$

Возможны четыре случая:

1) Если корни характеристического уравнения вещественные и разные, то решение имеет вид

$$x = c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t}; \quad (3)$$

где r_1 и r_2 – корни характеристического уравнения.

2) Если корни вещественные, но равные, то

$$x = (c_1 + c_2 t) e^{r_1 t}; \quad (4)$$

3) Если корни комплексные сопряженные числа $r_1 = a + ib; r_2 = a - ib$, то

$$x = e^{at} (c_1 \cos bt + c_2 \sin bt); \quad (5)$$

4) Если корни чисто мнимые числа $r_1 = bi; r_2 = -bi$, то

$$x = c_1 \sin bt + c_2 \cos bt. \quad (6)$$

Если при $t \rightarrow \infty$ процесс расходится, то движение неустойчивое, если асимптотически стремится к нулю – то устойчивое. Для колебательного процесса устойчивость характеризуется временем затухания колебаний.

$$\begin{cases} \dot{y}_2 = -2hy_2 - k^2 y_1, \\ \dot{y}_1 = y_2; \end{cases} \quad (12)$$

или

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = f_1(t), \\ \frac{dy_2}{dt} = f_2(t). \end{cases} \quad (13)$$

Последние два уравнения представлены в нормальной форме, а y_1 и y_2 называются фазовыми координатами. Для исследования устойчивости системы с помощью фазовых координат необходимо решить характеристическое уравнение (2), корни которого дадут фазовый портрет системы. В общем случае комплексных корней $r_{1,2} = p \pm iq$, имеют место следующие случаи [1]:

- 1) $r_1 \neq r_2, r_1 < 0, r_2 < 0$ – фазовый портрет представляет собой устойчивый узел;
- 2) $r_1 \neq r_2, r_1 > 0, r_2 > 0$ – неустойчивый узел;
- 3) $r_1 \neq r_2, r_1 > 0, r_2 < 0$ – «седло»;
- 4) $r_{1,2} = \pm iq$ – чисто мнимые корни дают устойчивый центр;
- 5) $r_{1,2} = p \pm iq$ – комплексные корни при $p < 0, q \neq 0$ дают устойчивый фокус;
- 6) $r_{1,2} = p \pm iq$ – комплексные корни при $p > 0, q \neq 0$ дают неустойчивый фокус.

2.4. Устойчивость по первому приближению

Ряд автомобильных систем содержит нелинейные элементы (резиновые детали, рессоры и др.), в результате чего процессы, происходящие в таких системах, описываются нелинейными дифференциальными уравнениями типа

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \underline{a_{13}x_1x_2 + a_{14}x_1^2x_2}, \\ \dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \underline{a_{23}x_1x_2^2 + a_{24}x_1^2x_2^2}, \end{cases} \quad (14)$$

последние два слагаемых описывают нелинейные процессы. Метод, разработанный Ляпуновым, предполагает возможность отбросить нелинейные слагаемые и проанализировать оставшиеся слагаемые по типовой методике, характеризующей в таком случае устойчивость по первому приближению.

2.5. Вторая теорема Ляпунова

Функция называется определенно-положительной или знакоопределенной, если она в точке $x_1 = x_2 = x_n$ обращается в нуль и имеет в этой точке минимум. Например, функция Ляпунова в виде $v = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$ является определенно-положительной.

Вторая теорема Ляпунова формулируется следующим образом [2]: если для дифференциальных уравнений возмущенного движения можно найти знакоопределенную функцию v , производная v' которой в силу этих уравнений будет знакопо-

стоянной функцией противоположного знака с v , то движение, описываемое данными уравнениями, устойчиво.

2.6. Метод Михайлова

В ряде случаев, когда решить задачу об устойчивости движения не удастся ни одним из аналитических методов, можно воспользоваться графическим методом Михайлова, сущность которого заключается в следующем. Для заданной системы дифференциальных уравнений составляется характеристическое уравнение типа

$$a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + a_{n-2} \lambda^{n-2} + \dots + a_0 = 0. \quad (15)$$

Затем в характеристическом уравнении необходимо сделать подстановку $\lambda = i\omega$, которая при четных степенях λ дает вещественные числа ($\lambda^2 = -\omega^2$), а при нечетных – мнимые ($\lambda^3 = -i\omega^3$). Далее полученное выражение представляется в виде

$$f(i\omega) = u(\omega) + v(i\omega), \quad (16)$$

где $u(\omega)$ – действительные числа, $v(i\omega)$ – мнимые.

