

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования**
«Севастопольский государственный университет»

МНОЖЕСТВА И ОТНОШЕНИЯ

Методические указания
к выполнению
расчетно-графического задания по дисциплине
«ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА»
Часть I
для студентов дневной формы обучения
по направлению подготовки
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Направленность(профиль)
09.03.01.01 «ЭВМ, системы и сети»

Севастополь
2016

Множества и отношения. Методические указания к выполнению расчетно-графического задания по дисциплине «Дискретная математика». Часть I для студентов дневной формы обучения по направлению подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» Направленность (профиль) 09.03.01.01 «ЭВМ, системы и сети» / Сост. О.В. Ченгарь, Е.М. Шалимова. Севастополь: ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет», 2016.- 31с.

Целью методических указаний является оказание помощи студенту в выполнении расчетно–графического задания. Методические указания содержат общие положения и требования к отчету, основные теоретические сведения, описание вариантов индивидуальных заданий.

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры «Информационные технологии и компьютерные системы». Протокол № 9 от 19.05.2016.

Составители:

Ченгарь О.В. к.т.н., доцент кафедры ИТиКС,

Шалимова Е.М. ст. преподаватель кафедры ИТиКС.

Рецензент

Первухина Е.Л. д.т.н., профессор кафедры ИС.

Ответственный за выпуск

Брюховецкий А.А. к.т.н., доцент, зав. кафедрой ИТиКС.

Содержание

1. Цель расчетно-графического задания.....	4
2. Общие положения и требования к отчету	4
3. Основные теоретические сведения	5
3.1. Элементы теории множеств	5
3.2. Отношения.....	7
3.3. Задача о покрытии на языке теории множеств.....	9
4. Порядок выполнения РГЗ	10
5. Варианты индивидуальных заданий	10
5.1. Задание 1. Операции над множествами	10
5.2. Задание 2. Подмножества	12
5.3. Задание 3. Основные законы алгебры множеств	12
5.4. Задание 4. Основные операции над отношениями	13
5.5. Задание 5. Максимальные совместимые подмножества	15
5.6. Задание 6. Поиск кратчайшего покрытия таблицы покрытий.....	18
5.7. Задание 7. Поиск минимального покрытия таблицы покрытий.....	22
5.8. Задание 8. Метод ветвей и границ	26
6. Контрольные вопросы	26
Список использованных источников	27
Приложение А. Пример оформления титульного листа.	28
Приложение Б. Пример решения задачи о минимальном покрытии.....	29

1. Цель расчетно-графического задания

Цель выполнения расчетно-графического задания (РГЗ) – изучение основных понятий теории множеств и отношений, приобретение практических навыков в выполнении операций над множествами и отношениями.

2. Общие положения и требования к отчету

РГЗ выполняется в соответствии с рабочей программой дисциплины «Дискретная математика». РГЗ выполняются во внеаудиторное время, т.е. в часы самостоятельной работы. По результатам выполнения задания оформляется и защищается отчет. Отчёты оформляются и защищаются каждым студентом индивидуально. Студенты должны выполнять и защищать РГЗ в соответствии с графиком учебного процесса.

Отчет должен быть оформлен на листах формата А4 и содержать следующие основные элементы:

- титульный лист,
- цель работы,
- постановку задачи с указанием варианта задания,
- описание используемых алгоритмов,
- последовательность выполняемых преобразований,
- результаты,
- выводы.

Постановка задачи должна включать изложение содержания задачи, целей её решения, а также определять исходные данные и формы их представления, метод решения, выходные данные и формы их представления. Описание алгоритмов предполагает математическую формулировку задачи с указанием четкой последовательности шагов, выполняемых в процессе решения задачи. Решение задач, иллюстрирующих реализацию алгоритмов, должны сопровождаться необходимыми комментариями и включать анализ полученных результатов.

Примеры оформления титульного листа и решения задачи о покрытии приведены в Приложениях А и Б настоящих методических указаний.

3. Основные теоретические сведения

3.1. Элементы теории множеств

Множество – любая совокупность объектов, рассматриваемых совместно. Объекты, из которых составлено множество, называются его **элементами**. Для задания множества необходимо указать, какие элементы ему принадлежат. Множества обозначают прописными буквами латинского алфавита (**A, B, C...**), а элементы – строчными (**a, b, c...**), которые обычно снабжаются индексами. Множество, не содержащее элементов, называется пустым и обозначается $\emptyset$. Некоторые множества имеют общепринятые имена: **N** – множество натуральных чисел; **Z** – множество целых чисел; **R** – множество вещественных чисел. Элементы множества заключаются в фигурные скобки и отделяются друг от друга запятыми. Основное соотношение между элементом и содержащим его множеством обозначается $a \in A$ (**a** принадлежит **A**). Если количество элементов в множестве счётно, то множество называется **конечным**, иначе – **бесконечным**. Существует два способа задания множеств: перечислением его элементов или указанием порождающей процедуры.

Например,

$$A = \{a_1, a_2, a_3\};$$

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \text{ или } X = \{x_i \mid x_i \in N \& x_i < 10\}.$$

Обычно, в каждом конкретном случае элементы рассматриваемого множества выбираются из некоторого **универсального** множества **U** (своего для каждого случая).

Над множествами определены следующие операции:

– **объединение:**

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\};$$

– **пересечение:**

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \& x \in B\};$$

– **разность:**

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \& x \notin B\};$$

– **дополнение:**

$$\bar{A} = \{x \mid x \in U \& x \notin A\}.$$

Операция дополнения подразумевает, что задано некоторое универсальное множество **U**: $\bar{A} = U/A$, в противном случае операция дополнения не определена.

Операции над множествами обладают рядом важных свойств.

Пусть задано универсальное множество U , тогда для любых $A, B, C \in U$ выполняются следующие равенства:

1) **идемпотентность:**

$$A \cup A = A, \quad A \cap A = A;$$

2) **коммутативность:**

$$A \cup B = B \cup A, \quad A \cap B = B \cap A;$$

3) **ассоциативность:**

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C, \quad A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C;$$

4) **дистрибутивность:**

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C),$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C),$$

5) **поглощение:**

$$(A \cap B) \cup A = A, \quad (A \cup B) \cap A = A;$$

6) **свойства нуля:**

$$A \cup \emptyset = A, \quad A \cap \emptyset = \emptyset;$$

7) **свойства единицы:**

$$A \cup U = U, \quad A \cap U = A;$$

8) **инволютивность:**

$$\overline{\overline{A}} = A;$$

9) **законы де Моргана:**

$$A \cup B = \overline{\overline{A} \cap \overline{B}}, \quad A \cap B = \overline{\overline{A} \cup \overline{B}}$$

10) **свойства дополнения:**

$$A \cup \overline{A} = U, \quad A \cap \overline{A} = \emptyset;$$

11) **выражение для разности:**

$$A/B = A \cap \overline{B}.$$

Геометрическое изображение множеств – **диаграмма Эйлера-Венна**. Построение диаграммы заключается в изображении большого прямоугольника, представляющего **универсальное множество U** , а внутри него окружностей, представляющих множества. Фигуры должны пересекаться в наиболее общем случае, требуемом в задаче, и должны быть соответствующим образом обозначены. Точки, лежащие внутри различных областей диаграммы, могут рассматриваться как элементы, соответствующих множеств.

