

УДК 004:519.854

К.В. Кротов, доцент, канд. техн. наук*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: krotov_k1@mail.ru***МОДЕЛЬ МНОГОУРОВНЕВОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ПОСТРОЕНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ РАСПИСАНИЙ ГРУППОВОЙ ОБРАБОТКИ**

В работе обосновывается модель многоуровневого программирования для формирования эффективного состава групп партий требований и расписаний обработки партий при наличии ограничений на длительность интервалов реализации обработки групп в многостадийной конвейерной системе.

Ключевые слова: *многоуровневое программирование, партия требований, группа партий, комплексное расписание, многостадийная система.*

Введение. В современных производственных и вычислительных конвейерных системах возникает задача составления расписаний групповой обработки требований различных типов, в которой должны быть учтены ограничения на длительность интервалов времени функционирования этих систем. Формирование расписаний обработки при наличии ограничений на длительность функционирования систем обеспечивается решением следующих оптимизационных задач: задачи определения эффективных количества и состава партий требований различных типов; задачи идентификации эффективного состава групп партий, обрабатываемых в течение заданных интервалов времени; задачи построения эффективного порядка обработки партий. Т.е. для обобщенной задачи формирования расписаний групповой обработки при наличии временных ограничений выполнена декомпозиция на локальные подзадачи, решаемые в иерархической системе с использованием аппарата многоуровневого программирования [1, 2].

Анализ публикаций. Современное состояние методов решения задач формирования расписаний групповой обработки требований различных типов предполагает определение порядка обработки фиксированных партий (партий, в которые включены все требования одного определенного типа), либо определение количества, состава и порядка обработки партий на ограниченном количестве приборов [3, 4]. В общем виде (произвольное количество приборов, наличие ограничений на длительность интервала времени обработки групп партий) задача формирования расписаний групповой обработки требует разрешения.

Цель и постановка задачи. Цель работы состоит в совершенствовании методов формирования расписаний групповой обработки требований в конвейерных системах при ограничениях на длительность интервала времени реализации обработки каждой из групп партий (для требований различных типов). Для достижения поставленной цели в статье решается одна из задач – обосновывается модель формирования комплексных расписаний групповой обработки партий требований различных типов как модель иерархической игры (многоуровневого программирования).

Основное содержание работы. В соответствии с постановкой задачи групповой обработки требований различных типов в составе партий при наличии ограничений на длительность обработки групп партий ее решение должно быть определено в иерархической системе, уровни которой выполняют следующие функции: на первом (верхнем) уровне определяется эффективное количество и состав партий требований соответствующих типов, на втором уровне определяется эффективный состав групп партий, обрабатываемых в течение заданных временных интервалов, на третьем уровне планирования формируется порядок обработки партий каждой из групп в течение установленных интервалов. В рассмотрение введем следующие обозначения. Исходными данными, поступающими в систему для формирования эффективных решений, являются следующие: N – множество типов требований ($N = \{1, 2, \dots, n\}$, n – количество типов требований); N^i – множество, элемент n^i которого – это количество требований i -го типа, обработка которых выполняется в системе ($i = \overline{1, n}$). Обработка требований n типов осуществляется в течение Z одинаковых интервалов времени, их длительность обозначена как t^z ($z = \overline{1, Z}$). Если i – идентификатор типа требований, через m_i обозначим количество партий требований соответствующего типа, формируемых на верхнем уровне принятия решений, при $i = \overline{1, n}$ элементы m_i образуют вектор (М). В рассмотрение вводится матрица (А), элемент a_{iu} соответствует количеству требований i -го типа в u -ой партии ($u = \overline{1, m_i}$), размер матрицы (А) – $n \times u^{\max}$, где

$u^{\max} = \max_{1 \leq i \leq n} (m_i)$. Если $m_i \leq u^{\max}$, то $a_{iu} = 0$ при $u = m_i + 1, u^{\max}$. Матрица (A) – это матрица составов партий требований различных (i -ых) типов, для которой индекс столбца u – идентификатор соответствующей партии. Решение, формируемое на верхнем уровне (количество и состав партии требований), в этом случае имеет вид: [(M), (A)]. Через N^z ($z = \overline{1, Z}$) обозначим группы партий, обрабатываемые в течение установленных интервалов t^z , а расписание обработки партий z -ой группы обозначим как π^z . В соответствии с [3] расписание обработки π^z – это совокупность последовательностей π^l запуска партий на обработку на каждом l -ом приборе. Расписанию π^z соответствует множество последовательностей π^l , которое может быть представлено в виде $\pi^z = \{\pi^1, \pi^2, \pi^3, \dots, \pi^L\}^z$, где L – количество приборов в системе.

