

УДК 629.113

В.Г. Вербицкий, д-р физ.-мат. наук, профессор,**В.А. Банников**, канд. техн. наук, доцент,**А.Н. Ефименко**, аспирант,**А.Э. Даниленко**, аспирант*Донецкая академия автомобильного транспорта**пр. Дзержинского, 7, г. Донецк, Украина, 83086***В.П. Сахно**, д-р техн. наук, заведующий кафедрой*Национальный транспортный университет**ул. Суворова, 1, г. Киев, Украина, 01010, Sakhno@ntu.edu.ua*

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ХАРАКТЕРИСТИК СИЛОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УПРУГОГО ПНЕВМАТИКА С ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ПРИ ПОСТОЯННОМ УГЛЕ УВОДА (ОБОБЩЕНИЕ НА СЛУЧАЙ ПРОДОЛЬНЫХ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ В ПЯТНЕ КОНТАКТА)

Получены уточненные аналитические выражения боковой силы и стабилизирующего (пяточного) момента при учете одновременно действующих продольной и поперечной составляющих сил в пятне контакта, а также с учетом влияния сил сопротивления качению.

Ключевые слова : сила увода, пяточный момент, продольная сила, поперечная сила, шина, контакт.

Постановка проблемы. Модель взаимодействия колеса с опорной поверхностью, предложенная Fiala [1] получила свое дальнейшее развитие в работах Расејка [2], Gim-Nikraves [3], Б.М. Шифрина [4]. Однако в названных работах не учитывается действие продольных и поперечных сил в пятне контакта на величину стабилизирующего (пяточного) момента. **Целью работы** является определение пяточного момента при одновременном действии продольных и поперечных сил в пятне контакта, с учетом сопротивления качению.

Результаты исследования. Ниже представлена общая схема получения аналитических выражений для силы увода и стабилизирующего момента по принятой в упомянутых выше работах методологии.

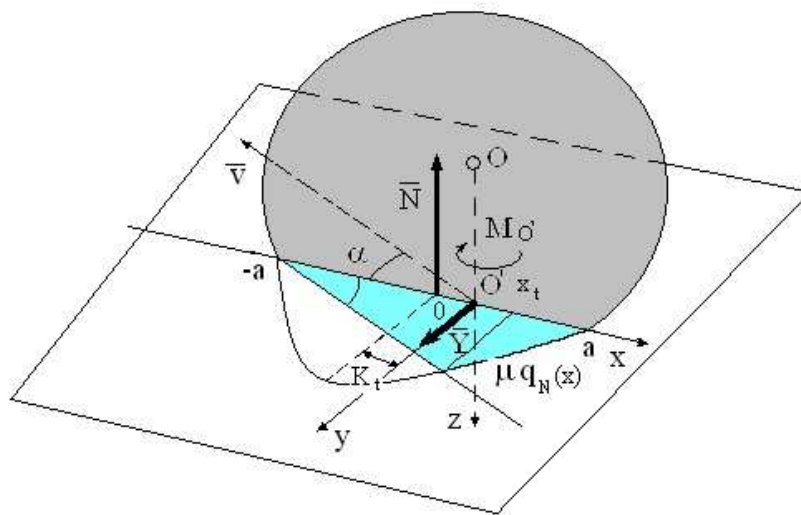


Рисунок 1 – Схема определения поперечных элементарных сил в пятне контакта

Поперечные силы в пятне контакта определяются в виде функции от продольной координаты точек, лежащих на отрезке средней линии, находящемся в контакте с опорной поверхностью $-a < x < a$. В зоне отсутствия проскальзывания (от точки $x = -a$ до точки x_t) – поперечные деформации растут по линейному закону (деформации точки с текущей координатой x соответствует катет прямоугольного треугольника $y_x = \tan(\alpha) \cdot (x + a)$), а соответствующая элементарная поперечная сила $Y_x = C_y \cdot y_x$ (C_y – удельный коэффициент боковой жесткости колеса) должна быть меньше или равна локальной силе

сцепления $\mu \cdot q_N(x)$. В зоне скольжения (от точки x_t до точки $x = a$) реализуются элементарные силы трения скольжения, направленные вдоль оси $O_y: Y_{xs} = \mu q_N(x)$ ($q_N(x)$ - функция нормального напряжения). Равнодействующая элементарных поперечных сил Y , и главный вектор момента сил M , относительно полюса с координатой $x = K_t$, отражает факт смещения вертикальной реакции (K_t - коэффициент трения качения). Это, в свою очередь, приводит к возникновению интервала углов увода, на котором стабилизирующий момент меняет знак.