После этого в координатах $u - v$ строят график функции $f(i\omega)$, который называется годографом Михайлова. В каждой точке (u, v) построенного графика определяется вектор r , который с ростом координат u и v поворачивается вокруг начала координат.

Устойчивость системы можно определить по критерию, утверждаемому следующей теоремой Михайлова [1]: если при изменении ω от нуля до бесконечности вектор r повернется вокруг начала координат на угол $\psi = \frac{\pi}{2}n$, где n – степень характеристического полинома, то движение, описываемое данной системой, асимптотически устойчиво.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

1) Выбрать индивидуальное задание из таблицы 4.1. Номер варианта соответствует двум последним цифрам зачетной книжки (если), либо сумме двух последних цифр зачетной книжки (если полученное число >30).

2) Исследовать устойчивость движения объекта, заданного дифференциальным уравнением или системой, пользуясь схемами, приведенными на рис. 1 и 2. При исследовании применить 2-3 метода, а затем произвести сравнение полученных результатов и сделать соответствующие выводы.

3) Оформить результаты исследований в виде пояснительной записки, содержащей все необходимые расчеты и построения.



Рисунок 1 – Методы прямого интегрирования дифференциальных уравнений, фазовых координат, исследования по первой теореме Ляпунова и по первому приближению



Рисунок 2 – Методы Михайлова и исследования по второй теореме Ляпунова

4. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ

Таблица 4.1

№ варианта	Уравнения № 1, 2, 3	Нулевые начальные условия	Система уравне- ний № 4	Система уравнений № 5. Уравнение № 6
1.	$\ddot{x}+5\dot{x}+12x=0;$ $\ddot{y}+15\dot{y}+2y=0;$ $2\ddot{z}-z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=1;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=0.$	$\begin{cases} \dot{x}_1=4x_2-2x_1, \\ \dot{x}_2=-x_1+3x_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{x}_1=3x_2-2x_1^2x_2+5x_1, \\ \dot{x}_2=-2x_1^2x_2^2+4x_2-4x_1; \\ y^{IV}-y^{III}+3y^{II}-3y^I+4y=0. \end{cases}$
2.	$\ddot{x}-8\dot{x}+14x=0;$ $2\ddot{y}-8\dot{y}+14y=0;$ $3\ddot{z}+5z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=2;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=1.$	$\begin{cases} \dot{y}_2=-10y_2-2y_1, \\ \dot{y}_1=y_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{y}_1=3y_2^3-y_1+4y_1^3y_2-4y_2, \\ \dot{y}_2=y_1-3y_1y_2^2-2y_1^3y_2^2+8y_2; \\ z^{IV}+2z^{III}-z^{II}-3z^I-z=0. \end{cases}$
