

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт информационных технологий
и управления в технических системах СГУ
Кафедра «Высшая математика»

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАКЕТА Mathcad
В КУРСЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Методические указания
и лабораторные работы

Севастополь
СевГУ
2016

УДК 517.44

Рецензент:
С.Ф. Ледяев - доцент

Составители: И.В. Ольшанская, Т.Ю. Кротова, С.Г. Глеч

Использование пакета Mathcad в курсе высшей математики:
метод. указания и лабораторные работы / сост. И.В. Ольшанская
[и др.]. – Севастополь: СевГУ, 2016. – 28 с.

Методические указания предназначены для студентов очной формы обучения технических специальностей, изучающих курс высшей математики.

В методических указаниях даны варианты лабораторных работ в пакете Mathcad по линейной алгебре, векторной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу.

УДК 517.44

Рассмотрено и рекомендовано на заседании кафедры «Высшая математика» в качестве методических указаний и лабораторных работ для студентов очной формы обучения технических специальностей, изучающих курс высшей математики, протокол № 6 от 1.07.2015 г.

© ФГАОУ ВО «Севастопольский
государственный университет», 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

Лабораторная работа № 1. Матрицы. Действия над матрицами. Определители	4
Лабораторная работа № 2. Векторы	9
Лабораторная работа № 3. Аналитическая геометрия в пространстве	13
Лабораторная работа № 4. Формула Тейлора	20
Лабораторная работа № 5. Пределы и непрерывность функции	24
Библиографический список	26

Лабораторная работа № 1

МАТРИЦЫ. ДЕЙСТВИЯ НАД МАТРИЦАМИ. ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

Цель работы: исследовать возможности пакета Mathcad для операций с матрицами.

Основные понятия линейной алгебры, которые необходимо знать для выполнения работы

Определители.

Матрицы. Действия над матрицами: сложение, умножение на число, произведение матриц. Невырожденные матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Основные теоретические положения Mathcad

Для раскрытия математической панели Math в окне программы Mathcad нажмите *Вид - Панели инструментов – Математическая*. Всего математических панелей в Mathcad девять.

Для реализации элементарных действий над матрицами, таких как создание, извлечение из них данных, умножение, сложение матриц служат специальные операторы трех панелей панели Math: панель калькулятора (*Calculator*), панель векторов и матриц (*Matrix*), панель символьных и ключевых слов (*Symbolic*).

Чтобы ввести матрицу, на панели Matrix находим кнопку с изображением квадратной матрицы. В окне «*Insert Matrix*» задаем количество строк и количество столбцов, нажимаем «ОК». В маркеры матрицы вводим значения, перемещая курсор с помощью мыши.

Для сложения и вычитания матриц используются символы «+» и «-», которые помещаются между матрицами (или именами матриц). Знаки операций вводятся либо с клавиатуры, либо с помощью меню *Calculator (Калькулятор)*. Возвести матрицу в квадрат можно, используя клавишу « x^2 » меню «Калькулятор». Перемножить матрицы можно, воспользовавшись символом «*» (с клавиатуры), либо с помощью команды «*Скалярное произведение*» панели *Matrix*. Результат получаем, ставя знак равенства «=».

Чтобы найти значение определителя, соответствующего квадратной матрице, надо с помощью клавиши «Пробел» выделить уголком курсора матрицу и на панели Matrix нажать кнопку *Определитель*. Нажимаем знак «=», получаем значение определителя. Либо нажимаем кнопку *Определитель*, вводим соответствующее буквенное обозначение заданной матрицы, нажимаем знак «=».

Для нахождения обратной матрицы можно воспользоваться кнопкой « x^{-1} » панели Matrix, либо просто выделить матрицу и возвести ее в степень -1 аналогично **числам**.

Чтобы найти ранг матрицы, открываем специальное окно *Insert Function* (Вставка функции), нажимая кнопку $f(x)$ панели *Standard* (Стандартные). В левом окне *Категория функции* устанавливаем *Векторы и матрицы*, в правом окне находим встроенную функцию *rank*, выделяем ее курсором и нажимаем *ОК*, вставляем обозначение матрицы.

Задание

Даны четыре матрицы A, B, C, D .

1. Найти значение определителя, соответствующего матрице A .
2. Убедиться, что $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$.
3. Среди указанных в варианте четырех матриц определить все пары матриц, которые можно перемножить и найти их произведение. Найти обратную матрицу A^{-1} .
4. Дан многочлен $f(x)$ (указан в варианте). Вычислить $f(A)$.
5. Найти ранг матрицы D .

Пример выполнения задания

Даны четыре матрицы A_1, B, C_1, D :

$$A_1 := \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 5 \\ 7 & 2 & -4 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ 1 & 7 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \quad C_1 := \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -5 \end{pmatrix} \quad D := \begin{pmatrix} 4 & -1 & -4 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & 5 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & -7 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Найдем значение определителя, соответствующего матрице A_1 :

$$|A_1| = -82$$

2. Убедимся, что $(A_1 B) C_1 = A_1 (B C_1)$:
3. Определим все пары матриц, которые можно перемножить:

$$(A_1 \cdot B) \cdot C_1 = \begin{pmatrix} 41 & 101 \\ -10 & 15 \\ 223 & 114 \end{pmatrix}$$

$$A_1 \cdot (B \cdot C_1) = \begin{pmatrix} 41 & 101 \\ -10 & 15 \\ 223 & 114 \end{pmatrix}$$

$$A_1 \cdot B = \begin{pmatrix} 8 & -17 \\ -5 & -5 \\ 77 & 8 \end{pmatrix}$$

$$A_1 \cdot D = \begin{pmatrix} 11 & 4 & 2 & -17 & 3 \\ 9 & 1 & 26 & -36 & 3 \\ 24 & -17 & -38 & 31 & 16 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot C_1 = \begin{pmatrix} 29 & 28 \\ -4 & -33 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$$

$$4. \text{ Дан многочлен } f(x). \quad A_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0.171 & -0.024 & 0.098 \\ -0.476 & 0.354 & 0.085 \\ 0.061 & 0.134 & -0.037 \end{pmatrix}$$

