

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Севастопольский государственный университет»**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для выполнения лабораторной работы на тему
«Исследование характера изменения реакции
технических систем на основе
дробного факторного эксперимента»
по дисциплине «Теория систем»
для магистров очной и заочной форм обучения
по направлению 09.04.01 —
«Информатика и вычислительная техника»

Севастополь
2016

Методические указания для выполнения лабораторной работы на тему «Исследование характера изменения реакции технических систем на основе дробного факторного эксперимента» по дисциплине «Теория систем» для магистров очной и заочной форм обучения по направлению 09.04.01 — «Информатика и вычислительная техника» / Сост.: И.А. Балакирева, А.В. Скатов. — Севастополь: СевГУ, 2016. — 16 с.

Целью методических указаний является оказание помощи студентам в изучении теории планирования эксперимента в рамках дисциплины «Теория систем» и выполнении выпускной квалификационной работы магистра.

Методические указания рассмотрены и утверждены на заседании кафедры ИТиКС (протокол № 9 от ____ мая 2016 г.)

Рецензент: доцент кафедры информационных технологий и компьютерных систем, к.т.н. Моисеев Д.В.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
1. Краткие теоретические сведения.....	4
1.1. Составление матрицы планирования ДФЭ.....	4
1.2. Определение смешанности оценок коэффициентов модели.....	5
2. Порядок постановки ДФЭ и исследования свойств регрессионной модели.....	7
3. Пример использования ДФЭ.....	7
3.1. Постановка задачи.....	7
3.2. Организация и проведение ДФЭ типа 2 ⁵⁻³	7
3.3. Оценка коэффициентов математической модели.....	9
3.4. Система смешанности коэффициентов модели.....	10
3.5. Оценка адекватности построенной математической модели.....	11
3.6. Вычисление натуральных коэффициентов математической модели.....	11
4. Индивидуальные задания для выполнения лабораторной работы.....	11
5. Содержание отчета о выполнении лабораторной работы.....	12
6. Контрольные вопросы.....	12
Библиографический список.....	13
Приложение А.....	14
Приложение Б.....	16

ВВЕДЕНИЕ

Число опытов полного факторного эксперимента (ПФЭ) 2^n быстро растет с увеличением числа факторов n , и при достаточно большом количестве факторов этот вид эксперимента оказывается практически неприемлемым. Для уменьшения числа опытов из множества точек факторного пространства может быть отобрана их некоторая часть, содержащая **ПОДХОДЯЩЕЕ** число опытов и представляющая собой **дробный факторный план**.

Дробный факторный эксперимент (ДФЭ), как и ПФЭ, позволяет исследовать полиномиальные математические модели (ММ).

Дробным факторным экспериментом называется система опытов, представляющая собой часть ПФЭ, позволяющая рассчитать коэффициенты уравнения регрессии и сократить объем экспериментальных данных.

1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.

1.1. Составление матрицы планирования ДФЭ

Для построения матрицы планирования (МП) ДФЭ из имеющихся n факторов отбирают $(n-p)$ основных факторов, для которых строят МП ПФЭ. Эту матрицу дополняют затем p столбцами, соответствующими оставшимся факторам. Уровни дополнительных факторов определяют как поэлементное умножение уровней не менее двух и не более $(n-p)$ основных факторов. Говорят, что ДФЭ — это эксперимент типа 2^{n-p}

Выбранное для дополнительного фактора произведение называется *генератором плана* (поскольку определяет для дополнительного фактора правило чередования уровней варьирования в МП). Очевидно, что ДФЭ типа 2^{n-p} будет иметь p генераторов.

Например, для ДФЭ типа 2^{3-1} число опытов равно четырем опытам по сравнению с 16 опытами в случае ПФЭ (таблица 1.1). При трех основных факторах ДФЭ содержит 8 опытов, а генераторами для дробных планов могут служить произведения x_1x_2 , x_1x_3 , x_2x_3 , $x_1x_2x_3$.

При введении одного дополнительного фактора (ДФЭ типа 2^{4-1}) может использоваться любой из четырех возможных генераторов:

$$x_4 = x_1x_2,$$

$$x_4 = x_1x_3,$$

$$x_4 = x_2x_3,$$

$$x_4 = x_1x_2x_3.$$

В качестве генераторов плана используются незначимые взаимодействия.

