

Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический университет

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическим занятиям по дисциплине
«Основы теории информации и кодирования»,
Часть 1 «Вычисление информационных
характеристик систем связи»
для студентов специальности
7.091501 «Компьютерные системы и сети»
дневной и заочной форм обучения

Севастополь
2014

УДК 621.391.23

Методические указания к практическим занятиям, часть 1, по дисциплине «Основы теории информации и кодирования» для студентов специальности 7.091501 «Компьютерные системы и сети» /Сост. Щепин Ю.Н. – Севастополь, Изд-во Сев НТУ, 2014. – 24 с.

Целью методических указаний является оказание помощи студентам в освоении методов аналитических расчетов и исследований информационных характеристик систем связи.

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры кибернетики и вычислительной техники, протокол № 11 от 25.06.14г.

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методических указаний.

Рецензент Козлова Е.В., доцент кафедры кибернетики и вычислительной техники, кандидат технических наук.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Тема 1	4
1.1. Математические модели сигналов	4
1.2. Контрольные вопросы	4
1.3. Список задач	5
2. Тема 2	7
2.1. Мера неопределенности системы	7
2.2. Контрольные вопросы	7
2.3. Список задач	8
3. Тема 3	9
3.1. Энтропия сложной системы	9
3.2. Контрольные вопросы	10
3.3. Список задач	10
4. Тема 4	11
4.1. Количество информации в дискретных системах	11
4.2. Контрольные вопросы	12
4.3. Список задач	12
5. Тема 5	13
5.1. Энтропия и информация для систем с непрерывным множеством состояний	13
5.2. Контрольные вопросы	14
5.3. Список задач	14
6. Тема 6	16
6.1. Скорость передачи информации и пропускная способность канала связи	16
6.2. Контрольные вопросы	16
6.3. Список задач	17
7. Тема 7	18
7.1. Избыточность	18
7.2. Контрольные вопросы	19
7.3. Список задач	19
8. Расчетное задание	20
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	25

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания адресованы студентам очной и заочной форм обучения специальности 7.091501 «Компьютерные системы и сети», изучающим дисциплину «Теория информации и кодирования».

Необходимыми условиями успешного изучения данной дисциплины являются хорошие знания по курсам «Высшая математика» и «Теория вероятностей».

В соответствии с рабочей программой дисциплины «Теория информации и кодирования» студенты должны приобрести практические навыки примене-

ния основных положений теории информации: научиться вычислять энтропию и количество информации сложных систем, вычислять информационные потери в каналах связи с помехами, вычислять избыточности сообщений и скорости передачи информации в каналах связи, строить оптимальные коды, обнаруживать и исправлять ошибки при различных методах передачи и обработки информации (вопросы построения и исследования кодов в данных методических указаниях не рассматриваются).

Каждый раздел настоящих методических указаний содержит краткое введение, которое не исчерпывает необходимый минимум теоретических положений для успешного решения списка задач. Прежде, чем приступать к решению задач конкретного раздела, необходимо изучить соответствующие теоретические положения, пользуясь конспектом лекций и рекомендованной литературой, а также найти ответы на все предлагаемые контрольные вопросы.

1. ТЕМА 1

1.1. Математические модели сигналов

Сигнал, как средство перенесения информации в пространстве и во времени, всегда связан с материальной системой. Материальная система характеризуется своим состоянием. Два состояния системы считаются различными, если они отличаются значениями выделенных параметров. Если параметр принимает значение из дискретного множества, то сигнал считается дискретным по данному параметру. Если же множество значений параметров образует континуум, то сигнал называется непрерывным. Сигнал, дискретный по одному параметру и непрерывный по другому параметру, называют дискретно-непрерывным. Чтобы построить математическую модель сигнала, необходимо учесть следующие особенности:

- для получателя сигнал является случайным;
- сигнал правильно отражает состояние системы;
- модели дискретного и непрерывного сигналов должны быть различными.

1.2. Контрольные вопросы

1.2.1. Совокупность каких объектов составляет систему передачи информации?

1.2.2. Что понимают под сообщением и сигналом?

1.2.3. Какие модели приняты для дискретного сигнала?

1.2.4. Какие модели приняты для непрерывного сигнала?

1.2.5. Что такое вероятность события?

1.2.6. Что такое сумма событий?

1.2.7. Что такое условная вероятность?

1.2.8. Что такое произведение событий?

1.2.9. Что такое канальная матрица? Какие виды канальных матриц Вы знаете?

1.2.10. Перечислите свойства канальных матриц $p(a, b)$, $p(a/b)$, $p(b/a)$.

Примечание. Здесь и далее условимся при описании канальных матриц использовать следующие структуры:

$$p(a,b)=||p(a_i,b_j)||, \quad p(a/b)=||p(a_i/b_j)||, \quad p(b_j/a_i)=||p(b_j/a_i)||;$$

$i=1,2,\dots, n$ – номер строки;

$j=1,2,\dots, m$ – номер столбца.

1.2.11. Что понимается под функцией распределения случайной величины?

1.2.12. Что понимается под плотностью распределения случайной величины?

1.2.13. Какие числовые характеристики случайной величины Вы знаете?

1.3. Список задач

1.3.1. Какова вероятность того, что при бросании двух игральных костей сумма очков будет равна 5?

1.3.2. В урне a белых и b черных шаров. Из урны наугад вынимаются 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара будут белыми.

1.3.3. В партии из N изделий M бракованных. Из партии наугад выбирается n изделий. Определить вероятность того, что среди этих n изделий будет ровно m бракованных.

1.3.4. Известно, что в рулоне собраны все билеты, шестизначные номера которых начинаются с цифр 242. Вычислить вероятности того, что взятый наугад билет этого рулона окажется «счастливым» («счастливым» считается билет, в котором сумма первых трех цифр равна сумме вторых трех цифр).

1.3.5. Для повышения надежности устройства применен метод мажоритарного устроения. На выходе устройства формируется верный сигнал, если, по крайней мере, два из трех его элементов работают правильно. Определить вероятность правильной работы устройства, если известно, что каждый из трех элементов работает правильно с вероятностью p .

1.3.6. Производится три выстрела по мишени. Вероятности попадания при первом, втором и третьем выстрелах равны соответственно $p_1=0,4$; $p_2=0,5$; $p_3=0,7$. Найти вероятность того, что в результате трех выстрелов в мишени окажется:

(а) - ровно одна пробоина;

(б) - хотя бы одна пробоина.

1.3.7. Для предсказания случайного события A моделируется случайное событие B . Определить вероятность правильного предсказания, если вероятности событий A и B равны соответственно p и q . Найти значение q , при котором вероятность правильного предсказания максимальна.

1.3.8. Монета бросается шесть раз. Найти вероятность того, что гербов выпадет больше, чем цифр.