Найти $f(A1)$: $f(x) := 3x^2 - 4x + 15$

Введем единичную матрицу: $E := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Находим:

$$A1^2 = \begin{pmatrix} 24 & 3 & -11 \\ 38 & 10 & -12 \\ -12 & -13 & 47 \end{pmatrix} \quad A1^2 - 3A1 + 15E = \begin{pmatrix} 33 & 6 & -20 \\ 35 & 22 & -27 \\ -33 & -19 & 74 \end{pmatrix}$$

5. Найдем ранг матрицы D: $\text{rank}(D) = 3$

ВАРИАНТЫ

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 0 & -3 \end{pmatrix},$$
$$D = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & -4 & 3 \\ 1 & 3 & -3 & 5 & -6 \\ 5 & 1 & 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}; \quad f(x) = 5x^2 - 3x + 15.$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -3 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = (2 \quad 0 \quad -1 \quad 3),$$
$$D = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ -2 & 5 & -3 & -4 & 1 \\ 1 & 3 & -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}; \quad f(x) = x^2 + 13x - 2.$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix},$$
$$D = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -5 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}; \quad f(x) = -x^2 + 14x + 15.$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 0 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix},$$
$$D = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & -2 & 6 & 6 & -1 \\ 1 & -1 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad f(x) = 6x^2 + 4x - 7.$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \\ -1 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & 5 & -1 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 3 & -5 & 4 \\ 3 & 4 & 12 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}; \quad f(x) = 2x^2 - x + 6.$$

Вариант 6

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & -3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 0 \\ 5 & -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & -1 & 3 \\ -2 & -5 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 5 & -3 \end{pmatrix}; \quad f(x) = 5x^2 + 2x - 1.$$

Вариант 7

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 0 \\ 1 & 5 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad C = (-5 \quad 1), \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 5 & -1 \\ 7 & 4 & 8 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 4 & 1 & 6 \end{pmatrix};$$

$$f(x) = -2x^2 - 7x + 4.$$

Вариант 8

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -5 & -1 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 3 & 5 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 6 & -1 & 3 \end{pmatrix}; \quad f(x) = 7x^2 + 4x + 1.$$

Вариант 9

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & 1 & 2 & -3 \\ 3 & -6 & 0 & -1 & 7 \end{pmatrix}; \quad f(x) = -x^2 + x + 12.$$

Вариант 10

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad C = (-1 \quad 2 \quad 1),$$

$$D = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -2 & 7 & 5 \\ 3 & -2 & 1 & 4 & -1 \\ 3 & -1 & -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad f(x) = 5x^2 - 3x + 2.$$

Вариант 11

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -3 & 2 & 1 \\ -4 & 5 & 3 & 4 & -3 \end{pmatrix}; \quad f(x) = -2x^2 + 4x + 3.$$

Вариант 12

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 5 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad C = (2 \ 5),$$

$$D = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -4 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 & 7 & -6 \\ 2 & 1 & 0 & 3 & -2 \end{pmatrix}; \quad f(x) = 8x^2 + 2x - 3.$$

Вариант 13

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 5 & 4 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 3 & 4 & 1 \\ -3 & 1 & 2 & 6 & 2 \\ -1 & -2 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}; \quad f(x) = x^2 + 11x - 4.$$

Вариант 14

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 4 & -2 \\ 5 & -1 & -7 & 0 & -4 \\ 3 & 1 & -4 & 2 & -3 \end{pmatrix}; \quad f(x) = 2x^2 - 13x + 1.$$

Лабораторная работа № 2

ВЕКТОРЫ. ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ

Цель работы: исследовать возможности пакета Mathcad при решении задач векторной алгебры.

Основные понятия и формулы математики

- координаты вектора и его длина:

если $A(a_1, a_2, a_3)$ начало вектора, $B(b_1, b_2, b_3)$ его конец, то

$$\overline{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2, b_3 - a_3), \quad |\overline{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2};$$
 - скалярное

произведение векторов

$$\overline{a}(a_1; a_2; a_3), \quad \overline{b}(b_1, b_2, b_3), \quad \overline{a} \cdot \overline{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3, \quad \overline{a} \cdot \overline{b} = |\overline{a}| |\overline{b}| \cos \varphi;$$

- работа силы $A = \overline{F} \cdot \overline{a}$;

- векторное произведение векторов; площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}$ и $\overline{b}$

$$S = |\overline{a} \times \overline{b}| = |\overline{a}| |\overline{b}| \sin \varphi;$$

- смешанное произведение векторов; объем параллелепипеда, построенного на векторах $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$.

$$V = |\overline{a} \times \overline{b} \cdot \overline{c}|.$$

Основные теоретические положения Mathcad

Вектор - массив или матрица, содержащая один столбец. Для действий над векторами имеется панель Matrix (матрица), показанная на рис. 1. Для ввода вектора нажмите на кнопку панели матриц, при этом появится окно ввода insert Matrix (ввести матрицу), показанное на рис. 2. В графе Columns (столбцы) следует поставить 1, а в графе Rows (строки) поставить размер вектора. Появится шаблон с пустыми местами для заполнения.