3.2. Отношения

Прямое (декартовое) произведение множеств A и B называется множеством M всех пар (a,b) , таких, что a принадлежит A , а b принадлежит B :

$$M = A \times B = \{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}$$

Причем:

$$A \times B \neq B \times A$$

Пример

$$A = \{1,2,3\} \quad B = \{8,9\}$$

$$A \times B = \{(1,8), (1,9), (2,8), (2,9), (3,8), (3,9)\}$$

$$B \times A = \{(8,1), (8,2), (8,3), (9,1), (9,2), (9,3)\}$$

Бинарным (двуместным) отношением между элементами a, b множеств A и B называется любое подмножество R множества $A \times B$.

Если $A=B$, то отношение называется **бинарным отношением на A** .

Вместо (a,b) часто записывают aRb .

Отношение **однозначно** определяется множеством R . Часто отношения задают **матрицей отношений $R = \|r_{ij}\|$** , в которой

$$r_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } (a_i, b_j) \in R \\ 0, & \text{если } (a_i, b_j) \notin R \end{cases}$$

Бинарное отношение R на множестве A называется **рефлексивным**, если

$$(a, a) \in R \quad \forall a \in A,$$

антирефлексивным, если

$$(a, a) \notin R \quad \forall a \in A.$$

Если хотя бы для одного $a \in A$ пара $(a, a) \notin R$, то отношение называют **нерефлексивным**.

Бинарное отношение R на множестве A называется **симметричным**, если из

$$(a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R \quad \forall a, b \in A,$$

асимметричным, если это условие не выполняется:

$$(a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \notin R \quad \forall a, b \in A$$

антисимметричным (выполнение отношений aRb и bRa влечёт $a = b$, или, то же самое, выполнение отношений aRb и bRa возможно только для равных a и b), если из

$$(a, b) \in R \ \& \ (b, a) \in R \quad \Rightarrow \quad a = b.$$

Причем антисимметричность отношения не исключает симметричности!

Бинарное отношение R на множестве A называется **транзитивным**, если из

$$(a, b) \in R \ \& (b, c) \in R \quad \Rightarrow \quad (a, c) \in R.$$

Рефлексивное, симметричное и транзитивное бинарное отношение R называется **отношением эквивалентности**.

Отношение толерантности – рефлексивное, симметричное, но нетранзитивное бинарное отношение R .

Отношения определены как множества, поэтому над ними выполняются операции **объединения, пересечения и дополнения**. Кроме того, введены две новых операции: **обратное отношение** и **композиция** или **произведение отношений**.

Пусть бинарные отношения R, R_1, R_2 – подмножества $A \times B$ (может быть $A=B$).

Символы: $\&$ - «и», $\vee$ - «или», $\exists$ - «существует».

1. **Объединение:**

$$R_1 \cup R_2 = \{(a, b) | (a, b) \in R_1 \vee (a, b) \in R_2\}.$$

2. **Пересечение:**

$$R_1 \cap R_2 = \{(a, b) | (a, b) \in R_1 \& (a, b) \in R_2\}.$$

3. **Разность:**

$$R_1 \setminus R_2 = \{(a, b) | (a, b) \in R_1 \& (a, b) \notin R_2\}.$$

4. **Дополнение:**

$$\bar{R} = (A \times B) \setminus R.$$

5. **Обратное отношение для R :**

$$R^{-1} = \{(a, b) | (b, a) \in R\}.$$

6. **Произведение отношений (композиция):**

$$R_1 \circ R_2 = \{(a, c) | \exists b \in B: (a, b) \in R_1 \& (b, c) \in R_2\},$$

$$R_1 \subseteq A \times B \ \& R_2 \subseteq B \times C.$$

Свойства операций

1. $(R^{-1})^{-1} = R$
2. $(R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cup R_2^{-1}$
3. $(R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cap R_2^{-1}$
4. $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_1^{-1} \circ R_2^{-1}$

3.3. Задача о покрытии на языке теории множеств.

Пусть $B = \{b_1, \dots, b_n\}$ – опорное множество. Имеется множество $A = \{A_1, \dots, A_m\}$ подмножеств множества B ($A_i \subseteq B$), $\bigcup_{i=1}^m A_i = B$. Каждому подмножеству A_i сопоставлена цена a_i . Множество $P = \{A_{i_1}, \dots, A_{i_l}\}$, ($l \leq m$) называется решением задачи о покрытии или просто **покрытием**, если выполнено условие:

$$\bigcup_{j=1}^l A_{i_j} = B$$

Объяснением термина «покрытие» служит то, что совокупность множеств $A_{i_1}, \dots, A_{i_l}$ содержит все элементы множества B , т.е. покрывает множество B .

Теорема. Если P – покрытие, то $P' \supseteq P$ – тоже покрытие, т.е. множество всех возможных покрытий вогнуто.

Определения:

Покрытие P называется **безызбыточным**, если при удалении из него хотя бы одного элемента оно перестает быть покрытием. Иначе – покрытие **избыточно**.

Покрытие P называется **минимальным**, если его цена $S = \sum_{j=1}^l a_{i_j}$ – наименьшая среди всех покрытий данной задачи.

Покрытие P называется **кратчайшим**, если количество l наборов – наименьшее среди всех покрытий задачи.

Теорема. Минимальные и кратчайшие покрытия – безызбыточны.

Таблица покрытий T весьма удобна для представления исходных данных в задаче о покрытиях. Эта таблица – матрица T отношения принадлежности элементов множеств $A_i \in A$ опорному множеству B . Столбцы матрицы T сопоставлены элементам множества B , строки – элементам множества A :

$$T_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } b_j \in B \text{ и } b_j \in A_i \\ \emptyset, & \text{если } b_j \in B \text{ и } b_j \notin A_i \end{cases}$$

На языке таблицы покрытий задача о покрытии формулируется как задача построения таких подмножеств P_i строк таблицы покрытий, чтобы в совокупности строк, входящих в P_i , во всех столбцах были единицы. Такое подмножество строк называется **покрытием**.

4. Порядок выполнения РГЗ

1. Изучить разделы 1-3 настоящих методических указаний.
2. По согласованию с преподавателем определить вариант индивидуальных заданий.
3. Выполнить задания в соответствии с индивидуальным номером варианта и разделом 5 настоящих методических указаний.
4. Оформить отчет.

5. Варианты индивидуальных заданий

5.1. Задание 1. Операции над множествами

Заданы множества A, B, C .

При $U = \{ u_i \mid u_i \in N \text{ и } u_i \leq 20 \}$, Построить:

- $X = A \cup B$,
- $Y = A \cap B$,
- $Z = A \setminus B$,
- $\bar{C}$,
- $Y \times Z$ (для полученных Y и Z).