3.	$\ddot{x}-2\dot{x}+9x=0;$ $\ddot{y}-18\dot{y}+20y=0;$ $4\ddot{z}+z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=3;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=2.$	$\begin{cases} \dot{z}_1=25z_1-5z_2, \\ \dot{z}_2=10z_1+15z_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{z}_2=z_1-z_2-3z_1^3, \\ \dot{z}_1=3z_2-4z_1+3z_1^2z_2; \\ -x^{IV}-x^{III}+3x^{II}-3x^I+4x=0. \end{cases}$
4.	$\ddot{x}-3\dot{x}+12x=0;$ $4\ddot{y}-3\dot{y}+12y=0;$ $\ddot{z}+10\dot{z}-z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=4;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=3.$	$\begin{cases} \dot{x}_1=4x_1-2x_2, \\ \dot{x}_2=-x_2+3x_1; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{x}_2=3x_1-2x_1^2x_2+5x_2, \\ \dot{x}_1=-2x_1^2x_2^2+4x_1-4x_2; \\ -y^{IV}+y^{III}-3y^{II}+3y^I-y=0. \end{cases}$
5.	$\ddot{x}+3\dot{x}+10x=0;$ $3\ddot{y}+10y=0;$ $2\ddot{z}+\dot{z}-3z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=5;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=4.$	$\begin{cases} \dot{y}_1=5y_1-y_2, \\ \dot{y}_2=y_1+4y_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{y}=3x^2-y+4xy-4y, \\ \dot{x}=y-3xy-2xy^2+8x; \\ -z^{IV}-4z^{III}+3z^{II}-2z^I+z=0. \end{cases}$
6.	$\ddot{x}-\dot{x}+11x=0;$ $20\ddot{y}-\dot{y}+11y=0;$ $z-10\dot{z}-2z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=6;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=5.$	$\begin{cases} \dot{z}_1=5z_1-z_2, \\ \dot{z}_2=z_1+3z_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{z}_1=-z_2-z_1+z_1^2, \\ \dot{z}_2=z_1-3z_2-5z_1z_2^2; \\ 2x^{IV}-3x^{III}+4x^{II}-5x^I+6x=0. \end{cases}$
7.	$\ddot{x}-5\dot{x}+13x=0;$ $12\ddot{y}-5\dot{y}+3y=0;$ $5\ddot{z}-10\dot{z}+z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=7;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=6.$	$\begin{cases} \dot{x}_1=7x_1-6x_2, \\ \dot{x}_2=-5x_2+4x_1; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{x}_1=x_1+5x_2^2-2x_1^2x_2, \\ \dot{x}_2=-2x_1^2x_2^2+x_2-x_1; \\ 7y^{IV}-6y^{III}+5y^{II}-4y^I+3y=0. \end{cases}$
8.	$3\ddot{x}-6\dot{x}+10x=0;$ $3\ddot{y}+6\dot{y}+y=0;$ $\ddot{z}-10\dot{z}-2z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=8;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=7.$	$\begin{cases} \dot{y}_1=y_1-8y_2, \\ \dot{y}_2=8y_1+4y_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{y}_1=-y_1-3y_2^2-y_1y_2+2y_2, \\ \dot{y}_2=-2y_1^3y_2^2-y_1-y_2^2+4y_2; \\ 8z^{IV}+7z^{III}-6z^{II}-5z^I-4z=0. \end{cases}$
9.	$2\ddot{x}-6\dot{x}+10x=0;$ $4\ddot{y}-6\dot{y}-10y=0;$ $3\ddot{z}+10\dot{z}=0;$	При $t=0$ $x=y=z=9;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=8.$	$\begin{cases} \dot{z}_2=5z_2+z_1, \\ \dot{z}_1=z_2-4z_1; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{z}_1=-3z_1^3-z_1-5z_2, \\ \dot{z}_2=2z_2+3z_1z_2-z_1; \\ x^{IV}+2x^{III}+x^{II}-3x^I+x=0. \end{cases}$

Продолжение таблицы 4.1.

