

УДК 551.462

В.М. Кушнир, д-р техн. наук**В.Р. Душко, канд. техн. наук****В.А. Крамарь, д-р техн. наук****А. Пивоварова***Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская 33, г. Севастополь, 299053**E-mail: nikasvs@mail.ru, kramarv@mail.ru***ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН
НА ОКЕАНОТЕХНИЧЕСКИЕ СООРУЖЕНИЯ**

Решена задача численного моделирования воздействия нелинейных волн на океанотехнические сооружения. Приведены базовые теоретические соотношения. Рассмотрен пример моделирования. Предложена методика применения полученных результатов в дальнейших исследованиях воздействия нелинейных волн.

Ключевые слова: *нелинейные волны, океанотехнические сооружения, функции Бесселя, мелкая вода.*

Проблема освоения энергетических ресурсов на шельфе Азово-черноморского относится к важнейшим условиям развития промышленного, сельскохозяйственного и коммунального комплексов государства. Основные и наиболее перспективные для добычи энергоносителей районы относятся к шельфовой зоне и характеризуются глубинами около нескольких десятков метров. К особенностям этих районов относятся нелинейные поверхностные волны, которые формируются при выходе на мелководье поверхностных волн большой высоты из глубоководных районов при штормовых условиях. Высоты таких волн в открытой части Черного моря могут достигать 10...12 метров при длине более 100 метров и периоде около 10 секунд. Такие волны наблюдались во время шторма 10-11 ноября 2007 года. Эти волны переносят большую энергию, приблизительно 900 кВт на один метр волнового фронта. Значительная часть этой энергии преобразуется в энергию нелинейных поверхностных волн, которые могут воздействовать на океанотехнические установки на небольших глубинах. Про силу таких воздействий можно судить по результатам одного из штормов недалеко от прибрежного поселка Качивели, на южном берегу Крыма. Океанографическая платформа на глубине около 30 метров получила значительные повреждения и наклонилась на 8 градусов. Несмотря на эти обстоятельства, в настоящее время отсутствуют представления о характере таких воздействий на океанотехнические установки и это увеличивает риски их аварий при указанных условиях.

Основные уравнения нелинейной теории мелкой воды имеют вид [1,2]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[(h + \eta)u] &= 0,\end{aligned}\tag{1}$$

где $u = 2(\sqrt{g(h + \eta)} - \sqrt{gh})$ – горизонтальная скорость движения частиц воды; h – глубина; η – возвышение свободной поверхности; x – горизонтальная координата; t – время.

Систему уравнений (1) можно преобразовать к следующему виду:

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} &= 0, \\ V = \sqrt{gh} + 1,5u &= 3\sqrt{g(h + \eta)} - 2\sqrt{gh}.\end{aligned}\tag{2}$$

Решение Римана уравнения (2) имеет следующий вид:

$$V(x, t) = V_0(x - Vt),$$

V – скорость перемещения нелинейной волны.

Рассмотрим случай, когда нелинейная волна формируется из линейной волны, набегающей на наклонное дно, т.е. $\eta_0(x) = a \sin kx$. Горизонтальная скорость движения волны задается следующим образом:

$$u(t = 0) = \frac{\pi a}{T_w} \frac{\cosh ky}{\sinh kh} \cos kx,\tag{3}$$

$k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; $\omega = 2\pi/T_w$ – круговая частота. Ось y направлена от поверхности дна вверх, ось x – в направлении распространения волны.

Давление в волне описывается соотношением:

$$p = \rho g a \frac{\cosh ky}{\cosh kh} \cos(kx - \omega t) + \rho g(h - y), \quad (4)$$

ρ – плотность воды.

Расчет параметров волн на больших глубинах, в зоне открытого моря, может быть выполнен несколькими методами. Наиболее точные результаты дает использование численной модели SWAN, учитывающей неравномерность поля ветра и реальный рельеф дна [3]. Во многих случаях, когда важно учесть процессы разрушения волны из-за нелинейных эффектов или обрушения гребня, можно использовать более простые полуэмпирические методы. Так высота волны H , ее длина λ и период T_w определяется по соотношениям:

$$H = 0,073Wk\sqrt{\epsilon D}, \quad \lambda = 0,073Wk\sqrt{D/\epsilon}, \quad T_w = 0,8\sqrt{\lambda}, \quad (5)$$

где $k = 1 + \exp(-0,4D/W)$, $\epsilon = 1,11(100 + W^2)^{-0,5}$; D – длина разгона; W – скорость ветра (м/с). Под разгоном ветра D понимается длина водного пространства, на котором ветер постоянного направления воздействует на поверхность моря.