Для нахождения математического описания процесса используются определенные части ПФЭ: 1/2, 1/4, 1/8 и т. д.

Таблица 1.1 — МП ДФЭ типа 2^{3-1}

№	x_0	x_1	x_2	$x_3 = x_1x_2$
1	+	-	-	+
2	+	+	-	-
3	+	-	+	-
4	+	+	+	+

Эта система опытов называется дробными репликами, а сам метод ДФЭ — *методом дробных реплик*. Возможные дробные реплики от ПФЭ типа 2^4 приведены в таблице 1.2.

Таблица 1.2 — МП ПФЭ типа 2^4

№	Факторы				у	Дробные реплики		
	x_1	x_2	x_3	x_4				
1	-	-	-	-	y_1	1/8	1/4	1/2
2	+	-	-	-	y_2			
3	-	+	-	-	y_3	1/8		
4	+	+	-	-	y_4			
5	-	-	+	-	y_5	1/8	1/4	
6	+	-	+	-	y_6			
7	-	+	+	-	y_7	1/8		
8	+	+	+	-	y_8			
9	-	-	-	+	y_9	1/8	1/4	1/2
10	+	-	-	+	y_{10}			
11	-	+	-	+	y_{11}	1/8		
12	+	+	-	+	y_{12}			
13	-	-	+	+	y_{13}	1/8	1/4	
14	+	-	+	+	y_{14}			
15	-	+	+	+	y_{15}	1/8		
16	+	+	+	+	y_{16}			

1.2. Определение смешанности оценок коэффициентов модели

По плану, представленному в таблице 1.1 можно определить коэффициенты b_0 , b_1 , b_2 и b_3 для модели вида $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$. Однако эти коэффициенты будут смешаны с парными взаимодействиями.

При значительном числе факторов и опытов определение смешанности по МП является трудоемким. Для нахождения, при каких факторах и

взаимодействиях оценки коэффициентов будут смешанными, вводят понятие **определяющего контраста плана**. Контраст получают умножением обеих частей генератора плана вводимого дополнительного фактора x_j на этот фактор. Например, поскольку для ДФЭ (таблица 1.1) генератор плана $x_3 = x_1x_2$, то для контраста получим $x_3^2 = x_1x_2x_3$, так как $x_i = 1$, окончательно имеем:

$$1 = x_1x_2x_3.$$

Чтобы определить, с какими факторами и взаимодействиями смешана оценка фактора x_i необходимо умножить обе части контраста на это фактор. Например, для x_1 имеем: $x_1 = x_1^2x_2x_3 = x_2x_3$, то есть b_1 оценивает одновременно β_1 и β_{23} . Для фактора x_2 имеем $x_2 = x_1x_2^2x_3 = x_1x_3$, а для x_3 — $x_3 = x_1x_2x_3^2 = x_1x_2$. Записывается это так:

$$b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{23},$$

$$b_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{13},$$

$$b_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{12},$$

где β_i — действительные значения коэффициентов b_i .

В зависимости от числа факторов, входящих в контраст, говорят о разрешающей способности ДФЭ. Так, если для ДФЭ типа 2^{4-1} в качестве генератора плана выбрано $x_4 = x_1x_2x_3$ (контраст соответственно будет $1 = x_1x_2x_3x_4$), то говорят, что у такого эксперимента разрешающая способность равна 4; если генератор $x_1x_2 = x_4$ и контраст $1 = x_1x_2x_4$, то разрешающая способность равна 3; генераторы плана с наибольшей разрешающей способностью называют **главными** и отдают им предпочтение.

Если вводится не один, а несколько дополнительных факторов, то получаем несколько генераторов плана (свой для каждого дополнительного фактора). В этом случае для определения смешанности оценок используют обобщающий контраст, который строится из отдельных контрастов, а также их произведений во всевозможных сочетаниях.