1.3.9. Какова вероятность того, что в последовательности n одинаковых независимых испытаний, каждое из которых с вероятностью α оканчивается успехом и с вероятностью $(1-\alpha)$ - неудачей, первый успех появляется при k -м испытании.

1.3.10. Игральная кость подбрасывается два раза. Известно, что сумма очков равна десяти. Какова вероятность того, что при этом условии один раз появляется шесть очков?

1.3.11. Имеются три одинаковые на вид урны:

- в первой урне - два белых и один черный шара,
- во второй урне – три белых и один черный шара,
- в третьей урне – два белых и два черных шара.

Некто выбирает наугад одну из урн и достает из нее один шар. Найти вероятность того, что этот шар – белый.

1.3.12. По линии связи с вероятностями $p_1=0,6$ и $p_0=0,4$ посылаются сигналы «1» и «0» соответственно. Если посылается «1», то с вероятностями $r_{11}=0,9$ и $r_{10}=0,1$ принимаются сигналы «1» и «0» соответственно. Если посылается сигнал «0», то с вероятностями $r_{01}=0,3$ и $r_{00}=0,7$ принимаются сигналы «1» и «0» соответственно.

а) Какова вероятность того, что будет принят сигнал «1»?

б) Какова условная вероятность того, что посылается сигнал «1» при условии, что принимается сигнал «1»?

1.3.13. По самолету производятся три одиночных выстрела с вероятностями попадания $p_1 = 0,4$; $p_2 = 0,5$; $p_3 = 0,7$. Вероятность вывода из строя самолета при одном попадании $q_1 = 0,2$, при двух - $q_2 = 0,6$, при трех - $q_3 = 1$.

Найти вероятность того, что в результате трех выстрелов самолет будет выведен из строя.

1.3.14. Задана канальная матрица

$$p(a, b) = \begin{vmatrix} 0,19 & 0,02 & 0,07 \\ 0,03 & 0,42 & 0,05 \\ 0,07 & 0,02 & 0,13 \end{vmatrix}.$$

Вычислить вероятности $p(a_i)$, $p(b_j)$, $p(a_i/b_j)$, $p(b_j/a_i)$, $i, j=1, 2, 3$.

1.3.15. Заданы канальная матрица

$$p(a/b) = \begin{vmatrix} 0,65 & 0,12 & 0,25 \\ 0,27 & 0,53 & 0,24 \\ 0,08 & 0,35 & 0,51 \end{vmatrix}$$

и вероятности $p(b_1)=0,57$; $p(b_2)=0,06$; $p(b_3)=0,37$.

Вычислить вероятности $p(a_i)$, $p(a_i/b_j)$, $p(b_j/a_i)$, $i, j=1, 2, 3$.

1.3.16. Заданы канальная матрица

$$p(b/a) = \begin{vmatrix} 0,62 & 0,34 & 0,04 \\ 0,02 & 0,86 & 0,12 \\ 0,08 & 0,15 & 0,77 \end{vmatrix}$$

и вероятности $p(a_1)=0,41$; $p(a_2)=0,52$; $p(a_3)=0,07$.

Вычислить вероятности $p(b_j)$, $p(a_i/b_j)$, $p(a_i/b_j)$, $i, j=1, 2, 3$.

1.3.17. Функция распределения непрерывной случайной величины X задана выражением

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -1; \\ a \cdot (1+x), & \text{если } -1 \leq x \leq 1; \\ 1, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

Вычислить:

- (а) - коэффициент a ;
- (б) - плотность распределения $f(x)$;
- (в) - вероятность того, что $0,5 \leq x \leq 0,7$.

1.3.18. Производится ряд независимых опытов до первого появления события A . Вероятность события A в каждом опыте равна p . Найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение числа опытов, которое будет произведено.

1.3.19. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение случайной величины x , равномерно распределенной в интервале $[a, b]$.

2. ТЕМА 2

2.1. Мера неопределенности системы

Понятие энтропии вводится с целью измерения степени неопределенности состояния источника (материальной системы).

Пусть задан ансамбль (2.1) событий (A, P) :

$$\begin{aligned} A &= \{a_1, a_2, \dots, a_n\} \\ P &= \{p_1, p_2, \dots, p_n\}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Энтропией ансамбля (A, P) называется функционал (2.2):

$$H(A) = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i. \quad (2.2)$$

2.2. Контрольные вопросы

2.2.1. В каких единицах измеряется неопределенность состояния системы?

2.2.2. Какие требования предъявляются к мере неопределенности состояния системы?

2.2.3. Охарактеризуйте сущность понятия энтропии.

2.2.4. Может ли энтропия дискретной системы быть отрицательной величиной?

2.2.5. Чему равна энтропия детерминированной системы?

2.2.6. Чему равна энтропия системы, имеющей n равновероятных состояний?

2.2.7. Каким образом определяется максимальное значение энтропии?

2.2.8. Что называется частной энтропией?

2.2.9. Представьте энтропию системы в виде математического ожидания частной энтропии.

2.3. Список задач

2.3.1. Символы алфавита обладают двумя качественными признаками. Какое количество сообщений можно получить, комбинируя по 3, 4, 5 и 6 элементов в сообщении?

2.3.2. а) Чему равна максимальная энтропия системы, состоящей из двух элементов, каждый из которых может быть в двух состояниях?

б) Чему равна энтропия системы, состоящей из трех элементов, каждый из которых может быть в четырех состояниях?

в) Чему равна энтропия системы, состоящей из четырех элементов, каждый из которых может быть в трех состояниях?

2.3.3. Чему равна энтропия системы, состояние которой описывается дискретной величиной X со следующим распределением вероятностей:

X_i	X_1	X_2	X_3	X_4
P_i	0,3	0,4	0,1	0,2

2.3.4. Вероятность появления события при данном количестве опытов равна p , вероятность неоявления события $q=(1-p)$. При каком значении q результат опыта будет обладать максимальной неопределенностью?

2.3.5. Для прибора Z детали из кладовой отдела комплектации доставляет конвейерная лента 1, для прибора Y - конвейерная лента 2. В комплектующие изделия прибора Z входят 10 конденсаторов, 8 резисторов и 5 транзисторов; в комплектующие изделия прибора Y входят 8 конденсаторов, 8 резисторов и 4 транзистора. Определить неопределенность появления одной из деталей на ленте.

2.3.6. Определить максимум энтропии системы, состоящей из шести элементов, каждый из которых может быть в одном из четырех состояний равновероятно.

2.3.7. Физическая система может находиться в одном из четырех состояний. Состояния системы заданы через вероятности следующим образом:

$$A = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ 0,25 & 0,25 & 0,3 & 0,2 \end{vmatrix}.$$

Определить энтропию такой системы.