В соответствии с функциями уровней иерархии системы между уровнями выполняется обмен информацией следующего вида: 1) на вход первого уровня подаются множества N и N^i (программа работ); с выхода уровня – решение [(M), (A)]; 2) на вход второго уровня – состав партий требований (решение [(M), (A)]); с выхода уровня – сформированные с учетом ограничений на интервалы времени работы системы группы N^z ($z = \overline{1, Z}$); 3) на вход третьего уровня – совокупность групп N^z ($z = \overline{1, Z}$); с выхода уровня – сформированные расписания π^z обработки партий из N^z для заданных интервалов времени. При распределении партий требований i -ых типов (решения [(M), (A)]) по группам N^z ($z = \overline{1, Z}$) их состав не меняется (значения m_i и a_{iu} , поступившие с верхнего уровня не могут быть изменены). Партии требований i -го типа в количестве m_i могут входить в различные группы N^z . Через m_i^z обозначим количество партий требований i -го типа в группе N^z (при условии, что партия требований i -го типа входит в группу N^z), через $(A)_i^z$ обозначим вектор количества требований i -го типа в m_i^z партиях в группе N^z . Партии требований i -го типа, входящие в группу N^z , определены с использованием набора параметров вида: $[i, m_i^z, (A)_i^z]$, тогда N^z – это совокупность наборов, имеющая вид: $N^z = \{[i, m_i^z, (A)_i^z]_1; \dots; [i, m_i^z, (A)_i^z]_{k_z}\}$, где k_z – количество типов требований, партии которых входят в N^z . Обобщенная форма для N^z имеет вид: $N^z = \{[i, m_i^z, (A)_i^z]_k | k = \overline{1, k_z}\}$ либо: $N^z = \{[i, m_i, (A)_i]_k | k = \overline{1, k_z}\}^z$. Тогда решение, формируемое на втором уровне системы, имеет вид: $\{N^z | (z = \overline{1, Z})\}$. Для формализации вида последовательностей π^l расписания π^z в рассмотрении введена матрица порядка обработки партий в системе $(P)^z$. Элемент $p_{ij}^z = 1$, если партия требований i -го типа занимает в последовательности π^l j -ю позицию, $p_{ij}^z = 0$ в противном случае, размер матрицы $n^z \times n_p^z$, где n^z – число типов требований в партиях в группе N^z , n_p^z – число партий в последовательностях π^l для N^z . Порядок обработки партий на всех приборах одинаков, достаточно определения одной матрицы $(P)^z$ для всей системы. В рассмотрение вводится матрица $(R)^z$ – матрица количества требований в соответствующих партиях требований i -го типа, занимающих в последовательности π^l j -е позиции (элемент r_{ij}^z равен количеству требований i -го типа в партии, занимающей j -ю позицию в последовательности π^l , размер матрицы $n^z \times n_p^z$). Решение, формируемое на нижнем уровне системы, определяется в виде: $\{[(P)^z, (R)^z] | z = \overline{1, Z}\}$. В рассмотренной постановке задача построения расписаний решается с использованием аппарата многоуровневого программирования, обобщенная модель задачи имеет следующий вид:

$$1) \text{ первый уровень: } f_1(\alpha, \beta^*) \rightarrow \min, \alpha \in A \text{ при } q_1(\alpha) \leq a, \quad (1)$$

$$2) \text{ второй уровень: } f_2(\alpha, \beta, \gamma^*) \rightarrow \min, \beta \in B \text{ при } q_2(\beta) \leq b, \quad (2)$$

$$3) \text{ третий уровень: } f_3(\beta, \gamma) \rightarrow \min, \gamma \in \Gamma \text{ при } q_3(\gamma) \leq g, \quad (3)$$

где α, β, γ – решения на первом, втором и третьем уровнях, A, B, Γ – множества решений на уровнях, $q_p | p = \overline{1,3}$ – функции, с использованием которых задаются ограничения при выборе решений на этих уровнях, β^*, γ^* – эффективные решения, полученные на втором и третьем уровнях соответственно. Обобщенная модель (1)–(3) может быть модифицирована с учетом иерархического характера построения решений и зависимости эффективности решений на вышестоящих уровнях от эффективности решений на нижестоящих. Тогда модифицированная модель примет следующий вид:

$$1) \text{ первые (верхний) уровень: } f_1(\beta^*) \rightarrow \min, \alpha \in A \text{ при } q_1(\alpha) \leq a, \quad (4)$$

$$2) \text{ второй уровень: } f_2(\gamma^*) \rightarrow \min, \beta \in B \text{ при } q_2(\beta) \leq b, \quad (5)$$

$$3) \text{ третий (нижний) уровень: } f_3(\beta, \gamma) \rightarrow \min, \gamma \in \Gamma \text{ при } q_3(\gamma) \leq g. \quad (6)$$

Многоуровневая модель принятия решений в иерархической системе вида (4)–(6) в принятых выше обозначениях представлена следующим образом:

$$1) \text{ первые уровень: } f_1(\{N^z | z = \overline{1, Z}\}) \rightarrow \min, [(M), (A)] \in A, \quad (7)$$

$$2) \text{ второй уровень: } f_2(\{(P)^z, (R)^z | z = \overline{1, Z}\}) \rightarrow \min, N^z \in B, \quad (8)$$

$$3) \text{ третий уровень: } f_3(\{N^z\}, \{(P)^z, (R)^z\} | z = \overline{1, Z}) \rightarrow \min, [(P)^z, (R)^z] \in \Gamma. \quad (9)$$