В Государственном океанографическом институте на основании спектральной статистической теории волнения были получены графические связи между элементами волн и скоростью ветра, продолжительностью его действия и длиной разгона. Эти зависимости следует считать наиболее надежными и дающими приемлемые результаты. Использование этих графических зависимостей дает близкие результаты для оценки параметров волн при рассмотренных условиях.

При изменении глубины происходит трансформация профиля волны, которая выражается в изменении ее крутизны. Фаза разрушения волны kx_* , критический уровень η_* и длина зоны обрушения x_b определяются соотношением амплитуды и глубины, т.е.:

$$\begin{aligned} kx_* &= \arcsin\left[\frac{\sqrt{1-(a/h)^2} - 1}{a/h}\right], \\ \frac{\eta_*}{h} &= \sqrt{1 - \left(\frac{a}{h}\right)^2} - 1, \\ x_b &= \frac{1}{3k} \sqrt{\frac{2}{1 - \sqrt{1-(a/h)^2}}}. \end{aligned} \quad (6)$$

При распространении нелинейной волны по склону ее возвышение изменяется по соотношению:

$$\eta(x, t) = \frac{4h}{3kt\sqrt{gh}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} J_n\left(\frac{3nka\sqrt{gh}}{2h}\right) \sin[nk(x - \sqrt{gh}t)], \quad (7)$$

где $J_n(z)$ – функция Бесселя порядка n .

Таким образом, на левой границе расчетной области задается скорость волнового течения по соотношению (3), на дне и на правой границе ($h = 0$) задается $u = 0$ и на поверхности моря задается смещение свободной поверхности по соотношению (7). Профиль дна задается либо линейной функцией $h(x) = h_0 - \alpha x$, $0 \leq x \leq h_0/\alpha$, либо экспоненциальной зависимостью вида $h(x) = h_0 \exp(-\alpha x)$, $0 \leq \alpha x \leq 3 \dots 5$.

Для моделирования соотношение (7) разработана программа в пакете MatLab. Исследовались следующие данные: скорость ветра $W = 25$ м/с, разгон $D = 100$ км. При этом $\epsilon = 0,0413$, $k = 1,2$, начальная высота волны $H = 4,45$ м с обеспеченностью 5 % или 4,9 м с обеспеченностью 3 %, которую рекомендует использовать Регистр для инженерных расчетов, длина волны $\lambda = 107,8$ м, период волны $T_w = 8,3$ с. Начальная глубина $h = 30$ м. Дно меняется по экспоненциальному закону $h = h_0 \cdot e^{-\alpha x}$. Принимается $\alpha = -0,06$ и $x_{kon} = 40$. Обтекаемую конструкцию можно представить для начала в виде прямоугольника или цилиндра.

Для реализации в MatLab функцию Бесселя первого рода порядка ν используем функцию: $J_\nu(X) = \text{bessel } j(\nu, X)$. Результаты расчета приведены на рисунке 1.

