

**Министерство образования и науки Украины
Севастопольский национальный технический
университет**

**ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ
МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ**

Методические указания

к выполнению лабораторной работы

для студентов, обучающихся по направлению 6.050101

“Компьютерные науки”

очной и заочной форм обучения

**Севастополь
2014**

УДК 004.94

Методические указания для студентов направления– 6.050101 “Компьютерные науки” всех форм обучения / Разраб. Ю.В. Коваленко, В.Ю. Карлусов. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2014. – 12 с.

Цель методических указаний: обеспечить качественное усвоение теоретических положений дисциплины для наиболее полного овладения математическим и вычислительным аппаратами, приёмами имитационного моделирования, применяемыми в организации и оценки эффективности управления.

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры Информационных систем, протокол № 1 от 29 августа 2014 г.

Допущено учебно-методическим центром СевНТУ в качестве методических указаний.

Рецензент: Кожаяев Е.А., кандидат технических наук, доцент кафедры КВТ.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
1. Цель работы	4
2. теоретические положения	4
3. Порядок работы	10
4. Контрольные вопросы	10
5. Требования к оформлению и содержанию отчёта	11
Библиографический список	11

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

1. Изучение приемов расчёта одноканальных СМО.
2. Знакомство с построением имитационных моделей в среде Matlab Simulink.
3. Исследование влияния параметров интенсивностей входного потока и закона обслуживания на поведение СМО

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

2.1. Основные расчётные выражения

Система массового обслуживания называется одноканальной, если в её составе имеется один механизм обслуживания.

Различают одноканальные СМО с очередью и без таковой. В настоящей лабораторной работе мы рассмотрим пограничные случаи: без очереди и с бесконечной очередью.

Для одноканальной СМО сделаем следующие допущения:

- на вход системы поступает простейший (пуассоновский) поток заявок, интенсивность которого равна λ заявок в единицу времени;
- система содержит один обслуживающий прибор;
- длительность обслуживания так же подчиняется пуассоновскому распределению с параметром μ ;
- дисциплина обслуживания – в порядке поступления (FIFO);
- если заявка, поступающая на вход системы, когда система занята, отвергается (пропускается) то система называется одноканальной СМО с отказами;
- если заявка, поступившая в систему в момент занятости обслуживающего прибора, помещается в очередь, длина которой и время пребывания не ограничены, то СМО является одноканальной, с бесконечной очередью.

Реальные СМО часто занимают промежуточное положение: могут присутствовать ограничения на длину очереди либо на время пребывания в ней.

Рассмотрим одноканальную СМО с отказами. Пусть значение вероятности P_0 характеризует пребывание системы в режиме ожидания, свободной от заявок и готовой к обслуживанию пришедшей заявки, а значение вероятности P_1 – состояние занятости, когда пришедшая заявка не может поступить на обслуживание и отвергается.

Для установившегося режима могут быть рассчитаны следующие характеристики одноканальной СМО:

$$P_1 = \frac{\lambda}{\mu + \lambda} \quad (1)$$

— вероятность отказа;

$$P_0 = \frac{\mu}{\mu + \lambda} \quad (2)$$

— вероятность обслуживания (относительная пропускная способность);

$$A = q = \lambda P_0 = \frac{\lambda \mu}{\lambda + \mu} \quad (3)$$

— абсолютная пропускная способность.

Сделав допущение о наличии бесконечной очереди, что характерно для физически не реализуемой системы, мы, тем не менее, можем рассчитать усреднённые параметры, которые позволят оценить длину очереди и среднее время пребывания заявки в ней. Эти расчёты позволят спроектировать реальную СМО при известных интенсивностях λ и μ .

Поскольку заявка рано или поздно будет обслужена, то речь о вероятности обслуживания не идёт. Поэтому рассчитывают:

$$P_0 = 1 - \rho, \quad (4)$$

— вероятность отсутствия заявок в системе, где $\rho = \lambda / \mu$ - величина, называемая приведённой интенсивностью;

$$N_c = \frac{\rho}{1 - \rho}. \quad (5)$$

— среднее число заявок в СМО;

$$N_{оч} = \frac{\rho^2}{1 - \rho}. \quad (6)$$

— средняя длина очереди;

$$T_{оч} = \frac{N_{оч}}{\lambda}. \quad (7)$$

— среднее время ожидания в очереди

$$T_c = \frac{N_c}{\lambda}. \quad (8)$$

– среднее время пребывания запроса в системе (время отклика):

Формулы (1) – (8) позволяют получить априорные характеристики СМО, основываясь лишь на двух параметрах, связанных с законами распределения средних времён наступления и обслуживания потока заявок.

