

УДК 62-503.56

Р.В. Коврыженко, аспирант*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ЖИДКОСТИ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ВАННЕ**

Рассмотрена математическая модель объекта с оптимальным регулятором температуры жидкости. На основе линейно-квадратичного критерия оптимальности найдены параметры оптимального регулятора и исследовано управление в системе визуального программирования Simulink (MATLAB).

Ключевые слова: *линейно-квадратичный регулятор, оптимальное управление, температура жидкости.*

Введение. При разработке и наладке систем регулирования температуры жидкости необходимо учитывать динамические свойства объектов регулирования. В данной статье как объект регулирования температуры исследуется гальваническая ванна. При оценке динамических характеристик ванны, необходимых для анализа настройки регуляторов, упрощенно принимают объект как последовательное соединение звена чистого запаздывания и аperiodического звена первого порядка [1]. Передаточная функция объекта запишется в виде

$$W(s) = \frac{K_p}{\tau s + 1} \exp(-sL), \quad (1)$$

где K_p — коэффициент передачи; τ — постоянная времени процесса (задается на этапе проектирования системы), зависит от объема жидкости, ее физико-химических свойств, а также теплопроводных свойств емкости, в которой осуществляется ее нагрев (в секундах); L — величина транспортной задержки.

Цель исследований — проектирование и исследование системы с обратной связью для регулирования температуры.

При синтезе регуляторов, как правило, используется модель транспортной задержки, которая дает большую погрешность на начальном участке переходной характеристики, но является достаточно простой [2].

Постановка задачи. Выбрать такое управление объектом, при котором рассматриваемая система приводится из начального состояния в нуль с обеспечением минимума функционала

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{N} \mathbf{u}(t)] dt, \quad (2)$$

где $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{N}$ — положительно определенные матрицы. В критерии (2) интеграл $\frac{1}{2} \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) dt$ является

интегральной квадратической ошибкой и характеризует качество регулирования на интервале $[0, \infty)$. Требуемое качество может варьироваться в зависимости от выбора значения матрицы $\mathbf{Q}$.

Интеграл $\frac{1}{2} \int_0^{\infty} \mathbf{u}^T(t) \mathbf{N} \mathbf{u}(t) dt$ отражает „энергию“ управления и включается в критерий для ограничения управления [3].

Требуется найти управление с обратной связью, при котором замкнутая система асимптотически устойчива и критерий оптимальности принимает минимальное значение.

Решение задачи можно записать в виде

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K} \mathbf{x}(t), \quad (3)$$

где $\mathbf{K} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}(t)$, $\mathbf{P}(t)$ — решение матричного уравнения Риккати

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t) \mathbf{A} - \mathbf{P}(t) \mathbf{B} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}(t) + \mathbf{Q} = 0.$$

Оптимальный закон регулирования принимает вид $\mathbf{u}(t) = -\mathbf{N}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}(t) \mathbf{x}(t)$.

Структурная схема замкнутой системы с линейно-квадратичным регулятором (ЛКР) в цепи обратной связи изображена на рисунке 1.

При расчете параметров оптимального регулятора в MATLAB исследуемый объект описан в пространстве состояний. Для преобразования передаточной функции (1) объекта регулирования к модели в пространстве состояний используется функция `ss` пакета Control System Toolbox (MATLAB) [4]: `sys=ss(TF)`, где `sys` — имя модели, `TF` — имя передаточной функции объекта управления. При выполнении данной функции рассчитываются матрицы модели в пространства состояний.