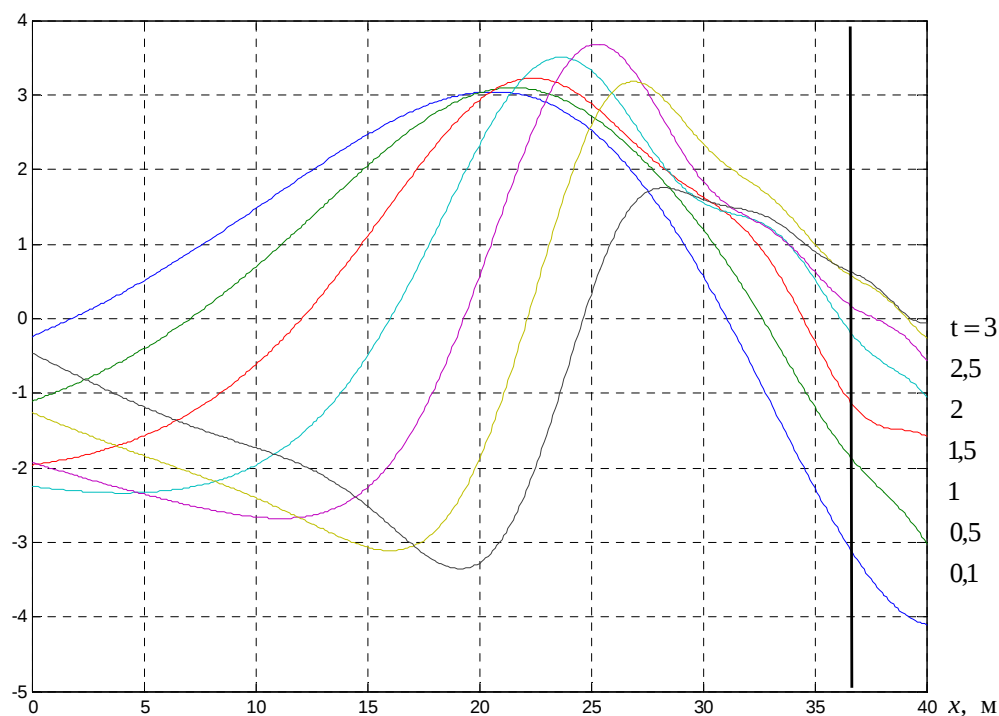


Рисунок 1 – Изменение возвышения нелинейной волны

В зоне уменьшения глубины происходит уменьшение длины волны:

$$\lambda(h) = 1,6\lambda_n^{0,667}h^{0,333}, \quad (8)$$

где h – глубина; λ_n – начальная длина волны в точке изменения глубины. Так как период волны T_w не зависит от расстояния до береговой линии, фазовая скорость распространения волны равна $C_f = \sqrt{gh} = \lambda(h)/T_w$, т.е. при уменьшении глубины волна «тормозится», за счет чего ее крутизна увеличивается, а устойчивость уменьшается. Это создает условие разрушения волны. Исследования показали, что потеря устойчивости и разрушение происходит при условии $\lambda \leq 7H$, где H – высота волны (удвоенная амплитуда a). Исследования волн на наклонном дне показали также, что высота волны при изменении глубины изменяется по соотношению

$$H(h) = 0,726H_n\lambda_n^{0,25}h^{-0,25}, \quad (9)$$

где H_n – начальная высота волны. Используя эмпирические соотношения

$$\lambda_{cr} = 7H_{cr},$$

$$\lambda_{cr} = 1,6\lambda_n^{0,667}h_{cr}^{0,333},$$

$$H_{cr} = 0,726H_n\lambda_n^{0,25}h_{cr}^{-0,25},$$

где индекс cr относится к критическим параметрам волны, определяем критическую глубину, где происходит ее разрушение:

$$h_{cr} = 7,26H_n^{1,715}\lambda_n^{-0,715}. \quad (10)$$

Соответствующее расстояние определяется по формуле

$$x_{cr} = \ln(h_{cr}/30)/\alpha. \quad (11)$$

Выполняя теоретические расчеты, видим, что они совпадают с результатами работы программного обеспечения: $h_{cr} = 3,4$ м, $x_{cr} = 36,4$ м.

Для оценки скорости распространения волны от начальной глубины h_0 до критической глубины h_{cr} используем соотношение для скорости распространения волны

$$C_w = \sqrt{g(0,5H + h)}, \quad (12)$$

где $0,5H = a$ – амплитуда волны; h – средняя глубина.

Для рассматриваемых данных отрезок пути $x = 36,4$ м волна пройдет за 2,9 с. Таким образом, определяется время трансформации волны, которое задается при численном расчете.

На рисунке 2 приведена трансформация поверхностной волны на экспоненциальном профиле глубины $h(x) = 30 \exp(-0,06x)$ за период времени от 0,1 с до 3 с.