1.

$$A = \{2, 3, 4, 5, 6, 16\}$$

$$B = \{5, 6, 20, 15, 11, 1, 16\}$$

$$C = \{11, 3, 5, 14, 7, 8, 6, 17\}$$

3.

$$A = \{12, 3, 14, 9, 6, 18\}$$

$$B = \{5, 6, 3, 15, 11, 1, 16\}$$

$$C = \{19, 3, 9, 14, 7, 8, 6, 11\}$$

5.

$$A = \{2, 3, 4, 8, 6, 15\}$$

$$B = \{5, 6, 20, 10, 11, 1, 15\}$$

$$C = \{11, 3, 5, 4, 7, 8, 9, 10\}$$

7.

$$A = \{2, 3, 4, 5, 11, 16\}$$

$$B = \{5, 6, 1, 11, 9, 16\}$$

$$C = \{10, 3, 15, 4, 7, 8, 6, 18\}$$

9.

$$A = \{12, 6, 14, 1, 8, 16\}$$

$$B = \{5, 6, 1, 11, 9, 20\}$$

$$C = \{2, 3, 11, 4, 7, 18, 6, 10\}$$

2.

$$A = \{2, 3, 14, 5, 8, 18\}$$

$$B = \{5, 18, 20, 15, 11, 1, 2\}$$

$$C = \{1, 13, 5, 14, 7, 8, 6, 19\}$$

4.

$$A = \{2, 13, 14, 7, 6, 18\}$$

$$B = \{6, 2, 15, 13, 18, 3\}$$

$$C = \{20, 3, 9, 4, 7, 8, 6, 17\}$$

6.

$$A = \{2, 3, 9, 8, 16, 20\}$$

$$B = \{5, 6, 2, 20, 11, 1, 16\}$$

$$C = \{11, 3, 15, 4, 17, 5, 9, 1\}$$

8.

$$A = \{4, 3, 14, 5, 10, 6\}$$

$$B = \{5, 6, 1, 10, 9, 3\}$$

$$C = \{10, 13, 5, 4, 7, 2, 6, 18\}$$

10.

$$A = \{12, 6, 11, 7, 10, 19\}$$

$$B = \{15, 6, 8, 11, 19, 20\}$$

$$C = \{5, 9, 10, 4, 7, 8, 6, 20\}$$

11.

$A=\{16,6,10,1,2,8\}$

$B=\{5,6,1,11,9,10\}$

$C=\{2,3,11,4,8,17,6,12\}$

13.

$A=\{5,6,14,1,8,16\}$

$B=\{6,1,5,11,9,2\}$

$C=\{12,3,1,4,17,8,6,10\}$

15.

$A=\{20,19,14,3,8,11\}$

$B=\{5,6,3,11,9,20\}$

$C=\{2,3,11,14,7,8,16,10\}$

17.

$A=\{12,3,14,11,5,1,13\}$

$B=\{5,6,1,13,9,18\}$

$C=\{12,3,10,4,7,18,6,1\}$

19.

$A=\{4,6,14,7,8,19\}$

$B=\{6,1,11,4,9,20\}$

$C=\{2,3,10,4,11,18,6,13\}$

21.

$A=\{7,16,14,2,8,19\}$

$B=\{2,1,11,4,19,20\}$

$C=\{12,20,4,11,18,6,3,13\}$

23.

$A=\{14,6,17,3,18,2\}$

$B=\{6,1,11,14,9,12\}$

$C=\{2,3,20,14,1,18,6,13\}$

25.

$A=\{14,5,14,17,8,9\}$

$B=\{6,1,11,14,9,18\}$

$C=\{2,15,16,11,4,20,8,13\}$

27.

$A=\{12,15,4,6,10,9\}$

$B=\{6,10,11,15,19,4\}$

$C=\{12,15,1,4,20,18,6,13\}$

29.

$A=\{15,5,9,1,3,7\}$

$B=\{5,6,1,11,9,10\}$

$C=\{2,3,11,4,8,17,6,12\}$

12.

$A=\{16,6,10,1,2,8\}$

$B=\{5,6,1,11,9,10\}$

$C=\{11,4,8,2,3,17,6,12\}$

14.

$A=\{15,8,14,10,9,6\}$

$B=\{6,1,8,11,9,2,20\}$

$C=\{8,16,12,13,7,4,9,10\}$

16.

$A=\{12,1,14,13,8,2\}$

$B=\{2,6,3,1,9,20\}$

$C=\{13,11,4,7,18,2,16,10\}$

18.

$A=\{10,14,12,8,15,1,13\}$

$B=\{5,6,1,13,9,8\}$

$C=\{12,9,10,4,17,5,6,1\}$

20.

$A=\{12,7,14,6,8,9\}$

$B=\{6,14,11,4,9,20\}$

$C=\{12,15,1,4,20,18,6,13\}$

22.

$A=\{12,15,4,6,10,9\}$

$B=\{6,14,11,4,9,20\}$

$C=\{20,15,1,4,3,18,6,13\}$

24.

$A=\{15,7,14,6,18,19\}$

$B=\{6,14,11,14,19,20\}$

$C=\{2,15,1,4,20,8,16,3\}$

26.

$A=\{16,8,13,7,19,20\}$

$B=\{7,15,12,11,6,7,19\}$

$C=\{2,3,19,14,1,18,6,13\}$

28.

$A=\{20,9,14,2,8,11\}$

$B=\{6,2,12,4,9,20\}$

$C=\{13,11,4,7,18,2,6,20\}$

30.

$A=\{16,6,10,1,2,8\}$

$B=\{5,6,1,11,9,10\}$

$C=\{11,4,8,2,3,17,6,12\}$

5.2. Задание 2. Подмножества

Построить множество всех подмножеств множества Y , полученного при выполнении задания 1.

5.3. Задание 3. Основные законы алгебры множеств

Упростить выражение:

- 1) $\overline{C \cup B \cup D \cup B \cup \overline{D} \cup A \cap D \cup \overline{C} \cup \overline{B} \cap \overline{D}}$;
- 2) $\overline{A \cup B \cup \overline{C} \cup \overline{A} \cup \overline{B} \cup A \cap C \cup \overline{A} \cup \overline{C} \cap B}$;
- 3) $\overline{\overline{A} \cup \overline{B} \cup A \cup C \cup \overline{A} \cap C \cup \overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C} \cup B \cap C}$;
- 4) $\overline{A \cup \overline{B} \cup C \cup A \cup B \cap C \cup \overline{A} \cap \overline{C} \cup \overline{A} \cap B}$;
- 5) $\overline{\overline{C} \cup \overline{B} \cup \overline{B} \cup C \cup A \cup B \cup C \cup \overline{A} \cap D \cup \overline{A} \cup B \cup \overline{D}}$;
- 6) $\overline{A \cup \overline{B} \cap \overline{C} \cap \overline{D} \cup A \cap \overline{C} \cup \overline{B} \cup A \cap \overline{B} \cap \overline{D}}$;
- 7) $\overline{A \cap B \cup D \cup A \cap B \cap C \cup A \cap \overline{B} \cup \overline{B} \cup C}$;
- 8) $\overline{A \cap \overline{B} \cap C \cup \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C} \cup A \cup \overline{B} \cap \overline{C} \cap \overline{C}}$;
- 9) $\overline{\overline{A} \cap ((B \cup C) \cap (B \cup \overline{D}) \cup \overline{B} \cup \overline{D}) \cup \overline{A} \cap \overline{D} \cup A \cap C}$;
- 10) $\overline{(A \cup B \cup D) \cap C \cup \overline{A} \cap \overline{C} \cup (\overline{C} \cup \overline{A}) \cap B}$;
- 11) $\overline{\overline{A} \cup \overline{B} \cap \overline{C} \cup \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C} \cup D \cup A \cap B \cup C}$;
- 12) $\overline{A \cap (\overline{A} \cup B \cup C \cup (\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}) \cap A \cap C) \cup A \cap \overline{C} \cup \overline{A} \cap D}$;
- 13) $\overline{C \cup B \cup D \cup B \cap \overline{D} \cup A \cap D \cup \overline{C} \cup \overline{B} \cap \overline{D}}$;
- 14) $\overline{A \cup B \cup \overline{C} \cup \overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{A} \cap \overline{C} \cup \overline{A} \cup \overline{C} \cap B \cup C}$;
- 15) $\overline{\overline{A} \cup \overline{B} \cup A \cap C \cup \overline{A} \cap C \cup \overline{A} \cup \overline{B} \cup C \cup B \cap C}$;
- 16) $\overline{A \cup \overline{B} \cup C \cup A \cup B \cap C \cup \overline{A} \cap \overline{C} \cup \overline{A} \cap B}$;
- 17) $\overline{\overline{B} \cup \overline{C} \cup \overline{B} \cup C \cup D \cap B \cup C \cap \overline{A} \cup \overline{A} \cup B \cap \overline{D}}$;
- 18) $\overline{B \cap A \cap D \cap \overline{C} \cup A \cap \overline{C} \cup \overline{B} \cup A \cap \overline{B} \cap \overline{D}}$;
- 19) $\overline{A \cap B \cup D \cup A \cap \overline{B} \cap \overline{C} \cup A \cap \overline{B} \cup \overline{D} \cup C}$;
- 20) $\overline{B \cap A \cap C \cup A \cap \overline{B} \cap C \cup A \cup B \cap \overline{C} \cap C}$;
- 21) $\overline{C \cup B \cap D \cup B \cap \overline{D} \cup A \cap D \cup \overline{C} \cap \overline{B} \cap \overline{D}}$;
- 22) $\overline{C \cup B \cap D \cup D \cap B \cup \overline{A} \cap D \cup \overline{C} \cap \overline{B} \cap \overline{D}}$;
- 23) $\overline{A \cup B \cup C \cup \overline{A} \cup \overline{B} \cup A \cap C \cup A \cup \overline{C} \cap B}$;

- 24) $\overline{\overline{A \cup \overline{B}} \cup A \cup C \cup A \cap C \cup \overline{A \cup \overline{B}} \cap C \cup \overline{B} \cap C}$;
 25) $\overline{A \cup \overline{B} \cup C \cup A \cap B \cup C \cup \overline{A \cup C} \cap \overline{A} \cap B}$;
 26) $\overline{(\overline{A \cup B \cup C} \cup (\overline{A \cup \overline{B} \cup \overline{C}}) \cap \overline{A \cup C}) \cap \overline{C} \cup \overline{A} \cap D}$;
 27) $\overline{A \cap \overline{B} \cup C \cup \overline{A \cup B \cup A \cap C \cup \overline{A} \cap \overline{C} \cap B}}$;
 28) $\overline{A \cap \overline{B} \cup \overline{C} \cup \overline{A \cup B \cap C \cup A \cup \overline{C} \cup \overline{A} \cap B}}$;
 29) $\overline{A \cup \overline{B} \cap \overline{C} \cup D \cup \overline{A} \cap \overline{C} \cup B \cup A \cap \overline{B} \cap \overline{D}}$;
 30) $\overline{C \cap \overline{B} \cup D \cup B \cup \overline{D} \cup A \cap D \cup \overline{C} \cup B \cup D}$.

5.4. Задание 4. Основные операции над отношениями

Заданы отношения R_1 и R_2 . Построить:

- $R_1 \cup R_2$,
- $R_1 \cap R_2$,
- $\overline{R_1}$
- $R_1 \circ R_2$.

1.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1			1
x_2		1		
x_3	1		1	

R_1	y_1	y_2	y_3
y_1	1		
y_2		1	
y_3	1	1	1
y_4			1

2.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1			
x_2		1		1
x_3			1	1

R_2	z_1	z_2	z_3
y_1		1	
y_2	1		1
y_3	1	1	1
y_4	1		

3.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1			
x_2	1	1		1
x_3	1		1	

R_1	y_1	y_2	y_3
y_1	1		1
y_2		1	
y_3	1	1	
y_4			1

4.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1			
x_2		1		1
x_3			1	1

R_2	z_1	z_2	z_3
y_1		1	
y_2	1		
y_3	1	1	1
y_4	1		1

5.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1		1		
x_2	1	1		1
x_3		1	1	

R_1	y_1	y_2	y_3
y_1	1		1
y_2	1	1	
y_3	1	1	
y_4			1

6.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1			1	1
x_2		1		1
x_3		1	1	1

R_2	z_1	z_2	z_3
y_1	1		1
y_2		1	
y_3	1	1	
y_4			1

7.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1			1
x_2		1	1	1
x_3		1	1	

R_1	y_1	y_2	y_3
y_1	1		1
y_2	1	1	
y_3	1	1	
y_4			1

8.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1			1
x_2		1	1	1
x_3		1	1	

R_2	z_1	z_2	z_3
y_1		1	
y_2	1	1	
y_3	1	1	
y_4		1	1

9.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1	1		
x_2	1	1	1	
x_3		1		1

R_1	y_1	y_2	y_3
y_1			1
y_2	1		1
y_3	1		1
y_4	1	1	

10.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1		1	
x_2		1	1	1
x_3		1	1	

R_2	z_1	z_2	z_3
y_1		1	
y_2	1	1	1
y_3			1
y_4	1	1	

11.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1		1	1
x_2	1	1		
x_3		1		1

R_1	y_1	y_2	y_3
y_1			1
y_2	1	1	
y_3	1		1
y_4	1		1

12.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1	1		
x_2	1	1	1	
x_3		1		1

R_2	z_1	z_2	z_3
y_1			1
y_2	1		1
y_3	1		
y_4	1	1	1

13.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1			1
x_2	1		1	1
x_3	1			1

R_1	y_1	y_2	y_3
y_1			1
y_2	1	1	1
y_3	1	1	
y_4			1

14.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1	1		
x_2	1	1	1	
x_3		1		1

R_2	z_1	z_2	z_3
y_1			1
y_2		1	
y_3	1	1	1
y_4	1		1

15.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1		1	
x_2	1	1	1	
x_3		1		1

R_1	y_1	y_2	y_3
y_1			1
y_2	1	1	
y_3	1		1
y_4	1	1	1

16.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1		1	1	
x_2	1	1	1	
x_3		1		1

R_2	z_1	z_2	z_3
y_1		1	1
y_2	1		
y_3	1		1
y_4	1	1	1

17.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1		1	1	
x_2		1	1	1
x_3		1		1

R_1	y_1	y_2	y_3
y_1		1	1
y_2	1		
y_3	1		1
y_4	1	1	1

18.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1		1	
x_2	1	1		1
x_3		1		1

R_2	z_1	z_2	z_3
y_1	1	1	1
y_2			
y_3	1	1	1
y_4	1		1

19.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1			1	
x_2	1	1	1	
x_3		1		1

R_1	y_1	y_2	y_3
y_1			1
y_2	1	1	
y_3	1		1
y_4	1	1	1

20.