Эффективность групп партий на втором уровне системы оценивается на основе эффективных расписаний (третий уровень), т.е. эффективный состав группы партий требований должен обеспечивать расписание обработки партий, при котором неэффективное использование временных ресурсов приборов системы будет минимальным. Эффективность составов партий (первый уровень) оценивается на основе эффективных составов групп партий, т.е. эффективный состав партий должен обеспечивать такой состав групп партий, при котором общее количество обработанных требований будет максимальным либо количество необработанных требований будет минимизировано (для интервалов $t^z, z = \overline{1, Z}$). Критерии, формируемые для принятия решений на соответствующих уровнях иерархии системы, должны учитывать: 1) третий уровень – эффективность использования оборудования конвейерной системы при размещении рассматриваемой партии в последовательностях π^l ; 2) второй уровень – общую эффективность использования оборудования конвейерной системы при обработке всех партий требований группы N^z (анализ сформированного состава группы партий на основе построенного для нее расписания с точки зрения эффективности использования временного ресурса системы с учетом ограничений на длительность интервалов обработки); 3) первый уровень – общее количество требований, обработанных в системе в течение Z интервалов времени. Для определения вида модели многоуровневого программирования построения комплексных расписаний групповой обработки при наличии ограничений введены следующие обозначения: t_i^l – время обработки требований i -го типа на l -ом приборе ($l = \overline{1, L}$; L – количество приборов в системе); t_{ik}^l – время переналадки l -го прибора с обработки требований i -го типа на обработку требований k -го типа; t_{ii}^l – время первоначальной наладки l -го прибора на обработку требований i -го типа; t_{ji}^l – время начала обработки партии требований i -го типа, занимающей j -ю позицию в последовательности π^l на l -ом приборе; $(t_{ji}^l)^z$ – матрица моментов времени начала обработки партий требований i -ых типов, занимающих в последовательностях π^l j -е позиции (для группы N^z); $(t_{jq}^{0l})^z$ – матрица моментов времени начала обработки q -ых требований партии, занимающей в последовательности π^l j -ю позицию (q – порядковый номер требования в партии в j -ой позиции в $\pi^l, q = \overline{1, n_{ji}^z}$). С использованием элементов матриц $(P)^z$ и $(t_{jq}^{0l})^z$ значения $[t_{ji}^{nl}]^z$ определяются следующим образом: $[t_{ji}^{nl}]^z = p_{ij}^z \cdot [t_{ji}^{0l}]^z$, где $i = \overline{1, n^z}, j = \overline{1, n_p^z}, [t_{ji}^{0l}]^z$ – момент времени начала обработки первого требования в партии, занимающей j -ю позицию в последовательности π^l . Для расчета t_{jq}^{0l} используются интервалы времени переналадки приборов с обработки требований i -го типа на обработку требований k -го типа и интервалы первоначальной наладки на обработку требований i -го типа. В рассмотрение введена матрица переналадок (t_{ik}^l) , недиагональные элементы t_{ik}^l которой соответствуют длительностям интервалов переналадки приборов с обработки требований i -го типа на

обработку требований k -го типа, диагональные элементы t_{ii}^l соответствуют интервалам времени первоначальной наладки приборов на обработку требований i -го типа. Выполним дальнейшие рассуждения для одной из групп N^z (опуская индекс z). Вычисление значений t_{ji}^{n1} выполняется с использованием значений элементов матрицы (t_{jq}^{0l}) , формализация выражений для определения t_{jq}^{0l} выполнена в соответствии с рисунком 1.

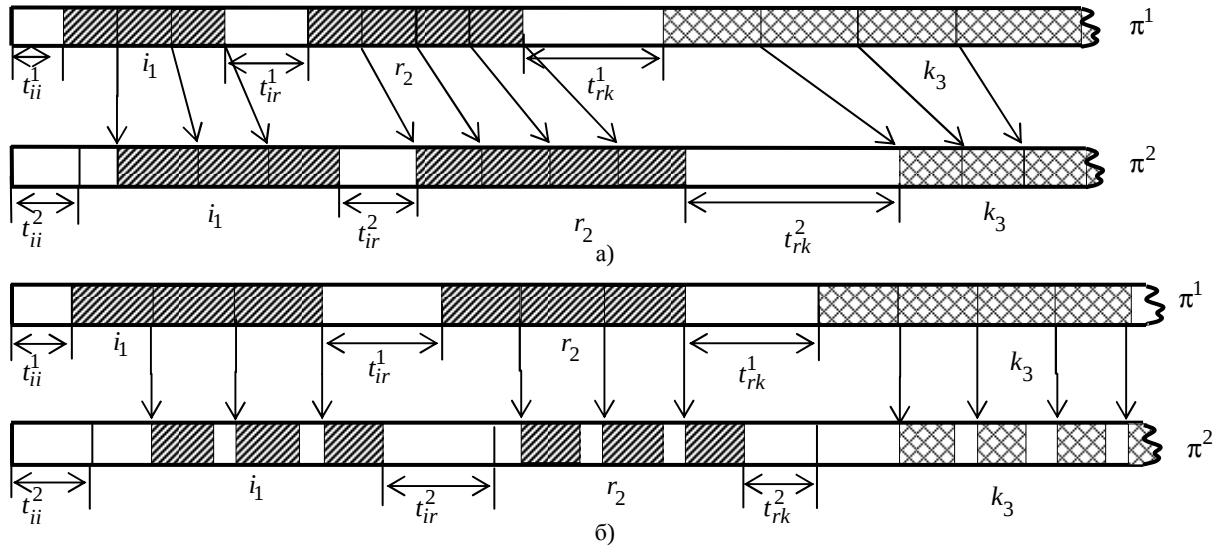


Рисунок 1 – Заданные виды последовательностей обработки партий, используемые при формировании выражений для t_{jq}^{0l}