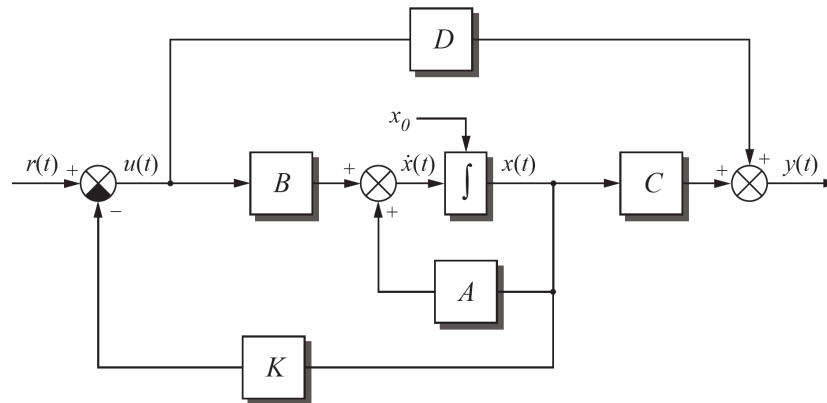


Рисунок 1 — Структурная схема замкнутой (с ЛКР) системы

На рисунке 1 приняты следующие обозначения: $r(t)$ — вход системы; $x(t)$ — переменная состояния системы и соответственно $\dot{x}(t)$ является ее первой производной; $y(t)$ — выход системы; $u(t)$ — закон управления; A, B, C, D — матрицы системы пространства состояний, K — матрица обратных связей.

Для получения решения использовалась специальная функция `lqr` пакета Control System Toolbox (MATLAB) [4]: `[K, P, e]=lqr(A, B, Q, N)`, где A, B — матрица системы и матрица управления, Q, N — описанные ранее матрицы при критерии качества (2).

При выполнении данной функции вычисляется матрица обратных связей K , матрица Риккати P и собственные значения e матрицы $A-BK$. Предполагается, что система является полностью наблюдаемой и управляемой.

В MATLAB создан m-файл с описанным ниже кодом.

В первом фрагменте программы задаются значения всех постоянных системы:

```
%-----
%Исходные данные:
Cp=4200;% (Дж/кг*К) — теплоемкость нагреваемой жидкости;
ro=1000;% (кг/м^3) — плотность жидкости;
V=1;% (м^3) — объем занимаемый жидкостью;
hi=47;% (Вт/м*К) — теплопроводность стенок ванны;
Sp=6.240;% (м^2) — общая площадь поверхности стенок ванны;
d=0.005;% (м) — толщина стенок ванны;
L=60;% (с) — временная задержка;
Res=d/(hi*Sp);% (К/Вт) — тепловое сопротивление стенок ванны;
Cap=Cp*ro*V;% (Дж/К) — теплоемкость жидкости;
tau=Res*Cap;% (с) — постоянная времени процесса.
```

```
Функции, используемые для составления модели системы в пространстве состояний:
s=tf('s');% — передаточная функция объекта регулирования;
G=1/(tau*s+1);
[num,den]=pade(L,2);% — аппроксимация Паде временной задержки;
TD=tf(num,den);% — передаточная функция временной задержки;
disp('Передаточная функция объекта регулирования:')
TF_sys=G*TD% — общая передаточная функция объекта регулирования;
disp('Модель разомкнутой системы в пространстве состояний:')
sys=ss(TF_sys)% — преобразование объекта в пространстве состояний.
```

```
Осуществляется проверка соответствия системы принципам наблюдаемости и управляемости:
size(sys)% — вывод количества входов/выходов и состояний системы;
Ob=obsv(sys.A, sys.C);% — получение матрицы наблюдаемости системы;
unob=length(sys.A)-rank(Ob);% — проверка наблюдаемости системы.
Co=ctrb(sys.A, sys.B);% — получение матрицы управляемости системы;
```

```

unco=length(sys.A)-rank(Co);% – проверка управляемости системы;
%Если система имеет ненаблюдаемые и неуправляемые элементы, то вы%полнение
программы останавливается и на экран выводится сообщение %об ошибке, если
условие ложно, тогда система считается полностью %наблюдаемой и управляемой
if unob>=1 && unco>=1
    error('Система не соответствует принципам наблюдаемости и
управляемости')
else disp('Система наблюдаема и управляема.')
end

```

После нахождения требуемых величин осуществляется расчет параметров оптимального регулятора:

```

Q=eye(3);N=1;% – матрицы при критерии качества.
disp('Параметры регулятора:')
[K,P]=lqr(sys.A,sys.B,Q,N)% – линейно-квадратичная оптимизация;
A=sys.A; B=sys.B; C=sys.C; D=sys.D;%запись матриц модели в пространстве
состояний в память, для дальнейшего использования в модели Simulink.
%-----

```

В случае регулирования температуры около некоторого значения используется звено с компенсирующим коэффициентом (N_c), который определяется с помощью функции [5]:

```

function [Nc] = lqr_compensation( A,B,C,D,K )
s = size(A,1)
Z = [zeros([1,s]) 1]
F = inv([A,B;C,D])*Z'
Nx = F(1:s)
Nu = F(1+s)
Nc=Nu + K*Nx
End

```

В результате выполнения данной программы в окне Command Window получено:
Передаточная функция объекта регулирования:

```

TF_sys =
      s^2 - 0.1 s + 0.003333
-----
71.6 s^3 + 8.16 s^2 + 0.3387 s + 0.003333
Continuous-time transfer function.