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1		1	1
x_2	1	1		
x_3		1		1

R_2	z_1	z_2	z_3
y_1			
y_2	1	1	
y_3			1
y_4	1	1	1

21.

R ₁	y ₁	y ₂	y ₃	y ₄
x ₁	1	1	1	
x ₂		1		
x ₃		1		1

R ₁	y ₁	y ₂	y ₃
y ₁		1	1
y ₂	1	1	
y ₃	1		
y ₄	1	1	1

22.

R ₁	y ₁	y ₂	y ₃	y ₄
x ₁		1		1
x ₂	1	1	1	
x ₃		1		1

R ₂	z ₁	z ₂	z ₃
y ₁	1		1
y ₂		1	
y ₃	1		1
y ₄		1	1

23.

R ₁	y ₁	y ₂	y ₃	y ₄
x ₁		1	1	
x ₂	1		1	
x ₃		1		1

R ₁	y ₁	y ₂	y ₃
y ₁		1	1
y ₂	1		
y ₃			1
y ₄	1	1	1

24.

R ₁	y ₁	y ₂	y ₃	y ₄
x ₁		1	1	1
x ₂	1		1	
x ₃			1	1

R ₂	z ₁	z ₂	z ₃
y ₁	1		1
y ₂	1	1	1
y ₃			
y ₄	1	1	

25.

R ₁	y ₁	y ₂	y ₃	y ₄
x ₁	1			1
x ₂		1	1	
x ₃	1		1	1

R ₁	y ₁	y ₂	y ₃
y ₁	1		
y ₂	1	1	1
y ₃			1
y ₄	1		1

26.

R ₁	y ₁	y ₂	y ₃	y ₄
x ₁	1	1		1
x ₂		1		
x ₃	1			1

R ₂	z ₁	z ₂	z ₃
y ₁	1		
y ₂		1	1
y ₃	1	1	1
y ₄			

27.

R ₁	y ₁	y ₂	y ₃	y ₄
x ₁		1	1	
x ₂	1			1
x ₃		1		1

R ₁	y ₁	y ₂	y ₃
y ₁	1	1	1
y ₂		1	
y ₃	1		1
y ₄		1	1

28.

R ₁	y ₁	y ₂	y ₃	y ₄
x ₁	1			1
x ₂		1	1	
x ₃	1		1	

R ₂	z ₁	z ₂	z ₃
y ₁		1	1
y ₂	1	1	
y ₃		1	
y ₄	1	1	1

29.

R ₁	y ₁	y ₂	y ₃	y ₄
x ₁	1		1	
x ₂		1		1
x ₃	1		1	

R ₁	y ₁	y ₂	y ₃
y ₁	1		1
y ₂	1	1	
y ₃		1	1
y ₄			1

30.

R ₁	y ₁	y ₂	y ₃	y ₄
x ₁		1		1
x ₂		1	1	1
x ₃	1		1	

R ₂	z ₁	z ₂	z ₃
y ₁	1		
y ₂	1	1	1
y ₃		1	
y ₄		1	1

5.5. Задание 5. Максимальные совместимые подмножества

На множестве X задано отношение несовместимости R . Построить все максимальные совместимые подмножества множества X .

1.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	—	1		1	1	
x ₂	1	—	1			1
x ₃		1	—	1		
x ₄	1		1	—		1
x ₅	1				—	1
x ₆		1		1	1	—

2.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	—		1			1
x ₂		—	1	1		
x ₃	1	1	—			1
x ₄		1		—	1	1
x ₅				1	—	1
x ₆	1		1	1	1	—

3.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	—	1			1	1
x ₂	1	—		1		1
x ₃			—	1	1	
x ₄		1	1	—		1
x ₅	1		1		—	
x ₆	1	1		1		—

4.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–		1	1		
x ₂		–	1		1	
x ₃	1	1	–			1
x ₄	1			–	1	
x ₅		1		1	–	1
x ₆			1		1	–

5.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–	1			1	
x ₂	1	–		1	1	
x ₃			–	1	1	1
x ₄		1	1	–		
x ₅	1	1	1		–	1
x ₆			1		1	–

6.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–		1	1		1
x ₂		–	1		1	
x ₃	1	1	–		1	
x ₄	1			–		1
x ₅		1	1		–	1
x ₆	1			1	1	–

7.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–			1	1	1
x ₂		–	1		1	
x ₃		1	–			1
x ₄	1			–	1	1
x ₅	1	1		1	–	
x ₆	1		1	1		–

8.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–		1		1	1
x ₂		–	1	1		
x ₃	1	1	–			1
x ₄		1		–	1	1
x ₅	1			1	–	
x ₆	1		1	1		–

9.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–	1			1	1
x ₂	1	–		1		1
x ₃			–	1	1	
x ₄		1	1	–		
x ₅	1		1		–	1
x ₆	1	1			1	–

10.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–	1				1
x ₂	1	–		1	1	
x ₃			–	1	1	1
x ₄		1	1	–		1
x ₅	1	1			–	
x ₆	1		1	1		–

11.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–		1	1		1
x ₂		–	1		1	
x ₃	1	1	–			1
x ₄	1			–	1	
x ₅		1		1	–	1
x ₆	1		1		1	–

12.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–	1		1		1
x ₂	1	–			1	1
x ₃			–	1	1	
x ₄	1		1	–		
x ₅		1	1		–	1
x ₆	1	1			1	–

13.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–	1		1		1
x ₂	1	–	1			1
x ₃		1	–	1	1	
x ₄	1		1	–	1	
x ₅			1	1	–	
x ₆	1	1				–

14.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–		1		1	1
x ₂		–	1	1	1	
x ₃	1	1	–			1
x ₄		1		–	1	
x ₅	1	1		1	–	
x ₆	1		1			–

15.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–			1	1	
x ₂		–	1	1		
x ₃		1	–		1	1
x ₄	1	1		–		
x ₅	1		1		–	1
x ₆			1		1	–

16.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–	1			1	
x ₂	1	–		1		1
x ₃			–	1		1
x ₄		1	1	–		
x ₅	1				–	1
x ₆		1	1		1	–