Для первого прибора выражения для t_{jq}^{01} формируются следующим образом: 1) если t_{11}^{01} – время начала обработки первого требования ($q=1$) в партии, занимающей первую позицию в последовательностях π^1 ; t_{1i}^{n1} – время начала обработки партии требований i -го типа, занимающей в π^1 первую позицию, тогда $t_{11}^{01} = t_{1i}^{n1} = t_{ii}^1$, где t_{ii}^1 – время наладки первого прибора на обработку требований i -го типа; 2) выражение $\sum_{h=1}^n t_{hh}^1 \cdot p_{h1}^1$ определяет интервал первоначальной наладки первого прибора на обработку требований i -го типа; $(q-1) \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot p_{h1}^1$ – время обработки $(q-1)$ -го требования в этой партии, $(t)^1$ – вектор длительностей обработки требований разных типов на первом приборе; тогда значение t_{1q}^{01} начала обработки любого требования первой партии (в π^1), занимающего в ней q -ю позицию ($1 \leq q \leq r_{11}$), определяется выражением вида:

$$t_{1q}^{01} = \sum_{h=1}^n t_{hh}^1 \cdot p_{h1}^1 + (q-1) \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot p_{h1}^1. \quad (10)$$

3) если $t_{i1}^{1пер}$ – время переналадки первого прибора с обработки требований i -го типа (в первой позиции партии в π^1) на обработку требований другого типа (партия во второй позиции в π^1), а t_{21}^{01} – время начала обработки первого требования во второй партии на первом приборе (t_{2i}^{n1} – начало обработки этой партии требований i -го типа в π^1 ($t_{2i}^{n1} = t_{21}^{01}$)), тогда с учетом (10) значения t_{21}^{01} (t_{2i}^{n1}) определяются выражением вида

$$t_{2i}^{n1} = t_{21}^{01} = \sum_{h=1}^n t_{hh}^1 \cdot p_{h1}^1 + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot r_{h1}^1 + t_{i1}^{1пер}, \quad (11)$$

где значение $t_{i1}^{1пер}$ определяется следующим образом:

$$t_{i_1 i_2}^{1nep} = t_{i_r i_r'}^1, \text{ где } \begin{cases} i_r = i \mid p_{i1}^1 = 1, i = \overline{1, n^z}, \\ i_r' = j \mid p_{j2}^1 = 1, j = \overline{1, n_p^z}. \end{cases}$$

Выражение $\sum_{h=1}^n t_{hh}^1 \cdot p_{h1}^1 + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot r_{h1}^1 + t_{i_1 i_2}^{1nep}$ позволяет определить время начала обработки второй в π^1 партии, выражение $(q-1) \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot p_{h2}^1$ – длительность обработки предшествующих q -му требований в этой партии, тогда время начала обработки q -го требования i -го типа в партии, занимающей вторую позицию в π^1 , определяется следующим образом:

$$t_{2q}^{01} = \sum_{h=1}^n t_{hh}^1 \cdot p_{h1}^1 + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot r_{h1}^1 + t_{i_1 i_2}^{1nep} + (q-1) \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot p_{h2}^1, \quad q = \overline{1, r_{i2}}. \quad (12)$$

По аналогии с (11), (12) могут быть сформированы выражения для вычисления моментов времени начала обработки третьей, четвертой партий и требований в них:

$$\begin{aligned} t_{3i}^{n1} &= \sum_{p=1}^n t_{hh}^1 \cdot p_{h1}^1 + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot r_{h1}^1 + t_{i_1 i_2}^{1nep} + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot r_{h2}^1 + t_{i_2 i_3}^{1nep}; \\ t_{3q}^{01} &= \sum_{h=1}^n t_{hh}^1 \cdot p_{h1}^1 + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot r_{h1}^1 + t_{i_1 i_2}^{1nep} + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot r_{h2}^1 + t_{i_2 i_3}^{1nep} + (q-1) \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot p_{h3}^1; \\ t_{4i}^{n1} &= \sum_{h=1}^n t_{hh}^1 \cdot p_{h1}^1 + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot r_{h1}^1 + t_{i_1 i_2}^{1nep} + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot r_{h2}^1 + t_{i_2 i_3}^{1nep} + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot r_{h3}^1 + t_{i_3 i_4}^{1nep}; \\ t_{4q}^{01} &= \sum_{h=1}^n t_{hh}^1 \cdot p_{h1}^1 + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot r_{h1}^1 + t_{i_1 i_2}^{1nep} + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot r_{h2}^1 + t_{i_2 i_3}^{1nep} + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot r_{h3}^1 + t_{i_3 i_4}^{1nep} + (q-1) \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot p_{h4}^1. \end{aligned}$$

Время начала обработки партии требований i -го типа, занимающей j -ю позицию в π^1 определяется выражением вида: $t_{ji}^{n1} = \sum_{h=1}^n t_{hh}^1 \cdot p_{h1}^1 + \sum_{f=1}^{j-1} \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot r_{hf}^1 + \sum_{h=1}^{j-1} t_{i_h i_{h+1}}^{1nep}$, время начала обработки q -го требования в этой партии составляет: $t_{jq}^{01} = \sum_{h=1}^n t_{hh}^1 \cdot p_{h1}^1 + \sum_{f=1}^{j-1} \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot r_{hf}^1 + \sum_{h=1}^{j-1} t_{i_h i_{h+1}}^{1nep} + (q-1) \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot p_{hj}^1$.

Выражение для t_{jq}^{0l} ($q = \overline{1, n_j}$) сформируем в соответствии с заданным порядком обработки партий (рисунок 1) на основе выражений для определения начала обработки требований в них (при $l \neq 1$). Для

$l=2$ и $j=1$ имеем: $t_{11}^{02} = t_{11}^{n2} = \max \left\{ \sum_{h=1}^n t_{hh}^2 \cdot p_{h1}^1; t_{11}^{01} + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot p_{h1}^1 \right\};$

$t_{12}^{02} = \max \left\{ t_{11}^{02} + \sum_{h=1}^n t_h^2 \cdot p_{h1}^1; t_{12}^{01} + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot p_{h1}^1 \right\}; \quad \dots, \quad t_{1n_1}^{02} = \max \left\{ t_{1, n_1-1}^{02} + \sum_{h=1}^n t_h^2 \cdot p_{h1}^1; t_{1n_1}^{01} + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot p_{h1}^1 \right\},$ где

$n_1 = \sum_{i=1}^n r_{i1}$ – количество требований в первой партии.

