

УДК 681.5

В.Г. Козырев, доцент, канд. техн. наук*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053.**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ТЕРМИНАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА ЭЛЕКТРОПРИВОДА**

Получено аналитическое выражение для терминальной ошибки управления скоростью электропривода. Выражение позволяет анализировать ошибку в зависимости от параметров регулятора и объекта и обоснованно выбирать параметры регулятора.

Ключевые слова: терминальное управление, динамический объект, терминальная ошибка.

Введение. Исследование процессов терминального управления [1] недостаточно полно освещает вопросы оценки терминальной ошибки. В [2] получены такие оценки для линейных динамических систем с квадратичным функционалом качества общего вида, а в [3] они применены для анализа неустойчивой системы. В данной статье эти оценки используются для определения ошибки управления скоростью электропривода. Выводится аналитическое выражение ошибки, на основе которого определяется зависимость ошибки от параметров электропривода и регулятора.

Цель исследования. Целью данного исследования является выработка практических рекомендаций по подбору параметров терминального регулятора на основе инженерных формул терминальной ошибки для случая типового динамического объекта, каковым является электропривод.

Постановка задачи. Представим объект управления в виде математической модели. Объект состоит из электродвигателя постоянного тока, управляемого входным напряжением U , и редуктора. Система описывается уравнениями:

$$U - E_a = RI$$

$$J \frac{d\Omega}{dt} = k_r M_m - C_{fr} \Omega - M_{load},$$

где U – управляющее напряжение, приложенное к якорной цепи электродвигателя (ЭД);

I – ток в якорной цепи ЭД; R и L – ее активное сопротивление и индуктивность;

$\Omega = \Omega_m / k_r$ – угловая скорость вращения выходного вала электропривода, равная угловой скорости вала двигателя Ω_m (motor), деленной на коэффициент передачи редуктора k_r ;

$J = J_m k_r^2 + J_r$ – момент инерции вала ЭД и всех вращающихся частей на валу, приведенный к выходному валу редуктора (J_m и J_r – моменты инерции вала двигателя и редуктора);

$E_a = c_e \Phi \Omega_m = C_e \Omega_m = C_e k_r \Omega$ – эдс реакции якоря (armature), пропорциональная потоку возбуждения Φ и скорости Ω_m ($C_e = c_e \Phi$ – коэффициент пропорциональности скорости);

$M_m = c_m \Phi I = C_m I$ – вращающий магнитный момент, пропорциональный потоку возбуждения и току I ($C_m = c_m \Phi$ – коэффициент пропорциональности току); $C_{fr} = C_{fr_m} k_r^2 + C_{fr_r}$ – коэффициент вязкого трения (friction) (C_{fr_m} и C_{fr_r} – коэффициенты трения валов двигателя и редуктора; малые

коэффициенты пропорциональности равны $c_e = c_m = \frac{pN \cdot 10^{-8}}{2\pi a_p}$, где p – число пар полюсов; N – число проводников якоря; a_p – число пар параллельных ветвей);

M_{load} – момент сопротивления (нагрузки) на выходном валу редуктора.

На основании предыдущих уравнений запишем уравнение вращения вала электропривода:

$$J \frac{d\Omega}{dt} = - \left(\frac{k_r^2 C_m C_e}{R} + C_{fr} \right) \Omega + \frac{k_r C_m}{R} U - M_{load}.$$

В номинальном режиме вал должен вращаться с некоторой заданной постоянной скоростью $\Omega = \Omega_{nom}$. Номинальное значение момента на валу также известно: $M_{load} = M_{load_nom}$. Из этих данных

легко найти напряжение в номинальном режиме: $U = U_{nom} = \frac{R}{C_m} \left[\left(\frac{C_m C_e}{R} + C_{fr} \right) \Omega_{nom} + M_{load_nom} \right]$.

