



**Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический университет**

АНАЛИЗ ЗВЕНА ВТОРОГО ПОРЯДКА

**Методические указания к практическим занятиям № 5,6
по дисциплине "Автоматическое управление системами
автомобиля" для студентов специальности
07.070106 «Автомобильный транспорт»
дневной и заочной форм обучения**

Севастополь

2010

УДК 629.3

Анализ звена второго порядка. Методические указания к практическим занятиям № 5,6 по дисциплине "Автоматическое управление системами автомобиля" для студентов специальности 07.070106 «Автомобильный транспорт» дневной и заочной форм обучения /Сост. В.П. Долгин.– Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2010.- 16с.

Методические указания составлены в соответствии с требованиями программы дисциплины «Автоматическое управление системами автомобиля» для студентов специальности 07.070106. Целью настоящих указаний является оказание методической помощи при выполнении практических занятий по разделу «Исследование элементарных звеньев» для студентов дневной и заочной форм обучения.

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры АТ (протокол № 7 от 10.03. 2010 г.).

Допущено учебно-методическим центром университета
в качестве методических указаний

Рецензент: Каинов Д.А., канд. техн. наук, доцент.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №5	4
1.1. Краткие теоретические сведения	4
1.2. Порядок выполнения работы №5	8
2. ЗАНЯТИЕ №6	12
2.1. Порядок выполнения работы №6	12
3. СРАВНЕНИЕ РЕЖИМОВ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА	14
4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	15
5. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА	16
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	16

1. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №5

Тема занятия: Переходные характеристики звеньев 2-го порядка

Цель занятия: Анализ колебательного режима

Задачи занятия – в результате выполнения практического занятия

студент должен знать

- методы решения задачи,
- методику решения задачи операторным методом,

должен уметь

- реализовать алгоритм решения задачи,
- оформить результаты вычислений,
- оценить точность полученного решения.

1.1. Краткие теоретические сведения

Анализ динамического звена обычно проводят по результату построения его переходной характеристики. По переходной характеристике определяют качество переходного процесса и его быстродействие. Характер переходного процесса звена может быть колебательным и апериодическим. Характер процесса зависит от соотношения параметров передаточной функции звена. При стандартной форме передаточной функции колебательного звена (таблица 1) характер процесса определяется величиной относительного коэффициента затухания ζ . При $\zeta < 1$ будет колебательный режим, а при значении $\zeta \geq 1$ имеет место апериодический режим. В практическом занятии №5 проводится анализ колебательного режима, а в практическом занятии №6 исследуется апериодический режим звена по переходной характеристике. Переходной характеристикой называется реакция звена $Y(t)$, т.е. его выходной сигнал, на единичный сигнал $X(t) = 1(t)$ – скачок

$$X(t) = \begin{cases} 1, & \text{if } t \geq 0; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Для построения переходной характеристики применяют аналитические методы, основанные на процедурах интегрирования дифференциальных уравнений, описывающих поведение исследуемого звена, либо операторный метод. Введем обозначения входного X и выходного Y сигналов, изображенные на рисунке 1.

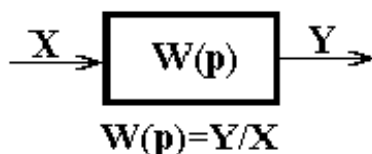


Рисунок 1 – Блок-схема звена

При построении переходной характеристики операторным методом нужно выполнить следующие действия:

1. Для заданного сигнала перейти от оригинала этого сигнала $X(t)$ к его изображению $X(p)$. Оригиналом сигнала $X(t)$ называется функция времени t , описывающая этот сигнал. При переходе к его изображению $X(p)$ применяется прямое преобразование Лапласа

$$X(p) = L\{X(t)\},$$

где $L\{\circ\}$ – оператор прямого преобразования Лапласа.