2.3.8. Определить энтропию источника сообщений, если статистика распределения вероятностей появления символов на выходе источника сообщений представлена следующим образом:

$$A = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 & a_{10} \\ 0,35 & 0,035 & 0,07 & 0,15 & 0,07 & 0,07 & 0,14 & 0,035 & 0,01 & 0,07 \end{vmatrix}.$$

2.3.9. Определить энтропию системы, состоящей из двух подсистем. Первая подсистема состоит из трех элементов, каждый из которых может находиться в двух состояниях с вероятностями $p_1 = 0,6$; $p_2 = 0,4$. Вторая подсистема состоит из двух элементов, каждый из которых может находиться в трех состояниях с вероятностями $p_1 = 0,1$; $p_2 = 0,4$; $p_3 = 0,5$.

2.3.10. Определить энтропию полной многоуровневой иерархической системы, количество элементов которой на каждом уровне связано зависимостью $l_n = K^n$, где K - основание системы, а n - номер иерархического уровня. При этом считается, что корень графа, представляющего иерархическое дерево системы, расположен на нулевом уровне. Каждый элемент системы может находиться с равной вероятностью в m состояниях.

2.3.11. Чему равна энтропия системы, состоящей из k взаимонезависимых подсистем, если:

(а) каждая подсистема состоит из n элементов, каждый из которых с равной вероятностью может находиться в m состояниях;

(б) подсистема S_1 состоит из n_1 элементов, подсистема S_2 состоит из n_2 элементов и т.д., подсистема S_k состоит из n_k элементов, каждый из которых может с равной вероятностью находиться в m состояниях;

(в) каждая подсистема состоит из разного количества элементов, которые с разной вероятностью могут находиться в одном из состояний?

2.3.12. Заданы ансамбли U и V двух дискретных случайных величин U' и V' :

U'_i	0,8	0,25	0,75	0,9
$p(U'_i)$	0,25	0,25	0,25	0,25

V'_j	10	15	25	17
$p(V'_j)$	0,25	0,25	0,25	0,25

Сравните их энтропии.

3. ТЕМА 3

3.1. Энтропия сложной системы

Система, полученная объединением двух или более систем, называется сложной системой. Под объединением двух систем с возможными состояниями $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ и $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ понимается сложная система

$C=(A,B)$, состояния которой представляют собой все возможные комбинации состояний a_i, b_j систем A и B . При объединении зависимых систем энтропия сложной системы вычисляется по формуле (3.1):

$$H(A,B)=H(A)+H(B/A), \quad (3.1)$$

где $H(B/A)$ - общая (полная или средняя) условная энтропия системы B относительно системы A , она показывает среднюю неопределенность системы B при условии, что энтропия системы A известна. Если известны значения вероятностей $p(a_i), p(b_j/a_i), i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$, то условная энтропия вычисляется по формуле (3.2):

$$H(B/A) = -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(a_i) p(b_j/a_i) \log p(b_j/a_i). \quad (3.2)$$

3.2. Контрольные вопросы

- 3.2.1. Каким образом вычисляется энтропия объединения независимых систем?
- 3.2.2. Чему равна энтропия объединения k независимых систем?
- 3.2.3. Чему равна энтропия объединения k зависимых систем?
- 3.2.4. Чему равна энтропия объединения двух детерминированных систем?
- 3.2.5. Представьте формулу для вычисления условной энтропии $H(A/B)$ через вероятности соответствующих состояний систем A и B , а также через энтропии $H(A,B)$ и $H(B)$.
- 3.2.6. В каких пределах изменяются условные энтропии $H(A/B)$ и $H(B/A)$?
- 3.2.7. Каким образом вычисляются частные условные энтропии $H(A/b_j)$ и $H(B/a_i)$?
- 3.2.7. Сформулируйте теорему единственности функционала энтропии.

3.3. Список задач

- 3.3.1. В результате статистических испытаний установлено, что при передаче каждых 100 сообщений длиной по 5 символов в сообщении символ K встречается 50 раз, а символ T - 30 раз. Вместе с символом K символ T встречается 10 раз. Определить условные энтропии $H(K/T)$ и $H(T/K)$.
- 3.3.2. Определить общую условную энтропию сообщений, составленных из алфавита A,B , если вероятности появления символов в сообщении равны $p_A=0,6$; $p_B=0,4$. Условные вероятности переходов одного символа в другой равны $p(B/A)=0,15$; $p(A/B)=0,1$.
- 3.3.3. Сообщения передаются двоичным кодом.
 - В первом случае вероятности появления «0» и «1» равны, соответственно, $p_0=0,8$; $p_1=0,2$. Помехи в канале связи отсутствуют, т.е. условные вероятности переходов «0» в «1» и «1» в «0» равны нулю.
 - Во втором случае символы передаются с равными вероятностями $p_0=p_1=0,5$, однако в результате действия помех условные вероятности переходов равны $p(1/1)=0,8$; $p(1/0)=0,2$; $p(0/0)=0,8$; $p(0/1)=0,2$.
Чему равна энтропия сообщений в первом и во втором случаях?
- 3.3.4. Чему равна условная энтропия сообщений, передаваемых по каналу связи, если канальная матрица имеет вид

$$p(b/a) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} ?$$

- 3.3.5. Влияние помех в канале связи описывается следующим распределением условных вероятностей

$$p(b/a) = \begin{vmatrix} 0,98 & 0,01 & 0,01 \\ 0,15 & 0,75 & 0,1 \\ 0,3 & 0,2 & 0,5 \end{vmatrix}.$$

Вычислить полную условную энтропию сообщений, передаваемых по данному каналу связи:

а) при равновероятном появлении символов в сообщении;

б) при вероятностях $p(a_1)=0,7$; $p(a_2)=0,2$; $p(a_3)=0,1$.

3.3.6. Определить общую условную энтропию сообщений, передаваемых по каналу связи, который описывается следующей канальной матрицей

$$p(a/b) = \begin{vmatrix} 0,9 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0,05 & 0,84 & 0,01 & 0 \\ 0,03 & 0,06 & 0,98 & 0,1 \\ 0,02 & 0 & 0,01 & 0,9 \end{vmatrix};$$

$p(b_1)=0,54$; $p(b_2)=0,23$; $p(b_3)=0,15$; $p(b_4)=0,08$.

3.3.7. Составить произвольную канальную матрицу, описывающую канал связи: а) со стороны источника сообщений; б) со стороны приемника сообщений. Показать процесс определения частных и общих условных энтропий для обоих случаев.

3.3.8. Определить энтропию приемника сообщений, если задана канальная матрица

$$p(b/a) = \begin{vmatrix} 0,97 & 0,03 & 0 \\ 0,01 & 0,98 & 0,01 \\ 0 & 0,04 & 0,96 \end{vmatrix},$$

а вероятности появления символов на выходе источника сообщений равны $p(a_1)=0,5$; $p(a_2)=0,3$; $p(a_3)=0,2$.

