



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГАОУ ВО «Севастопольский
государственный университет»
Институт радиоэлектроники и информационной
безопасности**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к лабораторной работе «Исследование установившихся
процессов в цепях синусоидального тока.»
по дисциплине
ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ
для студентов дневной и заочной форм обучения
направления 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»

**Севастополь
2017 г.**

Методические указания к лабораторной работе «Исследование установившихся процессов в цепях синусоидального тока.» по дисциплине «основы теории цепей» для студентов дневной и заочной форм обучения направления 11.03.04 — «Электроника и наноэлектроника» / СевГУ; Сост. Д.Г. Мурзин. — Севастополь: Изд-во СевГУ, 2017. — 27 с.

Целью методических указаний является оказание помощи студентам очной и заочной форм обучения в подготовке и выполнении лабораторной работе «Исследование установившихся процессов в цепях синусоидального тока.» по дисциплине «основы теории цепей».

Методические указания написаны на основании программы дисциплины «Основы теории цепей» ОПП подготовки бакалавров 11.03.04 — «Электроника и наноэлектроника».

Рассмотрены и утверждены на заседании кафедры электронной техники (протокол № 6 от 28 января 2016 г.)

Рецензент: к.т.н., доцент кафедры электронной техники Шевченко Н.В.

Ответственный за выпуск: заведующий кафедрой электронной техники, к.т.н., доцент Михайлюк Ю.П.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
Требования к оформлению отчета к лабораторной работе.....	5
Лабораторная работа «Исследование установившихся процессов в цепях синусоидального тока».....	6
Теоретические сведения	6
Индивидуальные задания.....	22
Порядок выполнения лабораторной работы	22
Контрольные вопросы.....	26
Библиографический список.....	27

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Основы теории цепей» изучается студентами направления 11.03.04 — «Электроника и наноэлектроника» дневной и заочной форм обучения во 2-ом и 3-ем семестрах.

Методические рекомендации по выполнению лабораторной работы содержат следующие разделы: цель работы, теоретические сведения, предварительный расчет, порядок выполнения работы, обработку результатов измерений, оформление отчета, выводы по работе и контрольные вопросы.

В процессе выполнения работы студенты должны сохранить все результаты компьютерных экспериментов. После завершения работы преподаватель просматривает полученные результаты. На основании полученных результатов каждый студент оформляет отчет.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ ОТЧЕТА К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Отчет о выполнении лабораторной работы оформляется на стандартных листах формата А1. Расположение листов – вертикальное. Поля: левое 2 см, верхнее 2 см, нижнее 1 см, правое 1 см. Отчет следует оформлять в редакторе Microsoft Word или аналоге.

Отчет должен титульный лист и содержать следующие разделы: цель работы, схему, результаты (экранные формы) моделирования, результаты обработки данных (графики, диаграммы, измеренные и рассчитанные параметры и др.) и выводы по работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

Тема: «Исследование установившихся процессов в цепях синусоидального тока»

Цель работы – экспериментально проверить законы Ома и Кирхгофа для комплексных токов в цепях синусоидального тока.

Теоретические сведения

1. Синусоидальные электрические величины

Электромагнитный процесс в электрической цепи называется периодическим, если значения токов и напряжений повторяются через равные промежутки времени (переменный ток, напряжение).

Токи, мгновенные значения которых повторяются через равные промежутки времени, называются *периодическими*. На практике широкое применение находит периодический ток, являющийся синусоидальной функцией времени и называемый *синусоидальным* током.

Мгновенное значение синусоидального тока (напряжения, ЭДС) определяется по формуле:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \Psi), \quad (1)$$

где i – мгновенное значение тока, А;

I_m – максимальное значение тока (амплитуда), А;

ω – угловая частота, рад/с;

Ψ – начальная фаза, рад.

Периодом – T синусоидального тока называют наименьший промежуток времени, через который мгновенные значения тока повторяются. Величина, обратная периоду, называется *частотой* периодического тока

$$f = 1/T.$$

Если T измеряется в секундах, то частота (количество колебаний в одну секунду) измеряется в *герцах* (Гц). Связь между ω и f определяется выражением

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi f.$$

При совместном рассмотрении двух синусоидальных величин одной частоты разность их начальных фаз называют

сдвигом фаз. Разность фаз напряжения $u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ и тока $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ на участке цепи обозначают φ :

$$\varphi = \psi_u - \psi_i.$$

Если $\varphi = 0$, то говорят, что напряжение и ток совпадают по фазе. Если $\varphi > 0$, то ток $i(t)$ отстает от напряжения $u(t)$ по фазе на угол φ .