2.2. Имитационная модель

Логика работы одноканальной СМО с отказами на житейском уровне проста: если в момент прихода заявки СМО свободна, заявка ставится на выполнение, в момент прихода последующей заявки необходимо проверить, выполнялась ли предыдущая заявка. Если выполнение ещё не завершено, то пришедшая заявка будет отвергнута.

Алгоритмизация этих эмпирических соображений приводит к следующей структурной схеме (рисунок 1). В качестве исходных данных для работы алгоритма примем значения интенсивностей λ и μ , а также число испытаний n_{max} .

Блок 1 – задаёт начальные значения общего времени моделирования $T_{МОД} = 0$ и счётчика числа испытаний $n = 0$.

Блок 2 – генерирует время t_{serv} , необходимое для обслуживания текущей заявки. Изначально предполагается, что в момент времени $T_{МОД} = 0$ приходит первая заявка, и становится известным время, необходимое для её обслуживания.

Блок 3 – счётчик испытаний: $n = n + 1$, а последующий блок 4 вызывает остановку работы модели при реализации условия $n > n_{max}$.

Блок 5 – реализует расчётные процедуры по оценке параметров имитационной модели с использованием результатов эксперимента.

Блок 6 – генерирует интервал времени t_{next} , прошедший от момента поступления предыдущей (текущей, если она ещё на обслуживании) заявки до появления нынешней заявки.

Блок 7 – выполняет подсчёт “модельного” времени $T_{МОД} = T_{МОД} + t_{next}$.

Блок 8 – проверка, свободна ли СМО или занята? Выполняется сравнением временных отрезков $t_{serv} \leq t_{next}$. Выполнение условия (выход “Да”) означает, что обработка предыдущей заявки завершена, поступившая заявка берётся на обслуживание. В противном случае (выход “Нет”), время обслуживания предыдущей заявки больше, нежели интервал времени до прихода последующей, вновь пришедшая заявка отвергается.

Блок 9 – ведёт подсчёт числа обслуженных заявок.

Блок 10 – ведёт подсчёт числа пропущенных (отвергнутых) заявок.

Блок 11 – корректирует время обслуживания заявки $t_{serv} = \delta_t$, где величина коррекции есть $\delta_t = t_{serv} - t_{next}$.

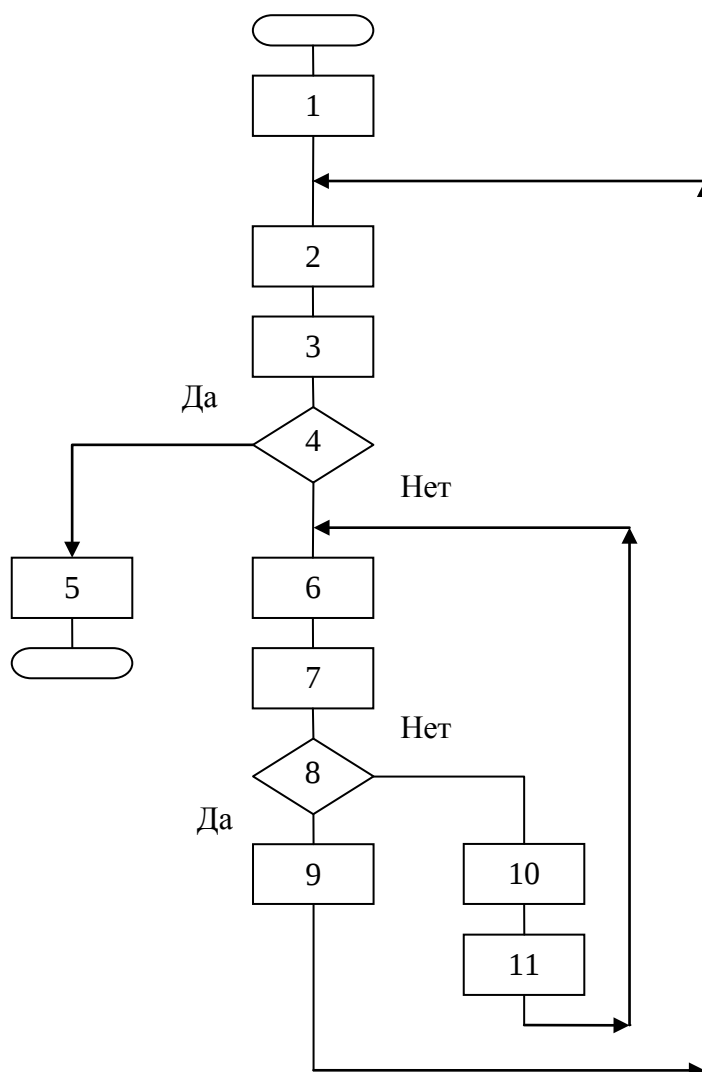
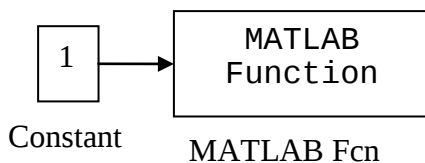


Рисунок 1 – Схема алгоритма моделирования СМО М/М/1/1

Руководствуясь схемой, на языке высокого уровня, включая и MatLab, представляется возможным построить адекватную имитационную модель.