При использовании математического пакета MAPLE с помощью библиотеки программ интегральных преобразований **with(inttrans)** описание процедуры перехода от оригиналов к изображениям имеет вид

Lx:=laplace(X,t,p);

где **Lx** является идентификатором изображения $X(p)$,

Lx = $X(p)$ – изображение входного сигнала,

x = $X(t)$ – оригинал входного сигнала,

laplace() – функция прямого преобразования Лапласа,

p – оператор Лапласа.

2. Найти изображение выходного сигнала

$$Y(p) = X(p) * W(p),$$

где $W(p)$ – операторная передаточная функция звена (таблица 1).

3. Перейти от изображения по Лапласу выходного сигнала $Y(p)$ к его оригиналу $Y(t)$ в соответствии с определением

$$Y(t) = L^{-1}\{Y(p)\},$$

где $L^{-1}\{\circ\}$ – оператор обратного преобразования Лапласа, что в

терминах математического пакета MAPLE **with(inttrans)** имеет вид

Px:=invlaplace(Y(p),p,t);

где **Px** = $Y(t)$ – оригинал выходного сигнала,

$Y(p) = X(p) * W(p)$ – изображение выходного сигнала.

Для сравнения результата вычисления операторным методом в таблице 1 приведены аналитические решения, представляющие собой переходные функции динамических элементарных звеньев второго порядка колебательного и апериодического типов с операторными передаточными функциями стандартной и произвольной форм.

Таблица 1 – Аналитические решения

Переходные характеристики		
Тип звена	Передаточная функция	Аналитическое решение [1, с.92], [2, с. 296]
Колебательное $\xi < 1$	$W_6(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}$ $W_6(p) = \frac{b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}$	$Y(t) = k \cdot X \cdot (1 - q \cdot \exp(-at) \times \sin(\omega t + \varphi)); \quad z \partial e$ $k = \frac{b_0}{a_0}; \quad a = \frac{\xi}{T}; \quad q = \sqrt{1 + \left(\frac{a}{\omega}\right)^2};$ $\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}}; \quad T = \sqrt{\frac{a_2}{a_0}};$ $\omega = \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{T}; \quad \varphi = \arctg(\omega/a);$ $T_\omega = \frac{2a_2 \pi}{\sqrt{4a_0 a_2 - a_1^2}}.$
Апериодическое $\xi \geq 1$	$W_6(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}$ $W_6(p) = \frac{b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}$	$Y(t) = X \cdot k \cdot (1 + \frac{\beta \exp(-\alpha \cdot t) - \alpha \exp(-\beta \cdot t)}{\alpha - \beta});$ $\alpha = \frac{1}{\tau_1}; \quad \beta = \frac{1}{\tau_2}; \quad T = \sqrt{\frac{a_2}{a_0}}$ $\tau_1 = \frac{T}{\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}};$ $\tau_2 = \frac{T}{\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}}.$

1.2. Порядок выполнения работы №5

Рекомендуется при выполнении вычислительных процедур использовать библиотеку интегральных преобразований математического пакета MAPLE версии не ниже 7 – й. В этом случае предлагается следующая последовательность реализации алгоритмического описания вычислительных процедур, которые для удобства можно разбить на функциональные блоки.

Для выбранного типа динамического звена рекомендуется сформировать следующие блоки арифметических и структурных описаний.

Блок 1. Описание конфигурации вычислительной системы

`restart:` Очистка оперативной памяти

`with(inttrans):` Подключение библиотеки преобразований Лапласа

`with(stats):` Подключение библиотеки статистики

Для автоматического задания варианта необходимо ввести свои реквизиты (ФИО, № зачетной книжки, порядковый номер по журналу N и номер подгруппы m). В этом случае оператор **randomize (№)** : обеспечит автоматическое задание исходных данных варианта с помощью генератора случайных чисел.