3.3.9. Задана матрица вероятностей системы, полученной объединением двух взаимозависимых систем А и В:

$$p(A, B) = \begin{vmatrix} 0,3 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \\ 0 & 0,1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Определить полные условные энтропии $H(B/A)$ и $H(A/B)$.

3.3.10. Взаимодействие двух систем А и В описывается следующей матрицей:

$$p(A, B) = \begin{vmatrix} 0,4 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0,2 \end{vmatrix}.$$

Определить энтропии системы А и системы В.

4. ТЕМА 4

4.1. Количество информации в дискретных системах

Количество информации есть мера снятой неопределённости. Численное значение количества информации $I(A)$ о материальной системе А равно

разности между априорной $H_n(A)$ и апостериорной $H_k(A)$ энтропиями системы (4.1):

$$I(A) = H_n(A) - H_k(A). \quad (4.1)$$

Рассмотрим две системы (например (4.2), источник сигналов A и приёмник сигналов B):

$$\begin{aligned} A &= \{a_1, a_2, \dots, a_n\}, \\ B &= \{b_1, b_2, \dots, b_m\}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Знания о системе B снимают энтропию A , но не полностью, так как апостериорная энтропия $H(A/B)$ отлична от нуля (4.3):

$$I(A, B) = H(A) - H(A/B). \quad (4.3)$$

В зависимости от вида исходных данных (значений вероятностей событий) формула (4.3) может иметь различные выражения, которые достаточно легко преобразуются друг в друга. В частности, если известны значения вероятностей $p(a_i)$, $p(b_j)$ и $p(a_i, b_j)$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$, то формула (4.3) имеет вид (4.4):

$$I(A, B) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p(a_i, b_j) \log \frac{p(a_i, b_j)}{p(a_i)p(b_j)}. \quad (4.4)$$

Очевидно, в силу симметрии $I(A, B) = I(B, A)$, то есть речь идёт о полной взаимной информации, содержащейся в системах A и B . Среднее количество информации есть мера соответствия двух систем.

4.2. Контрольные вопросы

- 4.2.1. Как вычисляется количество информации по Р.Хартли?
- 4.2.2. Как вычисляется количество информации по К.Шеннону?
- 4.2.3. Как вычисляется количество информации при учёте зависимости между символами?
- 4.2.4. Напишите все известные выражения вида (4.3).
- 4.2.5. Напишите все известные выражения вида (4.4).
- 4.2.6. Представьте все известные виды частной информации и соответствующие формулы.
- 4.2.7. Перечислите свойства количества информации.
- 4.2.8. Какими свойствами обладает частная информация?

4.3. Список задач

- 4.3.1. Канал связи описан следующей канальной матрицей:

$$p(b/a) = \begin{vmatrix} 0,98 & 0,01 & 0,01 \\ 0,1 & 0,75 & 0,15 \\ 0,2 & 0,3 & 0,5 \end{vmatrix}.$$

- (1) Вычислить среднее количество информации, которое переносится одним символом сообщения, если вероятности появления символов источника сообщений равны $p(a_1) = 0,7$; $p(a_2) = 0,2$; $p(a_3) = 0,1$. Чему равны информа-

ционные потери при передаче сообщения из 400 символов алфавита a_1, a_2, a_3 ? Чему равно количество принятой информации?

(2) Оцените информационные потери и количество принятой информации, если вероятности появления символов источника сообщений равны $p(a_1) = 0,1$; $p(a_2) = 0,2$; $p(a_3) = 0,7$.

Какие выводы можно сделать, сравнивая результаты в первом и во втором случаях?

4.3.2. Чему равны информационные потери в канале связи, описанном при помощи следующей канальной матрицы:

$$p(a/b) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} ?$$

4.3.3. Определить информационные потери в канале связи, описанном следующей матрицей:

$$p(a/b) = \begin{vmatrix} 0,99 & 0,01 & 0 \\ 0,01 & 0,98 & 0 \\ 0 & 0,01 & 1 \end{vmatrix},$$

если символы алфавита встречаются в сообщениях с равной вероятностью.

4.3.4. Определить среднее количество информации, содержащейся в принятом ансамбле сообщений относительно переданного ансамбля, если сообщения составлены из алфавита А,В,С. Вероятности появления букв алфавита на выходе источника сообщений $p(A_i)=p(B_i)=0,25$; $p(C_i)=0,5$. Условные вероятности возникновения пар вида b_j/a_i следующие:

$$\begin{array}{lll} p(A/A)=0,97; & p(A/B)=0,02; & p(A/C)=0,01; \\ p(B/A)=0,015; & p(B/B)=0,97; & p(B/C)=0,01; \\ p(C/A)=0,015; & p(C/B)=0,01; & p(C/C)=0,98. \end{array}$$

Проверить правильность результата всеми известными способами.

5. ТЕМА 5

5.1. Энтропия и информация для систем с непрерывным множеством состояний

Пусть информационный признак x , характеризующий состояние материальной системы (источника), может принимать любые значения в интервале $[x_{\min}, x_{\max}]$. В этом случае система называется непрерывной. В общем случае $-\infty < x < \infty$. Система может принимать бесконечное множество состояний, вероятность каждого отдельного состояния $p(x=a)=0$. Моделью сигнала служит непрерывная случайная величина. Вероятностная мера вводится с помощью функции распределения $F(x)$, которая задаётся следующим образом:

$$F(a)=p(x<a); \quad F(-\infty)=0; \quad F(\infty)=F(x_{\max})=1.$$

Если $a_2 \geq a_1$, то $F(a_2) \geq F(a_1)$.

Наряду с функцией распределения $F(x)$ рассматривается плотность распределения (плотность вероятности)

$$f(x) = \frac{dF}{dx};$$

$$p(x \leq a \leq b) = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x)dx.$$

5.2. Контрольные вопросы

5.2.1. Какая система называется непрерывной?

5.2.2. Опишите вероятностные характеристики, представляющие непрерывную систему.

5.2.3. Чему равно значение интеграла $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$?

5.2.4. Каким образом можно непрерывную величину представить в виде дискретной величины?

5.2.5. Какой вид имеет приближенная формула вычисления энтропии непрерывной системы $H_{\Delta x}(X)$?

5.2.6. Какая энтропия называется относительной (дифференциальной, приведенной) $H^*(X)$? Что называется эталонной энтропией?

5.2.7. Представьте энтропию объединения непрерывных систем.

5.2.8. Какими свойствами обладает энтропия непрерывных систем?

5.2.9. Сформулируйте принцип экстремума энтропии.

5.2.10. Как вычисляется количество информации в непрерывных системах?

5.2.11. Как вычисляется количество информации при объединении дискретной и непрерывной систем?