Предполагается, что нормальное напряжение распределено по параболическому закону:

$$q_N(x) = \frac{3}{4} \cdot N \cdot \left(1 - \left(\frac{x^2}{a^2} \right) \right) / a.$$

Одно из решений уравнения $\mu \cdot q_N(x) = C_y \cdot \tilde{\alpha} \cdot (x + a)$, (здесь $\tilde{\alpha} = \tan(\alpha)$); задает координату точки $x_t = -\frac{1}{3} \frac{a(4C_y \cdot \tilde{\alpha} \cdot a^2 - 3\mu \cdot N)}{\mu N}$. Имеет место соотношение $\frac{1}{2} \frac{(a - x_t)}{a} = \frac{2}{3} \frac{C_y \cdot \tilde{\alpha} \cdot a^2}{\mu N}$. Введем для последующих упрощений новый параметр λ :

$$1 - \lambda = \frac{2}{3} \frac{C_y \tilde{\alpha} \cdot a^2}{\mu N},$$

Тогда $x_t = (2\lambda - 1)a$. Просуммировав Y_x и Y_{xs} вдоль отрезка $-a < x < a$, найдем равнодействующую поперечных сил при стационарном качении колеса

$$Y = \int_{-a}^{x_t} C_y \cdot \tilde{\alpha} (x + a) \cdot dx + \int_{x_t}^a \mu \cdot 3N \left(1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right) / (4 \cdot a) \cdot dx;$$

$$Y = 2C_y \cdot \tilde{\alpha} \cdot a^2 \cdot \lambda^2 + \mu \cdot N - 3\mu N \lambda^2 + 2\mu N \lambda^3.$$

Последнее приводится к виду

$$Y = N\mu(1 - \lambda^3).$$

Элементарные продольные силы в сечении, в котором отсутствует проскальзывание ($-a < x < x_t$) задаются соотношением [4,5,6]

$$F_x = K_x \cdot \sigma(x + a),$$

где K_x - удельная жесткость шины в продольном направлении;

σ - относительное проскальзывание в продольном направлении (аналогично $C_y \cdot \tilde{\alpha} \cdot (x + a)$ - элементарной силе, действующей в поперечном направлении).

Равнодействующая элементарных сил, с учетом продольной и поперечной составляющих, действующая в сечении x :

$$F_{xy} = \sqrt{(C_y \cdot \tilde{\alpha})^2 + (K_x \cdot \sigma)^2} \cdot (x + a).$$

Значение x_t , которое определяет зону проскальзывания с учетом продольной и поперечной составляющих, находим из уравнения

$$3\mu N \left(1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right) / (4a) = \sqrt{(C_y \cdot \tilde{\alpha})^2 + (K_x \cdot \sigma)^2} \cdot (x + a),$$

где в правой части представлена элементарная равнодействующая сила

$$x_t = -\frac{1}{3} \frac{a \cdot \left(4 \cdot \sqrt{(C_y \cdot \tilde{\alpha})^2 + (K_x \cdot \sigma)^2} \cdot a - 3\mu N \right)}{\mu N}.$$

Выражение $(a - x_t)/(2a)$ в данном случае принимает следующий вид:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{a \sqrt{(C_y \cdot \tilde{\alpha})^2 + (K_x \cdot \sigma)^2}}{\mu N}.$$

Параметр λ : определяется соотношением $(a - x_t)/(2a) = 1 - \lambda$, откуда имеем

$$x_t = (2\lambda - 1)a.$$

В сечении x , принадлежащем зоне скольжения ($x_1 < x < a$), действует элементарная сила скольжения $3\mu N(1 - (x/a)^2)/(4a) \cdot a/\varepsilon$, $3\mu N(1 - (x/a)^2)/(4a) \cdot \sigma/\varepsilon$, (действует противоположно направлению элементарного проскальзывания) (σ/ε , $\tilde{\alpha}/\varepsilon$),

$$\varepsilon = \sqrt{\tilde{\alpha}^2 + \sigma^2}.$$

Суммируя элементарные силы вдоль отрезка контакта, получим «симметричные» выражения для поперечной и продольной сил (переходят одна в другую при замене $\tilde{\alpha}$ на σ и C_y на K_x):

$$Y = 2C_y \tilde{\alpha} \cdot a^2 \lambda^2 + \mu N \alpha (1 - 3\lambda^2 + 2\lambda^3)/\varepsilon; F = 2 \cdot K_x \sigma a^2 \lambda^2 + \frac{1}{2} \mu N \sigma / \varepsilon + \frac{1}{2} \mu N \sigma (1 - 6\lambda^2 + 4\lambda^3)/\varepsilon$$