Рассмотрим, далее, как этот алгоритм трансформируется имитационную модель (S-модель) среды MatLab Simulink, рисунок Б.1.

Генерацию времени, необходимого для обслуживания или времени появления заявки будем осуществлять с помощью блоков MatLab Simulink разделов конструктора Library: Sources/Constant и Library: NonLinear/MatLab function. Блоки в рабочее поле модели помещаются “перетаскиванием” из соответствующих разделов библиотеки конструкций.

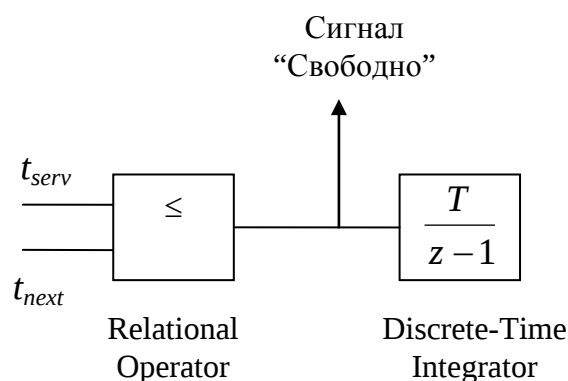


Двойной щелчок на элементе открывает вкладку его свойств. На вкладке свойств константы есть поле для приёма её значения (которое после

ввода отобразится на схеме). В нашем случае это значения λ или μ . На вкладке **MatLab function** – поле для приёма арифметического выражения, которое может иметь довольно сложную структуру. Используем запись вида `exprnd(1.0/u,1,1)`, в которой обозначено: `exprnd` – функция генерирующая ряд чисел, отвечающих экспоненциальному распределению, `u` – принятое в стандарте MatLab Simulink обозначения входного сигнала блока, а две единицы – размер генерируемой матрицы (поскольку нас интересует одно число за цикл моделирования).

Сборка блоков в готовую модель выполняется мышью, курсор которой при перемещении возле входов и выходов блоков приобретает вид плюса. При появлении такого знака нужно зафиксировать ЛКМ (левую кнопку мыши) и довести линию до необходимого входа или выхода схемы.

Условный оператор 8, и блоки 9 и 10 моделируются следующей конструкцией.



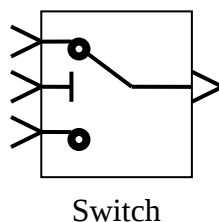
Блок раздела конструктора моделей **Library: NonLinear /Relational Operator**. Проверяет отношение, указанное на блоке, и, в случае его выполнения, генерирует сигнал “1”, в противном случае “0”. Отношение может быть изменено на любое из известных в математике, на вкладке свойств блока в выпадающем списке. Изменение отразится на изображении блока. Если поменять отношение в блоке на “>”, то аналогичная конструкция будет определять факт занятости модели.

Сигналы, генерируемые блоком, мы будем использовать для управления, синхронизации и подсчёта.

Блок **Library: Discrete / Discrete-Time Integrator** используется для подсчёта единичных импульсов, поступающих от блока сравнения. Его программа выполняет интегрирование по методу прямоугольников. По умолчанию, на вкладке установлен единичный шаг, поэтому на выходе, получается число, равное количеству единиц, поступивших на вход **Discrete-Time Integrator** за время моделирования.

Поэтому, в зависимости от вида оператора сравнения, на которое настроен блок **Relational Operator**, будет подсчитано число обслуженных или пропущенных заявок.

Сигналы **Relational Operator** будем использовать в качестве управляющих в блоке **Library: NonLinear /Switch**.

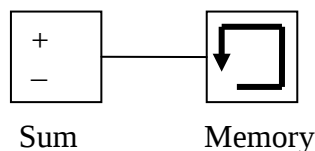


Логика работы блока **Switch** такова: если на управляющий (второй, по центру) вход подан сигнал, превышающий, либо равный значению порога (устанавливаемого на вкладке свойств блока), на выход передаётся сигнал с первого (верхнего) входа. В противном случае – передаётся сигнал с третьего (нижнего) входа.