Рис. 1. Панель матриц

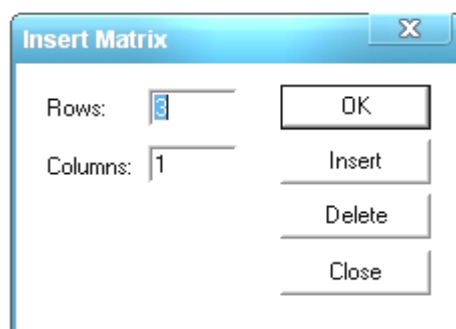


Рис. 2. Размерность вектора

В пакете Mathcad для векторов определены такие операции, как длина вектора, сложение, вычитание, скалярное, векторное и смешанное произведения:

$$|a|, a + b, a \cdot b, a \times b$$

Примеры выполнения заданий

1. Даны два вектора $\vec{a}(2; -3; 4)$ и $\vec{b}(1; 5; -1)$. Найти их длины $|\vec{a}|, |\vec{b}|$; линейную комбинацию $5\vec{a} - 2\vec{b}$; скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; векторное произведение $\vec{a} \times \vec{b}$; угол φ (в градусах) между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

$$a := \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$|a| = 5.385 \quad |b| = 5.196$$

$$5 \cdot a - 2 \cdot b = \begin{pmatrix} 8 \\ -25 \\ 22 \end{pmatrix} \quad a \cdot b = -17 \quad a \times b = \begin{pmatrix} -17 \\ 6 \\ 13 \end{pmatrix}$$

$$\arccos\left(\frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|}\right) \cdot \frac{180}{\pi} = 127.411$$

2. Найти объем пирамиды с вершинами в точках $A(1; 2; 3)$, $B(2; 5; 1)$, $C(1; -1; 1)$, $D(4; 3; 6)$, площадь основания ABC и высоту пирамиды, опущенную из вершины D на грань ABC .

$$A := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad D := \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$AB := B - A \quad AC := C - A \quad AD := D - A$$

$$S := \frac{|AB \times AC|}{2} \quad V := \frac{|AB \times AC \cdot AD|}{6} \quad h := \frac{3 \cdot V}{S}$$

$$S = 6.265 \quad V = 7.167 \quad h = 3.432$$

3. Компланарны ли векторы?

$$\vec{a}(2; -3; 4), \vec{b}(3; 1; 4), \vec{c}(3; -2; 1)$$

$$a := \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad c := \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$a \times b \cdot c = -45$$

Так как смешанное произведение векторов не равно нулю, то вектора не **компланарны**.

4. Сила $\vec{F} = (5; -7; 8)$ приложена к точке $B(2; 3; 4)$. Вычислить работу силы $\vec{F}$ в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку $C(3; -5; 2)$.

$$B := \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} \quad F := \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$BC := C - B \quad A := F \cdot BC \quad A = 45$$

ВАРИАНТЫ

1. Даны два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найти их длины $|\vec{a}|, |\vec{b}|$; линейную комбинацию $5\vec{a} - 2\vec{b}$; скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; векторное произведение $\vec{a} \times \vec{b}$; угол φ (в градусах) между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

№ варианта	$\vec{a}$	$\vec{b}$	№ варианта	$\vec{a}$	$\vec{b}$
1	(1,4,6)	(2,5,-3)	8	(3,5,4)	(2,2,2)
2	(3,-2,5)	(7,1,1)	9	(1,5,2)	(1,7,9)
3	(6,-1,3)	(2,4,-9)	10	(1,-6,2)	(2,7,-3)
4	(-5,-2,1)	(-5,-1,-1)	11	(4,7,-2)	(7,-4,2)
5	(2,3,-5)	(5,4,3)	12	(5,8,9)	(1,9,8)
6	(-4,2,8)	(7,5,9)	13	(1,5,-7)	(2,-4,-5)
7	(2,4,5)	(1,4,2)	14	(2,4,1)	(1,4,4)

2. Найти объем пирамиды с вершинами в точках A, B, C, D , площадь основания ABC и высоту пирамиды, опущенную из вершины D на грань ABC .

№ варианта	A	B	C	D
1	(1,1,1)	(2,4,8)	(0,1,0)	(3,7,0)
2	(2,2,3)	(1,3,-2)	(-1,2,4)	(5,6,5)
3	(3,1,4)	(2,-4,6)	(3,6,-1)	(2,3,6)
4	(6,2,0)	(1,5,3)	(0,5,1)	(4,2,1)
5	(2,5,8)	(3,8,6)	(1,0,3)	(2,1,1)
6	(1,6,3)	(-1,2,1)	(3,9,6)	(3,-1,0)
7	(3,0,1)	(0,0,1)	(3,8,7)	(2,1,0)
8	(0,1,0)	(3,7,0)	(1,1,1)	(2,4,8)
9	(-1,2,4)	(5,6,5)	(2,2,3)	(1,3,2)
10	(3,6,-1)	(2,3,6)	(3,1,4)	(2,4,6)
11	(0,5,1)	(4,2,1)	(6,2,0)	(1,5,3)
12	(1,0,3)	(2,1,1)	(2,5,8)	(3,8,6)
13	(3,9,6)	(3,1,0)	(1,6,3)	(1,2,1)
14	(3,8,7)	(2,1,0)	(3,0,1)	(0,0,1)

3. Компланарны ли векторы?