Уравнение состояния электропривода в отклонении от номинального режима при $M_{\text{load}} = M_{\text{load_nom}}$ запишется тогда как

$$J \frac{d\omega}{dt} = - \left(\frac{k_r^2 C_m C_e}{R} + C_{fr} \right) \omega + \frac{k_r C_m}{R} u,$$

или

$$\frac{dx}{dt} = -ax + bu \quad (1)$$

где $x = \omega - \Omega_{\text{nom}}$, $u = U - U_{\text{nom}}$ – отклонения переменных состояния и управления от своих номинальных значений; $a = \frac{1}{J} \left(\frac{k_r^2 C_m C_e}{R} + C_{fr} \right)$; $b = \frac{1}{J} \frac{k_r C_m}{R}$.

Поставим задачу перевода электропривода в номинальный режим по скорости $\Omega = \Omega_{\text{nom}}$ из некоторого начального состояния со скоростью $\Omega(0) = \Omega^0$ за конечное время t_f . В терминах переменной состояния x это эквивалентно переводу из начального состояния $x(0) = \Omega - \Omega_{\text{nom}} = x^0$ в нулевое состояние $x = 0$. Качество перевода будем оценивать при помощи квадратичного функционала (критерия качества)

$$J = f x^2(t_f) + \int_0^{t_f} (q x^2 + r u^2) dt, \quad (2)$$

где коэффициенты $f > 0$, $q \geq 0$, $r > 0$ выбираются из условий обеспечения заданного качества управления. Время t_f определяется в соответствии с инженерными требованиями на скорость управления.

Для того чтобы привод не изменил достигнутую к моменту $t = t_f$ скорость $\Omega(t_f)$, управляющее напряжение $U = U(t)$ перебрасывается в этот момент в номинальное значение: $U = U_{\text{nom}}$, $t \geq t_f$ (управление $u = u(t)$ сбрасывается в ноль: $u = 0$, $t \geq t_f$). В этом случае при $\Omega(t_f) \approx \Omega_{\text{nom}}$ имеем $x(t_f) = \Omega - \Omega_{\text{nom}} \approx 0$, и для асимптотически устойчивой системы (1) ($a > 0$) $x(t)$ будет стремиться к нулю (а $\Omega(t)$ – к Ω_{nom}) при $t \rightarrow \infty$, причем по экспоненциальному закону, т.е. отклонение $\Omega(t)$ от Ω_{nom} при $t > t_f$ будет только уменьшаться.

Отклонение скорости Ω от целевого значения Ω_{nom} в конечный момент времени $t = t_f$: $x(t_f) = \Omega(t_f) - \Omega_{\text{nom}}$ называется терминальной ошибкой управления. При постановке задачи (1), (2) с требованием точного приведения электропривода в номинальный режим, т.е. с нулевой терминальной ошибкой

$$x(t_f) = 0,$$

коэффициент обратной связи закона управления будет неограниченно возрастать на правом конце промежутка времени управления (при $t \rightarrow t_f$) [1]. При этом терминальный член $\frac{1}{2} f x^2(t_f)$ в критерии качества (2) отсутствует. Однако бесконечное возрастание коэффициента нежелательно в связи с трудностью технической реализации получаемого закона управления. Поэтому более рациональным представляется требование достаточной малости терминальной ошибки с инженерной точки зрения:

$$x(t_f) \approx 0.$$

Данного условия можно добиться подбором коэффициента f терминального члена (2). При $f \rightarrow \infty$ $x(t_f) \rightarrow 0$ [2], поэтому это всегда можно сделать. Тогда в законе управления не возникает бесконечно большого коэффициента, и малость терминальной ошибки будет достигнута при ограниченном коэффициенте обратной связи контура управления.

Закон управления. Оптимальное управление для системы (1), минимизирующее функционал (2), выражается при $0 \leq t \leq t_f$ формулой [1]:

$$u = -\frac{1}{r}bK(t)x,$$

где $K(t)$ удовлетворяет скалярному уравнению Риккати

$$\frac{dK}{dt} = 2aK + sK^2 - q \quad (3)$$

с условием на правом конце времени управления

$$K(t_f) = f \quad (4)$$

(здесь $s = \frac{b^2}{r}$).