```

Модель разомкнутой системы в пространстве состояний:

```

sys =
      a =
           x1      x2      x3
x1    -0.114   -0.07568  -0.02383
x2     0.0625      0      0
x3      0      0.03125      0

      b =
           u1
x1    0.25
x2     0
x3     0

      c =
           x1      x2      x3
y1    0.05586  -0.08938  0.09534

      d =
           u1
y1     0

```

Continuous-time state-space model.

State-space model with 1 outputs, 1 inputs, and 3 states.

Система наблюдаема и управляема.

Параметры оптимального регулятора:

```

K =
      0.89777      1.249      0.9092

P =
      3.5911      4.9962      3.6368
      4.9962     29.582     21.061
      3.6368     21.061     48.958

```

здесь TF_sys — передаточная функция объекта регулирования, sys — модель объекта в пространстве состояний (выводятся матрицы a, b, c, d системы пространства состояний). Далее исследуется модель в пространстве состояний: определяется число входов, выходов и состояний объекта, а также выводится

сообщения о соответствии модели принципам наблюдаемости и управляемости. В заключении выведены параметры для построения оптимального регулятора: K — матрица обратных связей, P — матрица Риккати.

После получения параметров системы в пространстве состояний (матрицы A, B, C, D), матрицы K обратных связей оптимального регулятора, а также коэффициент компенсации N_c , построены модели разомкнутой и замкнутой (с ЛКР) системы в Simulink, изображенные на рисунке 2. При построении модели системы (рисунок 3) использовались блоки Simulink (таблица 1) [6].

Таблица 1 — Используемые блоки Simulink

Пиктограмма	Назначение	Пиктограмма	Назначение
	Задание постоянного по уровню сигнала		Построение графиков исследуемых сигналов в функции времени
	Формирование ступенчатого сигнала		Выполняет вычитание или суммирование входных сигналов
	Выполняет умножение входного сигнала на постоянный коэффициент		Выполняет вычисление суммы или вычитания текущих сигналов
	Интегрирование входного сигнала		Объединение входных сигналов в вектор

Все коэффициенты блоков “Gain” в моделях на рисунке 2 соответствуют элементам матриц A, B, C, D, K и N_c . Исследовалось поведение при входном ступенчатом единичном воздействии (функции Хевисайда), т.е. определялись переходные функции $h_1(t)$ и $h_2(t)$ (рисунок 2) соответственно для разомкнутой и замкнутой систем.

В качестве примера рассмотрено регулирование температуры при следующих требованиях к регулированию: начальная температура жидкости $T_0 = 20$ °C, требуемая температура равна $T_{set} = 50$ °C (рисунок 3) — такая температура характерна для обезжиривающего водного раствора при технологическом процессе подготовке поверхностей перед покраской [7]. Требуемая температура задается в настройках блоков Step1 и Step2, а начальная температура жидкости — соответственно в настройках Constant1 и Constant2.