№ варианта	$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}$	№ варианта	$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}$
1	(1,3,4)	(4,3,1)	(3,1,1)	8	(3,7,5)	(4,0,1)	(3,9,0)
2	(5,3,8)	(3,5,2)	(4,3,5)	9	(4,-9,0)	(0,5,9)	(3,0,5)
3	(3,5,1)	(-3,1,1)	(3,0,9)	10	(4,7,6)	(8,1,9)	(4,3,1)
4	(3,9,0)	(3,8,0)	(4,0,-1)	11	(5,6,0)	(3,1,0)	(6,-9,7)
5	(-1,0,0)	(3,8,2)	(-3,0,5)	12	(4,3,1)	(3,0,2)	(-6,5,4)
6	(4,1,3)	(-6,0,0)	(4,7,-3)	13	(5,0,0)	(3,0,0)	(5,7,0)
7	(2,3,0)	(3,0,4)	(4,8,5)	14	(4,-1,6)	(1,0,8)	(5,9,7)

4. Сила $\vec{F}$ приложена к точке В. Вычислить работу силы $\vec{F}$ в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку С.

№ варианта	$\vec{F}$	В	С	№ варианта	$\vec{F}$	В	С
1	(2,6,4)	(1,2,1)	(3,5,6)	8	(2,6,7)	(3,7,4)	(3,2,-1)
2	(1,2,1)	(-1,0,1)	(8,1,3)	9	(3,6,-4)	(1,8,2)	(3,2,3)
3	(2,2,5)	(2,1,3)	(3,2,1)	10	(1,-5,-9)	(-4,2,0)	(6,4,9)
4	(-1,-2,3)	(4,5,5)	(6,-1,7)	11	(3,0,0)	(1,9,5)	(4,1,0)
5	(4,3,3)	(1,4,-2)	(6,-1,-2)	12	(2,3,6)	(3,2,7)	(3,-2,-1)
6	(7,4,1)	(3,2,-7)	(5,2,5)	13	(1,-9,4)	(3,2,8)	(3,2,0)
7	(7,5,0)	(5,1,1)	(1,2,0)	14	(0,2,5)	(1,9,3)	(1,0,4)

Лабораторная работа № 3

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

Цель работы: исследовать возможности пакета Mathcad при решении задач геометрии.

Основные понятия и формулы математики

1. Уравнение плоскости, проходящей через три точки

$$A(x_1; y_1; z_1), B(x_2; y_2; z_2), C(x_3; y_3; z_3):$$
$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0. \quad (1)$$

2. Канонические уравнения прямой, проходящей через данную точку $(x_0; y_0; z_0)$ параллельно вектору $\vec{s}(m, n, p)$:

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{p}. \quad (2)$$

3. Параметрические уравнения прямой:

$$\begin{cases} x = x_0 + mt, \\ y = y_0 + nt, \\ z = z_0 + pt. \end{cases} \quad (3)$$

4. Уравнение прямой, заданной двумя плоскостями:

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Направляющий вектор прямой находится по формуле:

$$\vec{s} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Основные теоретические положения Mathcad

Для решения задач аналитической геометрии в пространстве в пакете Mathcad необходимо уметь выполнять следующие действия:

1. Для быстрого построения трехмерного графика функции необходимо:
- задать **функцию**;

- установить курсор в то место, где должен быть построен график, на математической панели выбрать кнопку **Graph** (График) и в открывшейся панели кнопку **Поверхностный график**;

- в единственное место шаблона ввести имя функции (не указывая переменные);

- щелкнуть мышью вне шаблона графика — график функции будет построен.

2. Чтобы решить систему уравнений в символьном виде, необходимо:

- напечатать слово **Given**;

- ниже, в любом порядке напечатать однородные уравнения. При этом обязательно записывать знак умножения, знак = набрать не на арифметической панели, а на панели логики (**Boolean**).

Примеры выполнения заданий

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки $A(-2, 0, 0)$, $B(0, 4, 0)$, $C(0, 0, 5)$. Построить эту плоскость.

Воспользуемся формулой (1). Для нахождения определителя в символьном виде, необходимо:

- заключить матрицу в выделенную рамку;

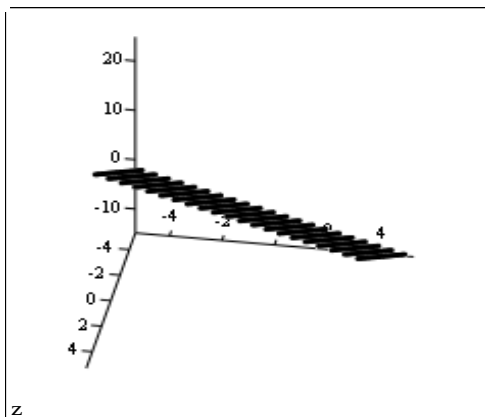
- выбрать в меню позицию Символика (**Symbolics**), в подменю Матрица (**Matrix**) выбираем Определитель (**Determinant**);

- Mathcad вернет символьное представление определителя. Полученное выражение необходимо приравнять к нулю. В результате имеем уравнение плоскости. Построим эту плоскость.

$$\begin{pmatrix} x+2 & y & z \\ 2 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$20 \cdot x + 40 - 10 \cdot y - 8 \cdot z$$

$$z(x, y) := \frac{20}{8}x - \frac{10}{8}y + 5$$



Ответ: $20x - 10y - 8z + 40 = 0$

2. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{1}$ и плоскости $3x - y + 2z + 5 = 0$.

Составим параметрические уравнения прямой:
$$\begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = -2 + t, \\ z = 2 + t. \end{cases}$$

Given

$$3 \cdot x - y + 2 \cdot z + 5 = 0$$

$$1 + 2 \cdot t - x = 0$$

$$2 + t - y = 0$$

$$2 + t - z = 0$$

$$\text{Find}(x, y, z, t) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{-13}{7} \\ \frac{4}{7} \\ \frac{4}{7} \\ \frac{-10}{7} \end{pmatrix}$$

3. Найти величину острого угла между прямыми:

$$\frac{x-1}{11} = \frac{y+2}{8} = \frac{z-2}{7} \quad \text{и} \quad \frac{x-4}{7} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{8}.$$

Выпишем направляющие векторы прямых:

$$s_1 := \begin{pmatrix} 11 \\ 8 \\ 7 \end{pmatrix} \quad s_2 := \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\cos \phi := \frac{s_1 \cdot s_2}{|s_1| \cdot |s_2|}$$

$$\cos \phi = 0.707$$

4. Уравнения прямой $\begin{cases} x - 4y + 5z - 1 = 0, \\ 2x + 3y + z + 9 = 0. \end{cases}$ преобразовать к каноническому виду и определить углы, образуемые этой прямой с координатными осями.