Пусть, например, для ДФЭ 2^{5-2} в качестве генераторов выбраны соотношения $x_4 = x_1x_2$ и $x_5 = x_1x_2x_3$, контрасты будут соответственно представлены как $1 = x_1x_2x_4$ и $1 = x_1x_2x_3x_5$, тогда обобщающий контраст будет равен

$$1 = x_1x_2x_4 = x_1x_2x_3x_5 = x_3x_4x_5.$$

Для определения смешанности нужно перемножить все составляющие обобщающего контраста на соответствующие факторы:

для x_1 : $x_1 = x_2x_4 = x_2x_3x_5 = x_1x_3x_4x_5$;

для x_4 : $x_4 = x_1x_2 = x_1x_2x_3x_4 = x_3x_5$.

Тогда для смешанности оценок получим:

$$b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{24} + \beta_{235} + \beta_{1345},$$

$$b_4 \rightarrow \beta_4 + \beta_{12} + \beta_{35} + \beta_{1234}.$$

Необходимо отметить, что следствием уменьшения числа опытов по сравнению с ПФЭ является и уменьшение точности оценок, вызванное их смешанностью.

ПФЭ, в которых учитываются только линейные эффекты факторов, считаются ненасыщенными планами. При включении в план эксперимента взаимодействий факторов насыщение плана увеличивается. Планы, в которых учитываются все взаимодействия, называют насыщенными. ДФЭ, построенные на принципе введения дополнительных факторов вместо некоторых взаимодействий, являются насыщенными планами. Чем выше порядок дробной реплики, тем более насыщенным считается план.

Необходимо учитывать, что для насыщенного эксперимента невозможна проверка адекватности ММ, так как степени свободы использованы для вычисления эффектов взаимодействия факторов.

2. ПОРЯДОК ПОСТАНОВКИ ДФЭ И ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ

При ДФЭ стандартизация масштабов факторов, порядок постановки опытов, проверка воспроизводимости опытов, расчет оценок коэффициентов регрессионного уравнения, исследование свойств регрессионной модели (проверка статистической значимости коэффициентов модели, анализ адекватности полученной ММ) и переход к физическим переменным производится так же, как и при ПФЭ [1].

3. ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДФЭ

3.1. Постановка задачи.

Рассматривается задача определения закономерности изменения времени задержки t_3 (измеряется в наносекундах) в интегральной транзисторно-транзисторной логической схеме в заданной области изменения параметров интегральных компонентов

$$t_3 = f(N, R1, R2, R3, R4), \quad (3.1)$$

где N — коэффициент разветвления по выходу, $R1$ – $R4$ — резисторы. Необходимо построить модель закономерности изменения времени задержки схемы на основе ДФЭ. Параметры схемы изменяются в следующих пределах: $N \geq 15$, $0,5 \leq R1 \leq 10$ кОм, $0,5 \leq R2 \leq 10$ кОм, $0,05 \leq R3 \leq 1$ кОм, $0,1 \leq R4 \leq 2$ кОм.

3.2. Организация и проведение ДФЭ типа 2^{5-3} .

Для планирования эксперимента выберем центр плана, интервал варьирования и определим уровни (2.2) из [1] изменения каждого фактора. Результаты планирования приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 — Условия проведения эксперимента

Характеристика плана	Стандартный масштаб x_i	Натуральный масштаб				
		$x_1=N$	$x_2=R1$, кОм	$x_3=R2$, кОм	$x_4=R3$, кОм	$x_5=R4$, кОм
Нулевой уровень	0	20	5	5	0,5	1
Верхний уровень	+1	22	6,4	6,4	6,2	1,25
Нижний уровень	-1	18	3,6	3,6	3,8	0,75

Для построения МП ДФЭ из имеющихся 5 факторов выберем 3 – коэффициент разветвления и резисторы R1, R2 – и построим МП ПФЭ (таблица 3.2).

Таблица 3.2 — Матрица планирования ПФЭ 2^3

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
8	1	1	1	1	1	1	1	1

В качестве генератора плана выберем соотношения для $x_4 = x_1x_2$ и для $x_5 = x_1x_3$. В этом случае будем иметь ДФЭ типа 2^{5-2} , МП которого представлена в таблице 3.3.