№ ва- ри- ан- та	Уравнения № 1, 2, 3	Нулевые начальные условия	Система уравне- ний № 4	Система уравнений № 5. Уравнение № 6
10.	$4\ddot{x}+6\dot{x}-10x=0;$ $12\ddot{y}-6\dot{y}+18y=0;$ $4\ddot{z}-5z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=10;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=9.$	$\begin{cases} \dot{x}_1=5x_1+x_2, \\ \dot{x}_2=-4x_2+3x_1; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{x}=y+x^2-5xy, \\ \dot{y}=x^2y^2+y-x; \\ y^{IV}-5y^{III}+y^{II}-4y^I+y=0. \end{cases}$
11.	$\ddot{x}+9x=0;$ $15\ddot{y}-2\dot{y}-2y=0;$ $\ddot{z}-10\dot{z}-z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=0;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=1.$	$\begin{cases} \dot{y}_1=6y_1+5y_2, \\ \dot{y}_2=4y_1+3y_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{y}_1=4y_1-y_1y_2-y_2, \\ \dot{y}_2=y_1^2y_2^2+y_1-y_2^2+3y_2; \\ 6z^{IV}+z^{III}-5z^{II}-z^I-4z=0. \end{cases}$
12.	$3\ddot{x}+5\dot{x}+10x=0;$ $21\ddot{y}+5\dot{y}+10y=0;$ $\ddot{z}+z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=1;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=2.$	$\begin{cases} \dot{z}_1=4z_1+3z_2, \\ \dot{z}_2=-5z_1+6z_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{z}_2=-3z_1^3+4z_1+5z_2, \\ \dot{z}_1=2z_1+3z_1z_2-z_2; \\ 8x^{IV}-x^{III}+8x^{II}-x^I+8x=0. \end{cases}$
13.	$4\ddot{x}-3\dot{x}-12x=0;$ $24\ddot{y}-13\dot{y}-12y=0;$ $2\ddot{z}+z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=2;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=3.$	$\begin{cases} \dot{x}_1=-4x_2+2x_1, \\ \dot{x}_2=x_1-3x_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{x}_1=3x_1+x_1x_2+5x_2^2, \\ \dot{x}_2=-2x_1^2x_2^2+4x_2-4x_1^2; \\ 3y^{IV}-y^{III}+3y^{II}-y^I+3y=0. \end{cases}$
14.	$4\ddot{x}-\dot{x}+14x=0;$ $2\ddot{y}-30\dot{y}+12y=0;$ $8\ddot{z}+z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=3;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=4.$	$\begin{cases} \dot{y}_2=10y_2+2y_1, \\ \dot{y}_1=-y_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{y}_2=3y_2+4y_1^3y_2-4y_1, \\ \dot{y}_1=-y_1y_2+y_1^3y_2^2+5y_2; \\ z^{IV}+4z^{III}-z^{II}-4z^I-z=0. \end{cases}$
15.	$\ddot{x}-\dot{x}-2x=0;$ $3\ddot{y}-20\dot{y}+5y=0;$ $6\ddot{z}+z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=4;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=5.$	$\begin{cases} \dot{z}_1=-25z_1+5z_2, \\ \dot{z}_2=-10z_1-15z_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{z}=y-z-3y^3, \\ \dot{y}=3z-4y+3y^2z; \\ -x^{IV}-x^{III}+3x^{II}-3x^I+4x=0. \end{cases}$
16.	$3\ddot{x}-8\dot{x}+10x=0;$ $5\ddot{y}-2y=0;$ $\ddot{z}+3\dot{z}-z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=5;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=6.$	$\begin{cases} \dot{x}_1=-4x_1+2x_2, \\ \dot{x}_2=x_2-3x_1; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{y}_1=3y_2-2y_1^2y_2+5y_1, \\ \dot{y}_2=-2y_1^2y_2^2+4y_2-4y_1; \\ z^{IV}-z^{III}+3z^{II}-3z^I+4z=0. \end{cases}$
17.	$3\ddot{x}+10x=0;$ $5\ddot{y}-6\dot{y}+7y=0;$ $2\ddot{z}-5\dot{z}-z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=6;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=7.$	$\begin{cases} \dot{y}_1=-5y_1+y_2, \\ \dot{y}_2=-y_1-4y_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{z}_1=3z_2^3-z_1+4z_1^3z_2-4z_2, \\ \dot{z}_2=z_1-3z_1z_2^2-2z_1^3z_2^2+8z_2; \\ x^{IV}+2x^{III}-x^{II}-3x^I-x=0. \end{cases}$
18.	$3\ddot{x}-6\dot{x}+10x=0;$ $3\ddot{y}-8\dot{y}+20y=0;$ $\ddot{z}+49z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=7;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=8.$	$\begin{cases} \dot{z}_1=-5z_1+z_2, \\ \dot{z}_2=-z_1-3z_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{x}_2=x_1-x_2-3x_1^3, \\ \dot{x}_1=3x_2-4x_1+3x_1^2x_2^2; \\ -y^{IV}-y^{III}+3y^{II}-3y^I+4y=0. \end{cases}$

Продолжение таблицы 4.1.