5.2.12. Напишите формулу для вычисления математического ожидания $M[x]$ непрерывной случайной величины X .

5.3. Список задач

Внимание! Прежде, чем приступить к решению задач данного раздела, необходимо повторить основные положения раздела “Математический анализ” дисциплины “Высшая математика” и раздел «Распределения непрерывных случайных величин» дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика».

5.3.1. Найти энтропию системы X , характеризуемой случайной величиной x , распределенной по нормальному закону:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}.$$

Примечание – Задачи 5.3.1, 5.3.2 рекомендуется решать, исходя из того, что относительная энтропия представляет собой математическое ожидание частной энтропии.

5.3.2. Определить энтропию непрерывной случайной величины, подчиняющейся

(а) – закону равной вероятности в интервале (a,b) ;

(b) – экспоненциальному закону распределения

$$f(x) = \begin{cases} ae^{-ax} & \text{при } x \geq 0; \\ 0 & \text{при } x < 0; \end{cases} \quad (a > 0).$$

Примечание – при решении задач 5.3.2(b), 5.3.3, 5.3.4 рекомендуется использовать прием «Интегрирование по частям».

5.3.3. Найти энтропию случайной величины X , интегральный закон распределения которой имеет следующий вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0; \\ x^2, & \text{если } 0 < x \leq 1; \\ 1, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

Примечание – Будьте внимательны! В задаче 5.3.3 задана функция распределения, а не плотность распределения.

5.3.4. Определить относительную энтропию непрерывной случайной величины X с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} kx & \text{при } 0 \leq x \leq 5; \\ 0 & \text{при } x < 0, x > 5. \end{cases}$$

5.3.5. Среди всех законов распределения непрерывной случайной величины X , для которых при $x < 0$ плотность вероятности равна нулю, найти при заданном математическом ожидании $M[x]$ случайной величины X закон распределения с максимальной энтропией.

Рекомендация. Воспользуйтесь следующим свойством непрерывных случайных величин:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

и вспомните, что математическое ожидание непрерывной случайной величины

$$M[x] = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx.$$

5.3.6. По каналу связи с помехами передается параметрический сигнал x , который имеет распределение вероятностей $f_1(x)$. Условная плотность вероятности приема сигнала y , если передан сигнал x , равна $f(y/x)$. Определить количество информации, содержащееся в принятом сигнале

(a) – в общем виде;

(b) - если

$$f_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{при } a \leq x \leq b; \\ 0 & \text{при } x > b, x < a; \end{cases}$$

$$f(y/x) = \begin{cases} \frac{1}{d-c} & \text{при } c \leq y \leq d; \\ 0 & \text{при } y > d, y < c. \end{cases}$$

5.3.7. Определить количество информации, содержащееся в одном замере случайной величины X , равномерно распределенной в пределах от 0 до

256, если погрешность измерения распределена по нормальному закону и среднеквадратическое отклонение погрешности $\sigma=5$.

5.3.8. Случайная величина X распределена по нормальному закону с параметрами математического ожидания $m_x=0$ и среднеквадратического отклонения σ_x . Величина X измеряется с ошибкой Z , также распределенной по нормальному закону с параметрами m_z и σ_z . Определить, какое количество информации содержит результат измерения $Y=X+Z$.

Примечание – Эту задачу рекомендуется решать, исходя из того, что количество информации представляет собой математическое ожидание частной информации.

6. ТЕМА 6

6.1. Скорость передачи информации, пропускная способность канала связи, помехоустойчивость

Скорость R передачи информации определяется относительно состояний источника (относительно первичного алфавита) и зависит от его энтропии, скорость V_T передачи сигналов (техническая скорость передачи) - относительно вторичного алфавита. Таким образом, скорость передачи информации зависит от информационных характеристик источника сообщений, а скорость передачи сигналов – от быстродействия аппаратуры:

$$V=1/\tau \text{ символ/с;}$$

$$R=1/\tau[(H(A)-H(A/B))] \text{ бит/с,}$$

где τ - время передачи одного символа вторичного алфавита.

Пропускная способность C (или емкость канала связи) – максимальная скорость передачи информации по данному каналу связи

$$C=1/\tau[(H_{\max}-H(A/B))] \text{ бит/с.}$$

Для оценки эффективности канала связи вычисляют коэффициент использования канала

$$\eta = R/C.$$

Помехоустойчивость характеризует способность системы передавать информацию при наличии помех. К характеристикам помехоустойчивости относятся средняя вероятность ошибки $p_{\text{ош. ср.}}$ при передаче символа a_i и остаточная энтропия $H_{\text{ост.}}$

$$p_{\text{ош. ср.}} = \sum_{i=1}^n p(a_i) [1 - p(b_i / a_i)],$$

где $[1-p(b_i/a_i)]$ – вероятность неверного приёма i -го символа источника.

$$H_{\text{ост.}} = -p_{\text{ош. ср.}} \text{Log}(p_{\text{ош. ср.}}) - (1 - p_{\text{ош. ср.}}) \text{Log}(1 - p_{\text{ош. ср.}}).$$

6.2. Контрольные вопросы

6.2.1. Дайте определение канала связи.

6.2.2. Дайте определение дискретного канала связи.

6.2.3. Что представляет собой симметричный бинарный канал?

6.2.4. В чем различие между технической и информационной скоростями передачи?

6.2.5. Запишите формулы для вычисления скорости передачи информации для следующих случаев:

- источник может находиться в n равновероятных независимых состояниях равной длительности;
- источник может находиться в n неравновероятных независимых состояниях равной длительности;
- источник может находиться в n равновероятных взаимозависимых состояниях разной длительности;

6.2.6. Запишите все возможные формулы для вычисления пропускной способности канала связи для следующих случаев:

- помехи в канале связи отсутствуют;
- при наличии помех в канале связи через энтропию источника и условную энтропию;
- при наличии помех в канале связи через соответствующие вероятности;

6.2.7. Каким образом можно оценить эффективность канала связи?

6.2.8. Какой смысл имеет коэффициент использования канала?

6.2.9. Каким образом можно повысить эффективность канала связи?

6.3. Список задач

6.3.1. Сообщения составлены из шести качественных признаков. Длительность элементарной посылки τ равна 10 мс. Определить скорость передачи сигналов и скорость передачи информации.

6.3.2. Сообщения передаются взаимонезависимыми символами равной длительности $\tau=0,15$ мс, вероятности появления символов в сообщении одинаковы. Чему равна скорость передачи сигналов и скорость передачи информации для сообщений, составленных из 2, 5 и 32 качественных признаков?

6.3.3. Число символов алфавита $m=4$. Вероятности появления символов равны соответственно $p_1=0,2$; $p_2=0,35$; $p_3=0,15$; $p_4=0,3$. Длительности передачи символов $\tau_1=5$ с; $\tau_2=2$ с; $\tau_3=6$ с; $\tau_4=3$ с. Чему равна скорость передачи сообщений, составленных из этих символов?