Блок 2. Ввести (таблица 1) параметры операторной передаточной функции звена в одной из форм

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1} \text{ (стандартная форма), либо}$$

$$W(p) = \frac{b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} \text{ (произвольная форма)}$$

и вычислить установившееся значение выходного сигнала Y_u на основе предельной теоремы Лапласа [1,2]

$$Y_u = X \cdot \lim_{p \rightarrow 0} (W, p=0);$$

Подлежат вводу значения коэффициентов (a_0, a_1, a_2, b_0) передаточной функции при выборе произвольной формы передаточной функции, либо ее параметры (k, T, ξ) при выборе стандартной формы передаточной функции. С учетом связи между коэффициентами и параметрами передаточной функции допускается введение процедуры конверсии, т.к.

$$T = \sqrt{a_2/a_0}; \quad k = b_0/a_0; \quad \xi = a_1/2a_2,$$

что следует из таблицы 1 раздела «Аналитическое решение».

Для реализации вычислений необходимо задать следующие значения коэффициентов $a_0=b_0=1$, $a_1=2\xi Ta_0$.

Величина коэффициента относительного затухания ξ задается с помощью генератора случайных чисел

$\xi := \text{stats}[\text{random}, \text{uniform}[a, b]](n);$

где ξ – случайное число,

stats – оператор генерирования случайных чисел,

random – генератор случайных чисел,

uniform – равномерное распределение,

[a, b] – интервал распределения.

Для реализации колебательного процесса задать

a – нижняя граница интервала (**a** $\geq$ 0,3),

b – верхняя граница интервала (**b** $\leq$ 0,5),

n – количество значений (положить **n** = 1).

t0 – время переходного процесса (рекомендуется брать кратное T),

X – уровень входного единичного сигнала.

Блок 3. Описать графики границ погрешности

```
X:=1+m/10:           # Уровень входного сигнала
Δ:=.05:              # Величина допустимой погрешности
t0:=10*T:            # Время переходного процесса
G3:=plot(Yu*(1+Δ),t=0..t0):  # Нижняя граница
G4:=plot(Yu*(1-Δ),t=0..t0):  # Верхняя граница
G5:=plot(Yu,t=0..t0):        # Установившееся значение
Du:=plots[display](G3,G4,G5):
```

Блок 4. Ввести из таблицы 1 аналитическое решение для заданных параметров передаточной функции (колебательный режим, $\zeta < 1$).

```
Y:=X*k*(1-q*exp(-a*t)*sin(w*t+Fi));
k:=b0/a0:
q:=sqrt(1+(a/w)^2):
a:=ξ/T:
w:=sqrt(1-ξ^2)/T:
Fi:=arctan(w/a):
# Переходная характеристика, операторный метод
Lx:=laplace(X,t,p);           # Изображение сигнала
Pk:=invlaplace(Lx*W,p,t);     # Обратное преобразование
```

Блок 5. Вычислить перерегулирование **Per**

```
Max:=maximize(Yk,t=0..t0);
Per:=Max-X;
```

Блок 6. Построить график переходной характеристики

```
tk:=29: #Время регулирования (подобрать по графику)
Ck:=plot([tk,J,J=0..subs(t=tk,Pk)],linestyle=2):
Gk:=plot(Pk,t=0..t0,linestyle=4,thickness=5):
Sk:=plot(Yk,t=0..t0,color=blue):
```

```
Dk:=plots[display](Ck,Gk,Du,Sk,title="Колебательный режим"): Dk;
```

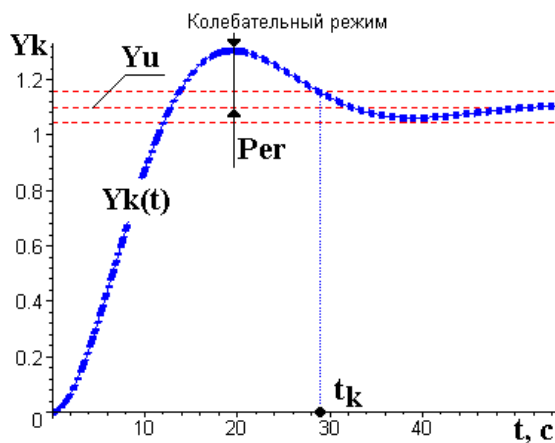


Рисунок 2 - График переходной характеристики

Блок 7. Построить график погрешности

```
ek:=Pk-Yk:
Ek:=plot(ek,t=0..t0,
thickness=4,title="Колебательный режим"): Ek;
```

