

УДК 378.147:681.3.378:00

А.И. Бохонский, Н.И. Варминская

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ КОМПЬЮТЕРНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

В недалеком прошлом и сейчас возникают споры, как наилучшим образом использовать компьютеры. Оптимальный ответ – максимально! Однако это не значит, что необходимо постоянно сидеть за компьютером, особенно с целью «скачать» информацию из Interneta. Без чувства меры любое благо превращается в свою противоположность. Идеи, как следствие воображения и интуиции, остаются прерогативой Человека.

Искусство быть мудрым состоит в умении знать, на что не следует обращать внимание.

Джемс

Какие пути использования современной компьютерной техники наиболее эффективные? Какие знания и в каком объеме необходимы для решения задач на ЭВМ? Какова истинная роль компьютера в образовании? Эти и некоторые другие вопросы частично рассматриваются в данной статье.

Прагматический интеллект (*intelligo* – понимаю), как естественная необходимость в рыночной экономике, развивается и совершенствуется в том числе благодаря решению задач математики, информатики, физики и других наук с привлечением компьютерной (теперь уже можно с уверенностью сказать – интеллектуальной) техники. Подлинная наука включает цепь задач, уже решенных и еще требующих своего решения. Поэтому сосредоточение внимания на методике решения задач (по математике, информатике, физике, теоретической и прикладной механике) должно обеспечить преимущество (!) нашей высшей школы перед другими.

Необходимо постоянно искать пути наиболее эффективного использования непрерывно возрастающего интеллектуального и техничного ресурса компьютерной техники.

В [1] обращено внимание на эффективное использование систем аналитических вычислений (САВ) при решении нелинейных дифференциальных уравнений; показано, что системы компьютерной алгебры (или САВ) позволяют создавать программы, реализующие приближенные аналитические методы решения нелинейных дифференциальных уравнений. Некоторые курьезы и заблуждения, которые возникают при решении задач на ЭВМ, освещены в [2]. Ясно, что без глубокого понимания задачи, которая может быть первоначально сформулирована на гуманитарном уровне, без

создания математической модели и знания методов решения, наконец, следует особо подчеркнуть, без алгоритма решения (алгоритм – кредо информатики) возможны серьезные ошибки и заблуждения при использовании современных компьютерных технологий.

Один из самых трудных вопросов в любом реформировании системы образования (здесь всегда лучше эволюционный путь!) состоит в определении объема знаний (чему учить?), с помощью которых можно достичь цели образования, и методов обучения (как учить?).

Остановимся только на некоторых возможностях применения современных ЭВМ. Математические пакеты компьютеров позволяют глубоко изучить свойства функций, анализировать их графики.

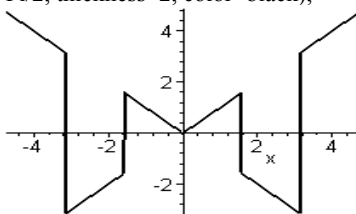
Обратимся в качестве достаточно простого примера к школьной математике. Пусть необходимо построить график функции $y(x) = x|\operatorname{tg}(x)|\cot(x)$. Ясно, что при определенных навыках с этой задачей школьник справится достаточно быстро, но обратите внимание на возможности компьютера при построении графика. Сравните также свое вычисление производной с результатом, полученным компьютером. Графики $y(x)$ и $y'(x)$ построены с помощью функции *plot* [3].

> restart; # Построение графика функции y(x)

> y(x):=x*abs(tan(x))*cot(x);

$$y(x) := x |\tan(x)| \cot(x)$$

> plot(y(x), x = -3*Pi/2..3*Pi/2, thickness=2, color=black); # График функции



> dy(x):=diff(y(x),x);

Вычисление производной

dy(x) :=

$$|\tan(x)|\cot(x) + x \operatorname{abs}(1, \tan(x)) (1 + \tan(x)^2) \cot(x) + x |\tan(x)| (-1 - \cot(x)^2)$$

> plot(dy(x), x = -3*Pi/2..3*Pi/2, thickness=2, color=black); # График производной

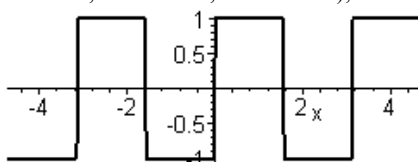


График производной легко построить и без компьютера; достаточно знать, что производная – тангенс угла наклона касательной к $y(x)$, но, как видно, решение компьютера – это справочник правильных ответов, с помощью которого можно проверить свое решение.

