

**Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный
технический университет**



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к выполнению лабораторной работы №1
«Исследование погрешностей результата вычислений
при решении задач вычислительной математики»
по дисциплине «Алгоритмы и методы вычислений»
для студентов дневной формы обучения
направления подготовки «Компьютерная инженерия»**

**Севастополь
2014**

Методические указания к выполнению лабораторной работы №1 «Исследование погрешностей результата вычислений при решении задач вычислительной математики» по дисциплине «Алгоритмы и методы вычислений» для студентов направления подготовки «Компьютерная инженерия» дневной формы обучения / Сост. Е.В. Козлова. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2014.– 16с.

Цель методических указаний – методическая помощь в самостоятельном изучении раздела «Элементы теории погрешностей» и выполнении лабораторной работы.

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры кибернетики и вычислительной техники (протокол № 11 от 25 июня 2014г.).

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методических указаний.

Рецензент: Обжерин Ю.Е., доктор технических наук, зав. кафедрой высшей математики.

Ответственный за выпуск:

Брюховецкий А.А., кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой кибернетики и вычислительной техники.

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Цель работы	3
2.	Основные теоретические положения и расчетные формулы	3
3.	Образцы выполнения заданий	4
4.	Порядок выполнения лабораторной работы	7
5.	Контрольные вопросы	7
	Библиографический список	8
	Приложение А. Образец оформления титульного листа отчета о выполнении лабораторной работы	9
	Приложение В. Варианты индивидуальных заданий для выполнения лабораторной работы	10

1. Цель работы

Овладение студентами навыками вычисления предельных абсолютной и относительной погрешностей результата вычислений и применения правил округления приближенных чисел в узком и широком смысле.

2. Основные понятия элементарной теории погрешностей

Теория погрешностей вычислений – раздел вычислительной математики, изучающий причины возникновения и способы оценки всевозможных погрешностей решения задач на ЭВМ.

Мерой точности вычислений могут служить либо предельные **абсолютные погрешности** Δx , представляющие собой разность между истинным значением величины x и ее приближенным значением $\bar{x}$:

$$\Delta x = |x - \bar{x}| \quad (1)$$

либо **предельная относительная погрешность**:

$$\delta x = \frac{\Delta x}{|\bar{x}|} \quad (2)$$

Формулы точного подсчета погрешностей имеют вид:

$$\delta(a \pm b) = \frac{a\delta_a + b\delta_b}{a \pm b};$$

$$\delta(ab) = \delta_a + \delta_b;$$

$$\delta\left(\frac{a}{b}\right) = \delta_a + \delta_b;$$

$$\delta(a^m) = m\delta_a;$$

$$\begin{aligned}
\Delta(a \pm b) &= \Delta a + \Delta b; \\
\Delta(ab) &= ab(\delta_a + \delta_b) = b\Delta a + a\Delta b; \\
\Delta\left(\frac{a}{b}\right) &= \frac{a}{b}(\delta_a + \delta_b) = \frac{b\Delta a + a\Delta b}{b^2}; \\
\Delta(a^2) &= 2a \cdot \Delta a; \\
\Delta(a^3) &= 3a^2 \cdot \Delta a; \\
&\dots \\
\Delta(a^m) &= ma^{m-1} \cdot \Delta a,
\end{aligned} \tag{3}$$

где m – рациональное число.

Здесь Δ – абсолютная погрешность приближенного числа; δ – относительная погрешность приближенного числа.

Абсолютные и относительные погрешности для приближенных вещественных чисел тесно связаны с важным понятием **верных значащих цифр**.

Если абсолютная погрешность числа x (Δx) не превышает половины единицы разряда последней цифры в записи числа x , то говорят, что у числа x все знаки **верны**. Приближенные числа следует записывать, сохраняя их и отмечая только верные знаки. При подсчете значащих цифр **не считаются нули слева**.

Например, 0,00139 имеет три верных значащих цифры.

Если число x в десятичном представлении имеет, по крайней мере, t верных значащих цифр, то его относительная погрешность $\delta(x) \leq 10^{-t}$.

Если десятичное число x имеет не более p верных значащих цифр, то его относительная погрешность $\delta(x) > 10^{-p}$.

3. Образцы выполнения заданий

Задание 1.

1.1. Определить, какое равенство точнее: $9/11 = 0,818$ или $\sqrt{18} = 4,24$.