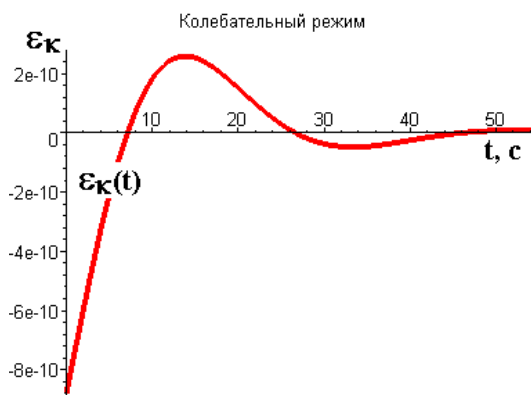


Рисунок 3 – График погрешности

Сделать выводы по занятию №5 в указанном ниже виде

ВЫВОДЫ

1. Для $\xi < 1$ переходный процесс звена имеет колебательный характер.
2. Время окончания переходного процесса на уровне $\pm 5\%$ $t_k = \dots$
3. Перерегулирование составляет величину $Per = \dots$
4. Погрешность вычислений операторным методом ...

2. ЗАНЯТИЕ №6

Тема занятия: Переходные характеристики звеньев 2-го порядка

Цель занятия: Анализ аperiodического режима

2.1. Порядок выполнения работы №6

Добавить блоки к пунктам порядка выполнения работы №5

Блок 9. Ввести из таблицы 1 аналитическое решение для заданных параметров передаточной функции (аperiodический режим, $\xi \geq 1$).

```
xi:=stats[random, uniform[1,1.6]](1);
Ya:=X*k*(1+(B*exp(-A*t)-A*exp(-B*t))/(A-B));
A:=1/T1;
B:=1/T2;
T:=evalf(sqrt(a2/a0));
T1:=T/(xi-sqrt(xi^2-1));
T2:=T/(xi+sqrt(xi^2-1));
```

Блок 10. Вычислить переходную характеристику аperiodического режима

```
Lx:=laplace(X,t,p);      # Изображение сигнала
Pa:=invlaplace(Lx*W,p,t);# Обратное преобразование
```

Блок 11. Построить график переходной характеристики для апериодического режима

```
ta:=45:                    # Время регулирования
Ca:=plot([ta,J,J=0..subs(t=ta,Pa)],linestyle=2):
Ga:=plot(Pa,t=0..t0,linestyle=4,thickness=4):
Sa:=plot(Ya,t=0..t0,title="Апериодический режим"):
Da:=plots[display](Ca,Ga,Du,Sa):
Da;
```

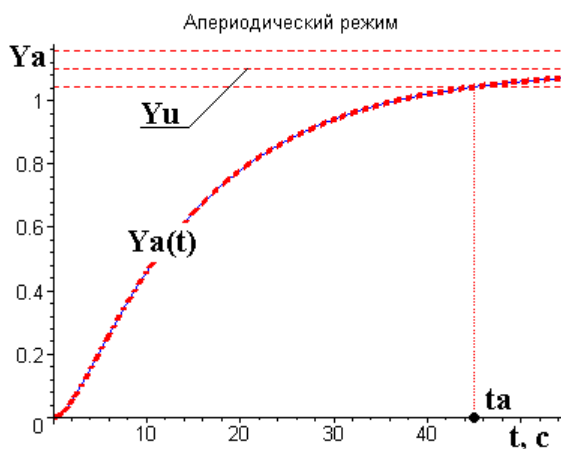


Рисунок 4 – Переходная характеристика

Блок 7. Построить график погрешности

```
E0:=plot(0,t=0..t0):
Ea:=plot(Pa-Ya,t=0..t0,thickness=4,linestyle=4, title="Апериодический режим"):
plots[display](E0,Ea);
```