Направляющий вектор прямой находим по формуле (5):

$$n_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad n_2 := \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad s := n_1 \times n_2$$

$$s = \begin{pmatrix} -19 \\ 9 \\ 11 \end{pmatrix}$$

Найдем произвольную точку прямой. Пусть $z = 0$.

Given

$$x - 4 \cdot y - 1 = 0$$

$$2 \cdot x + 3 \cdot y + 9 = 0$$

$$\text{Find}(x, y) \rightarrow \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Мы нашли на прямой точку $(-3, -1, 0)$.

$$\text{Согласно формуле (2): } \frac{x+3}{-19} = \frac{y+1}{9} = \frac{z}{11}.$$

Направляющий вектор прямой образует с координатными осями OX , OY , OZ углы α , β , γ соответственно:

$$s := \begin{pmatrix} -19 \\ 9 \\ 11 \end{pmatrix}$$

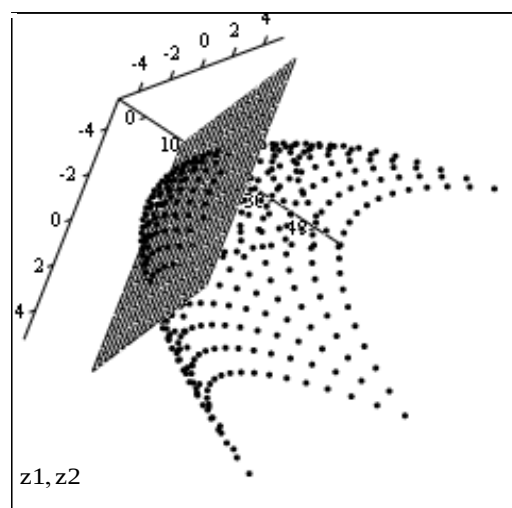
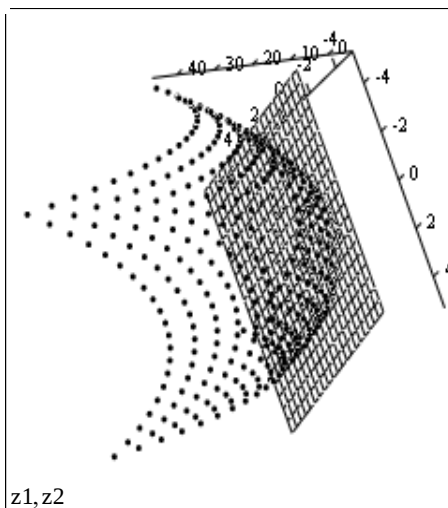
$$\cos \alpha := \frac{-19}{|s|} \quad \cos \beta := \frac{9}{|s|} \quad \cos \gamma := \frac{11}{|s|}$$

$$\cos \alpha = -0.801 \quad \cos \beta = 0.379 \quad \cos \gamma = 0.464$$

5. Нарисовать поверхности и установить, какие это поверхности.

$$z1(x, y) := x^2 + y^2 - 5$$

$$z2(x, y) := -x + 3$$



Поверхность $z1$ - эллиптический параболоид; $z2$ - плоскость, параллельная оси **Oy**.

ВАРИАНТЫ

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки. Построить эту плоскость.

1. $A(1; 2; 3)$, $B(-2; 3; 1)$, $C(3; 1; -9)$.
2. $A(1; -2; -3)$, $B(-2; 2; 0)$, $C(3; 1; -9)$.
3. $A(-1; 2; 3)$, $B(-2; 3; 1)$, $C(3; 8; 2)$.
4. $A(1; 7; 3)$, $B(9; 3; 1)$, $C(3; 1; 9)$.
5. $A(7; 2; 6)$, $B(-2; 8; 1)$, $C(3; 1; 0)$.
6. $A(1; 2; 3)$, $B(-2; 3; 1)$, $C(3; 1; -9)$.
7. $A(1; 2; 7)$, $B(-4; 5; 1)$, $C(0; 1; 3)$.
8. $A(4; 2; 7)$, $B(-2; 4; 1)$, $C(3; 1; 8)$.
9. $A(1; -2; 5)$, $B(-2; 9; 0)$, $C(-3; 1; 9)$.
10. $A(1; 2; 3)$, $B(-2; 3; 1)$, $C(3; 1; -9)$.
11. $A(6; -2; 3)$, $B(6; 9; 0)$, $C(-1; 1; 4)$.
12. $A(1; 8; 5)$, $B(-2; 9; 5)$, $C(-3; 1; -4)$.
13. $A(1; 2; 5)$, $B(2; 9; 3)$, $C(-3; -1; -9)$.
14. $A(1; 5; 5)$, $B(-2; 8; 0)$, $C(-3; 2; 9)$.

2. Найти точку пересечения прямой l и плоскости α .