1.2. Округлить сомнительные числа, оставив верные знаки:

а) $72,353(\pm 0,026)$ в узком смысле;

б) $2,3544$; $\delta = 0,2\%$ в широком смысле.

1.3. Найти предельные абсолютные и относительные погрешности, если они имеют только верные цифры:

а) $0,4357$ в узком смысле;

б) $12,348$ в широком смысле.

Решение задачи 1.1.

Находим значения данных выражений с большим числом десятичных знаков:

$$x_1 = 9/11 = 0,81818\dots,$$

$$x_2 = \sqrt{18} = 4,2426\dots$$

Затем вычисляем предельные абсолютные погрешности, округляя их с избытком:

$$\Delta x_1 = |0,81818 - 0,818| \leq 0,00019,$$

$$\Delta x_2 = |4,2426 - 4,24| \leq 0,0027.$$

Предельные относительные погрешности составляют:

$$\delta_1 = \frac{\Delta x_1}{x_1} = \frac{0,00019}{0,818} = 0,00024 = 0,024\%$$

$$\delta_2 = \frac{\Delta x_2}{x_2} = \frac{0,0027}{4,24} = 0,00064 = 0,064\%$$

Так как $\delta_1 < \delta_2$, то равенство $9/11 = 0,818$ является более точным.

Решение задачи 1.2 (а).

Пусть $72,353(\pm 0,026) = x$. Согласно условию, погрешность $\Delta x = 0,026 < 0,05$; это означает, что в числе 72,353 верными в узком смысле являются цифры, стоящие на следующих местах относительно десятичной запятой: **.*, то есть цифры 7, 2, и 3.

По правилам округления найдем приближенное значение числа x , сохранив десятые доли и обозначим его:

$$x_1 = 72,4; \quad \Delta x_1 = \Delta x + \Delta_{\text{округления}} = 0,026 + 0,047 = 0,073$$

Полученная погрешность больше $0,073 > 0,05$, значит нужно уменьшить число цифр в записи приближенного числа до двух:

$$x_2 = 72; \quad \Delta x_2 = \Delta x + \Delta_{\text{округления}} = 0,026 + 0,353 = 0,379.$$

Так как $\Delta x_2 < 0,5$, то обе оставшиеся цифры верны в узком смысле.

Решение задачи 1.2(б).

Пусть $x = 2,3544$; $\delta x = 0,2\%$; тогда $\Delta x = x \cdot \delta x = 0,00471$.

В данном числе верными в широком смысле являются три цифры (2, 3 и 5), поскольку $\Delta x = 0,00471 < 0,01$.

Поэтому округляем его, сохраняя эти три цифры:

$$x_1 = 2,35, \quad \Delta x_1 = 0,0044 + 0,0047 = 0,00911 < 0,01.$$

Это означает, что в округленном виде число 2,35 имеет все верные в широком смысле цифры.

Решение задачи 1.3.

(а) Так как известно, что все четыре цифры числа $x = 0,4357$ верны в узком смысле, то абсолютная погрешность этого числа **не превышает половины значащего разряда**, стоящего на пятом месте после запятой, т.е. $\Delta x = 0,00005$,

а относительная погрешность $\delta x = \frac{\Delta x}{x} = 0,000115 = 0,0115\%$.

(б) Так как все пять цифр числа $x = 12,348$ верны в широком смысле, то его погрешность **не превышает единицы последнего** (в нашем случае третьего) **значащего разряда после запятой**,

т.е. $\Delta x = 0,001$; $\delta x = \frac{\Delta x}{x} = 0,0001 = 0,01\%$.

Задание 2.

2.1. Вычислить значение выражения и определить погрешности результата.

$$x = \frac{m^2 n^3}{\sqrt{k}},$$

где $m = 28,3(\pm 0,02)$, $n = 7,45(\pm 0,01)$, $k = 0,678(\pm 0,003)$;

2.2. Вычислить значение выражения и определить погрешности результата.

$$N = \frac{(n-1)(m+n)}{(m-n)^2},$$

где $n = 3,0567(\pm 0,0001)$, $m = 5,72(\pm 0,02)$.

2.3. Вычислить значение выражения, пользуясь правилами подсчета цифр.

$$M = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right),$$

где $h = 11,8$; $R = 23,67$.

Решение задачи 2.1.