Таблица 3.3 — Матрица планирования ДФЭ 2^{5-2}

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_2x_3	$x_1x_2x_3$
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1

8	1	1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

В таблице 3.4 представлены результаты параллельных опытов в последовательности, представленной в таблице 3.3 и вычислены среднее значение отклика и дисперсия для каждой точки факторного пространства соответственно соотношениям (2.3) и (2.4) из [1].

Таблица 3.4 — Результаты эксперимента

№	y1	y2	y3	y4	y5	уср	s2y
1	23,38	23,00	24,03	22,94	23,58	23,39	0,009
2	21,86	22,19	21,87	23,68	23,05	22,53	0,067
3	21,57	21,88	21,89	20,91	20,47	21,34	0,191
4	18,13	19,79	19,46	18,75	18,89	19,00	0,003
5	37,20	38,67	39,08	38,85	37,66	38,29	0,099
6	38,40	41,80	40,39	38,78	39,91	39,86	0,001
7	32,18	34,72	33,16	35,03	33,06	33,63	0,081
8	34,02	33,25	32,12	31,72	33,25	32,87	0,036
						s2воспр=	0,061

Проведем анализ воспроизводимости опыта на основе критерия Кохрена в соответствии с (2.5) в [1]: $G_{расч}=0,485$, табличное значение критерия определяем при уровне значимости $\alpha=0,05$ и степенях свободы $\gamma_1=m-1=4$, $\gamma_2=N=8$, получаем $G_{табл}(\alpha;\gamma_1;\gamma_2)=0,502$. Так как $G_{расч} < G_{табл}$, опыт является воспроизводимым, и его результаты можно использовать для оценки коэффициентов регрессионного уравнения.

3.3. Оценка коэффициентов математической модели.

В соответствии с расчетным соотношением (2.6) в [1] можно определить коэффициенты регрессионной модели. Для анализа значимости коэффициентов необходимо вычислить погрешности определения коэффициентов модели и расчетное значение t – критерия Стьюдента на основании соотношений (2.7)-(2.9) в [1]. Результаты расчетов в таблице 3.5.

Таблица 3.5 — Результаты анализа значимости коэффициентов.

Коэффициенты регрессионной модели	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_{23}	b_{123}
	28,86	-0,3	-2,15	7,3	-0,48	0,5	-0,76	-0,1
$t_{расч}$	845,45	9,05	65,26	221,35	14,43	15,18	23,05	3,17

вывод	знач	знач	знач	знач	знач	знач	знач	знач
-------	------	------	------	------	------	------	------	------

Для принятия решения о значимости коэффициентов уравнения регрессии расчетное значение критерия Стьюдента $t_{расч}$ сравнивается с табличным значением. Табличное значений критерия Стьюдента $t_{табл}$ выбирается при уровне значимости $\alpha=0,05$ и степени свободы $\gamma=N(m-1)=48$, $t_{табл}=2,011$. В нашем случае для расчета γ : $N=8$ – определяется по числу опытов, а $m=7$ – количество значимых коэффициентов в ММ без учета свободного коэффициента b_0 . Неравенство $t_{расч} > t_{табл}$ выполняется для всех коэффициентов ММ, поэтому они все считаются значимыми и включаются в модель.

3.4. Система смешанности коэффициентов модели

Оценки коэффициентов ММ, полученные на основе ДФЭ являются смешанными с парными взаимодействиями факторов. Для определения, при каких факторах и взаимодействиях оценки коэффициентов будут смешанными, вычислим определяющий контраст. Для этого умножим обе части генератора плана вводимого дополнительного фактора на этот фактор:

а) генерирующее соотношение $X_4 = x_1 x_2$;

$$X_4 X_4 = x_1 x_2 X_4,$$

$$\mathbf{1} = x_1 x_2 X_4; \quad (3.2)$$

б) генерирующее соотношение $X_5 = x_1 x_3$;

$$X_5 X_5 = x_1 x_3 X_5,$$

$$\mathbf{1} = x_1 x_3 X_5. \quad (3.3)$$

Разрешающая способность реплик при выбранных генераторах плана одинакова и равна трем. Чтобы полностью охарактеризовать разрешающую способность реплики, необходимо определить обобщающий определяющий контраст, который получается умножением имеющихся контрастов (3.2) и (3.3):

$$\mathbf{1} = x_1 x_2 X_4 = x_1 x_3 X_5 = x_2 x_3 X_4 X_5. \quad (3.4)$$

Система смешивания определяется умножением обеих частей обобщающего определяющего контраста (3.4) последовательно на факторы x_i и их взаимодействия в соответствии с планом ДФЭ (таблица 3.3):

$$x_1 = x_2 X_4 = x_3 X_5 = x_1 x_2 x_3 X_4 X_5,$$

$$x_2 = x_1 X_4 = x_1 x_2 x_3 X_5 = x_3 X_4 X_5,$$

$$x_3 = x_1 x_2 x_3 X_4 = x_1 X_5 = x_2 X_4 X_5$$

$$x_4 = x_1 x_2 = x_1 x_3 X_4 X_5 = x_2 x_3 X_5$$

$$x_5 = x_1 x_2 X_4 X_5 = x_1 x_3 = x_2 x_3 X_4,$$

$$x_2 x_3 = x_1 x_3 X_4 = x_1 x_2 X_5 = x_4 X_5,$$

$$x_1x_2x_3=x_3x_4=x_2x_5=x_1x_4x_5.$$

Получается довольно сложная система смешивания линейных эффектов с эффектами взаимодействия различных порядков. Если какие-либо коэффициенты в ММ не значимы, то их взаимодействия, определенные по системе смешивания, тоже, скорее всего, будут не значимы. В таком случае нет необходимости оценивать отдельно линейные эффекты и их взаимодействия. В противном случае, пренебрегать парными и взаимодействиями более высоких порядков нельзя. В этом случае необходимо поставить следующую серию опытов, выбрав нужным образом другую четверть реплику.

3.5. Оценка адекватности построенной математической модели.

Для принятия решения об адекватности ММ необходимо учитывать то обстоятельство, что ДФЭ типа 2^{5-2} представляет собой насыщенный план. В таком случае воспользоваться критерием Фишера не представляется возможным, и об адекватности ММ судят по соотношению величин остаточной дисперсии и дисперсии воспроизводимости опыта. Дисперсия воспроизводимости равна $s^2_{воспр}=0,061$, остаточная дисперсия в соответствии с (2.10) в [1] равна $s^2_{ост}= 2,15E-28$, то есть практически равна нулю. На основании этого можно сделать вывод об адекватности построенной ММ.

3.6. Вычисление натуральных коэффициентов математической модели.

Для построения полинома, характеризующего характер изменения времени задержки (3.1) интегральной схемы перейдем от кодированных значений факторов к натуральному исчислению в соответствии с выражением (2.2) в [1] и условиями проведения эксперимента в таблице 3.1:

$$t_3=17,248-0,824N-2,2977R1+4,453R2-3,965R3+2R4+0,135NR1+0,135NR2-0,027NR1R2. \quad (3.5)$$

Таким образом, выражение (3.5) представляет характер изменения времени задержки t_3 интегральной транзисторно-транзисторной логической схемы в области изменения номиналов резисторов и коэффициента разветвления, указанных в таблице 3.1.

В дальнейшем выражение (3.5) можно использовать при планировании экстремального эксперимента для определения минимального времени задержки интегральной схемы.

4. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Задания выполняются в соответствии с индивидуальными вариантами, приведенными в Приложениях А и Б. Номер варианта соответствует номеру студента в списке группы.

Вариант задания представляет собой результаты ПФЭ типа 2^3 (Приложение А). В ходе эксперимента в каждой точке факторного пространства проводились три параллельных опыта. Порядок проведения опытов соответствует матрице эксперимента, представленной в таблице 3.2. Необходимо ввести в план эксперимента два дополнительных фактора X_4 и X_5 , используя в качестве генераторов плана соотношения, представленные в Приложении Б, согласно варианту задания.