6.3.4. Чему равна пропускная способность симметричного бинарного канала связи, передающего сообщения, построенные из алфавита A и B , если на выходе источника сообщения создаются со скоростью 50 знаков в секунду, а в канале связи помехи искажают 3% сообщений?

6.3.5. Определить пропускную способность симметричного бинарного канала, если время передачи «нуля» и «единицы» $\tau_0=\tau_1=0,1$ с, а вероятность ложного приема символа $p_{\text{л}}=0,03$.

6.3.6. Чему равна пропускная способность канала связи, в котором на выходе источника сообщений символы создаются со скоростью 20 знаков в секунду, априорные вероятности появления символов первичного алфавита равны между собой, а 7% сообщений под действием помех с равной вероятностью могут перейти в любой другой символ данного алфавита?

6.3.7. Сообщения составлены из алфавита a_1, a_2, a_3 . Вероятности появления символов алфавита $p(a_1)=0,6$; $p(a_2)=0,1$; $p(a_3)=0,3$. Помехи в канале связи заданы следующей канальной матрицей:

$$p(b/a) = \begin{vmatrix} 0,96 & 0,01 & 0,03 \\ 0,12 & 0,78 & 0,1 \\ 0,1 & 0,4 & 0,5 \end{vmatrix}.$$

Определить скорость передачи информации, если время передачи одного символа $\tau=0,015$ с.

Вычислить среднюю вероятность ошибки и остаточную энтропию, дать оценку значению остаточной энтропии.

6.3.8. Чему равна скорость передачи информации по телеграфу, если сообщения построены из букв английского алфавита, а время передачи одной буквы составляет 20 мс? При учете восьмибуквенных сочетаний энтропия английского алфавита равна 1,86 бит/символ.

6.3.9. Определить пропускную способность канала связи “в оба конца”, если канал связи описан следующей канальной матрицей:

$$p(A, B) = \begin{vmatrix} 0,37 & 0 & 0 \\ 0,15 & 0,28 & 0 \\ 0,05 & 0,05 & 0,1 \end{vmatrix}.$$

Вычислить среднюю вероятность ошибки и остаточную энтропию, дать оценку значению остаточной энтропии.

7. ТЕМА 7

7.1. Избыточность

Одним из следствий ограничений на выбор источником знаков является недоиспользование их как переносчиков информации. Известная априорная информация о вероятностях выбора отдельных знаков и их сочетаний приводит к уменьшению средней неопределенности выбора источником знака, а следовательно, и переносимого им количества информации. При равновероятном и некоррелированном выборе ту же информационную нагрузку на знак можно обеспечить, используя алфавит меньшего объема. В связи с этим говорят об избыточности алфавита n источника сообщений или просто об избыточности источника.

Мерой избыточности служит величина D , показывающая, насколько хорошо используются знаки данного источника:

$$D = \frac{H_{\max}(A) - H(A)}{H_{\max}(A)} = 1 - \frac{H(A)}{H_{\max}(A)}, \quad (7.1)$$

где $H_{\max}(A)$ – максимально возможная энтропия источника;

$H(A)$ – энтропия источника.

Величина $\mu = \frac{H(A)}{H_{\max}(A)}$ называется коэффициентом сжатия.

Информационная избыточность показывает относительную недогруженность на символ алфавита. Очевидно, абсолютная недогруженность на символ сообщений источника имеет вид: $\Delta D = H_{\max}(A) - H(A)$.

Пусть n символов сообщения содержат количество информации I . Если такое представление информации обладает избыточностью, то оно может быть представлено меньшим числом символов $n_0 < n$. В этом случае в качестве меры избыточности можно принять относительное удлинение сигнала

$$D = \frac{n - n_0}{n}. \quad (7.2)$$

При кодировании N сообщений достаточно иметь длину кодовой комбинации

$$L \geq \frac{\log_2 m_1}{\log_2 m_2}, \quad (7.3)$$

где m_1 и m_2 – качественные признаки соответственно первичного и вторичного алфавитов. В случае, если L – дробное число, его необходимо округлить до ближайшего целого, т.к. длина кода не может быть выражена дробным числом (округление производится в большую сторону). Избыточность от округления

$$D_0 = \frac{k - \varphi}{k}, \quad (7.4)$$

где $\varphi = \frac{\log_2 m_1}{\log_2 m_2}$,

k – округленное до ближайшего целого числа значение φ .

7.2. Контрольные вопросы

- 7.2.1. Что понимают под избыточностью источника сообщений?
- 7.2.2. Каковы причины избыточности в сообщении?
- 7.2.3. Является ли избыточность величиной, имеющей размерность?
- 7.2.4. Какую размерность имеет абсолютная недогруженность?
- 7.2.5. Являются ли относительная недогруженность и коэффициент сжатия величинами, имеющими размерность?
- 7.2.6. Запишите выражение для избыточности, обусловленной неравновероятным появлением символов.
- 7.2.7. Запишите выражение для избыточности, вызванной статистической связью между символами.
- 7.2.8. Запишите выражение для полной информационной избыточности.
- 7.2.9. Приведите конкретный пример избыточности от округления.
- 7.2.9. Каким образом можно уменьшить избыточность источника сообщений?

7.3. Список задач

- 7.3.1. Сообщения состояются из алфавита А, В, С, D, Е. Вероятности появления букв алфавита в текстах равны соответственно $p_A=0,15$, $p_B=0,35$, $p_C=0,18$, $p_D=0,23$, $p_E=0,09$. Найти избыточность сообщений, составленных из данного алфавита.

7.3.2. Определить избыточность сообщений, построенных из алфавита со следующим распределением вероятностей появления символов в сообщениях:

$p_A=0,1$, $p_B=0,05$, $p_C=0,16$, $p_D=0,3$, $p_E=0,07$, $p_F=0,15$, $p_G=0,05$, $p_H=0,07$, $p_I=0,05$.

7.3.3. Вероятности появления букв первичного алфавита на выходе источника сообщений равны: $p_a=0,01$, $p_b=0,32$, $p_c=0,05$, $p_d=0,15$, $p_e=0,01$, $p_f=0,18$, $p_g=0,17$, $p_h=0,11$. Определить энтропию, коэффициент сжатия, избыточность и недогруженность символов сообщений, построенных из данного алфавита.

7.3.4. Определить среднюю избыточность на 200-буквенный текст, построенный из алфавита А, В, С, D со следующим распределением вероятностей:

$p_A=0,1$, $p_B=0,23$, $p_C=0,41$, $p_D=0,26$.