В нашем случае, если установить порог переключателя **Switch** равным единице, а на третий нижний вход подать константу нуль, то приход на управляющий вход единичного импульса будет открывать переключатель и пропускать сигнал с входа.

Переключатели **Switch**, **Switch1** и **Switch4** открываются сигналом **Zanyat**, генерируемым при обслуживании заявки, переключатель **Switch2** и **Switch3** открывается сигналом **Svoboden**.

Для нахождения $\delta_t = t_{serv} - t_{next}$ (блок 11) и учёта этой величины на следующем шаге моделирования использован сумматор **Library: Linear /Sum**, имеющий возможность учёта знаков входных величин.



Знаки меняются на вкладке свойств блока, и их конфигурация показывается на изображении блока.

Выход блока задерживается на один такт моделирования блоком **Library: NonLinear /Memory**.

Для отображения сигналов используются блоки **Library: Sinks /Display**, в которых отображаются числовые значения. В модели таких блоков 3: для индикации числа обслуженных заявок, пропущенных заявок и общего времени моделирования.

Подписи под функциональными блоками модели могут быть заменены *уникальными* произвольными наименованиями. Достаточно активировать подпись двойным щелчком мыши, после чего поле подписи становится доступным для корректировки.

3. ПОРЯДОК РАБОТЫ

1. Для заданного преподавателем варианта в Приложении А произведите вычисление теоретических параметров величин (1) – (8).

2. Соберите имитационную модель согласно схеме, приведённой в приложении Б. Настройте параметры схемы в соответствии с заданным вариантом λ и μ .

3. На вкладке меню Simulations / Parameters задайте значения полей Stop Time, в поле Type установите значение Fixed-step, а в поле рядом discrete (no continuous states).

В поле Stop Time последовательно установите числа из ряда 10, 50, 100, 200, 500 и 1000.

4. По результатам моделирования рассчитайте оценки вероятностей обслуживания и пропуска заявки, интенсивности поступления заявок для различных значений поля Stop Time. Зная значения этих оценок, воспользовавшись, по Вашему усмотрению формулами (1) или (2) рассчитайте оценку интенсивности обработки заявок.

5. При помощи блока scope построить «скришоты» после каждого блока имитационной модели.

6. Оформить отчёт, защитить результаты выполнения лабораторной работы.

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Поясните физический смысл понятия интенсивности входного потока.

2. Пояснить физический смысл понятия интенсивности обслуживания.

3. Каковы размерность интенсивности и величины обратной ей?

4. Какие допущения положены в основание модели одноканальной СМО с отказами?

5. Какие допущения положены в основание модели одноканальной СМО с бесконечной очередью?

6. Каковы единицы измерения интенсивности потока?

7. Изобразить графы типа "размножение-гибель", соответствующие данным типам СМО.

8. Как изменятся характеристики СМО при введении ограничений на длину очереди?

9. Как изменятся характеристики СМО при введении ограничений на время пребывания в очереди?

10. Что такое "установившийся режим" в СМО?

11. Какой вид имеют уравнения Колмогорова в "установившемся режиме"?

12. Каков физический смысл понятия "приведенная интенсивность"?

5. ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ И СОДЕРЖАНИЮ ОТЧЁТА

Авторы считают целесообразным оформление отчета в отдельной тетради, которая по окончании изучения дисциплины сдается преподавателю. В этом случае, во-первых, результаты выполнения предыдущих работ доступны для анализа; во-вторых, наработанный материал может быть с пользой для дела употреблён на этапе подготовки к экзамену или зачёту.

В общем случае, отчет по лабораторной работе должен содержать:

1. титульный лист с названием работы и сведениями об исполнителе;
2. цель работы;
3. вариант задания;
4. результаты предварительных расчетов и ход решения;
5. результаты, полученные в ходе вычислительного эксперимента;
6. выводы, основанные на анализе полученных результатов.

Отчёт выполняется, как правило, от руки. Тексты программ, результаты их выполнения и графики, построенные машинным способом, допускается вклеивать.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Вентцель Е.С. Исследование операций / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 1980. – 208 с.
2. Гнеденко Б.В. Введение в теорию массового обслуживания [Текст]: / Б.В. Гнеденко, М.Н. Коваленко. - М.: Наука, 1986. – 400 с.
3. Гульяев А.К. : MatLab 5.2: имитационное моделирование в среде Windows [Текст]: / А.К. Гульяев СПб.: КОРОНА принт, 1999. – 288 с.
4. Розенберг В.Я. Что такое теория массового обслуживания [Текст]: / В.Я. Розенберг, А.И. Прохоров. - М.: Советское радио, 1982. - 200 с.