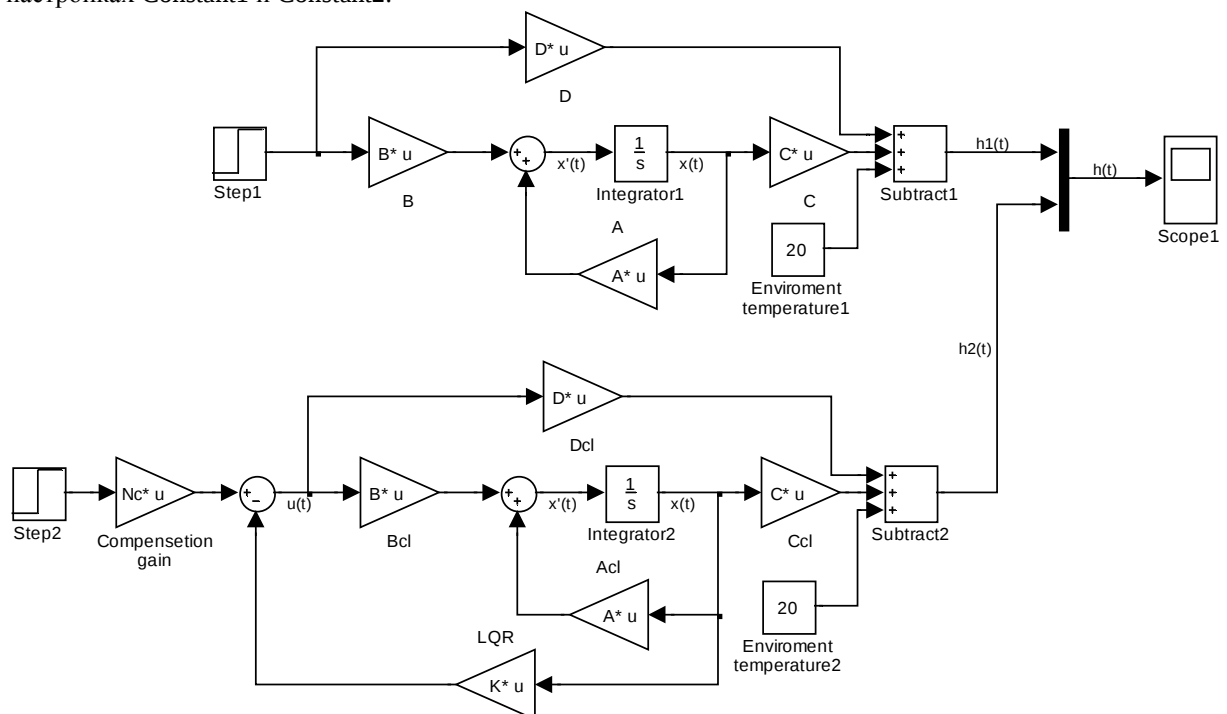


Рисунок 2 — Разомкнутая и замкнутая (с ЛКР) системы в Simulink

С помощью блока Scope получены графики зависимости температуры от времени соответственно для разомкнутой и замкнутой (с ЛКР) систем, изображенные на рисунке 3.

Графики на рисунке 3 отражают зависимости изменения температуры жидкости $T(t)$ от времени. Очевидно, что использование оптимального регулятора в цепи обратной связи позволяет добиться минимального времени достижения заданного значения температуры (в данном случае $T_{set} = 50$ °C).

Изменение констант объекта регулирования влечет за собой изменение постоянной времени τ , которая определяется как $\tau = C_p V \rho \frac{d}{S \chi}$, где C_p – теплоемкость жидкости, Дж/К; V – объем жидкости, м³; ρ – плотность жидкости, кг/м³; d – толщина стенок ванны, м; S – приведенная площадь поверхности стенок ванны, м²; χ – коэффициент теплопроводности, Вт/м·К. Таким образом, величина постоянной времени зависит от физико-химических свойств раствора, теплопроводности среды, а также от геометрических параметров ванны.