7.3.5. Определить общую и частную избыточности некоторого восьмибуквенного алфавита, если известно, что с учетом неравновероятности распределения символов его энтропия равна $H'=2,7$ бит/символ, а с учетом взаимозависимости букв энтропия этого алфавита уменьшается на 0,25 бит/символ.

Внимание! При решении задачи 7.3.5 учтите, что если вычислить избыточность D_p , обусловленную неравновероятным распределением символов в сообщении, избыточность D_s , вызванную статистической связью между символами, то общая избыточность вычисляется согласно (7.5):

$$D=D_p+D_s-D_pD_s. \quad (7.5)$$

7.3.6. Передаются текстовые сообщения, первичный алфавит которых содержит m_1 качественных признаков, общее количество передаваемых сигналов – n_1 .

Эти сообщения кодируются некоторым вторичным алфавитом m_2 , в принятых сообщениях содержится n_2 символов. Определить избыточность от округления данных текстовых сообщений. Проиллюстрируйте полученный результат конкретными цифровыми исходными данными.

Внимание! При решении задачи 7.3.6 необходимо учесть, что при любом виде кодирования количество информации в сообщении не может возрасть.

8. РАСЧЕТНОЕ ЗАДАНИЕ

Тема: Вычисление информационных характеристик сложных систем.

Необходимо выполнить индивидуальное задание, номер варианта которого определяется номером фамилии студента в списке академической группы.

В таблице 8.1 представлены варианты исходных данных:

- одна из канальных матриц размером $n \times n$ дискретной системы (А, В), полученная в результате передачи сообщений от источника А к приёмнику В;
- T - время передачи одного символа вторичного алфавита.

8.1. В процессе выполнения задания требуется вычислить следующие характеристики сложной системы (А, В):

не представленные в задании вероятности исходных систем $p(a_i)$, $p(b_j)$, вероятности сложных систем $p(a_i, b_j)$, $p(a_i/b_j)$, $p(b_j/a_i)$ для всех $i=\overline{1, n}$, $j=\overline{1, n}$;

энтропии $H(A)$, $H(B)$ каждой из систем А и В;

энтропию $H(A, B)$ системы (А, В);

частные условные энтропии $H(A/b_j)$, $H(B/a_i)$;

полные условные энтропии $H(A/B)$, $H(B/A)$;

частную информацию $I(a_i, b_j)$, $i=\overline{1, n}$, $j=\overline{1, n}$, частную информацию $I(A, b_j)$ и полную взаимную информацию $I(A, B)$.

8.2. Произвести проверку результатов п.8.1 по всем известным контрольным соотношениям.

8.3. Вычислить погрешности вычислений по итогам выполнения п.п.8.1 - 8.2.

8.4. Вычисления значений вероятностей производить с точностью до третьего знака после запятой, значения прочих характеристик вычислять с точностью до четвертого знака после запятой.

8.5. Вычислить скорость передачи информации $R=1/\tau [H(A)-H(A/B)]$ бит/с, скорость передачи сигналов $V=1/\tau$ символов/с и пропускную способность канала связи $C=1/\tau [H_{\max}(A)-H(A/B)]$ бит/с.

8.6. Вычислить избыточность сообщений источника A .

8.7. Вычислить среднюю вероятность ошибки и остаточную энтропию.

8.8. Провести анализ результатов и сделать выводы.

8.9. Оформить пояснительную записку с соблюдением требований государственных стандартов на листах формата А4 (записи производить с одной стороны листа), включающую следующие обязательные разделы:

- титульный лист;
- содержание;
- уточненная для конкретного варианта постановка задачи;
- ход выполнения задания;
- анализ результатов;
- заключение;
- библиография.

При оформлении пояснительной записки необходимо соблюдать следующие требования:

- при вычислениях информационных характеристик приводить ссылки на нумерованные формулы в общем виде; представлять подстановку в формулы конкретных исходных данных, все промежуточные и окончательные результаты; итоговые значения характеристик должны обозначаться соответствующими размерностями;
- при использовании заимствованных материалов делать ссылки на соответствующие библиографические источники;
- процесс вычисления должен сопровождаться содержательными комментариями;
- содержание раздела «Заключение» должно быть конкретным, включать оценки источника сообщений и канала связи и при необходимости – предложения по повышению эффективности рассматриваемой системы связи.

Таблица 8.1 – Варианты исходных данных

№ вари- анта	n	τ мс	Матрица			
1	3	0,003	$p(a,b)=$	0,400 0,080 0,010 0,010 0,270 0,015 0,020 0,030 0,165		
2	3	0,1	$p(b/a)=$	0,967 0,032 0,001 0,001 0,666 0,333 0,231 0,257 0,512	$p(a)=$	0,510 0,100 0,390
3	4	0,25	$p(a/b)=$	0,630 0,190 0,150 0,300 0,120 0,500 0,100 0,300 0 0 0,750 0 0,250 0,310 0 0,400	$p(b)=$	0,510 0,570 0,050 0,165
4	3	0,01	$p(a,b)=$	0,160 0,010 0,020 0,040 0,260 0,090 0,050 0 0,370		
5	3	0,15	$p(b/a)=$	0,620 0 0 0,380 0,230 0,430 0,070 0,270 0 0,270 0,730 0 0 0 0 1	$p(a)=$	0,410 0,090 0,320 0,180
6	3	0,03	$p(a/b)=$	0,340 0,050 0,230 0,330 0,650 0,160 0,330 0,300 0,610	$p(b)=$	0,060 0,210 0,730
7	3	0,02	$p(a,b)=$	0,250 0,100 0,120 0,020 0,190 0,050 0,020 0,030 0,220		
8	3	0,025	$p(b/a)=$	0,580 0,210 0,210 0,110 0,840 0,050 0 0,03 0,970	$p(a)=$	0,190 0,190 0,620
9	3	0,0001	$p(b/a)=$	0,816 0,163 0,021 0,034 0,915 0,051 0,093 0,139 0,768	$p(a)=$	0,215 0,295 0,490
10	3	0,04	$p(a,b)=$	0,299 0,009 0,002 0,003 0,199 0,099 0,090 0,100 0,199		