Выражения для определения t_{2q}^{02} ($q = \overline{1, n_2}, n_2 = \sum_{h=1}^n r_{h2}$) (вторая партия в π^2) имеют вид:

$t_{21}^{02} = t_{21}^{n2} = \max \left\{ t_{1n_1}^{02} + \sum_{h=1}^n t_h^2 \cdot p_{h1}^1 + t_{i_1 i_2}^{2nep}; t_{21}^{01} + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot p_{h2}^1 \right\}; \quad t_{22}^{02} = \max \left\{ t_{21}^{02} + \sum_{h=1}^n t_h^2 \cdot p_{h2}^1; t_{22}^{01} + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot p_{h2}^1 \right\}; \quad \dots;$

$t_{2n_2}^{02} = \max \left\{ t_{2, n_2-1}^{02} + \sum_{h=1}^n t_h^2 \cdot p_{h2}^1; t_{2, n_2}^{01} + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot p_{h2}^1 \right\}$. Выражения для t_{3i}^{n2} и t_{3q}^{02} имеют вид:

$$t_{31}^{02} = t_{3i}^{n2} = \max \left\{ t_{2,n_2}^{02} + \sum_{h=1}^n t_h^2 \cdot p_{h2} + t_{i_2 i_3}^{2nep}; t_{31}^{01} + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot p_{h3} \right\}; \quad t_{3q}^{02} = \max \left\{ t_{3,q-1}^{02} + \sum_{h=1}^n t_h^2 \cdot p_{h3}; t_{3q}^{01} + \sum_{h=1}^n t_h^1 \cdot p_{h3} \right\}.$$

Здесь $q = 2, n_3^z, n_3^z = \sum_{h=1}^{n^z} r_{h3}$. На их основе получены обобщенные выражения для определения t_{jl}^{0l}

($q = 1, n_j, l \neq 1$) в виде:

$$t_{11}^{0l} = t_{1i}^{nl} = \max \left\{ \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{h1}; t_{11}^{0l-1} + \sum_{h=1}^n t_h^{l-1} \cdot p_{h1} \right\};$$

$$t_{j1}^{0l} = t_{ji}^{nl} = \max \left\{ t_{j-1,n_{j-1}}^{0l} + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{h,j-1} + t_{i_{j-1} i_j}^{lnep}; t_{j1}^{0l-1} + \sum_{h=1}^n t_h^{l-1} \cdot p_{hj} \right\};$$

$$t_{jq}^{0l} = \max \left\{ t_{jq-1}^{0l} + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{hj}; t_{jq}^{0l-1} + \sum_{h=1}^n t_h^{l-1} \cdot p_{hj} \right\}.$$

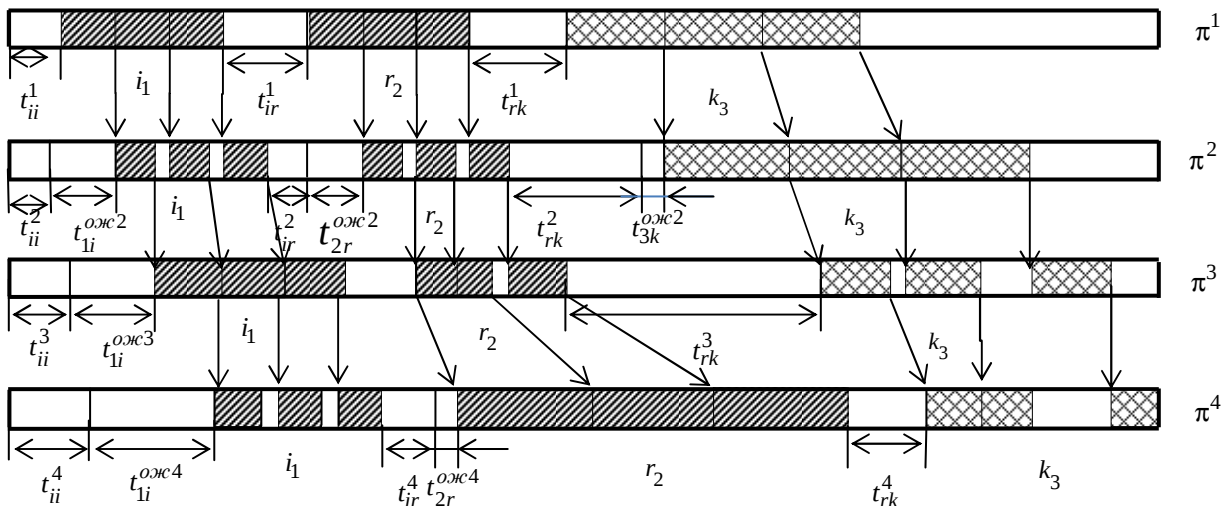


Рисунок 2 – Заданные виды последовательностей обработки партий, используемые при формировании критерия оптимизации на третьем уровне планирования