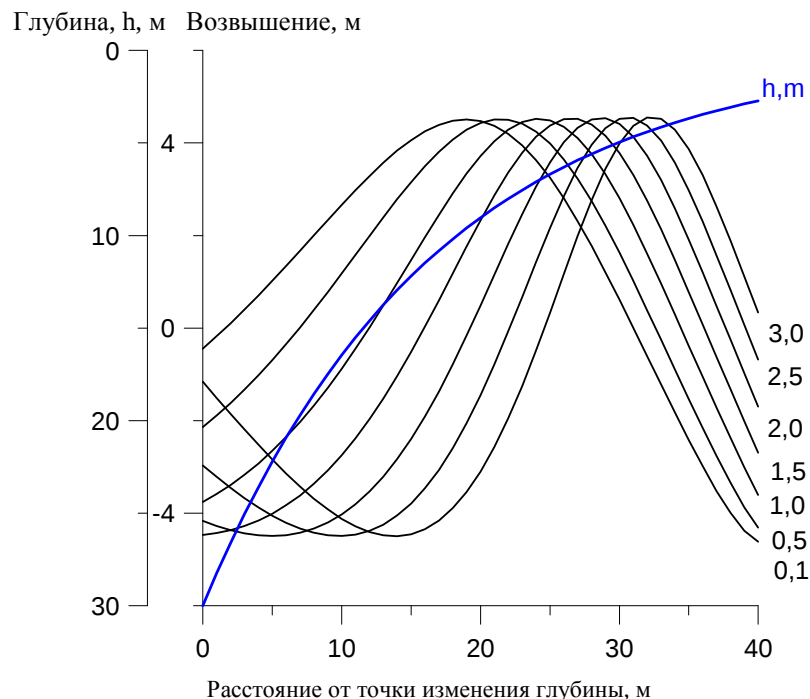


Рисунок 2 – Трансформация профиля волны в зоне уменьшения глубины за время 0,1...3 с.

Для применения соотношения (7) для расчетов, например, в пакете COSMOSFloWORKS его необходимо представить в виде

$$\eta(x, t) = a_1 \sin \omega t + a_2 \sin 2\omega t + a_3 \sin 3\omega t. \quad (13)$$

Для этого функции Бесселя необходимо представить в виде рекуррентных соотношений [4]:

$$\left. \begin{aligned} J_0(z) &= 1 - \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^2}{1!^2} + \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^4}{2!^2} - \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^6}{3!^2} + \dots, \\ J_1(z) &= \frac{z}{2} \left[1 - \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^2}{1!2!} + \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^4}{2!3!} - \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^6}{3!4!} + \dots \right]. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$J_{n-1}(z) + J_{n+1}(z) = \frac{2n}{z} J_n(z). \quad (15)$$

Выводы

На основе предлагаемой методики рассчитываются параметры волн для диапазона глубин численными методами с использованием прикладных пакетов. Дальнейшие расчеты параметров волн выполняются на основе эмпирических и полуэмпирических соотношений. Представляет интерес анализ полученных результатов при варьировании исходных данных.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и г. Севастополя в рамках научного проекта 14-41-01556 «р_юг_а».

Библиографический список использованной литературы

1. Крутизна и спектр нелинейно деформируемой волны на мелководье / И.И. Диденкулова, Н. Заибо, А.А. Куркин, Е.Н. Пелиновский // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. — 2006. — Т. 42. № 6. — С. 839–842.

2. Аббасов И. Моделирование нелинейных волновых явлений на поверхности мелководья / И. Аббасов. — М.: Физматлит, 2010. — 128 с.
3. SWAN. Technical documentation. Delft University of Technology, Faculty of Civil Eng. and Geosciences, Environmental Fluid Mechanics Section. — 2006. — 88 p.
4. Ватсон Г. Теория бесселевых функций / Г. Ватсон. — М.: ИЛ, 1949. — Т. 1, 2.

Поступила в редакцию 18.10.2014 г.

Кушнір В.М., Душко В.Р., Крамарь В.О., Пивоварова А.И. Чисельне моделювання впливу нелінійних хвиль на океанотехнічні споруди

Розглянуто задачу чисельного моделювання впливу нелінійних хвиль на океанотехнічні споруди. Наведено базові теоретичні співвідношення. Розглянуто приклад моделювання. Запропоновано методику застосування отриманих результатів до подальших досліджень впливу нелінійних хвиль.

Ключові слова: нелінійні хвилі, океанотехнічні споруди, функції Бесселя, мілководдя.

Kushnir V.M., Dusko V.R., Kramar V.A., Pivovarova A.I. Numerical modeling of the nonlinear wave's effect on the ocean structures

The problem of numerical modeling of the nonlinear wave's effects on the ocean structures is considered. The basic theoretical relations are shown. The modeling example is described. A method of applying these results to further research the impact of nonlinear waves is proposed.

Keywords: nonlinear waves, ocean structures, Bessel functions, shallow water.