Если $\varphi < 0$, то ток $i(t)$ опережает напряжение $u(t)$ по фазе на угол φ .

Если $\varphi = \pm \pi$, то говорят, что ток $i(t)$ и напряжение $u(t)$ находятся в противофазе.

При построении временной зависимости сигналов если $\psi_i \neq 0$ начинают построение с величин $\omega t_0 = -\psi_i$, т.е., при $\psi_i > 0$ график смещается влево от начала координат, а при $\psi_i < 0$ – вправо на величину $|\psi_i|$ (рис. 1). Разность начальных фаз двух синусоидальных функций одной частоты называется сдвигом их по фазе. Если $\psi_1 - \psi_2 = 0$, синусоиды совпадают по фазе, а если $\psi_1 - \psi_2 = \pm \pi$, они находятся в противофазе.

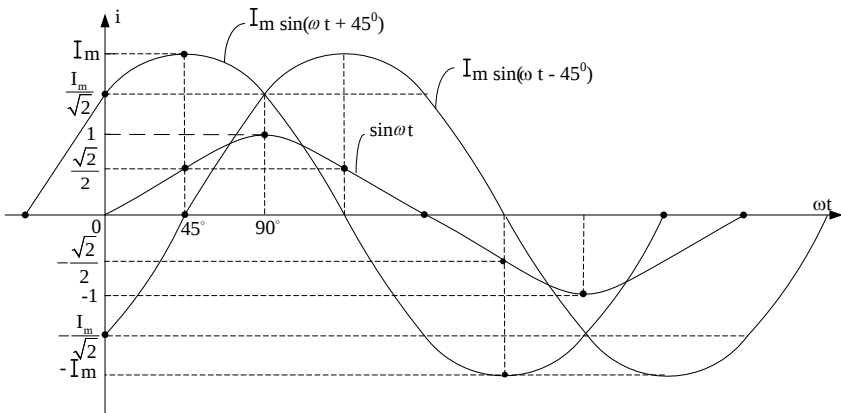


Рис. 1

Переменный ток характеризуется его действующим значением, которое численно равно такому значению I постоянного тока, который на одном и том же сопротивлении за время одного периода произведет тот же самый тепловой эффект, что и периодический ток. Действующее значение

периодического переменного тока равно его среднеквадратичному значению за период:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}.$$

Действующее значение I и амплитуда I_m синусоидального тока связаны между собой соотношением:

$$I = I_m / \sqrt{2}.$$

Аналогичные соотношения справедливы для синусоидальных напряжений и ЭДС:

$$U = U_m / \sqrt{2}, \quad E = E_m / \sqrt{2}.$$

2 Изображение синусоидальных функций векторами и комплексными числами

Анализ цепей под воздействием гармонических сигналов значительно упрощается, если синусоидальные величины (токи, напряжения, ЭДС и т. д.) изображать вращающимися векторами или комплексными числами.

Пусть гармонический ток, меняющийся по закону $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$. На рис. 2 показан вектор $\bar{I}_m$, проведенный под углом ψ_i относительно оси абсцисс, длина которого в масштабе равна амплитуде тока I_m (рис. 2).

Проекция вектора $\bar{I}_m$ на ось ординат $i(0) = I_m \sin \psi_i$, что соответствует мгновенному значению тока при $t = 0$. Если вектор вращать против движения часовой стрелки с угловой частотой ω , то для произвольного момента времени t его проекция на вертикальную ось будет равна мгновенному значению тока $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$. Таким образом, для сложения двух синусоидальных токов одинаковой частоты $i_1(t) = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{1i})$ и $i_2(t) = I_{2m} \sin(\omega t + \psi_{2i})$ достаточно сложить изображающие их векторы $\bar{I}_{1m}$ и $\bar{I}_{2m}$ (рис. 3). Проекция полученного при этом вектора $\bar{I}_m = \bar{I}_{1m} + \bar{I}_{2m}$ на вертикальную ось будет равна сумме

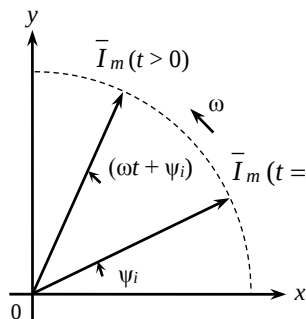


Рис. 2

мгновенных значений токов i_1 и i_2 : $i(t) = i_1(t) + i_2(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$. Совокупность векторов, изображающих синусоидально изменяющиеся величины одинаковой частоты (токи, напряжения, ЭДС) в заданный момент времени, называют *векторными диаграммами*.