Линейные дифференциальные уравнения в настоящее время легко решаются на ЭВМ. Пусть, например, необходимо в системе аналитических вычислений найти решение однородного дифференциального уравнения

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = 0.$$

Тогда не следует торопиться задавать начальные условия, так как можно “нарваться” на особенности. Полезно сначала получить общее решение при произвольных постоянных интегрирования. Как следует из программы, решение имеет вид:

$$y(x) = \frac{C_1}{x} + C_2 x.$$

> restart; # Решение дифференциального уравнения

> s:=x^2*diff(y(x),x\$2)+x*diff(y(x),x)-y(x)=0;

$$s := x^2 \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) + x \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) - y(x) = 0$$

> f:={y(x)}: dsolve({s},f);

$$\{y(x) = \frac{C1}{x} + \frac{C2}{x}\}$$

Если задать, например, начальные условия вида $y(0)=0$, $y'(0)=y'_0$, то компьютер не только не находит решения, но и не указывает очевидную причину, по которой оно не получено.

В нынешних условиях принципиальное значение имеет умение составлять дифференциальные уравнения, *то есть в широком смысле необходимо больше внимания уделять тайнам зарождения математических моделей.*

Благотворное свойство компьютера реализовывать исследовательские функции трудно переоценить. Рассмотрим пример из математической физики. Интересно проследить движение солитона, представляющего собой волну, бегущую со скоростью c и описываемую функцией, которая является решением известного уравнения Картевега – де Вриза [4]:

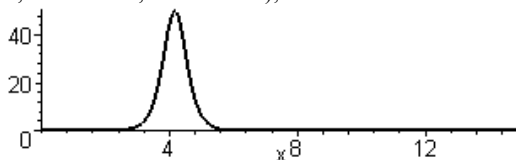
$$U(x,t) = U_0 ch^{-2} \left[\frac{(x - ct)}{\Delta} \right]; \quad U_0 = \text{const}; \quad c = U_0/3; \quad \Delta = \left(\frac{12}{U_0} \right)^{1/2}.$$

Графики волны при ее движении вдоль оси x построены для двух фиксированных моментов времени. Не исключается также возможность движение во времени одиночной волны непосредственно на экране.

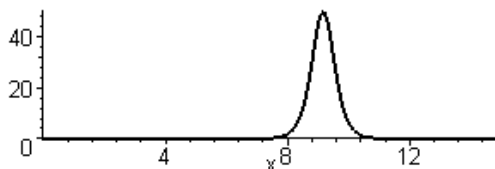
```
> restart;                                # Решение уравнения Картевега - де Вриза
> Uo:=50: Del:=sqrt(12/Uo): c:=Uo/3:
> t:=0.25:
> u(x):=evalf(Uo*1/(cosh((x-c*t)/Del)^2));
```

$$u(x) := \frac{50.}{\cosh(2.041241452 x - 8.505172716)^2}$$

```
> plot(u(x),x=0..15,thickness=2, color=black);
```



```
> t:=0.55:
> u(x):=evalf(Uo*1/(cosh((x-c*t)/Del)^2):
> plot(u(x),x=0..15,thickness=2, color=black);
```



> # Внимание! С увеличением времени t солитон перемещается вдоль оси x

Однако нельзя категорически утверждать, что сокращение аудиторных часов на решение задач по общему курсу физики можно успешно компенсировать аналитическими и численными экспериментами на ЭВМ!

Системы аналитических вычислений эффективны при решении вариационных задач. В [5] изложена методика решения задач вариационного исчисления с использованием системы MATHLAB, которая в части символьного программирования близка к Maple. Можно также отметить, что с использованием вариационного метода Ритца ряд актуальных задач решены в [6, 7].

Видимо, в ближайшие годы будут созданы мощные специальные пакеты прикладных программ либо появятся приложения к широко известным пакетам, которые будут реализовывать вариационные методы. Однако необходимо отметить, что в настоящее время многие алгоритмические трудности, возникающие при решении вариационных задач в системах компьютерной алгебры, пока не преодолены в общем виде.

Дальше на простом примере проиллюстрировано характерное затруднение, которое возникает при поиске экстремума функционала в системе Maple. Необходимо найти минимум функционала

$$J = \int_0^1 \left[y^2(x) + (y'(x))^2 \right] dx = \min$$

при заданных краевых условиях: $y(0)=0$, $y(1)=1$. В данном функционале подинтегральное выражение зависит от функции $y(x)$ и ее производной. Поэтому уравнение Эйлера, как первая вариация функционала (необходимое условие экстремума), в данном случае имеет вид:

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) = 0,$$

где $F = F(y, y') = y^2 + (y')^2$, или после преобразований следует $y''(x) - y(x) = 0$.