Вычислим значение исследуемого выражения :

$$m^2 = 800,9; n^3 = 413,5; \sqrt{k} = 0,8234;$$

$$x = \frac{800,9 \cdot 413,5}{0,8234} = 402200 = 4,02 \cdot 10^5.$$

Далее получим относительные погрешности операндов, входящих в выражение:

$$\delta m = \frac{0,02}{28,3} = 0,00071,$$

$$\delta n = \frac{0,01}{7,45} = 0,00134, \quad \delta k = \frac{0,003}{0,678} = 0,00443;$$

и запишем погрешность, получаемую при вычислении величины x :

$$\delta x = 2\delta m + 3\delta n + 0,5\delta k = 0,00769 = 0,77\%$$

$$\Delta x = 4,02 \cdot 10^5 \cdot 0,0077 = 3,1 \cdot 10^3$$

Результат наших вычислений выглядит так:

$$x = 4,02 \cdot 10^5 (\pm 3,1 \cdot 10^3); \quad \delta x = 0,77\%.$$

Решение задачи 2.2.

Имеем:

$$n - 1 = 2,0567(\pm 0,0001); \quad m + n = 3,057(\pm 0,0004) + 5,72(\pm 0,02) = 8,777(\pm 0,0204);$$

$$m - n = 5,72(\pm 0,02) - 3,057(\pm 0,0004) = 2,663(\pm 0,0204);$$

$$N = \frac{2,0567 \cdot 8,777}{2,663^2} 2,545 \approx 2,55;$$

$$\delta N = \frac{0,0001}{2,0567} + \frac{0,0204}{8,777} + 2 \cdot \frac{0,0204}{2,663} = 0,0177 = 1,77\%$$

$$\Delta N = 2,55 \cdot 0,0177 = 0,046.$$

Результат: $N \approx 2,55 (\pm 0,046)$; $\delta N = 1,77\%$.

Решение задачи 2.3.

Если операнды в вычисляемом выражении заданы без указания погрешностей, то предполагается, что все цифры в записи каждого операнда – **верные**. В этом случае при вычислении значения заданного выражения используется правило подсчёта цифр, которое гласит: «Если в операцию вступают операнды с одинаковым числом значащих цифр, то результат выполнения этой операции имеет такое же число значащих цифр. Если же в операцию вступают операнды с различным числом значащих цифр, то результат выполнения этой операции по точности совпадает с менее точным операндом».

Порядок вычисления выражения определяется приоритетами соответствующих операций. Округления производятся **последовательно на каждом этапе** вычислений.

Сначала находим результат вычисления выражения в скобках:

$$R - \frac{h}{3} = 23,67 - \frac{11,8}{3} = 23,67 - 3,9 = 19,8.$$

Затем продолжим вычисления с учётом поэтапно получаемых результатов: $h^2 = (11,8)^2 = 139,2$;

$$M = (3,142 \cdot 139,2) 19,8 = 437,4 \cdot 19,8 = 8660,5.$$

4. Порядок выполнения работы

1. Изучить разделы 1.2, 1.3 настоящих указаний.
2. Для варианта, выбранного из таблиц В1.1 и В.2 (Приложение В), выполнить задания 1 и 2.
3. Составить отчет о выполнении работы.

5. Контрольные вопросы

1. Что такое погрешность?
2. Каковы основные источники возникновения погрешностей?
3. Дайте определения абсолютной и относительной погрешности.
4. Что такое верная и значащая цифра в записи приближенного числа? Всегда ли верная цифра в числе совпадает со значащей цифрой?

5. Дайте определение верной цифры в широком (узком) смысле слова.
6. Как учитываются погрешности исходных данных при вычислении арифметических выражений?
7. Каковы основные правила округления результата вычислений, если погрешности операндов явно не заданы?

Библиографический список

1. Амосов А.А., Вычислительные методы для инженеров: Учебное пособие./А.А. Амосов, Ю.А.Дубинский, Н.В. Копченова. – М.: Изд-во МЭИ, 2003.–596с.
2. Бахвалов А.С. Численные методы в задачах и упражнениях. / А.С. Бахвалов. – М.: Высш. шк., 2000.–190с.
3. Бахвалов А.С. Численные методы. Учебное пособие./А.П. Жидков, Г.М. Кобельков. 4-е изд. М.-СПб.: Физматлит, Невский диалект, Лаборатория базовых знаний, 2003. – 624с.
4. Боглаев Ю.П. Вычислительная математика и программирование. / Ю.П. Боглаев. – М.: Высш. шк., 1990.–284с.
5. Волков Е.А. Численные методы./ Е.А. Волков. – М.: Наука, 1987. –248с.
6. Воробьева Г.А. Практикум по вычислительной математике. / Г.А.Воробьева, А.Н.Данилова. – М.: Высш. шк., 1990.–208с.
7. Демидович Б.П. Численные методы анализа. / Б.П.Демидович, И.А.Марон, Э.З.Шувалова. – М.: Наука, 1967.–534с.
8. Иванов В.В. Методы вычислений на ЭВМ. Справочное пособие./ В.В. Иванов. – К.: Наукова думка, 1986.–584с.
9. Самарский А.А. Задачи и упражнения по численным методам. / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич, Е.А. Самарская. – М.: Едиториал, 2003.–208с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ А Образец оформления титульного листа отчета о выполнении лабораторной работы