В ходе выполнения индивидуального задания требуется по предложенным экспериментальным данным построить регрессионные линейные модели и провести регрессионный анализ построенных моделей. Для этого необходимо:

- построить матрицу планирования ДФЭ типа 2^{5-3} ;
- проверить воспроизводимость опытов;
- рассчитать оценки коэффициентов регрессионного уравнения;
- на основе определяющих контрастов определить систему смешанности оценок коэффициентов модели;
- проверить адекватность полученной модели;
- провести анализ результатов и сделать выводы.

5. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА О ВЫПОЛНЕНИИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Отчет о выполненной работе должен содержать:

1. Цель работы.
2. Постановку задачи.
3. Матрицу планирования эксперимента.
4. Результаты проверки воспроизводимости опытов.
5. Результаты расчетов коэффициентов регрессионных моделей и проверки из статистической значимости.
6. Систему смешанности оценок коэффициентов ММ.
7. Результаты проверки адекватности полученной модели исходным экспериментальным данным.

6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем сущность планирования эксперимента? Поясните разницу между активным и пассивным экспериментом.
2. Какие задачи решает теория планирования эксперимента?
3. Что такое факторы и какие требования к ним предъявляются?
4. Как выбрать уровни варьирования факторов?
5. В чем сущность ДФЭ и какие ММ он позволяет исследовать?
6. Какую область описывает уравнение регрессии, полученное с помощью ДФЭ, и в каких границах его можно использовать?
7. Что такое взаимодействие факторов и сколько их может быть в ДФЭ?
8. В чем сущность и цели стандартизации масштаба факторов?
9. Как составляется и какими свойствами обладает МП ДФЭ?

10. Что такое генератор плана и из каких соображений он выбирается?
11. Что такое контраст плана и что такое обобщающий контраст?
12. Что такое смешанность оценок коэффициентов регрессии и как ее найти?
13. Что такое разрешающая способность ДФЭ?
14. Принцип насыщенности плана.
15. Каков порядок постановки опытов при ДФЭ?
16. Как проверить воспроизводимость опытов?
15. Как рассчитать оценки коэффициентов регрессионного уравнения?
17. Как проверить статистическую значимость оценок коэффициентов регрессии?
18. Как проверить адекватность полученной ММ?
19. Как перейти к исходным физическим переменным?
20. Проведите сравнительный анализ ПФЭ и ДФЭ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Балакирева И.А., Скатков А.В. Методические указания для выполнения лабораторной работы на тему «Исследование характера изменения реакции технических систем на основе полного факторного эксперимента» по дисциплине «Теория систем» для магистров очной и заочной форм обучения по направлению 09.04.01 — «Информатика и вычислительная техника» / Сост.: И.А. Балакирева, А.В. Скатков — Севастополь: СевГУ, 2016. — 20 с.
2. Сидняев Н.И. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных. Учебное пособие для магистров/ Н.И. Сидняев — М.: Юрайт-Издат, ООО, 2012. — 399с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Вариант 1

3,004	3,031	3,035	3,039	3,001
5,193	5,152	5,177	5,209	5,151
3,927	3,950	3,936	3,898	3,897
7,141	7,099	7,111	7,138	7,097
4,684	4,697	4,688	4,730	4,729
9,135	9,123	9,166	9,134	9,117
6,371	6,403	6,343	6,339	6,337
14,672	14,680	14,695	14,668	14,672

Вариант 2

4,307	4,284	4,284	4,316	4,286
8,387	8,396	8,430	8,389	8,404
5,832	5,873	5,856	5,843	5,862
13,329	13,304	13,328	13,340	13,312
7,379	7,415	7,415	7,368	7,368
20,255	20,278	20,304	20,279	20,261
11,226	11,238	11,271	11,234	11,273
66,599	66,605	66,588	66,595	66,562

Вариант 3

3,651	3,605	3,653	3,592	3,627
6,547	6,514	6,535	6,562	6,581
4,761	4,793	4,816	4,792	4,801
9,515	9,566	9,534	9,552	9,528
5,828	5,847	5,842	5,905	5,886
13,041	13,081	13,051	13,089	13,063
8,364	8,371	8,338	8,365	8,366
25,575	25,563	25,611	25,578	25,534