При построении векторных диаграмм целесообразно располагать векторы для момента времени $t = 0$, т. к.

взаимное расположение векторов остается неизменным для любого момента времени.

Геометрические операции с векторами на практике заменяют операциями с комплексными числами, что существенно упрощает расчеты.

Комплексное число $\bar{A}$ изображается на комплексной плоскости точкой с координатами a и jb или радиусом-вектором, проведенным из начала координат в эту точку (рис. 4).

Форма записи *комплексного* числа вида $\bar{A} = a + jb$, где $j = \sqrt{-1}$ называются *алгебраической*.

$a = \operatorname{Re}[\bar{A}]$ – действительная часть комплексного числа $\bar{A}$

$b = \operatorname{Im}[\bar{A}]$ – мнимая часть комплексного числа $\bar{A}$

Форма записи *комплексного* числа в *показательной* форме записывается в следующем виде $\bar{A} = Ae^{j\beta}$, где $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ – *модуль* комплексного числа, а $\beta = \operatorname{arctg} b/a$ – *аргумент* комплексного числа.

Комплексные числа $\underline{A} = a + jb$ и $\underline{A}^* = a - jb$ называются *комплексно-сопряженными*. Вектору $\bar{I}_m$ в декартовой системе координат соответствует комплексное число $\underline{I}_m$ на комплексной плоскости.

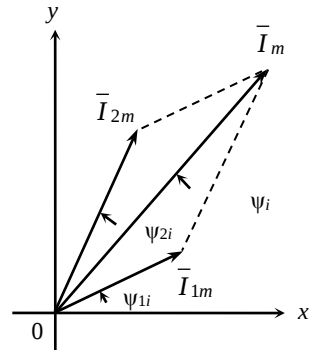


Рис. 3

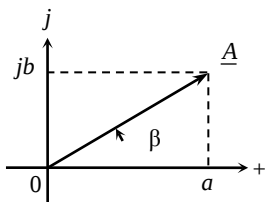


Рис. 4

Комплексная величина $I_m = I_m e^{j\psi_i}$ называется *комплексной амплитудой* тока. Вращающемуся с угловой частотой ω вектору $\bar{I}_m$ соответствует комплексная функция времени, которая называется *комплексным мгновенным током*:

$$\underline{i}(t) = I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} = I_m \cos(\omega t + \psi_i) + j I_m \sin(\omega t + \psi_i) = \operatorname{Re}[\underline{i}(t)] + j \operatorname{Im}[\underline{i}(t)]$$

Следовательно, синусоидальный ток $i(t)$ и его изображение комплексной величиной однозначно связаны следующим равенством:

$$i(t) = \operatorname{Im}[I_m e^{j(\omega t + \psi_i)}] = \operatorname{Im}[I_m e^{j\psi_i} e^{j\omega t}] = \operatorname{Im}[I_m e^{j\omega t}] = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

Функцию $e^{j\omega t}$ называют *оператором вращения*. Комплексная величина $I = I e^{j\psi_i}$, где $I = I_m / \sqrt{2}$, называется *комплексным действующим током* или просто *комплексным током*. Соответственно, для мгновенного значения тока $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ можно записать комплексную амплитуду и комплексный ток, и наоборот, если задана комплексная амплитуда тока $\bar{I}_m$ (комплексный ток $\bar{I}$) то известны амплитуда (действующее значение) и начальная фаза тока.

Метод расчета цепей синусоидального тока, основанный на изображении гармонических функций времени комплексными числами, называется *методом комплексных амплитуд* или *символическим методом расчета*.

3 Мощность в цепи синусоидального тока

Произведение мгновенного значения приложенного к цепи напряжения $u(t)$ и мгновенного значения проходящего по цепи тока $i(t)$ называют *мгновенной мощностью*: $p(t) = u(t)i(t)$.