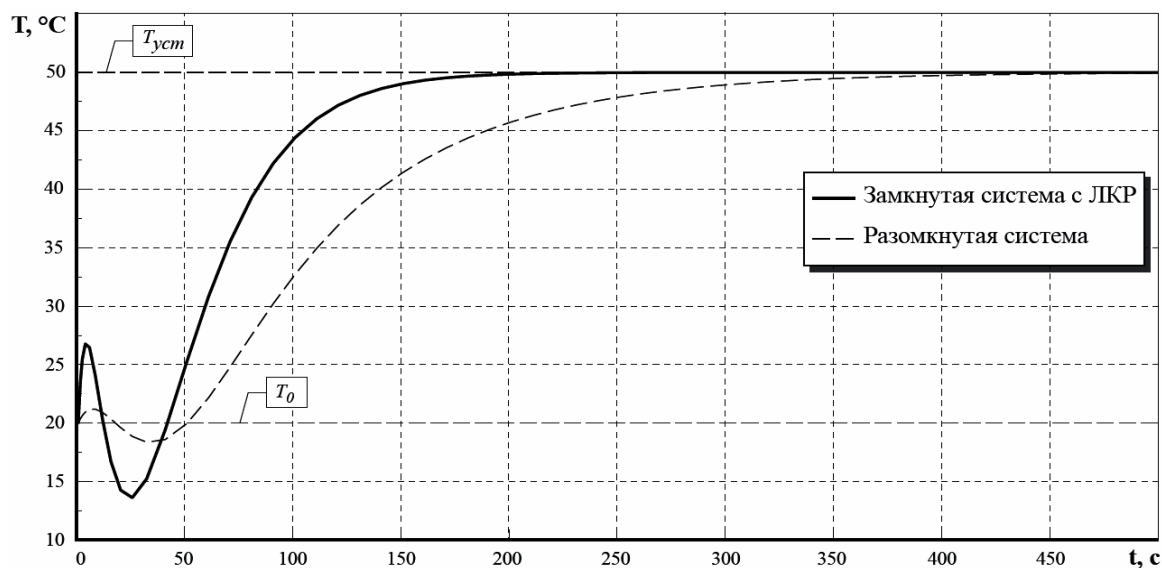


Рисунок 3 — Графические зависимости изменения температуры от времени

Чем больше величина τ , тем сложнее объект поддается регулированию, и, следовательно, медленнее протекает процесс нагревания. Данное явление продемонстрировано на рисунке 4, где изображена реакция модели замкнутой системы при изменении величины τ (исходное значение $\tau = 71,6$ с).

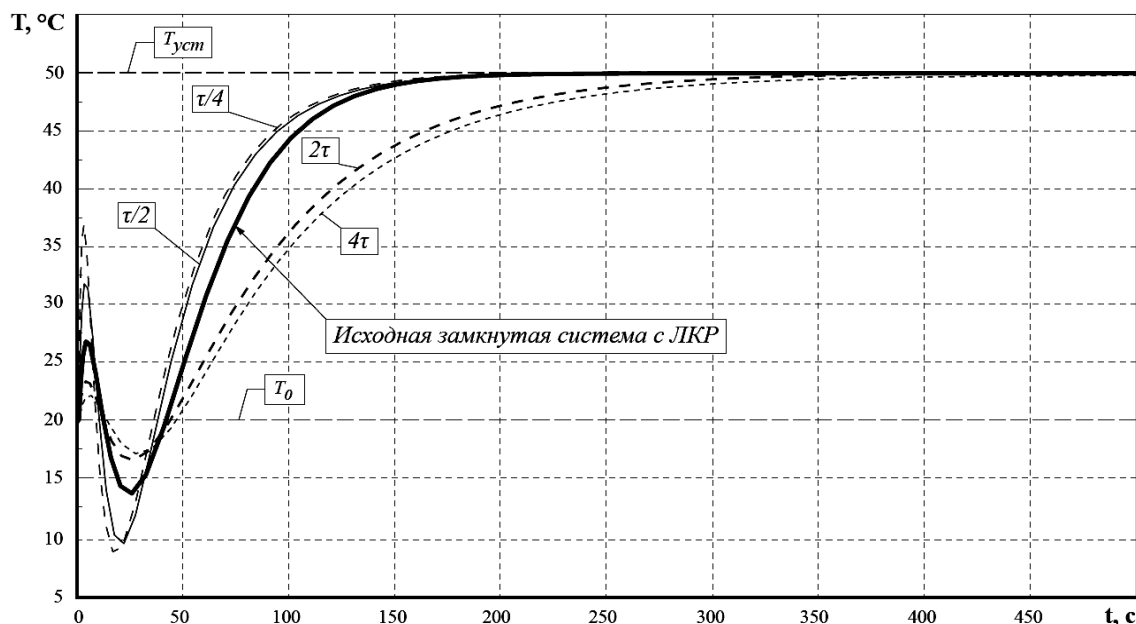


Рисунок 4 — Реакция объекта регулирования при разных значениях постоянной времени τ

На практике систему с регулятором в цепи обратной связи можно реализовать за счет введения в контур управления промышленного контроллера (рисунок 5), к информационному входу которого подключен датчик температуры (термопара или терморезистор), а сигнал управления генерируется аналоговым выходом, который подключен к управляющему устройству (нагревателю). Данный управляющий сигнал формируется с учетом полученных ранее коэффициентов, которые вводятся в память контроллера.