№ ва- ри- ан- та	Уравнения № 1, 2, 3	Нулевые начальные условия	Система уравне- ний № 4	Система уравнений № 5. Уравнение № 6
19.	$7\ddot{x}-6\dot{x}+10x=0;$ $3\ddot{y}+16y=0;$ $2\ddot{z}-5\dot{z}+z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=8;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=9.$	$\begin{cases} \dot{x}_1 = -7x_1 + 6x_2, \\ \dot{x}_2 = 5x_2 - 4x_1; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{y}_2 = 3y_1 - 2y_1^2y_2 + 5y_2, \\ \dot{y}_1 = -2y_1^2y_2^2 + 4y_1 - 4y_2; \\ -z^{IV} + z^{III} - 3z^{II} + 3z^I - z = 0. \end{cases}$
20.	$8\ddot{x}+9x=0;$ $3\ddot{y}-15\dot{y}+10y=0;$ $2\ddot{z}-5\dot{z}+5z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=9;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=10.$	$\begin{cases} \dot{y}_2 = y_2 - 8y_1, \\ \dot{y}_1 = 8y_2 + 4y_1; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{y} = 3x^2 - y + 4x^2y - 4x, \\ \dot{x} = y - 3xy - 2xy^2 + 8x; \\ -x^{IV} - 4x^{III} + 3x^{II} - 2x^I + x = 0. \end{cases}$
21.	$2\ddot{x}+6\dot{x}+11x=0;$ $\ddot{y}-6\dot{y}+10y=0;$ $5\ddot{z}+30z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=1;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=0.$	$\begin{cases} \dot{z}_1 = 5z_1 + z_2, \\ \dot{z}_2 = z_1 - 4z_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 - x_1 + x_1^2, \\ \dot{x}_2 = x_1 - 3x_2 - 5x_1^3x_2; \\ 2y^{IV} - 3y^{III} + 4y^{II} - 5y^I + 6y = 0. \end{cases}$
22.	$7\ddot{x}-\dot{x}+4x=0;$ $8\ddot{y}+17y=0;$ $7\ddot{z}-5z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=2;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=1.$	$\begin{cases} \dot{x}_2 = 5x_2 + x_1, \\ \dot{x}_1 = -4x_1 + 3x_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_1 + 5y_2 - 2y_1y_2, \\ \dot{y}_2 = -2y_1y_2^2 + y_2 - y_1; \\ 7z^{IV} - 6z^{III} + 5z^{II} - 4z^I + 3z = 0. \end{cases}$
23.	$\ddot{x}-12\dot{x}+11x=0;$ $6\ddot{y}+6\dot{y}+11y=0;$ $7\ddot{z}-5\dot{z}-z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=3;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=2.$	$\begin{cases} \dot{y}_1 = 6y_2 + 5y_1, \\ \dot{y}_2 = 4y_2 + 3y_1; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{z}_1 = -z_1 - 3z_2^2 - z_1z_2 + 2z_2, \\ \dot{z}_2 = -2z_1^3z_2^2 - z_1 - z_2^2; \\ 8x^{IV} + 7x^{III} - 6x^{II} - 5x^I - 4x = 0. \end{cases}$
24.	$2\ddot{x}-6\dot{x}-17x=0;$ $7\ddot{y}-4\dot{y}+4y=0;$ $\ddot{z}+9\dot{z}-3z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=4;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=3.$	$\begin{cases} \dot{z}_1 = 4z_2 + 3z_1, \\ \dot{z}_2 = -5z_2 + 6z_1; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3x_1^3 - x_1 - 5x_2, \\ \dot{x}_2 = 2x_2 + 3x_1x_2 - x_1; \\ y^{IV} + 2y^{III} + y^{II} - 3y^I + y = 0. \end{cases}$
25.	$5\ddot{x}-2\dot{x}+10x=0;$ $\ddot{y}-12\dot{y}+21y=0;$ $2\ddot{z}-5\dot{z}-z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=5;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=4.$	$\begin{cases} \dot{x}_1 = 4x_1 - 2x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_2 + 3x_1; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{x} = y + x - 5xy, \\ \dot{y} = x^2y^2 + y - x; \\ z^{IV} - 5z^{III} + z^{II} - z^I + z = 0. \end{cases}$
26.	$\ddot{x}-15\dot{x}+14x=0;$ $2\ddot{y}-6\dot{y}-27y=0;$ $2\ddot{z}-15\dot{z}+z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=6;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=5.$	$\begin{cases} \dot{y}_2 = y_2 + y_1, \\ \dot{y}_1 = -y_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{z}_1 = 4z_1 - z_1z_2 - z_2, \\ \dot{z}_2 = z_1^2z_2^2 + z_1 - z_2^2 + 3z_2; \\ 6x^{IV} + x^{III} - 5x^{II} - x^I - 4x = 0. \end{cases}$
27.	$\ddot{x}-6\dot{x}+10x=0;$ $16\ddot{y}-4\dot{y}+10y=0;$ $\ddot{z}+10z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=7;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=6.$	$\begin{cases} \dot{z}_1 = 4z_1 - 5z_2, \\ \dot{z}_2 = 2z_1 + 3z_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{x}_2 = -3x_1^3 + 4x_1 + 5x_2, \\ \dot{x}_1 = 2x_1 + 3x_1x_2 - x_2; \\ 8y^{IV} - y^{III} + 8y^{II} - y^I + 8y = 0. \end{cases}$