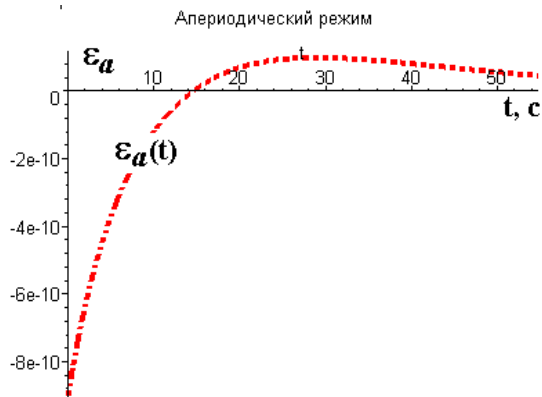


Рисунок 4 – График погрешности

Сделать выводы по занятию №6 в указанном ниже виде

ВЫВОДЫ

1. Для $\xi \geq 1$ переходный процесс имеет апериодический характер.
2. Время окончания переходного процесса на уровне $\pm 5\%$ $t_a = \dots$
3. Погрешность вычислений операторным методом ...

3. СРАВНЕНИЕ РЕЖИМОВ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА

13. Построить графики переходных характеристик

`plots[display] (Da,Dk,Du,title="Переходные характеристики") ;`

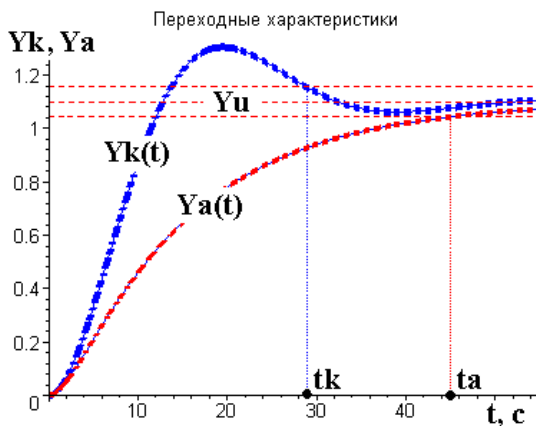


Рисунок 5 – Колебательный $Y_k(t)$ и апериодический $Y_a(t)$ режимы

14. Построить графики погрешности

`plots[display] (Ek, Ea, title="График погрешности") ;`

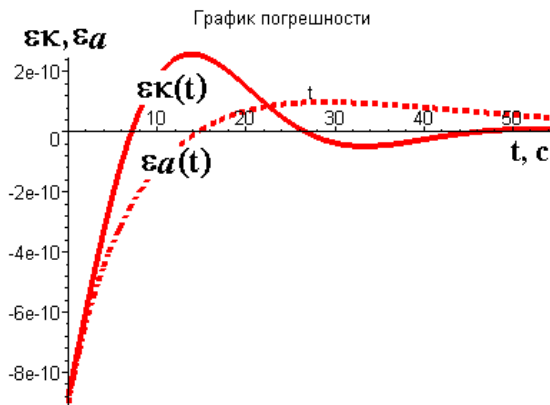


Рисунок 6 – Погрешность апериодического $\varepsilon_a(t)$ и колебательного $\varepsilon_k(t)$ режимов

Сделать выводы в форме

ВЫВОДЫ

1. Ограничения аналитического метода.
2. Преимущества операторного метода.
3. Оценить погрешность вычислений операторным методом.

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Представить форматы Марле-операторов прямого и обратного преобразований Лапласа
2. Получить передаточную функцию звена 2-го порядка
3. Найти установившееся значение выходного сигнала
4. Дать определение единичного сигнала
5. Дать определение переходной характеристики

5. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Титульный лист
2. Краткие теоретические сведения
3. Краткое описание MAPLE-блоков
4. Листинг работы программы
5. Выводы
6. Библиографический список

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Долгин В.П. Автоматическое управление техническими и технологическими системами и объектами. Методы анализа систем и объектов / В.П. Долгин.– Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2003. – 404 с.
2. Теория автоматического управления. Ч.1. Теория линейных систем автоматического управления: Учеб. пособие для вузов /Под ред. А.А. Воронова. – М.: Высш. шк., 1977. – 303 с.