Метод формирования расписания обработки партий предполагает добавление текущей рассматриваемой партии в конец последовательностей π^l и определение эффективного местоположения партии в последовательностях. Тогда значение критерия оптимизации определяет простой приборов при обработке текущего количества партий, находящихся в последовательности (но не всех партий из группы N^z). Формирование критерия оптимизации на третьем уровне выполнено в соответствии с заданными видами последовательностей обработки партий (рисунки 1, 2). Анализ видов последовательностей позволил определить особенности идентификации интервалов времени простоя приборов:

1) малые длительности обработки требований i -го, r -го и k -го типов на приборе $l=2$ при малых длительностях его переналадки обуславливают ожидание им готовности партий к обработке и ожидание требований при их обработке внутри партии (рисунок 1, б), интервалы ожидания приборами требований при их обработке внутри партии являются одинаковыми (причина – малые длительности переналадки прибором), аналогичная ситуация – на рисунке 2, тогда порядок обработки партий будет определять: а) длительность переналадок прибором с обработки требований одного типа на обработку требований другого типа; б) длительность простоя прибором в ожидании начала обработки партий; если событие окончания переналадки является более ранним, чем окончание обработки первого требования этой партии на предшествующем приборе (рисунок 2), то интервалы ожидания готовности требований внутри партии являются равными (порядок партий будет определять одинаковые интервалы ожидания приборами требований);

2) для третьего и четвертого приборов (последовательности π^3 и π^4) при больших значениях t_{ik}^l (интервалы t_{ir}^3 , t_{rk}^3 и t_{rk}^4) наблюдаются различные интервалы времени простоя приборов (третьего и четвертого) при обработке требований внутри партий, тогда различным порядком обработки партий определяет не только различные по величине интервалы переналадки и ожидания приборами начала обработки партий, но и различные по длительности интервалы простоя приборов при обработке требований внутри партии. Тогда критерий эффективности расписания обработки партий на нижнем уровне принятия решений учитывает: а) время простоя приборов в ожидании начала обработки требований партий (с учетом интервалов наладки, переналадки и последующего ожидания); б) время простоя приборов в ожидании готовности требований при их обработке внутри партии.

Простой l -го прибора в ожидании обработки первой в π^l партии равен значению t_{11}^{ol} , тогда суммарное время простоя всех приборов системы ($l = \overline{1, L}$) в ожидании начала обработки партий в последовательностях π^l определяется выражением вида $\sum_{l=1}^L t_{11}^{ol}$. В интервал простоя l -го прибора в ожидании начала обработки партии после окончания обработки предыдущей партии входят: интервал переналадки прибора с обработки требований одного на обработку требований другого типа ($t_{i_{j-1}j}^{lпер}$), возможный ненулевой интервал ожидания прибором начала обработки партии после окончания переналадки $t_{j,i}^{ожl}$ (рисунок 2, где $t_{j,i}^{ожl}$ – время ожидания l -ым прибором начала обработки партии i -ых требований). Время простоя l -го прибора, соответствует сумме $t_{i_{j-1}j}^{lпер} + t_{j,i}^{ожl}$, его значение определяется

выражением: $t_{j-1}^{ol} - \left[t_{j-1,n_{j-1}}^{ol} + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{h,j-1} \right]$, где $j > 1$, $n_{j-1} = \sum_{h=1}^n r_{h,j-1}$ – число требований в

предшествующей в π^l партии. Суммарный простой l -го прибора в ожидании начала обработки j -ых партий ($j = \overline{2, n_p}$, где n_p – общее число партий в последовательностях π^l) определяется следующим

образом: $\sum_{j=2}^{n_p} \left\{ t_{j-1}^{ol} - \left[t_{j-1,n_{j-1}}^{ol} + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{h,j-1} \right] \right\}$. В этом случае суммарный простой всех L приборов в ожидании начала обработки партий на них определяется как

$$\sum_{l=1}^L \sum_{j=2}^{n_p} \left\{ t_{j-1}^{ol} - \left[t_{j-1,n_{j-1}}^{ol} + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{h,j-1} \right] \right\}. \quad (13)$$

Простой l -го прибора в ожидании готовности к обработке требования, занимающего q -ю позицию в j -ой партии в π^l , определяется выражением вида: $t_{jq}^{ol} - \left[t_{j,q-1}^{ol} + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{hj} \right]$. Это выражение

соответствует интервалу между двумя требованиями (в q -ой и $(q-1)$ -ой позициях) в j -ой партии в π^l . Суммарный простой l -го прибора в ожидании готовности к обработке требований j -ой партии в π^l

вычисляется: $\sum_{q=2}^{n_j} \left\{ t_{jq}^{ol} - \left[t_{j,q-1}^{ol} + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{hj} \right] \right\}$, где q – номер позиции требования в j -ой партии, n_j – число

требований в j -ой партии, $n_j = \sum_{h=1}^n r_{hj}$, тогда общий простой l -го прибора при ожидании готовности к

обработке требований внутри партий определяется выражением вида: $\sum_{j=1}^{n_p} \sum_{q=2}^{n_j} \left\{ t_{jq}^{ol} - \left[t_{j,q-1}^{ol} + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{hj} \right] \right\}$, а

суммарный простой всех приборов ($l = \overline{1, L}$) в ожидании готовности требований внутри партий вычисляется по выражению:

$$\sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^{n_p} \sum_{q=2}^{n_j} \left\{ t_{jq}^{ol} - \left[t_{j,q-1}^{ol} + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{hj} \right] \right\}. \quad (14)$$

Критерий эффективности определения последовательности обработки партий сформирован на основе формул (13), (14) с использованием выражения $\sum_{l=1}^L t_{11}^{0l}$ и введением индекса z , позволяющего