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра кибернетики и
вычислительной техники

ОТЧЁТ

о выполнении лабораторной работы № **x**
на тему: «**XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX**»
по дисциплине «Алгоритмы и методы вычислений»
№ варианта **xx**

Выполнил: студент(ка) гр. М-2**X d**
xxxxxxxxx x.x.

Проверила:

Севастополь
2014

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Варианты индивидуальных заданий для выполнения лабораторной работы

Задание 1.

Для данных, представленных в таблице В1.1, выполнить следующее:

1.1. Определить какое равенство точнее.

1.2. Округлить сомнительные числа, оставив верные знаки:

а) в узком смысле;

б) в широком смысле.

1.3. Найти предельные абсолютные и относительные погрешности, если они имеют только верные цифры:

а) в узком смысле;

б) в широком смысле.

Таблица В1.1.

№ вар.	Исходные данные	№ вар.	Исходные данные
1.	1.1) $\sqrt{44}=6,63; 19/41=0,463$. а) $22,553(\pm 0,016)$ 1.2) б) $2,8546; \sigma = 0,3\%$ а) $0,2387$ 1.3) б) $42,884$	2.	1.1) $7/15=0,467; \sqrt{30}=5,48$ а) $17,2834; \delta = 0,3\%$ 1.2) б) $6,4257(\pm 0,0024)$ а) $3,751;$ 1.3) б) $0,745$
3.	1.1) $\sqrt{10,5}=3,24; 4/17=0,235$ а) $34,834; \delta = 0,1\%$ 1.2) б) $0,5748(\pm 0,0034)$ а) $11,445;$ 1.3) б) $2,043$	4.	1.1) $15/7=2,14; \sqrt{10}=3,16$. 1.2) а) $2,3485(\pm 0,0042);$ б) $0,34484; \delta = 0,4\%$. 1.3) а) $2,3445;$ б) $0,745$.
5.	1.1) $6/7=0,857; \sqrt{4,8}=2,19$. 1.2) а) $5,435(\pm 0,0028);$ б) $10,8441; \delta = 0,5\%$. 1.3) а) $8,345;$ б) $0,288$.	6.	1.1) $12/11=1,091; \sqrt{6,8}=2,61$. 1.2) а) $8,24163; \delta = 0,2\%;$ б) $0,12356(\pm 0,00036)$ 1.3) а) $12,45;$ б) $3,4453$.
7.	1.1) $2/21=0,095; \sqrt{22}=4,69$. 1.2) а) $2,4543(\pm 0,0032);$ б) $24,5643; \delta = 0,1\%$. 1.3) а) $0,374;$ б) $4,348$.	8.	1.1) $23/15=1,53; \sqrt{9,8}=3,13$. 1.2) а) $23,574; \delta = 0,2\%;$ б) $8,3445(\pm 0,0022)$. 1.3) а) $20,43;$ б) $0,576$.