17.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–	1				1
x ₂	1	–		1	1	
x ₃			–		1	1
x ₄		1		–	1	1
x ₅		1	1	1	–	
x ₆	1		1	1		–

18.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–		1			1
x ₂		–	1	1		1
x ₃	1	1	–		1	
x ₄		1		–	1	1
x ₅			1	1	–	
x ₆	1	1		1		–

19.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–		1		1	1
x ₂		–	1	1		1
x ₃	1	1	–	1		
x ₄		1	1	–		1
x ₅	1				–	
x ₆	1	1		1		–

20.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–	1		1	1	
x ₂	1	–			1	
x ₃			–	1		1
x ₄	1		1	–	1	1
x ₅	1	1		1	–	
x ₆			1	1		–

21.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–	1		1	1	1
x ₂	1	–		1		
x ₃			–	1	1	
x ₄	1	1	1	–		
x ₅	1		1		–	1
x ₆	1				1	–

22.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–	1	1			1
x ₂	1	–		1		1
x ₃	1		–	1	1	
x ₄		1	1	–		
x ₅			1		–	1
x ₆	1		1		1	–

23.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–	1				1
x ₂	1	–		1	1	
x ₃			–	1	1	1
x ₄		1	1	–		1
x ₅		1	1		–	
x ₆	1		1	1		–

24.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–	1			1	
x ₂	1	–	1			1
x ₃		1	–	1		1
x ₄			1	–	1	
x ₅	1			1	–	1
x ₆		1	1		1	–

25.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–		1			1
x ₂		–	1	1	1	
x ₃	1	1	–			1
x ₄		1		–		1
x ₅		1			–	1
x ₆	1		1	1	1	–

26.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–	1		1		1
x ₂	1	–	1		1	
x ₃			–	1		1
x ₄		1	1	–		1
x ₅		1			–	1
x ₆	1		1	1		–

27.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–	1		1	1	
x ₂	1	–	1			1
x ₃		1	–	1	1	
x ₄			1	–	1	
x ₅	1		1	1	–	
x ₆		1	1		1	–

28.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–	1		1	1	
x ₂	1	–			1	1
x ₃		1	–	1		1
x ₄	1		1	–	1	
x ₅			1	1	–	
x ₆	1	1		1		–

29.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–		1			1
x ₂		–	1	1	1	
x ₃	1		–	1		1
x ₄	1	1		–	1	
x ₅	1	1		1	–	
x ₆	1		1		1	–

30.

R	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆
x ₁	–	1			1	
x ₂		–	1	1		1
x ₃		1	–		1	1
x ₄	1	1		–		1
x ₅	1		1		–	1
x ₆	1		1		1	–

5.6. Задание 6. Поиск кратчайшего покрытия таблицы покрытий

Задана таблица покрытий. Построить хотя бы одно кратчайшее покрытие.

1.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A			1							1
B	1	1					1		1	
C	1			1		1				1
D			1	1	1					
E						1			1	1
F							1	1		
G		1	1		1					
H						1		1		

2.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A		1					1	1		
B	1			1						
C						1			1	
D		1	1						1	1
E				1				1		
F	1					1				1
G			1		1				1	
H	1				1	1	1			

3.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A	1	1						1		
B		1	1		1		1			
C				1			1			
D				1				1		
E		1				1			1	1
F			1				1			1
G	1				1	1			1	
H			1			1				

4.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A				1		1	1	1		
B	1		1		1				1	
C				1	1	1				
D		1								1
E	1			1						
F		1	1				1			
G	1							1	1	
H						1				1

5.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A				1	1		1	1		
B			1	1		1				
C		1							1	
D					1			1		1
E			1					1		
F						1			1	
G	1		1			1	1			
H	1	1								1

6.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A		1						1		
B			1			1				
C	1	1			1					
D				1				1	1	
E	1			1				1		1
F				1		1				
G		1			1		1			1
H			1				1		1	

7.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A	1						1	1		1
B			1	1						
C					1			1	1	
D						1				1
E		1	1		1	1				
F	1	1								
G				1					1	
H			1			1	1			

8.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A	1			1				1		
B	1		1			1			1	
C					1			1		
D		1				1	1			
E					1				1	
F		1		1						
G			1	1				1		1
H		1					1			1

9.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A	1				1					
B		1		1		1				
C	1	1						1	1	
D			1		1		1			
E			1		1				1	
F	1					1	1	1		
G				1						1
H			1							1

10.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A			1	1						
B		1		1		1	1			
C					1	1				
D		1	1					1	1	
E	1				1					
F				1		1				1
G	1		1				1	1		
H	1								1	1

11.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A	1							1		1
B		1			1					
C				1			1			
D		1		1		1				1
E			1				1		1	
F	1		1			1	1			
G					1			1		
H		1		1					1	

12.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A				1					1	
B		1					1			1
C	1		1		1					1
D		1				1	1			
E			1						1	
F					1		1			
G	1			1				1		
H			1		1	1		1		

13.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A			1	1		1	1			
B		1						1	1	
C	1					1				1
D	1	1							1	
E				1			1	1		1
F				1	1					
G							1		1	
H			1		1					

14.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A	1		1				1			
B	1			1						
C			1	1		1			1	
D					1		1			
E	1						1	1		
F		1			1					
G				1				1	1	1
H		1				1				1

15.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A	1				1	1				
B		1		1						
C			1					1	1	1
D	1						1			
E				1					1	
F		1			1	1	1			1
G		1	1				1			
H	1				1			1		

16.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A			1		1				1	1
B		1		1				1		
C	1		1					1	1	
D		1					1			
E	1				1	1				
F		1		1						1
G						1	1			
H				1					1	

17.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A			1					1		1
B		1	1	1			1			
C				1		1	1			1
D	1					1			1	
E					1		1			
F	1			1						
G	1	1							1	
H					1		1			

18.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A	1	1	1			1				
B				1	1					1
C						1		1		
D		1			1	1			1	
E	1						1		1	
F		1		1						
G							1	1		
H			1	1					1	1

19.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A	1		1							1
B		1			1				1	
C			1	1	1					
D		1								1
E				1				1		
F		1			1	1	1			
G	1						1		1	1
H						1		1		

20.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A	1				1	1				1
B		1	1				1			
C								1	1	1
D			1		1	1		1		
E						1	1			
F				1					1	
G				1	1					
H	1	1					1			

21.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A		1			1				1	
B	1		1							
C					1		1			
D	1							1		
E		1	1	1			1			
F				1		1		1		1
G					1				1	1
H			1			1	1			

22.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A		1					1	1		1
B					1				1	
C	1		1	1						
D				1			1			
E			1	1				1		
F	1	1				1	1			
G			1		1					
H						1			1	1

23.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A					1			1		
B		1							1	
C				1		1	1	1		
D			1				1		1	
E		1		1						
F				1	1	1				
G	1		1						1	
H	1				1			1		1

24.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A	1			1	1		1			
B			1				1			
C	1					1				1
D					1		1	1		
E		1		1				1	1	
F			1							1
G		1			1					
H		1				1			1	