идентифицировать качество расписания для конкретной группы партий N^z , в виде:

$$\sum_{l=2}^L (t_{11}^{0l})^z + \sum_{l=1}^L \sum_{j=2}^{n_p^z} \left\{ (t_{j1}^{0l})^z - \left[(t_{j-1,n_{j-1}}^{0l})^z + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{h,j-1}^z \right] \right\} + \sum_{l=2}^L \sum_{j=1}^{n_p^z} \sum_{q=2}^{n_j^z} \left\{ (t_{jq}^{0l})^z - \left[(t_{j,q-1}^{0l})^z + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{hj}^z \right] \right\}. \quad (15)$$

Критерий на втором уровне принятия решений характеризует общую эффективность использования ресурса времени приборов системы при реализации обработки каждой группы партий N^z (критерий определяет суммарное время простоя приборов системы при обработке партий рассматриваемой группы). Так как на втором уровне определяется эффективный состав одной из групп партий, то формируемый критерий должен определять эффективность состава этой группы. Суммарное время простоя приборов при обработке партий группы N^z определяется: 1) суммой длительностей интервалов наладки приборов и возможного простоя приборов в ожидании начала обработки первого требования в первой партии в $\pi^l (t_{ii}^l + t_{ii}^{ожл})$ при $l = \overline{1, L}$, вычисляемой для всех L приборов выражением вида $\sum_{l=1}^L t_{11}^{0l}$; 2) суммой длительностей: переналадки приборов с обработки требований одного на

обработку требований другого типов, возможного простоя приборов в ожидании обработки первого в следующей в π^l партии, определяемой для L приборов выражением (13); 3) суммой длительностей интервалов времени простоя приборов в ожидании готовности требований при обработке партии внутри группы, определяемой для L приборов выражением (14); 4) суммой длительностей интервалов простоя L приборов после окончания обработки партий группы N^z в количестве n_p^z . Для определения последней из названных компонент суммарного времени простоя использованы обозначения: $t^z (z = \overline{1, Z})$ – заданная длительность интервала времени, в течение которого реализуется обработка группы партий требований различных типов (все задаваемые интервалы являются одинаковыми); n_p^z – количество партий, входящих в группу N^z (индекс последней партии в группе); $n_{n_p^z}^z$ – количество требований, входящих в последнюю в N^z партию. Тогда $(t_{n_p^z, n_{n_p^z}}^{0l})^z$ – момент времени начала обработки последнего

требования в партии с индексом n_p^z (последней партии в группе N^z), а время окончания обработки этой партии на l -ом приборе определяется выражением вида $(t_{n_p^z, n_{n_p^z}}^{0l})^z + \sum_{h=1}^{n_p^z} t_h^l \cdot p_{h, n_p^z}^z$. В этом случае время

простоя l -го прибора после окончания обработки партий группы N^z определяется выражением вида:

$(t^z - [(t_{n_p^z, n_{n_p^z}}^{0l})^z + \sum_{h=1}^{n_p^z} t_h^l \cdot p_{h, n_p^z}^z])$, а суммарный простой всех приборов системы после окончания обработки

группы партий N^z вычисляется с использованием выражения вида:

$$\sum_{l=1}^L \left\{ t^z - \left[(t_{n_p^z, n_{n_p^z}}^{0l})^z + \sum_{h=1}^{n_p^z} t_h^l \cdot p_{h, n_p^z}^z \right] \right\}. \quad (16)$$

С учетом выражений (13)–(16) критерий эффективности принятия решений по составу групп партий на втором уровне иерархии системы примет следующий вид:

$$\sum_{l=2}^L (t_{11}^{0l})^z + \sum_{l=1}^L \sum_{j=2}^{n_p^z} \left\{ (t_{j1}^{0l})^z - \left[(t_{j-1,n_{j-1}}^{0l})^z + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{h,j-1}^z \right] \right\} + \sum_{l=2}^L \sum_{j=1}^{n_p^z} \sum_{q=2}^{n_j^z} \left\{ (t_{jq}^{0l})^z - \left[(t_{j,q-1}^{0l})^z + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{hj}^z \right] \right\} + \sum_{l=1}^L \left\{ t^z - \left[(t_{n_p^z, n_{n_p^z}}^{0l})^z + \sum_{h=1}^{n_p^z} t_h^l \cdot p_{h, n_p^z}^z \right] \right\}. \quad (17)$$

Решение, формируемое для всех групп партий требований на втором уровне системы и передаваемое на первый уровень для вычисления значения критерия $f_1(\{N^{z*} | z = \overline{1, Z}\})$, имеет вид: $\{N^z | (z = \overline{1, Z})\}$, где $N^z = \{[i, m_i^z, (A)_i^z]_k | k = \overline{1, k_z}\}$, $(A)_i^z$ – вектор количества требований i -го типа в m_i^z партиях в группе N^z , k_z – количество типов требований, партии которых входят в N^z . Параметры m_i^z и вектора $(A)_i^z$, входящие в различные (k -е) наборы параметров, определяющих отдельную группу партий N^z , обозначим соответственно $[m_i^z]_k$ и $[(A)_i^z]_k$. Общее количество требований различных партий, входящих в группу N^z определяется выражением вида $\sum_{k=1}^{k_z} \sum_{u=1}^{[m_i^z]_k} [(a_u)_i^z]_k$, где u – индекс соответствующего элемента в векторе $[(A)_i^z]_k$, а общее количество требований, входящих во все группы $\{N^z | (z = \overline{1, Z})\}$, обрабатываемые в системе, определяется выражением вида $\sum_{z=1}^Z \sum_{k=1}^{k_z} \sum_{u=1}^{[m_i^z]_k} [(a_u)_i^z]_k$. Общее количество требований, которое должно быть обработано в системе, определяется выражением вида $\sum_{i=1}^n n^i$, тогда критерий принятия эффективных решений на первом уровне иерархии, соответствующий количеству необработанных требований, имеет следующий вид:

$$\sum_{i=1}^n n^i - \sum_{z=1}^Z \sum_{k=1}^{k_z} \sum_{u=1}^{[m_i^z]_k} [(a_u)_i^z]_k. \quad (18)$$