Продолжение таблицы 4.1.

№ варианта	Уравнения № 1, 2, 3	Нулевые начальные условия	Система уравнений № 4	Система уравнений № 5. Уравнение № 6
28.	$5\ddot{x}-2\dot{x}-2x=0;$ $7\ddot{y}+9y=0;$ $2\ddot{z}-\dot{z}-z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=8;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=7.$	$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_1 - x_2, \\ \dot{x}_2 = -2x_2 + 6x_1; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{y}_1 = 3y_1 + y_1 y_2 + 5y_2^2, \\ \dot{y}_2 = -2y_1^2 y_2^2 + 4y_2 - 4y_1^2; \end{cases}$ $3z^{IV} - z^{III} + 3z^{II} - z^I + 3z = 0.$
29.	$3\ddot{x}-6\dot{x}+5x=0;$ $20\ddot{y}-3\dot{y}+12y=0;$ $4\ddot{z}-z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=9;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=8.$	$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_1 - 5y_2, \\ \dot{y}_2 = 3y_1 + 4y_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{z}_2 = 3z_2 + 4z_1^3 z_2 - 4z_1, \\ \dot{z}_1 = -z_1 z_2 + z_1^3 z_2^2 + 5z_2; \end{cases}$ $x^{IV} + 4x^{III} - x^{II} - 4x^I - x = 0.$
30.	$5\ddot{x}-6\dot{x}+x=0;$ $4\ddot{y}-7\dot{y}+14y=0;$ $-5\ddot{z}+z=0;$	При $t=0$ $x=y=z=10;$ $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=9.$	$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_1 - z_2, \\ \dot{z}_2 = z_1 + z_2; \end{cases}$	$\begin{cases} \dot{y} = x - y - 3x^3, \\ \dot{x} = 3y - 4x + 3x^2 y; \end{cases}$ $-y^{IV} - y^{III} + 3y^{II} - 3y^I + 4y = 0.$

5. СОДЕРЖАНИЕ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ

- 1) Исходное дифференциальное уравнение или система.
- 2) Ход решения и исследований устойчивости различными методами согласно последовательности, приведенной на рис. 1 и 2.
- 3) Заключение об устойчивости исследуемого процесса по результатам исследований различными методами.

6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 1) Какие основные методы исследования устойчивости движения объекта вы знаете? Назовите преимущества и недостатки методов.
- 2) Если при исследовании устойчивости движения методом прямого интегрирования процесс асимптотически стремится к нулю, то о чем это свидетельствует?
- 3) Что представляет собой определитель Гурвица?
- 4) Сформулируйте первую и вторую теоремы Ляпунова.
- 5) Что такое устойчивость по первому приближению?
- 6) Сформулировать теорему Михайлова.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости движения/ Д.Р. Меркин. – СПб: Лань, 2003. – 304 с.
2. Устойчивость движения: учеб. для студ. втузов/ Н. Г. Четаев; Рец. В. В. Румянцев. – 4-е изд., испр. – М.: Наука, 1990. – 176 с.

Заказ № _____ от « ____ » _____ 20 ____ . Тираж _____ экз.
Изд-во СевНТУ