Продолжение таблицы 8.1

20	3	0,025	$p(a/b)=$	<table><tr><td>0,640</td><td>0,040</td><td>0,040</td></tr><tr><td>0,160</td><td>0,960</td><td>0,190</td></tr><tr><td>0,200</td><td>0</td><td>0,770</td></tr></table>	0,640	0,040	0,040	0,160	0,960	0,190	0,200	0	0,770	;								
0,640	0,040	0,040																				
0,160	0,960	0,190																				
0,200	0	0,770																				
			$p(b)=$	<table><tr><td>0,300</td><td>0,308</td><td>0,392</td></tr></table>	0,300	0,308	0,392															
0,300	0,308	0,392																				
21	4	0,016	$p(a,b)=$	<table><tr><td>0,250</td><td>0</td><td>0</td><td>0,160</td></tr><tr><td>0,020</td><td>0,040</td><td>0,010</td><td>0,020</td></tr><tr><td>0</td><td>0,090</td><td>0,230</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0,180</td></tr></table>	0,250	0	0	0,160	0,020	0,040	0,010	0,020	0	0,090	0,230	0	0	0	0	0,180		
0,250	0	0	0,160																			
0,020	0,040	0,010	0,020																			
0	0,090	0,230	0																			
0	0	0	0,180																			
22	3	0,002	$p(b/a)=$	<table><tr><td>0,100</td><td>0,050</td><td>0,850</td></tr><tr><td>0,070</td><td>0,500</td><td>0,430</td></tr><tr><td>0,040</td><td>0,110</td><td>0,850</td></tr></table>	0,100	0,050	0,850	0,070	0,500	0,430	0,040	0,110	0,850	;	$p(a)=$ <table><tr><td>0,200</td></tr><tr><td>0,280</td></tr><tr><td>0,520</td></tr></table>	0,200	0,280	0,520				
0,100	0,050	0,850																				
0,070	0,500	0,430																				
0,040	0,110	0,850																				
0,200																						
0,280																						
0,520																						
23	3	0,3	$p(a/b)=$	<table><tr><td>0,860</td><td>0,310</td><td>0,310</td></tr><tr><td>0,070</td><td>0,590</td><td>0,130</td></tr><tr><td>0,070</td><td>0,090</td><td>0,560</td></tr></table>	0,860	0,310	0,310	0,070	0,590	0,130	0,070	0,090	0,560	;								
0,860	0,310	0,310																				
0,070	0,590	0,130																				
0,070	0,090	0,560																				
			$p(b)=$	<table><tr><td>0,290</td><td>0,320</td><td>0,390</td></tr></table>	0,290	0,320	0,390															
0,290	0,320	0,390																				
24	3	0,04	$p(a,b)=$	<table><tr><td>0,110</td><td>0,040</td><td>0,040</td></tr><tr><td>0,020</td><td>0,160</td><td>0,010</td></tr><tr><td>0</td><td>0,002</td><td>0,600</td></tr></table>	0,110	0,040	0,040	0,020	0,160	0,010	0	0,002	0,600									
0,110	0,040	0,040																				
0,020	0,160	0,010																				
0	0,002	0,600																				
25	3	0,05	$p(b/a)=$	<table><tr><td>0,740</td><td>0,260</td><td>0</td></tr><tr><td>0,090</td><td>0,680</td><td>0,230</td></tr><tr><td>0,150</td><td>0,060</td><td>0,790</td></tr></table>	0,740	0,260	0	0,090	0,680	0,230	0,150	0,060	0,790	;	$p(a)=$ <table><tr><td>0,770</td></tr><tr><td>0,180</td></tr><tr><td>0,050</td></tr></table>	0,770	0,180	0,050				
0,740	0,260	0																				
0,090	0,680	0,230																				
0,150	0,060	0,790																				
0,770																						
0,180																						
0,050																						
26	3	0,0014	$p(a,b)=$	<table><tr><td>0,240</td><td>0,080</td><td>0,010</td></tr><tr><td>0,010</td><td>0,430</td><td>0,015</td></tr><tr><td>0,020</td><td>0,030</td><td>0,165</td></tr></table>	0,240	0,080	0,010	0,010	0,430	0,015	0,020	0,030	0,165									
0,240	0,080	0,010																				
0,010	0,430	0,015																				
0,020	0,030	0,165																				
27	3	0,007	$p(b/a)=$	<table><tr><td>0,967</td><td>0,032</td><td>0,001</td></tr><tr><td>0,001</td><td>0,666</td><td>0,333</td></tr><tr><td>0,231</td><td>0,257</td><td>0,512</td></tr></table>	0,967	0,032	0,001	0,001	0,666	0,333	0,231	0,257	0,512	;	$p(a)=$ <table><tr><td>0,310</td></tr><tr><td>0,300</td></tr><tr><td>0,390</td></tr></table>	0,310	0,300	0,390				
0,967	0,032	0,001																				
0,001	0,666	0,333																				
0,231	0,257	0,512																				
0,310																						
0,300																						
0,390																						
28	3	0,0065	$p(a/b)=$	<table><tr><td>0,875</td><td>0,119</td><td>0,056</td></tr><tr><td>0,025</td><td>0,690</td><td>0,111</td></tr><tr><td>0,100</td><td>0,191</td><td>0,833</td></tr></table>	0,875	0,119	0,056	0,025	0,690	0,111	0,100	0,191	0,833	;								
0,875	0,119	0,056																				
0,025	0,690	0,111																				
0,100	0,191	0,833																				
			$p(b)=$	<table><tr><td>0,400</td><td>0,420</td><td>0,180</td></tr></table>	0,400	0,420	0,180															
0,400	0,420	0,180																				
29	3	0,0004	$p(a,b)=$	<table><tr><td>0,050</td><td>0,050</td><td>0,200</td></tr><tr><td>0,100</td><td>0,200</td><td>0,041</td></tr><tr><td>0,100</td><td>0,200</td><td>0,059</td></tr></table>	0,050	0,050	0,200	0,100	0,200	0,041	0,100	0,200	0,059									
0,050	0,050	0,200																				
0,100	0,200	0,041																				
0,100	0,200	0,059																				

Продолжение таблицы 8.1

30	3	0,0013	$p(b/a)=$	<table><tr><td>0,192</td><td>0,615</td><td>0,193</td></tr><tr><td>0</td><td>0,667</td><td>0,333</td></tr><tr><td>0,318</td><td>0,023</td><td>0,659</td></tr></table>	0,192	0,615	0,193	0	0,667	0,333	0,318	0,023	0,659	;	$p(a)=$	<table><tr><td>0,260</td></tr><tr><td>0,300</td></tr><tr><td>0,440</td></tr></table>	0,260	0,300	0,440
0,192	0,615	0,193																	
0	0,667	0,333																	
0,318	0,023	0,659																	
0,260																			
0,300																			
0,440																			

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дмитриев В.И. Прикладная теория информации/В.И.Дмитриев.- М.: Высшая школа, 1989.-320с.
2. Тарасенко Ф.П. Введение в курс теории информации/Ф.П.Тарасенко.- Томск: Изд-во Томского университета, 1963.-240с.
3. Цымбал В.П. Задачник по теории информации и кодированию/В.П.Цымбал.- К.: Вища шк., 1976.-276с.
4. Цымбал В.П.Теория информации и кодирование/В.П.Цымбал.- К.: Вища шк., 1992.-261с.
5. Цымбал В.П., Информационные системы и структуры данных/В.П.Цымбал, С.П.Куценко.- К.: Вища шк., 1980.-238с.