25.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A				1	1			1		1
B				1			1			
C						1	1	1		
D	1		1	1						1
E		1							1	
F			1			1	1			
G	1	1			1					
H						1			1	

26.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A		1				1			1	
B	1		1							
C					1		1			
D	1							1		
E		1	1		1		1			
F				1		1		1		1
G					1				1	
H			1			1	1			1

27.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A	1		1						1	
B		1		1		1				
C	1	1					1	1	1	
D			1		1		1			
E			1		1				1	
F	1					1	1	1		
G				1						1
H			1			1				1

28.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A			1	1						
B			1	1		1		1		
C					1	1				
D		1	1				1	1	1	
E	1				1					
F		1		1		1				1
G	1		1				1	1		
H	1								1	1

29.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A		1			1	1				
B	1			1						
C			1					1	1	1
D		1					1			
E				1				1		
F	1				1	1	1			1
G	1		1				1			
H		1			1				1	

30.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀
A	1		1						1	1
B		1		1				1		
C			1		1			1		
D		1					1		1	
E	1				1	1				
F		1		1						1
G						1	1			
H				1					1	

5.7. Задание 7. Поиск минимального покрытия таблицы покрытий

Задана таблица покрытий. Построить хотя бы одно минимальное покрытие.

1.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A			1	1			1			1
B	1				1		1			1
C		1	1	1					1	2
D		1		1	1		1	1		4
E	1		1			1			1	3
F					1			1	1	1
G		1				1		1		2
H			1						1	4

2.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A				1	1		1			1
B	1					1			1	2
C	1			1	1			1	1	3
D			1					1	1	1
E		1	1			1	1			3
F	1	1		1		1	1			2
G		1			1			1		2
H	1			1						4

3.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A		1	1		1			1		3
B	1		1	1				1		2
C	1			1		1	1		1	4
D		1				1			1	1
E			1	1					1	2
F	1						1	1		2
G					1	1	1			1
H			1					1		3

4.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A		1		1				1		2
B			1			1			1	1
C		1			1		1		1	3
D	1			1			1		1	2
E	1		1		1					1
F	1		1	1		1		1		3
G			1						1	2
H						1	1	1		2

5.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A		1					1	1		1
B						1		1	1	2
C		1	1		1	1				3
D			1	1					1	2
E	1				1		1			1
F	1		1	1		1				2
G							1	1		2
H	1			1			1	1	1	3

6.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A	1			1	1					2
B	1			1		1	1		1	3
C					1		1		1	1
D		1				1	1			2
E		1	1		1			1		3
F	1		1	1	1					2
G	1					1		1		2
H			1	1					1	1

7.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A			1					1		1
B		1		1		1				2
C	1	1		1	1			1		3
D	1			1		1			1	2
E	1				1		1			1
F		1			1				1	2
G		1			1			1		4
H			1			1	1		1	3

8.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A		1				1		1		1
B		1		1			1		1	3
C				1	1			1	1	2
D			1			1			1	2
E	1				1		1			1
F	1		1	1						2
G			1			1				3
H	1		1		1	1		1		3

9.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A	1			1					1	2
B	1						1		1	1
C	1		1			1		1		3
D					1		1	1		2
E		1		1	1		1		1	4
F		1	1	1						1
G		1			1	1				1
H	1						1			3

10.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A	1	1						1		1
B		1		1	1		1	1		4
C		1		1		1				2
D					1	1	1			1
E			1				1	1		1
F	1		1			1			1	3
G		1						1		3
H				1	1				1	2

11.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A			1		1				1	1
B		1	1			1	1			3
C		1	1	1					1	2
D	1			1	1			1	1	3
E					1	1		1		1
F	1	1		1		1				2
G	1						1	1		2
H		1	1						1	3

12.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A					1		1	1		2
B	1			1		1				1
C	1	1	1							1
D		1				1	1		1	3
E			1		1		1		1	2
F	1		1	1	1			1		4
G				1				1	1	1
H	1			1						3

13.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A			1		1				1	1
B		1	1	1				1		3
C			1	1			1		1	2
D	1				1	1	1		1	4
E					1	1		1		2
F	1	1					1			1
G			1	1					1	4
H	1			1		1				1

14.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A	1	1					1			2
B				1	1				1	2
C					1	1	1	1		2
D		1				1			1	1
E	1		1		1	1				3
F			1	1				1		1
G		1		1			1	1	1	4
H		1				1				3

15.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A	1			1	1		1		1	4
B	1		1			1	1			2
C	1			1				1		1
D			1				1		1	1
E				1	1	1				2
F		1			1				1	1
G		1		1		1		1		3
H				1		2				3

16.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A		1			1	1				2
B	1	1		1						1
C	1	1			1			1	1	4
D			1					1	1	2
E	1					1	1	1		2
F					1		1		1	1
G		1		1						3
H			1	1		1	1			3

17.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A		1	1	1			1	1		3
B			1	1	1					1
C			1				1		1	2
D	1	1		1						1
E		1				1		1		1
F					1	1	1	1		2
G	1				1	1			1	3
H			1	1				1		3

18.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A		1			1	1	1			3
B		1						1	1	1
C	1		1				1			2
D			1		1	1			1	2
E	1		1	1				1	1	3
F	1			1		1				1
G		1						1		2
H				1	1			1		1

19.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A	1			1					1	2
B			1			1		1		1
C			1	1	1	1			1	3
D	1			1	1		1			2
E	1	1					1	1		3
F			1				1		1	1
G				1			1			3
H		1			1	1				1

20.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A			1	1			1			1
B		1	1		1				1	2
C					1	1		1		2
D	1			1	1				1	3
E							1	1	1	1
F	1	1				1				1
G		1	1			1	1	1		3
H							1	1		2

21.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A	1			1				1		1
B		1	1			1	1			2
C	1				1				1	1
D			1		1	1				2
E	1			1	1	1	1			3
F		1	1					1	1	3
G	1				1	1				3
H		1		1			1			1

22.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A				1			1	1	1	3
B		1	1						1	2
C	1	1	1		1	1				3
D			1	1	1			1		2
E	1					1	1			1
F	1			1	1					1
G			1					1		3
H		1				1		1		1

23.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A					1		1		1	1
B	1		1			1			1	3
C			1	1		1				2
D	1	1					1			1
E		1	1					1		2
F		1		1	1		1	1		3
G					1	1		1		1
H			1			1				3

24.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A			1			1			1	2
B	1				1		1	1		2
C		1	1	1						1
D	1			1	1				1	3
E					1	1		1		2
F	1	1					1			1
G		1	1			1	1	1		3
H		1					1			2

25.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A			1		1				1	1
B	1			1					1	2
C		1					1	1		1
D	1		1		1			1		2
E	1		1			1	1			3
F		1		1	1			1	1	3
G		1		1		1				2
H	1				1			1		3

26.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A	1	1					1			2
B				1	1				1	2
C				1		1	1	1		2
D		1				1			1	1
E	1		1	1		1				3
F			1		1			1		1
G		1			1		1	1	1	4
H		1				1				3

27.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A			1				1			1
B		1			1	1				2
C	1	1		1	1				1	3
D	1			1		1		1		2
E	1				1		1			1
F		1		1				1		2
G		1		1					1	4
H			1			1	1	1		3

28.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A		1				1		1		1
B		1		1			1		1	3
C				1	1			1	1	2
D			1			1			1	2
E	1				1		1			1
F	1		1	1						2
G			1			1				3
H	1		1		1	1		1		3

29.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A	1		1		1		1	1		4
B	1			1		1	1			2
C	1		1						1	1
D				1			1	1		1
E			1		1	1				2
F		1			1			1		1
G		1	1			1			1	3
H			1			2				3

30.