Вариант 4

3,583	3,605	3,623	3,623	3,587
6,555	6,564	6,523	6,559	6,511
4,795	4,790	4,776	4,798	4,744
9,504	9,530	9,524	9,557	9,530
5,855	5,839	5,827	5,881	5,863
13,040	13,011	13,045	13,061	13,036
8,328	8,301	8,303	8,319	8,310
25,586	25,544	25,578	25,562	25,556

Вариант 5

3,054	3,032	3,024	3,046	3,019
5,147	5,170	5,178	5,190	5,177
3,926	3,895	3,937	3,931	3,915
7,117	7,121	7,101	7,130	7,091
4,701	4,682	4,690	4,718	4,719
9,150	9,159	9,115	9,162	9,156
6,390	6,383	6,384	6,378	6,378
14,677	14,670	14,718	14,690	14,693

Вариант 6

2,124	2,150	2,139	2,140	2,157
3,382	3,394	3,368	3,374	3,372
2,705	2,652	2,655	2,674	2,713
4,307	4,242	4,276	4,317	4,255
3,107	3,089	3,096	3,119	3,137
5,081	5,148	5,123	5,092	5,073
3,948	3,901	3,914	3,951	3,919
6,873	6,920	6,932	6,858	6,869

Вариант 7

2,549	2,537	2,563	2,564	2,569
4,118	4,164	4,155	4,126	4,151
3,236	3,220	3,202	3,212	3,207
5,445	5,485	5,449	5,472	5,455
3,825	3,812	3,790	3,782	3,781
6,721	6,714	6,741	6,704	6,722
4,951	4,989	4,955	4,941	4,981
9,735	9,693	9,705	9,711	9,726

Вариант 8

2,588	2,597	2,542	2,537	2,539
4,191	4,165	4,152	4,129	4,138
3,201	3,231	3,202	3,199	3,248
5,509	5,453	5,448	5,511	5,445
3,793	3,830	3,850	3,789	3,852
6,718	6,752	6,760	6,709	6,743
4,963	4,966	5,001	4,952	5,007
9,738	9,753	9,702	9,746	9,737

Вариант 9

2,164	2,165	2,145	2,150	2,163
3,347	3,338	3,322	3,318	3,358
2,639	2,658	2,651	2,648	2,670
4,281	4,251	4,296	4,276	4,269
3,086	3,084	3,081	3,122	3,068
5,082	5,128	5,117	5,106	5,078
3,950	3,932	3,908	3,935	3,901
6,855	6,870	6,875	6,872	6,907

Вариант 11

2,164	2,165	2,145	2,150	2,163
3,347	3,338	3,322	3,318	3,358
2,639	2,658	2,651	2,648	2,670
4,281	4,251	4,296	4,276	4,269
3,086	3,084	3,081	3,122	3,068
5,082	5,128	5,117	5,106	5,078
3,950	3,932	3,908	3,935	3,901
6,855	6,870	6,875	6,872	6,907

Вариант 12

1,983	1,951	1,969	1,981	1,935
3,004	3,024	2,984	2,983	3,007
2,435	2,415	2,428	2,394	2,438
3,767	3,794	3,784	3,783	3,803
2,788	2,823	2,815	2,777	2,773
4,491	4,467	4,492	4,473	4,460
3,485	3,510	3,515	3,524	3,475
5,883	5,879	5,863	5,870	5,877

Вариант 15

2,132	2,114	2,160	2,146	2,120
3,373	3,324	3,377	3,327	3,385
2,708	2,645	2,657	2,645	2,657
4,277	4,254	4,311	4,288	4,265
3,075	3,074	3,090	3,099	3,096
5,083	5,076	5,136	5,098	5,140
3,978	3,928	3,905	3,948	3,904
6,898	6,908	6,887	6,940	6,904

Вариант 10

2,588	2,597	2,542	2,537	2,539
4,191	4,165	4,152	4,129	4,138
3,201	3,231	3,202	3,199	3,248
5,509	5,453	5,448	5,511	5,445
3,793	3,830	3,850	3,789	3,852
6,718	6,752	6,760	6,709	6,743
4,963	4,966	5,001	4,952	5,007
9,738	9,753	9,702	9,746	9,737