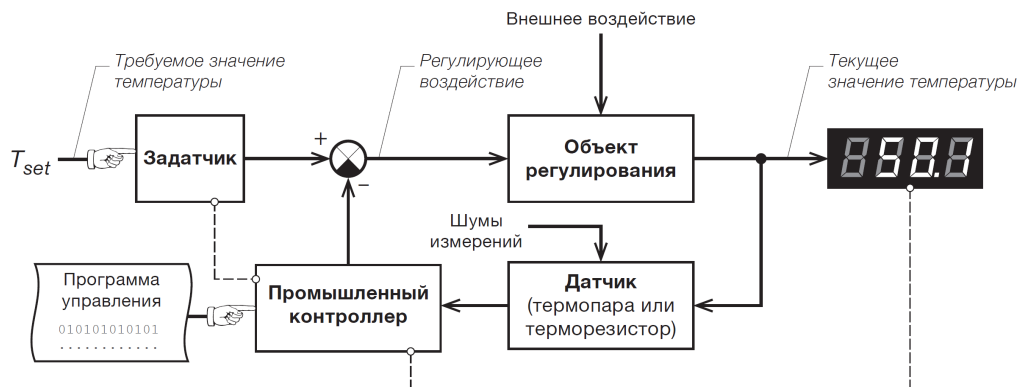


Рисунок 5 — Обобщенная структурная схема системы регулирования с обратной связью на базе промышленного контроллера

Выводы. Найденны параметри оптимального регулятора температуры для системы с обратной связью с учетом физико-химических свойств объекта регулирования с запаздыванием, с учетом теплопроводных и геометрических параметри среды ее нагрева. Разработанная модель оптимального регулятора температуры позволяет обеспечить заданное качество регулирования при минимальных энергетических затратах.

В дальнейшем предполагается проведение теоретических исследований для реальных объектов, учитывающих внешние возмущения в системе, потери тепловой энергии и другие факторы, влияющие на качество процесса регулирования.

Бібліографічний список використаної літератури

1. Гибкие автоматизированные гальванические линии: справочник / В.Л. Зубченко, В.И. Захаров, В.М. Рогов [и др.]; под общ. ред. В.Л. Зубченко. — М.: Машиностроение, 1989. — 672 с.
2. Денисенко В.В. ПИД-регуляторы: вопросы реализации // Современные технологии автоматизации. — 2008. — № 1. — С. 91–92.
3. Теория автоматического управления: учебник для вузов по спец. «Автоматика и телемеханика». В 2-х ч. Ч. II. Теория нелинейных и специальных систем автоматического управления / А.А. Воронов [и др.]; под общ. ред. А.А. Воронова. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 1986. — 504 с.
4. Перельмутер В.М. Пакеты расширения MATLAB. Control System Toolbox и Robast Control Toolbox / В.М. Перельмутер. — М.: СОЛОН-ИРЕСС, 2008. — 224 с.
5. Štěpán Ožana. Implementation of algorithms based on modern control theory in MATLAB&Simulink [Электронный ресурс]. — Электрон. текстовые данные (441 628 bytes). — VŠB-Technická Univerzita Ostrava, 2011. — Режим доступа: http://dsp.vscht.cz/konference_matlab/MATLAB11/prispevky/089_ozana.pdf Saturday, 1 December 2012 13:55:17.
6. Черных И.В. Simulink: среда создания инженерных приложений / И.В. Черных; под общ. ред. В.Г. Потемкина. — М.: ДИАЛОГ-ФИФИ, 2003. — 496 с.
7. ГОСТ 9.402-2004. Издания. Единая система защиты от коррозии старения. Покрытия лакокрасочные. Подготовка металлических изделий к окрашиванию. — Взамен ГОСТ 9.402–80; введ. 2006–01–01. — Москва: Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии Российской Федерации; М.: Стандартинформ. — 26 с. — (Составы и режимы растворов химической подготовки поверхности).

Поступила в редакцию 17.12.2012 г.

Ковриженко Р.В. Моделювання оптимального регулювання температури рідини у технологічній ванні

Розглянуто математичну модель об'єкта з оптимальним регулятором температури рідини. На основі лінійно-квадратичного критерію оптимальності знайдено параметри оптимального регулятора і досліджено управління в системі візуального програмування Simulink (MATLAB).

Ключові слова: лінійно-квадратичний регулятор, оптимальне керування, температура рідини.

Kovryzhenko R.V. Simulation of optimal temperature liquid control in the technological bath

A mathematic model of the plant with optimal controller of liquid temperature is considered. On the basis of the linear-quadratic criterion of optimality parameters of optimal controller were defined and control was studied by means of the visual programming system Simulink (MATLAB).

Keywords: linear-quadratic regulator, optimal control, liquid temperature.