Заметим, что известные соотношения для коэффициента сопротивления уводу $C_a = 2 \cdot C_y \cdot a^2$ и коэффициента крипа в продольном направлении $K_\sigma = 2K_x \cdot a^2$ имеют место только при отсутствии взаимовлияния продольных и поперечных сил.

Выражение для стабилизирующего момента $M(F)$, порождаемого как поперечными, так и продольными силами имеет вид

$$M(F) = \frac{2}{3} \tilde{\alpha} C_y \lambda^2 a^3 (4\lambda - 3) + 3\mu N \tilde{\alpha} \lambda^2 (\lambda - 1)^2 / \varepsilon + \frac{8}{3} a^3 \lambda^3 \tilde{\alpha} K_x \sigma,$$

а выражение для стабилизирующего момента M , при наличии в пятне контакта продольных сил, но порождаемого только поперечными силами

$$M = \frac{2}{3} C_y \tilde{\alpha} \lambda^2 a^3 (4\lambda - 3) + 3\mu N \tilde{\alpha} \lambda^2 (\lambda - 1)^2 / \varepsilon,$$

где

$$\lambda = 1 - \frac{2}{3} (C_y^2 \cdot \tilde{\alpha}^2 + K_x^2 \cdot \sigma^2)^{1/2} \cdot \frac{a^2}{\mu N}.$$

При отсутствии продольных сил оба эти выражения сводятся к уже известному компактному выражению

$$M_0 = \mu N a \lambda^3 (1 - \lambda),$$

где

$$\lambda = 1 - \frac{2}{3} C_y \cdot \tilde{\alpha} \cdot \frac{a^2}{\mu N}.$$

Для приведенных числовых значений конструктивных параметров построены графики сил и моментов, для визуального сопоставления различных вариантов (предполагалось, что коэффициент сцепления колеса с опорной поверхностью μ линейно зависит от полного относительного проскальзывания ε , будем предполагать, что при полном проскальзывании $\varepsilon = 1$ коэффициент сцепления уменьшается примерно на треть) [5]: $C_y = 454920$ Н/м²рад; $\mu = 4/5 - \varepsilon(4/5 - 2/3)$; $a = 0.18$ м; $b = 0.204$ м; $N = 5200$ Н; $K_x = 600000$ Н/м; $\sigma = 0.15$ (в [5] приведены значения коэффициентов C_y, K_x – для случая прямоугольной зоны контакта, где b – ширина зоны контакта).

Ниже, на рис. 2, представлены графики зависимости пяточного момента как функции переменной $\tilde{\alpha}$ для рассмотренных выше вариантов ее задания и боковой (поперечной) силы и продольной силы как функции углов увода.

Выводы

1. Получены уточненные аналитические выражения боковой силы и стабилизирующего (пяточного) момента при учете одновременно действующих продольной и поперечной составляющих сил в пятне контакта, а также с учетом влияния сил сопротивления качению.

2. Получены уточненные аналитические выражение для стабилизирующего момента M , при наличии в пятне контакта продольных сил, но порождаемого только поперечными силами.

3. Из полученных графических зависимостей пяточного момента как функции переменной $\tilde{\alpha}$ для рассмотренных выше вариантов ее задания следует, что M_0 больше чем $M(F)$, а $M(F)$, в свою очередь, больше чем M .

4. Получены графические зависимости боковой (поперечной) силы и продольной силы как функции углов увода.