9.	1.1) $6/11 = 0,545$; $\sqrt{83} = 9,11$. 1.2) a) 21,68563; $\delta = 0,3\%$; b) 3,7834 ($\pm 0,0041$). 1.3) a) 41,72; b) 0,678.	10.	1.1) $17/19 = 0,895$; $\sqrt{52} = 7,21$. 1.2) a) 13,537 ($\pm 0,0026$); b) 7,521; $\delta = 0,12\%$. 1.3) a) 5,634; b) 0,0748.
11.	1.1) $21/29 = 0,723$; $\sqrt{44} = 6,63$. 1.2) a) 0,3567; $\delta = 0,042\%$; b) 13,6253 ($\pm 0,0021$). 1.3) a) 18,357; b) 2,16.	12.	1.1) $50/19 = 2,63$; $\sqrt{27} = 5,19$. 1.2) a) 1,784 ($\pm 0,0063$); b) 0,85637; $\delta = 0,21\%$. 1.3) a) 0,5746; b) 236,58.
13.	1.1) $13/17 = 0,764$; $\sqrt{31} = 5,56$. 1.2) a) 3,6878 ($\pm 0,0013$); b) 15,873; $\delta = 0,42\%$. 1.3) a) 14,862; b) 8,73.	14.	1.1) $7/22 = 0,318$; $\sqrt{13} = 3,60$. 1.2) a) 27,1548 ($\pm 0,0016$); b) 0,3945; $\delta = 0,16\%$. 1.3) a) 0,3648; b) 21,7.
15.	1.1) $17/11 = 1,545$; $\sqrt{18} = 4,24$. 1.2) a) 0,8647 ($\pm 0,0013$); b) 24,3618; $\delta = 0,22\%$. 1.3) a) 2,4516; b) 0,863.	16.	1.1) $5/3 = 1,667$; $\sqrt{38} = 6,16$. 1.2) a) 3,7542; $\delta = 0,32\%$; b) 0,98351 ($\pm 0,00042$). 1.3) a) 62,74; b) 0,389.
17.	1.1) $49/13 = 3,77$; $\sqrt{14} = 3,74$. 1.2) a) 83,736; $\delta = 0,085\%$; b) 5,6483 ($\pm 0,0017$). 1.3) a) 5,6432; b) 0,00858.	18.	1.1) $13/7 = 1,857$; $\sqrt{7} = 2,64$. 1.2) a) 2,8867; $\delta = 0,43\%$; b) 32,7486 ($\pm 0,0012$). 1.3) a) 0,0384; b) 63,745.
19.	1.1) $19/12 = 1,58$; $\sqrt{12} = 3,46$. 1.2) a) 4,88445 ($\pm 0,00052$); b) 0,096835; $\delta = 0,32\%$. 1.3) a) 12,688; b) 4,636.	20.	1.1) $51/11 = 4,64$; $\sqrt{35} = 5,91$. 1.2) a) 38,4258 ($\pm 0,0014$); b) 0,66385; $\delta = 0,34\%$. 1.3) a) 6,743; b) 0,543.
21.	1.1) $18/7 = 2,57$; $\sqrt{22} = 4,69$. 1.2) a) 0,39642 ($\pm 0,00022$); b) 46,453; $\delta = 0,15\%$. 1.3) a) 15,644; b) 6,125.	22.	1.1) $19/9 = 2,11$; $\sqrt{17} = 4,12$. 1.2) a) 5,8425; $\delta = 0,23\%$; b) 0,66385 ($\pm 0,00042$). 1.3) a) 0,3825; b) 24,6.
23.	1.1) $16/7 = 2,28$; $\sqrt{11} = 3,32$. 1.2) a) 24,3872; $\delta = 0,34\%$; b) 0,75244 ($\pm 0,00013$). 1.3) a) 16,383; b) 5,734.	24.	1.1) $20/13 = 1,54$; $\sqrt{63} = 7,94$. 1.2) a) 2,3684 ($\pm 0,0017$); b) 45,7832; $\delta = 0,18\%$. 3) a) 0,573; b) 3,6761.

Задание 2

2.1. Вычислить и определить погрешности результата вычислений выражения.

Таблица В1.2

Выражение $X = \frac{ab}{\sqrt[3]{c}}$			
№ вар	1	9	17
a	3,85(±0,01)	4,16(±0,005)	7,27(±0,01)
b	2,0435(±0,0004)	12,163(±0,002)	5,205(±0,002)
c	962,6(±0,1)	55,18(±0,01)	87,32(±0,03)
Выражение $X = \left[\frac{(a+b)c}{m-n} \right]^2$			
№ вар	2	10	18
a	4,3(±0,05)	5,2(±0,04)	2,13(±0,01)
b	17,21(±0,02)	15,32(±0,01)	22,16(±0,03)
c	8,2(±0,05)	7,5(±0,05)	6,3(±0,04)
m	12,417(±0,003)	21,823(±0,002)	16,825(±0,004)
n	8,37(±0,005)	7,56(±0,003)	8,13(±0,002)
$X = \frac{\sqrt{a \cdot b}}{c}$			
№ вар	3	11	19
a	228,6(±0,06)	315,6(±0,05)	186,7(±0,04)
b	86,4(±0,02)	72,5(±0,03)	66,6(±0,02)
c	68,7(±0,05)	53,8(±0,04)	72,3(±0,03)
Выражение $X = \frac{m^3(a+b)}{c-d}$			
№ вар	4	12	20
a	13,5(±0,02)	18,5(±0,03)	11,8(±0,02)
b	3,7(±0,02)	5,6(±0,02)	7,4(±0,03)
m	4,22(±0,004)	3,42(±0,003)	5,82(±0,005)
c	34,5(±0,02)	26,3(±0,01)	26,7(±0,03)
d	23,725(±0,005)	14,782(±0,003)	11,234(±0,004)