Вариант 12

3,072	3,028	3,080	3,049	3,069
5,193	5,159	5,163	5,220	5,168
3,932	3,955	3,893	3,915	3,939
7,094	7,126	7,149	7,102	7,158
4,740	4,704	4,668	4,698	4,724
9,163	9,167	9,160	9,133	9,191
6,336	6,396	6,369	6,405	6,357
14,676	14,668	14,725	14,722	14,741

Вариант 14

4,292	4,285	4,333	4,304	4,277
8,385	8,390	8,404	8,421	8,390
5,881	5,886	5,847	5,900	5,909
13,349	13,332	13,357	13,342	13,356
7,389	7,368	7,439	7,419	7,442
20,252	20,271	20,271	20,258	20,310
11,282	11,269	11,293	11,249	11,254
66,571	66,613	66,562	66,585	66,620

Вариант 16

3,759	3,709	3,745	3,768	3,740
4,828	4,801	4,845	4,845	4,845
4,243	4,253	4,242	4,300	4,275
5,476	5,432	5,414	5,446	5,482
4,661	4,678	4,677	4,610	4,658
5,864	5,887	5,867	5,861	5,890
5,217	5,236	5,236	5,268	5,215
6,612	6,613	6,563	6,598	6,575

Вариант 17

2,567	2,587	2,585	2,527	2,583
4,148	4,183	4,155	4,144	4,169
3,234	3,259	3,216	3,240	3,200
5,458	5,485	5,490	5,513	5,469
3,781	3,808	3,820	3,814	3,842
6,713	6,722	6,750	6,751	6,700
4,998	4,949	4,950	4,947	4,968
9,758	9,689	9,701	9,711	9,686

Вариант 19

3,073	3,033	3,062	3,065	3,029
5,191	5,186	5,221	5,156	5,198
3,884	3,932	3,929	3,914	3,899
7,152	7,165	7,179	7,100	7,143
4,743	4,740	4,683	4,675	4,699
9,178	9,194	9,157	9,159	9,121
6,404	6,370	6,341	6,340	6,393
14,701	14,690	14,734	14,754	14,674

Вариант 18

2,872	2,904	2,841	2,888	2,896
3,540	3,561	3,517	3,517	3,510
3,213	3,183	3,223	3,199	3,229
3,863	3,870	3,884	3,864	3,904
3,444	3,452	3,439	3,428	3,424
4,125	4,147	4,105	4,153	4,152
3,810	3,779	3,755	3,803	3,759
4,532	4,477	4,472	4,505	4,513

Вариант 20

1,612	1,370	1,569	1,655	2,037
1,995	1,833	2,036	1,658	1,896
1,881	2,140	2,157	1,505	1,647
2,093	1,849	2,345	2,476	2,130
2,077	1,687	1,580	2,163	2,028
2,440	2,019	2,027	2,398	2,223
2,067	1,893	2,378	2,152	2,040
2,444	2,476	2,761	2,346	2,312

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

№ варианта	Генератор плана	
	для x_4	для x_5
1	x_1x_2	$x_1x_2x_3$
2	x_1x_2	$-x_1x_2x_3$
3	$-x_1x_2$	$x_1x_2x_3$
4	$-x_1x_2$	$-x_1x_2x_3$
5	x_1x_3	$x_1x_2x_3$
6	x_1x_3	$-x_1x_2x_3$
7	$-x_1x_3$	$x_1x_2x_3$
8	$-x_1x_3$	$-x_1x_2x_3$
9	x_2x_3	$x_1x_2x_3$
10	x_2x_3	$-x_1x_2x_3$

№ варианта	Генератор плана	
	для x_4	для x_5
11	$-x_2x_3$	$x_1x_2x_3$
12	$-x_2x_3$	$-x_1x_2x_3$
13	x_1x_2	x_2x_3
14	x_1x_2	$-x_2x_3$
15	$-x_1x_2$	x_2x_3
16	$-x_1x_2$	$-x_2x_3$
17	x_1x_2	$-x_1x_3$
18	$-x_1x_2$	$-x_1x_3$
19	x_1x_3	$-x_1x_2x_3$
20	x_1x_2	$x_1x_2x_3$