R	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	c
A		1			1	1				2
B	1	1	1							1
C	1	1			1			1	1	4
D				1				1	1	2
E	1					1	1	1		2
F					1	1			1	1
G		1	1							3
H			1	1		1	1			3

5.8. Задание 8. Метод ветвей и границ

Найти кратчайшее и минимальное покрытия (задания 6 и 7), используя метод ветвей и границ.

6. Контрольные вопросы

1. Дать определение множества.
2. Как можно задать множество?
3. Что называют мощностью множества?
4. Какие основные операции выполняются над множествами?
5. Какое множество называют универсальным?
6. Дать определение декартового произведения множеств.
7. Дать определение бинарного отношения.
8. Какие операции выполняются над отношениями?
9. Какое подмножество называется совместимым?
10. Какое подмножество называется максимальным совместимым?
11. Дать определение покрытия.
12. Сформулировать задачу о покрытии.
13. Дать определение кратчайшего и минимального покрытий.
14. В чем сущность метода разложения по столбцу?
15. В чем сущность метода ветвей и границ?

Список использованных источников

1. Новоселов В.Г. Прикладная математика для системотехников. Дискретная математика в задачах и примерах. / Учебное пособие. / В.Г. Новоселов, А.В. Скатков – Киев: УМК ВО, 1992. – 200 с.
2. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов/ Ф.А. Новиков. – СПб.: Питер, 2009. – 384 с.
3. Галушкина Ю.И. Конспект лекций по дискретной математике/ Ю.И. Галушкина, А.Н. Марьямов – М.: Айрис–пресс, 2007. – 176 с.
4. Белоусов А.Н. Дискретная математика/А.Н. Белоусов, Д.М. Грачев -М: изд. МВТУ им, Баумана, 2001. - 744с.
5. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы/ Б.Н. Иванов -М: Лаборатория базовых знаний, 2001. -288с.
6. Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов. — 2-е изд., стереотип.. — М.: Издательский центр «Академия», 2008. — 448 с.
7. Мангушева И.П., Хрусталева П.М. Лекции по дискретной математике. Часть I. Элементы теории множеств и отношений. Функции алгебры логики. Функции k-значной логики. Учебное пособие. -Саратов: Изд-во «Научная книга», 2010.-68с.
8. Макоха А.Н., Сахнюк П.А., Червяков Н.И. Дискретная математика. Учебное пособие. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005 г. - 368 с.
9. Москинова Г.И. Дискретная математика. Математика для менеджера в примерах и упражнениях. Учебное пособие, М.: Логос, 2000. - 240 с.
10. Набебин А.А., Тарасиков А.С. Алгебраическая спецификация программных систем М.: ИНЭК, 2012 г. - 84 с.

Приложение А. Пример оформления титульного листа.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Севастопольский государственный университет»**

Кафедра информационных технологий
и компьютерных систем

Отчет
о выполнении расчетно-графического задания № 1
«МНОЖЕСТВА И ОТНОШЕНИЯ»
по дисциплине
«Дискретная математика»

Выполнил:
ст. гр. М 11д Иванов И.И.

Проверил:
доц. каф. ИТиКС Ченгарь О.В.

Севастополь
2016

Приложение Б. Пример решения задачи о минимальном покрытии.

Постановка задачи.

Задана таблица покрытий (ТП), содержащая 6 строк и 7 столбцов, для каждой строки известен вес:

<i>R</i>	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	c
<i>A</i>	1	1				1	1	2
<i>B</i>		1		1	1	1		4
<i>C</i>			1		1		1	3
<i>D</i>	1		1	1		1		2
<i>E</i>	1		1				1	1
<i>F</i>			1				1	4

Построить хотя бы одно минимальное покрытие. Для решения использовать метод разложения по столбцу.

Решение.

Проверим, является ли таблица покрытий циклическим остатком.

Столбец b_6 больше столбца b_2 ($b_6 > b_2$), следовательно, b_6 можно удалить; строка *F* меньше строки *E* ($F < E$) и вес строки *F* больше веса строки *E* ($c_F > c_E$), следовательно, *F* можно удалить. Таким образом, получен циклический остаток:

<i>R</i>	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	c
<i>A</i>	1	1				1	1	2
<i>B</i>		1		1	1	1		4
<i>C</i>			1		1		1	3
<i>D</i>	1		1	1		1		2
<i>E</i>	1		1				1	1
<i>F</i>			1				1	4

Выполним разложение полученной ТП по столбцу, для чего выберем столбец с минимальным числом единиц. Таких столбцов два:

b_2 и b_4 . Возьмем, к примеру, столбец b_2 , тогда

R	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_7	c
A	1	1				1	2
B		1		1	1		4
C			1		1	1	3
D	1		1	1			2
E	1		1			1	1

$A(2)B(4)$

R_1	b_3	b_4	b_5	c
B		1	1	4
C	1		1	3
D	1	1		2
E	1			1

R_2	b_1	b_3	b_7	c
C		1	1	3
D	1	1		2
E	1	1	1	1

$\emptyset$

$B(4)D(2)П1=\{E,B\}, P1= 5$

R_3	b_3	c
C	1	3
D	1	2
E	1	1

R_4	b_5	c
C	1	2
E	1	1

$\emptyset\emptyset$

$П2=\{E,B,A\}, P2= 7 П3=\{E,D,A\}, P3= 5$

Для полученных ТП R_1 и R_2 повторяем процедуры сокращения и разложения. ТП R_1 является циклическим остатком, ТП R_2 — допускает упрощение: $C < E$ ($c_C > c_E$) и $D < E$ ($c_D > c_E$), следовательно, C и D удаляем. В результате, E — ядерная, значит, вводим E в покрытие. Удаляем из таблицы R_2 строку E и все столбцы, которые она покрывает, тогда множество непокрытых столбцов — пусто. Поднимаясь по дереву решения к корню, получаем покрытие $П1$ с весом 5. Выполняем разложение ТП R_1 по столбцу b_4 , упрощаем полученные ТП R_3 и R_4 , получаем $П2$ с весом 7 и $П3$ с весом 5.

Таким образом, найдены два минимальных покрытия $П1$ и $П3$ с весом 5.

Заказ № _____ от « ____ » _____ 2016 _____ Тираж _____ экз.
Изд-во СевГУ