Выражение $X = \frac{\sqrt{ab}}{c + b^2}$			
№ вар	5	13	21
a	3,845(±0,004)	4,632(±0,003)	7,312(±0,004)
b	16,2(±0,05)	23,3(±0,04)	18,4(±0,03)
c	10,8(±0,1)	11,3(±0,06)	20,2(±0,08)
Выражение $X = \frac{(a + b)m}{(c - d)^2}$			
№ вар	6	14	22
a	2,754(±0,001)	3,236(±0,002)	4,523(±0,003)
b	11,7(±0,04)	15,8(±0,03)	10,8(±0,02)
m	0,56(±0,005)	0,64(±0,004)	0,85(±0,003)
c	10,536(±0,002)	12,415(±0,003)	9,318(±0,002)
d	6,32(±0,008)	7,18(±0,006)	4,17(±0,004)
Выражение $X = \frac{a^2b}{c}$			
№ вар	7	15	23
a	3,456(±0,002)	1,245(±0,001)	0,327(±0,005)
b	0,642(±0,0005)	0,121(±0,0002)	3,147(±0,0001)
c	7,12(±0,004)	2,34(±0,003)	1,78(±0,001)
Выражение $X = \frac{(a + b)m}{\sqrt{c - d}}$			
№ вар	8	16	24
a	23,16(±0,02)	17,41(±0,01)	32,37(±0,03)
b	8,23(±0,005)	1,27(±0,002)	2,35(±0,001)
c	145,5(±0,08)	342,3(±0,04)	128,7(±0,02)
d	28,6(±0,1)	11,7(±0,1)	27,3(±0,04)
m	0,28(±0,006)	0,71(±0,003)	0,93(±0,001)

2.2. Вычислить выражение, пользуясь правилами подсчета цифр.

Таблица В1.3

Выражение $S = \frac{h^2}{18} \cdot \frac{a^2 + 4ab + b^2}{(a + b)^2}$			
№ вар	1	9	17
h	21,1	17,8	32,5
a	22,08	32,47	27,51
b	31,11	11,42	21,78
Выражение $V = \frac{1}{6} \pi h (3a^2 + h^2)$			
№ вар	2	10	18
a	2,456	7,751	5,441
h	1,76	3,35	6,17
Выражение $a = c^2 \left(1 + \frac{2\beta}{c} + \frac{\gamma^2}{c^2} \right)$			
№ вар	3	11	19
c	2,435	7,834	4,539
β	0,15	0,21	0,34
γ	1,27	3,71	5,93
Выражение $V = \frac{1}{15} \pi h (2D^2 + Dd + 0,75d^2)$			
№ вар	4	12	20
h	84,2	76	45
D	28,3	17,2	48,3
d	42,08	9,344	32,14
Выражение $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p = (a + b + c)/2$			
№ вар	5	13	21
a	46,3	10,5	2,48
b	29,72	34,18	5,344
c	37,654	27,327	6,0218

Выражение $\gamma = \frac{\alpha b - \beta a}{b^2} - \frac{\alpha(ab - \beta a)}{b^2(b + \alpha)}$			
№ вар	6	14	22
α	5,27	7,31	3,28
β	0,0562	0,0761	0,0545
a	158,35	234,36	341,17
b	61,21	81,26	52,34
Выражение $S = \frac{h^2}{18} : \frac{a^2 + 4ab + b^2}{(a + b)^2}$			
№ вар	7	15	23
a	1,141	2,234	5,813
b	3,156	4,518	1,315
h	1,14	4,48	2,56
Выражение $M = \frac{(a + b)h^3}{4} + \frac{(a + b)h}{12}$			
№ вар	8	16	24
a	8,53	6,44	9,05
b	6,271	5,323	3,244
h	12,48	15,44	20,18

Заказ № ____ от « ____ » _____ 2014 г. Тираж ____ экз.
Изд-во СевНТУ