Согласно [2] решение задачи (3), (4) можно записать с помощью соотношения

$$K = P + \frac{W^2}{M + f^{-1}},$$

где функции $P = P(t)$, $W = W(t)$ и $M = M(t)$ подчиняются дифференциальным уравнениям с условиями на правом конце отрезка времени управления

$$\frac{dP}{dt} = 2aP + sP^2 - q, \quad (5)$$

$$P(t_f) = 0, \quad (6)$$

$$\frac{dW}{dt} = W(a + sP), \quad (7)$$

$$W(t_f) = 1, \quad (8)$$

$$\frac{dM}{dt} = -sW^2, \quad (9)$$

$$M(t_f) = 0. \quad (10)$$

Формула для терминальной ошибки. На основании вышеизложенного терминальная ошибка управления выразится в соответствии с [2] формулой:

$$x(t_f) \equiv \Omega(t_f) - \Omega_{\text{ном}} = \frac{W(0)}{1 + fM(0)} x^0. \quad (11)$$

Найдем величины $W(0)$ и $M(0)$. Для их определения решим сначала задачу (5), (6). При помощи подстановки

$$P = -\frac{1}{s} \cdot \frac{\dot{n}}{n} \quad (s \neq 0) \quad (12)$$

сведем ее к уравнению

$$\ddot{n} - (2a + \frac{\dot{s}}{s})\dot{n} - qsn = 0. \quad (13)$$

Решая (12), (13), легко найдем:

$$P = q \frac{e^{-d\vartheta} - e^{d\vartheta}}{(d-a)e^{-d\vartheta} + (d+a)e^{d\vartheta}},$$

где $\vartheta = t - t_f$.

Используя далее полученное выражение для $P(t)$, определим последовательно, с помощью уравнений (7) – (10), функции $W(t)$ и $M(t)$. Взяв значения $W(t)$ и $M(t)$ при $t=0$, после несложных преобразований получим окончательную формулу для терминальной ошибки (11):

$$x(t_f) = \frac{W(0)}{1 + fM(0)} x^0 = \frac{2}{(1+\beta)e^\alpha + (1-\beta)e^{-\alpha}} x^0, \quad (14)$$

где $\alpha = dt_f$, $\beta = \frac{fs+a}{d}$, $d = \sqrt{a^2 + qs}$.

При $q=0$ $d=|a|$ и

$$x(t_f) = \frac{2}{(1+\beta)e^\alpha + (1-\beta)e^{-\alpha}} x^0 = \frac{2}{\left(2 + \frac{fs}{a}\right)e^\alpha - \frac{fs}{a}e^{-\alpha}} x^0, \quad (15)$$

где в данном случае $\beta = \frac{fs}{a} + 1$, $\alpha = at_f$.

Номограммы для подбора параметров регулятора. При принятых ограничениях на значения f , q и r $\beta \geq 0$. α всегда положительно: $\alpha > 0$. Семейство графиков зависимости терминальной ошибки (15) от параметра α (alpha) при различных значениях параметра β (beta) в указанных диапазонах их изменения приведено на рисунке.

Выводы. Анализ этих графиков и формул (14) и (15) позволяет заключить, что:

1. Независимо от значений параметров объекта и регулятора терминальная ошибка всегда может быть сделана сколь угодно малой за счет увеличения времени управления t_f при $\alpha = dt_f \gg 1$.

2. На малых интервалах времени управления t_f (когда $\alpha = dt_f \ll 1$, $e^\alpha = 1 + O(\alpha)$)

$x(t_f) = \frac{1}{\beta(1+O(\alpha))} x^0$, и малость терминальной ошибки обеспечивается за счет увеличения параметра $\beta = \frac{fs+a}{d}$.