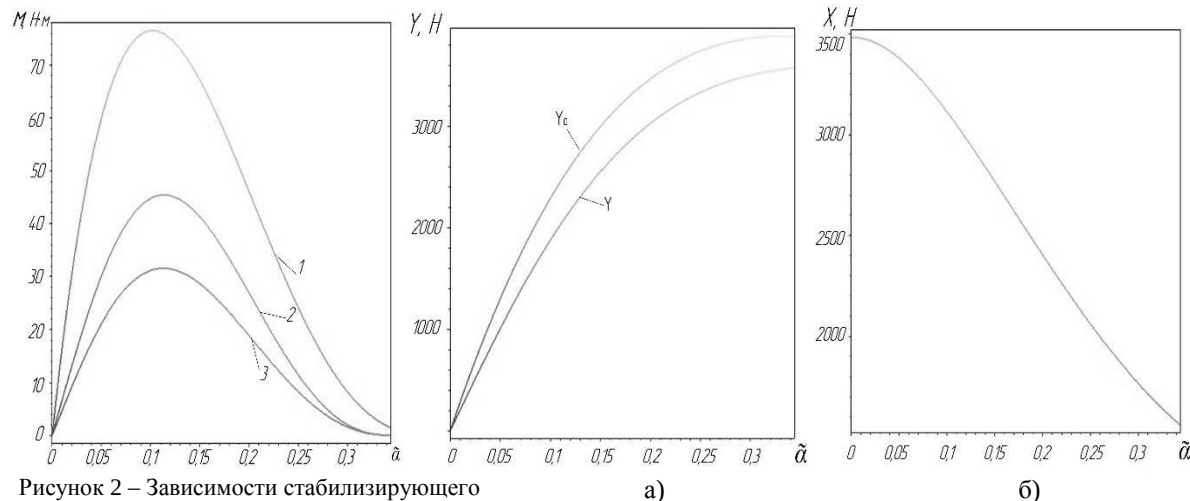


Рисунок 2 – Зависимости стабилизирующего

момента как функции углов увода:

- 1 – без учета действия сил;
- 2 – с учетом действия продольных и поперечных сил;
- 3 – с учетом действия поперечных сил

Рисунок 3 – Зависимости боковой (поперечной) силы (а) и продольной силы (б) как функции углов увода

Библиографический список использованной литературы

1. Fiala E. Seitenkrafte am rollenden Luftreifen / E. Fiala // VDI – Zeitschrift. — 1954. — № 96. — S. 973–979.
2. Pacejka H.B. Tyre and vehicle dynamics / H.B. Pacejka // Butterworth-Heinemann. — 2006. — 642 p.
3. Gim G. An analytic model of pneumatic tires for vehicle dynamic simulations. Part 1: Pure slips / G. Gim, P.E. Nikravesh // Int. J. of Vehicle Design. — 1990. — V. 11, № 6. — P. 589–618.
4. Шифрин Б.М. Моделювання взаємодії пневматика з дорожнім покриттям [Текст]/Б.М. Шифрин// Держ. льотна академія України.-Кіровоград, 2007.-14с. –Укр.-Деп. в ДНТБ України 16.04.07, №22-Ук2007. Реф. В РЖ «Депоновані наукові роботи» 2007, №1-2.
5. H.B. Pacejka. Modeling of the Pneumatic Tyre and its Impact on Vehicle Dynamic Behavior. Delft, Delft, 1988.
6. Liu C.S. and Peng H. Road friction coefficient estimation for vehicle path prediction. Vehicle system Dynamics, 25:413–425, 1996.,
7. J. Svendenius, B. Wittenmark. Review of Wheel Modeling and Friction Estimation. ISSN 0280–5316 ISRN LUTFD2/TFRT7607SE, 2003.

Поступила в редакцию 04.01.2014 г.

Вербицкий В.Г., Баников В.А., Єфіменко А.Н., Даниленко А.Е., Сахно В.П. До визначення характеристик силової взаємодії пружного пневматика з опорною поверхнею за постійного кута відведення (узагальнення на випадок поздовжніх сил, що діють у плямі контакту)

Отримані уточнені аналітичні вирази бічної сили і стабілізуючого моменту при урахуванні одночасно діючих поздовжніх і поперечних складових сил у плямі контакту, а також з урахуванням сил опору коченню.

Ключові слова: сила відведення, п'ятковий момент, поздовжня сила, поперечна сила, шина, контакт.

Verbickiy V.G., Bannikov V.A., Efimenko A.N., Danilenko A.E., Sakhno V.P. To determination of descriptions of power co-operation of resilient tyre with an underlayment at the permanent corner of taking (generalization is in case of longitudinal forces which operate in the spot of contact)

The got is specified analytical expressions of lateral force and antihunt moment at the account of simultaneously operating longitudinal and transversal component forces in the spot of contact, and also taking into account forces of resistance to wobbling.

Keywords: force of taking, antihunt moment, longitudinal force, transversal force, tire, contact.