1. $l: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{3}$, $\alpha: x+3y+5z-42=0$.
2. $l: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-4}{2}$, $\alpha: 7x+y+4z-47=0$.
3. $l: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{3}$, $\alpha: x-2y+z+9=0$.
4. $l: \frac{x}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{2}$, $\alpha: 3x+y-z+13=0$.
5. $l: \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+1}{0}$, $\alpha: 2x-2y+3z+21=0$.
6. $l: \frac{x}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-3}$, $\alpha: 3x-y-z-3=0$.
7. $l: \frac{x-3}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-4}$, $\alpha: x+y+z-10=0$.
8. $l: \frac{x+1}{-4} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+2}{5}$, $\alpha: 2x+3y-2z-11=0$.
9. $l: \frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-6}{-3}$, $\alpha: 7x+2y+2z+2=0$.
10. $l: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{4}$, $\alpha: 5x+3y+4z+23=0$.

11. $l: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{2}, \alpha: 2x - y + 4z = 0.$
12. $l: \frac{x}{0} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+4}{-3}, \alpha: 17x - 4y - z + 6 = 0.$
13. $l: \frac{x-7}{5} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+4}{3}, \alpha: 3x - 9y + z + 1 = 0.$
14. $l: \frac{x-4}{4} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-5}{4}, \alpha: 2x + 2y - z + 7 = 0.$

3. Найти величину острого угла между прямыми (варианты 1 - 7), между прямой и плоскостью (варианты 8 - 14).

1. $l_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{3}, l_2: \frac{x-2}{4} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-4}{6}.$
2. $l_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-4}{2}, l_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{6} = \frac{z-4}{-3}.$
3. $l_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{3}, l_2: \frac{x-1}{6} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{7}.$
4. $l_1: \frac{x}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{2}, l_2: \frac{x}{4} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-2}{6}.$
5. $l_1: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{3}, l_2: \frac{x+2}{7} = \frac{y-1}{8} = \frac{z+1}{-3}.$
6. $l_1: \frac{x}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-3}, l_2: \frac{x}{0} = \frac{y}{7} = \frac{z}{3}.$
7. $l: \frac{x-3}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-4}, \alpha: x + y + z - 10 = 0.$
8. $l: \frac{x+1}{-4} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+2}{5}, \alpha: 2x + 3y - 2z - 11 = 0.$
9. $l: \frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-6}{-3}, \alpha: 7x + 2y + 2z + 2 = 0.$
10. $l: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{4}, \alpha: 5z + 3y + 4z + 23 = 0.$
11. $l: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{2}, \alpha: 2x - y + 4z = 0.$
12. $l: \frac{x}{0} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+4}{-3}, \alpha: 17x - 4y - z + 6 = 0.$
13. $l: \frac{x-7}{5} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+4}{3}, \alpha: 3x - 9y + z + 1 = 0.$
14. $l: \frac{x-4}{4} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-5}{4}, \alpha: 2x + 2y - z + 7 = 0.$

4. Уравнения прямой преобразовать к каноническому виду и определить углы, образуемые этой прямой с координатными осями.

1. $\begin{cases} x - 2y + 4z - 8 = 0, \\ 2x + y + z + 2 = 0. \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 3x + 4y + 5z + 1 = 0, \\ 2x - 3y - z + 9 = 0. \end{cases}$

$$3. \begin{cases} 2x - 6y + 2z - 1 = 0, \\ x + 8y + z + 1 = 0. \end{cases} \quad 4. \begin{cases} 4x - 4y + 4z - 1 = 0, \\ x + 3y + 7z + 9 = 0. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x - y + 8z - 1 = 0, \\ 2x - y + 2z + 3 = 0. \end{cases} \quad 6. \begin{cases} x - 4y + 5z - 1 = 0, \\ 2x + 3y + z + 9 = 0. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x + y + 3z - 5 = 0, \\ 2x + 3y + 6z + 8 = 0. \end{cases} \quad 8. \begin{cases} x - 4y + 5z - 1 = 0, \\ 2x + 3y + z + 9 = 0. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 6x - 4y + z - 3 = 0, \\ x + 3y + 7z + 2 = 0. \end{cases} \quad 10. \begin{cases} 4x + y - z - 3 = 0, \\ 2x + y + z - 4 = 0. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x - 4y + 5z - 1 = 0, \\ x + 3y + 8z + 1 = 0. \end{cases} \quad 12. \begin{cases} x + 4y - 5z + 1 = 0, \\ 2x - 3y + z - 9 = 0. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x - 3y + 5z - 5 = 0, \\ 2x + 7y + z + 6 = 0. \end{cases} \quad 14. \begin{cases} x + 5y + 6z - 2 = 0, \\ x - 3y + 2z + 9 = 0. \end{cases}$$

Лабораторная работа № 4

ФОРМУЛА ТЕЙЛОРА. ФОРМУЛА МАКЛОРЕНА

Цель работы: научиться применять формулы Маклорена и Тейлора в математическом пакете Mathcad.

Основные понятия и формулы математики

Формулой Тейлора с остаточным членом в форме Пеано $O_n((x - x_0)^n)$ для произвольной функции $f(x)$ называется формула:

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k + O_n((x - x_0)^n),$$

x_0 - некоторая произвольная точка, в которой может быть вычислена функция $f(x)$ и все ее производные.

Формула Маклорена - частный случай формулы Тейлора при $x_0 = 0$:

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k + O_n(x^n).$$

Разложение по формуле Маклорена некоторых элементарных функций:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + O(x^n),$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} + O(x^{2n+2}),$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + O(x^{2n+1}),$$

$$\ln(x+1) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n} + O(x^n),$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} x^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-(n-1))}{n!} x^n + O(x^n).$$

Основные теоретические положения Mathcad

Чтобы разложить функцию по формуле **Маклорена** (т.е. в точке x_0) необходимо.

1. Набрать эту функцию и выделить значение переменной, по которой требуется получить разложение.