С учетом краевых условий решение дифференциального уравнения

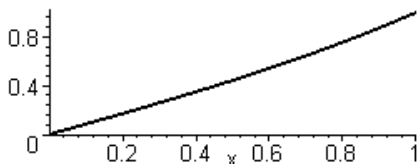
$$y(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e - e^{-1}}.$$

С целью преодоления некоторых формальных трудностей языка программирования возникает необходимость для производной $y'(x)$ ввести дополнительную переменную y_1 , а для $y(x)$ переменную y_0 . Дальше запрограммировано уравнение Эйлера и его решение найдено с помощью оператора *dsolve*.

```
> # АЛГОРИТМ ПОИСКА ЭКСТРЕМУМА ФУНКЦИОНАЛА
> # АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ
> restart;
> F:=y1^2+y0^2; # Подинтегральная функция
> # Составление и решение уравнения Эйлера
> s1:=diff(F,y0); s2:=diff(F,y1);
> y0:=y(x); y1:=diff(y(x),x); # y1 – производная от y(x)
> s:=s1-diff(s2,x); # уравнение Эйлера
> b:=y(0)=0,y(1)=1; # начальные условия
> yy:=rhs(dsolve({s,b},y(x)));
```

$$yy := \frac{e e^x}{(e)^2 - 1} - \frac{e e^{(-x)}}{(e)^2 - 1}$$

```
> plot(yy,x=0..1,thickness=2, color=black); # график функции yy
```



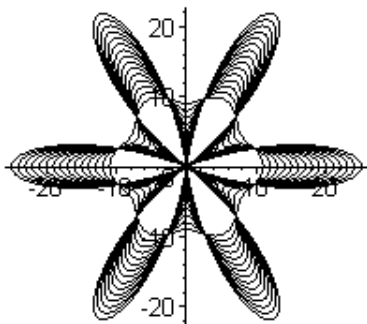
По какому пути пойдут создатели пакета Variatio? Это будет аналитическое вычисление первой вариации заданного функционала или получение конкретных уравнений Эйлера для типовых функционалов?

Если уравнения Эйлера для конкретной задачи окажутся нелинейными и они допускают приближенные аналитические решения, то исследователю, безусловно, в первую очередь будет предложено аналитическое решение.

Вместо заключения приведем график функции в полярной системе координат, который еще раз подчеркивает эффективность использования компьютерной графики.

```
> restart; with(plots): # Полярная система координат
Warning, the name changecoords has been redefined
```

```
> polarplot({10+a*cos(6*theta) $ a=1..15},theta = 0..2*Pi, scaling = constrained,
color=black, thickness=2);
```



Идеи, как следствие фантазии и интуиции, продолжают оставаться прерогативой Человека. Их практической реализации способствует интеллект и технический ресурс компьютера.

Создание пакета программ, реализующего методы вариационного исчисления, позволит решать многие актуальные задачи из различных областей техники.

Библиографический список

1. Бохонский А.И. Реализация метода Галеркина в системе компьютерной алгебры / А.И. Бохонский // Вестн. СевГТУ. — Севастополь, 2001. — Вып. 34. — С. 15 – 19.
2. Бохонский А.И. О робости незнания и наглости невежества при решении задач на ЭВМ / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская // Высшее образование в XXI веке: Информация, коммуникация, мультимедиа: Материалы 10-й юбилейной международной науч.-метод. конф. — Севастополь, 2003. — С. 186–191.
3. Дьяконов В. Maple 7: Учебный курс / В. Дьяконов. — СПб.: Изд-во «Питер», 2002. — 672 с.
4. Компьютеры и нелинейные системы: Информатика и современное естествознание. — М.: Наука, 1988. — 192 с.
5. Иглин С.П. Вариационное исчисление: Учеб. пособие и варианты индивидуальных домашних заданий для студентов всех форм обучения / С.П. Иглин. — Харьков: Изд-во НТУ ХПИ, 2000. — 96 с.
6. Бохонский А.И. Управление деформированием нежестких деталей при токарной обработке / А.И. Бохонский, А.Н. Вохмянин. — Севастополь: Изд-во СевГТУ, 1999. — 240 с.
7. Бохонский А.И. Системы компьютерной алгебры в учебном процессе и в научных исследованиях/ А.И. Бохонский, Л.А. Шмидт // Теория и практика инженерного образования: Материалы VII международной науч.-метод. конф. — Севастополь: Изд-во СевГТУ, 2000. — 172 с.

Поступила в редакцию 22.01.2004 г.