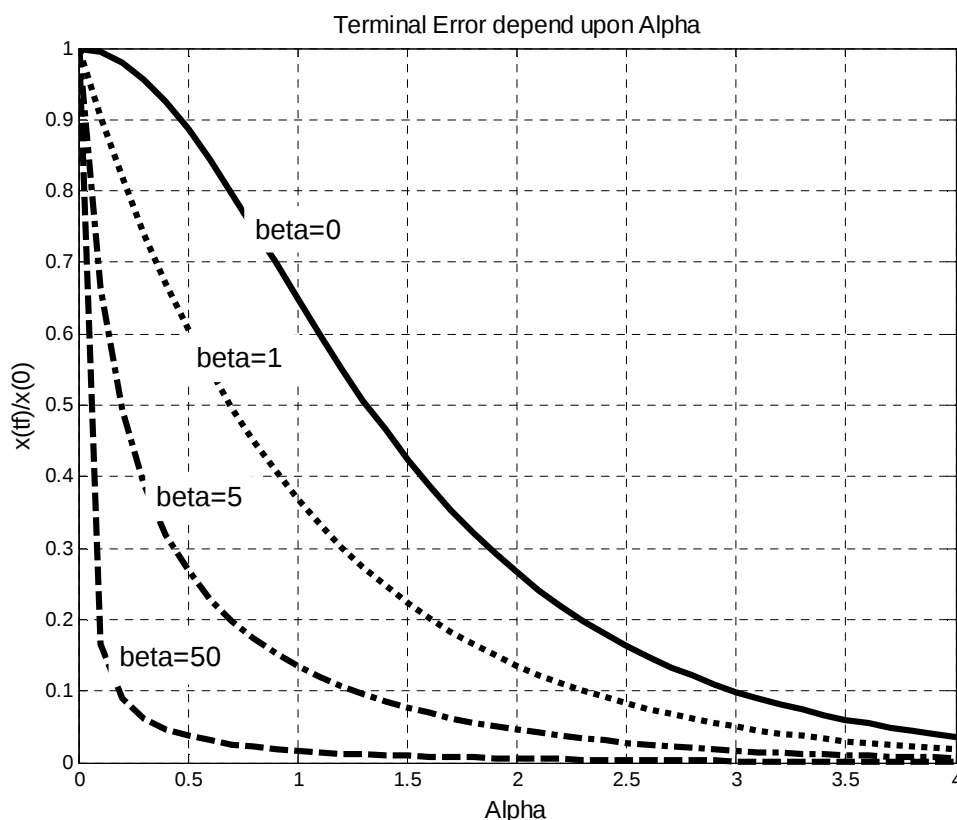


Рисунок – Зависимость относительной терминальной ошибки $x(t_f)/x(0)$ (в отношении к начальному значению $x(0) = x^0$) от параметра α (alpha) при различных значениях параметра β (beta)

Библиографический список использованной литературы

1. Квакернак Х. Линейные оптимальные системы управления / Х. Квакернак, Р. Сиван. — М.: Мир, 1977. — 650 с.

2. Козырев В.Г. Терминальная ошибка почти точного оптимального приведения в ноль / В.Г.Козырев // Динамические системы: межвед. науч. сб. — Симферополь, 2001. — Вып. 17. — С. 18–22.

3. Козырев В.Г. О терминальной ошибке управления скоростью динамического объекта / В.Г.Козырев // Динамические системы: межвед. науч. сб. — Симферополь, 2005. — Вып. 19. — С. 20–26.

Поступила в редакцию 25.02.2013 г.

Козырев В.Г. Вибір параметрів термінального регулятора електроприводу

Отримано аналітичний вираз для термінальної помилки управління швидкістю електроприводу. Вираз дозволяє аналізувати помилку залежно від параметрів регулятора об'єкта і обґрунтовано обирати параметри регулятора.

Ключові слова: термінальне управління, динамічний об'єкт, термінальна помилка.

Kozyrev V.G. Selection of parameters of the terminal regulator of the drive

An analytical expression for the terminal speed-control error. The expression allows us to analyze the error as a function of the controller parameters and the object and reasonably choose the parameters of the controller.

Keywords: terminal control, dynamic object, terminal error.