2. Нажать в меню опцию **symbolics (символьно)**. Появится окно, в котором выделить опцию **variable (переменная)**.

3. В появившемся подокне выбрать опцию **expand to series** (разложить в ряд).

4. Появится окно с надписью **order of approximation** (порядок разложения).

5. Ввести необходимое число, нажать ОК и получить ответ.

Альтернативный способ. С помощью оператора символьного вывода, использовать ключевое слово **series** окна символической математики. В первый ее прямоугольник записывается разлагаемая функция, во второй - переменная по которой происходит разложение, а в третий – порядок аппроксимации. После щелканья мышью получим ответ.

Разложение строится только в точке $x_0 = 0$. Для того чтобы получить разложение в другой точке, нужно использовать в меню **substitute** (заменить переменную).

Примеры выполнения заданий

1. С помощью формулы Маклорена разложить функцию

а) по степеням x :

$$e^{2x-1}$$

$$\exp(-1) + 2 \cdot \exp(-1) \cdot x + 2 \cdot \exp(-1) \cdot x^2 + \frac{4}{3} \cdot \exp(-1) \cdot x^3 + \frac{2}{3} \cdot \exp(-1) \cdot x^4 + \frac{4}{15} \cdot \exp(-1) \cdot x^5 + O(x^6)$$

б) с помощью формулы Тейлора разложить функцию по степеням

$$x-3: e^{2x-1} = e^{2(x-3)+5}.$$

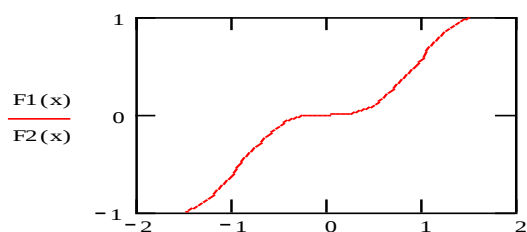
$$\exp(5) + 2 \cdot \exp(5) \cdot x + 2 \cdot \exp(5) \cdot x^2 + \frac{4}{3} \cdot \exp(5) \cdot x^3 + \frac{2}{3} \cdot \exp(5) \cdot x^4 + \frac{4}{15} \cdot \exp(5) \cdot x^5 + O(x^6)$$

$$\exp(5) + 2 \cdot \exp(5) \cdot (x-3) + 2 \cdot \exp(5) \cdot (x-3)^2 + \frac{4}{3} \cdot \exp(5) \cdot (x-3)^3 + \frac{2}{3} \cdot \exp(5) \cdot (x-3)^4 + \frac{4}{15} \cdot \exp(5) \cdot (x-3)^5 + O[(x-3)^6]$$

2. Разложить функцию $\sin x^3$ по формуле Тейлора и построить графики этой функции и ее разложения.

$$F1(x) := \sin(x)^3 \quad F2(x) := x^3 - \frac{1}{2} \cdot x^5$$

$$x := -1.5, -1.45, 1.5$$



Так как $P_n(x) = 0$ при $n \geq 4$, то в разложении данного многочлена по формуле Тейлора будут только слагаемые вида $\frac{P^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)$ где $k \leq 3$

$$1 - 11(x + 1) + (x + 1)^2 + (x + 1)^3 \text{ simplify } \rightarrow -8 - 6 \cdot x + 4 \cdot x^2 + x^3$$

3. $\ln(2x-3)$, $x_0 = -2$.
4. $\cos(2x+1)$, $x_0 = -2$.
5. $\ln(2x+3)$, $x_0 = 1$.
6. e^{6x+1} , $x_0 = 2$.
7. $\sin(5x-1)$, $x_0 = -1$.
10. $\sin(3x-1)$, $x_0 = 4$.
11. e^{6x+1} , $x_0 = -3$.
12. $\ln(2x+1)$, $x_0 = -1$.
13. e^{6x-4} , $x_0 = -1$.
14. $\cos(2x-4)$, $x_0 = 3$.

2. Разложить функцию $\sin x^3$ по формуле Тейлора и построить графики этой функции и ее разложения.

1. $\cos x^3$.
2. $\sin x^4$.
3. $\cos x^4$.
4. $\sin x^5$.
5. $\cos x^5$.
6. $\sin x^2$.
7. $\cos x^2$.
8. e^{x^2} .
9. e^{x^3} .
10. $\sin x^4$.
11. e^{x^3} .
12. $\ln(1+x^2)$.
13. $\sin x^2$.
14. $\ln(1+x^3)$.

3. Разложить на бумаге многочлен по степеням $x-x_0$, используя формулу Тейлора, и в Mathcad проверить с помощью применения символьной операции **simplify** (упрощение).

1. $P_n(x) = x^3 + 5x^2 - 3x - 2$, $x_0 = -1$.
2. $P_n(x) = x^4 - 4x^3 - 6x - 2$, $x_0 = 1$.
3. $P_n(x) = x^4 - 2x^3 + 3x - 2$, $x_0 = 2$.
4. $P_n(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 8$, $x_0 = -2$.
5. $P_n(x) = x^4 - 6x^3 + 2x - 7$, $x_0 = -2$.
6. $P_n(x) = x^3 + 6x^2 - 5x - 1$, $x_0 = -1$.
7. $P_n(x) = 2x^3 - 8x^2 + x - 2$, $x_0 = -1$.
8. $P_n(x) = x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 8x$, $x_0 = 1$.
9. $P_n(x) = x^3 + 3x^3 - x + 6$, $x_0 = 1$.
10. $P_n(x) = x^3 + 9x^2 - 4x + 2$, $x_0 = -1$.
11. $P_n(x) = x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 2$, $x_0 = 1$.
12. $P_n(x) = x^3 - 2x^2 - x + 3$, $x_0 = 3$.
13. $P_n(x) = x^3 - 8x^2 - 6x - 1$, $x_0 = 1$.
14. $P_n(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 5$, $x_0 = 2$.