Обобщая введенные выражения для критериев, используемых при определении эффективных решений на соответствующих уровнях иерархии системы (15), (17), (18), представим модель многоуровневого программирования формирования партий, групп партий и расписаний обработки групп в виде:

– первый уровень иерархии (состав партий): $\min f_1, \quad f_1 = \sum_{i=1}^n n^i - \sum_{z=1}^Z \sum_{k=1}^{k_z} \sum_{u=1}^{[m_i^z]_k} [(a_u)_i^z]_k$;

– второй уровень иерархии (определение состава групп партий): $\min f_2$,

$$f_2 = \sum_{l=2}^L (t_{11}^{0l})^z + \sum_{l=1}^L \sum_{j=2}^{n_p^z} \left\{ (t_{jl}^{0l})^z - \left[(t_{j-1, n_{j-1}}^{0l})^z + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{h, j-1}^z \right] \right\} + \sum_{l=2}^L \sum_{j=1}^{n_p^z} \sum_{q=2}^{n_j^z} \left\{ (t_{jq}^{0l})^z - \left[(t_{j, q-1}^{0l})^z + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{hj}^z \right] \right\} + \sum_{l=1}^L \left\{ t^z - \left[(t_{n_p^z, n_{n_p^z}}^{0l})^z + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{h, n_p^z}^z \right] \right\};$$

– третий уровень иерархии (определение порядка обработки партий для группы): $\min f_3$,

$$f_3 = \sum_{l=2}^L (t_{11}^{0l})^z + \sum_{l=1}^L \sum_{j=2}^{n_p^z} \left\{ (t_{jl}^{0l})^z - \left[(t_{j-1, n_{j-1}}^{0l})^z + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{h, j-1}^z \right] \right\} + \sum_{l=2}^L \sum_{j=1}^{n_p^z} \sum_{q=2}^{n_j^z} \left\{ (t_{jq}^{0l})^z - \left[(t_{j, q-1}^{0l})^z + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{hj}^z \right] \right\};$$

– ограничение на третьем уровне иерархии для длительности реализации расписаний обработки партий группы N^z : $\max_l [(t_{n_p^z, n_{n_p^z}}^{0l})^z + \sum_{h=1}^n t_h^l \cdot p_{h, n_p^z}^z] \leq t^z$.

Выводы. Результатом выполненных исследований является сформированная многоуровневая модель построения расписаний групповой обработки партий при ограничении на время реализации выполнения операций с требованиями. Достоинством использования модели является возможность определения: 1) эффективных составов партий (количество партий и число требований в них) таких, для которых общее количество необработанных требований разных типов будет минимальное, 2) эффективных составов групп партий, обрабатываемых в течении установленных временных интервалов, для которых общая эффективность использования оборудования системы будет максимальной, 3) эффективного порядка обработки партий на приборах системы. При этом количество приборов в системе, количество групп партий, длительности обработки требований на приборах

являются произвольными (т.е. отсутствуют какие-либо начальные упрощающие условия при поиске решений).

Дальнейшие исследования должны быть направлены на разработку метода формирования комплексных расписаний групповой обработки при наличии ограничений на длительности интервалов реализации операций с партиями требований в группах, соответствующего сформированной модели.

Библиографический список использованной литературы

1. Петросян Л.А. Теория игр / Л.А. Петросян, Н.А. Зенкевич, Е.А. Семина. — М.: Высшая школа, 1999. — 300 с.
2. Гермейер Ю.Б. Игры с противоположными интересами / Ю.Б. Гермейер. — М.: Наука, 1976. — 327 с.
3. Ковалев М.М. Модели и методы календарного планирования. Курс лекций / М.М. Ковалев. — Минск: Изд-во БГУ, 2004. — 63 с.
4. Танаев В.С. Теория расписаний. Групповые технологии / В.С. Танаев, М.Я. Ковалев, Я.М. Шафранский. — Минск: Институт технической кибернетики НАН Беларуси, 1998. — 290 с.

Поступила в редакцию 03.12.2012 г.

Кротов К.В. Модель багаторівневого програмування побудови комплексних розкладів групової обробки

У роботі обґрунтовано модель багаторівневого програмування для формування ефективного складу груп партій вимог і розкладів обробки партій за наявності обмежень на тривалість інтервалів реалізації обробки груп у багатостадійній конвеєрній системі.

Ключеві слова: багаторівневе програмування, партія вимог, група партій, комплексний розклад, багатостадійна система.

Krotov K.V. Model of multi-level programming building complex schedules of group processing

In the work, we justify the model of multi-level programming for the create of the effective composition of the groups of parties of the requirements and schedule processing of parties in the presence of restrictions on the duration of the intervals implementation of the treatment of groups in multiphase conveyor system.

Keywords: model of multi-level programming, schedules of group processing, model of construction the composition of parties, order processing of parties, multiphase conveyor system.