4. Вычислить с точностью до 0,001, используя формулу Маклорена.

1. а) $\sin 2^0$. б) $\ln 1,4$.
2. а) $\sin 3^0$. б) $\ln 1,5$.
3. а) $\sin 4^0$. б) $\ln 1,6$.
4. а) $\sin 5^0$. б) $\ln 1,7$.
5. а) $\sin 6^0$. б) $\ln 1,8$.
6. а) $\sin 7^0$. б) $\ln 1,9$.
7. а) $\sin 8^0$. б) $\ln 1,2$.
8. а) $\cos 1^0$. б) $\ln 1,1$.
9. а) $\cos 2^0$. б) $\ln 1,03$.
10. а) $\cos 3^0$. б) $\ln 1,02$.
11. а) $\cos 4^0$. б) $\ln 1,09$.
12. а) $\cos 5^0$. б) $\ln 1,08$.
13. а) $\cos 6^0$. б) $\ln 1,07$.
14. а) $\cos 7^0$. б) $\ln 1,06$.

Лабораторная работа № 5

ПРЕДЕЛЫ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ

Цель работы: сформировать у студентов знания, умения и навыки работы с пределами в математическом пакете Mathcad.

Основные понятия и формулы математики

Основные теоретические положения Mathcad. Найти на панели **Calculus** операторы вычисления предела (они, как и в математическом анализе, обозначаются с помощью слова **lim**). Всего в Mathcad'e присутствует три разных оператора вычисления предела: оператор вычисления предела в точке (двустороннего предела) и операторы правостороннего и левостороннего пределов.

$$\lim_{x \rightarrow a} \quad \lim_{x \rightarrow a}^+ \quad \lim_{x \rightarrow a}^-$$

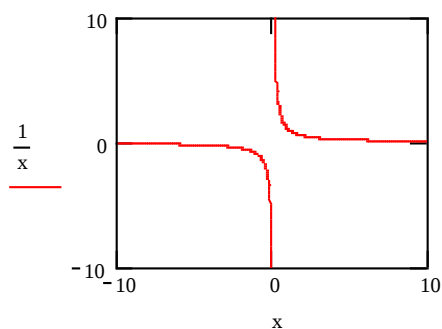
Для вычисления предела соответствующего типа нужно выбрать один из операторов, ввести точку и переменную, для которых вычисляется предел, а также выражение. Для вычисления пределов нужно использовать не знак равенства, который используется в численных вычислениях, а стрелочку — знак вывода результатов символьных преобразований, который записывается с помощью клавиатурной комбинации **Ctrl+точка** (русское "ю").

Пример. 1. Найти пределы:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x}{x} \rightarrow \infty \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x - 2} \rightarrow 2$$

2. Найти односторонние пределы и построить график функции $f(x) = \frac{1}{x}$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \rightarrow \infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} \rightarrow -\infty$$



ВАРИАНТЫ

1. Найти пределы.

- | | | |
|--|--|--|
| 1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$. | 6. $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x+5}{x^2-25}$. | 11. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2-2x+1}$. |
| 2. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{x^2-4}$. | 7. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4x+4}$. | 12. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{x^2+4x+4}$. |
| 3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-9}$. | 8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1}$. | 13. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-2x+1}$. |
| 4. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{x^2-9}$. | 9. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$. | 14. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$. |
| 5. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x^2-25}$. | 10. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{x^2-4}$. | |

2. Найти односторонние пределы и построить график функции:

- | | | |
|--------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|
| 1. $f(x) = \frac{x}{x-2}$. | 6. $f(x) = \frac{x}{x-5}$. | 11. $f(x) = \frac{1}{x^2-2x+1}$. |
| 2. $f(x) = \frac{2}{x+2}$. | 7. $f(x) = \frac{1}{x^2-4x+4}$. | 12. $f(x) = \frac{2}{x^2+4x+4}$. |
| 3. $f(x) = \frac{-3}{x^2-9}$. | 8. $f(x) = \frac{x}{x-5}$. | 13. $f(x) = \frac{1}{x^2-2x+1}$. |
| 4. $f(x) = \frac{3}{x^2-9}$. | 9. $f(x) = \frac{1}{x^2-4x+4}$. | 14. $f(x) = \frac{x}{x-2}$. |
| 5. $f(x) = \frac{5}{x-5}$. | 10. $f(x) = \frac{2}{x+2}$. | |

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Дьяконов В.П.* Mathcad 7.0 в математике, физике и в internet / В.П. Дьяконов, И.В. Абраменкова. - М.: Нолидж, 1998. – 352 с.
2. *Гурский Д.А.* Вычисления в MATHCAD 12/ Д.А. Гурский, Е.С. Турбина. – СПб.: Питер, 2006. – 544 с.
3. *Плис А.И.* MATHCAD 2000. Математический практикум для экономистов и инженеров: учеб. пособие / А.И. Плис, Н.А. Сливина. - М.: Финансы и статистика, 2000. - 656 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАКЕТА Mathcad В КУРСЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

*Методические указания
и лабораторные работы*

Составители: **Ольшанская** Ирина Владимировна,
Кротова Татьяна Юрьевна, **Глеч** Сергей Гариевич

Технический редактор – *Р.В. Дмитриева*

Подписано к печати 31.05.16. Изд. № 67/15. Зак. 64/2016. Тираж 20 экз.
Объем 1,75 п.л. Усл.печ. л. 1,63. Уч.-изд. л. 1,715
Формат бумаги 60 x 84 1/16

РИИЦМ ФГАОУВО «Севастопольский государственный университет»