Пусть на входе пассивного двухполюсника

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i); \quad u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u),$$

тогда мгновенная мощность [Вт]

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u) \cdot I_m \sin(\omega t + \psi_i) = \\ = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i)$$

содержит постоянную составляющую и синусоиду двойной частоты (рис. 5). Если мгновенные значения тока и напряжения имеют одинаковые знаки, то мгновенная мощность положительна; в противном случае – отрицательна.

Среднее значение мгновенной мощности за период называется *активной* мощностью:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = UI \cos \varphi.$$

Активная мощность измеряется в *ваттах* (Вт) и характеризует энергию, которая передается от источника к нагрузке, где она превращается в другие виды энергии.

Множитель $\cos \varphi$ называют *коэффициентом мощности*. Чем больше $\cos \varphi$, тем больше активная мощность при заданных действующих значениях напряжения U и тока I .

Произведение действующих значений напряжения U и тока I называют *полной* мощностью:

$$S = UI.$$

Полная мощность измеряется в вольт-амперах (ВА) и характеризует предельную мощность источника при $\cos(\varphi) = 1$.

При расчетах электрических цепей используется также понятие *реактивной* мощности:

$$Q = UI \sin(\varphi).$$

Реактивная мощность характеризует энергию, которая периодически циркулирует между источником и нагрузкой. Она измеряется в *вольт-амперах реактивных* (вар). При индуктивной нагрузке ($\varphi > 0$) реактивная мощность положительна, а при емкостной нагрузке ($\varphi < 0$) отрицательна.

Активная P , реактивная Q и полная S мощности связаны между собой соотношениями прямоугольного треугольника (треугольника мощностей рис. 6):

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}; \quad P = S \cos \varphi; \quad Q = S \sin \varphi.$$

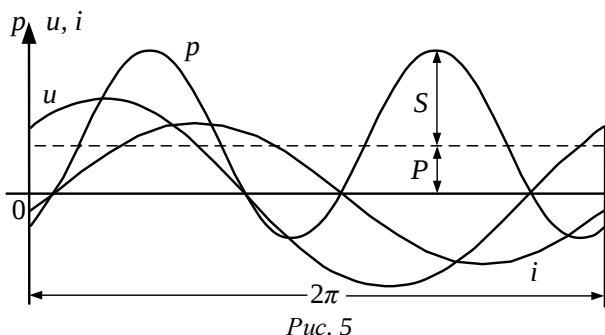


Рис. 5

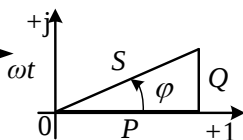


Рис. 6

Произведение комплексного напряжения $\underline{U}$ и комплексного тока $\underline{I}^*$, сопряженного с комплексным током $\underline{I}$, называют *комплексной мощностью*:

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = U e^{j\psi_u} I e^{-j\psi_i} = UI e^{j\phi} \cos \phi + jS \sin \phi = P + jQ.$$

4 Основы комплексного метода

Комплексный (символический) метод использует замену операций с синусоидальными функциями времени действиями над изображающими их комплексными числами и базируется на следующих ниже теоремах.

Пусть мгновенному значению тока

$$i = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_i) = \text{Im} \left[I\sqrt{2} e^{j(\omega t + \psi_i)} \right]$$

соответствует комплексное действующее значение

$$\dot{I} = I e^{j\psi_i},$$

тогда справедливы нижеследующие положения.

Теорема линейности: линейной комбинации синусоид соответствует такая же комбинация изображающих их комплексов

$$\sum A_k i_k(t) \leftrightarrow \sum A_k \dot{I}_k.$$

Иными словами, сумме синусоид соответствует сумма изображающих их комплексов, умножению синусоиды на постоянное число – умножение комплекса на то же самое число.

Теорема дифференцирования: операции дифференцирования синусоиды по времени соответствует умножение изображающего ее комплекса на $j\omega$, т. е.

$$\frac{di}{dt} \leftrightarrow j\omega \dot{I}.$$

Теорема интегрирования: операции интегрирования синусоиды по времени соответствует деление изображающего ее комплекса на $j\omega$, т. е.

$$\int i dt \leftrightarrow \frac{\dot{I}}{j\omega}.$$

5 Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме

Первый закон Кирхгофа - алгебраическая сумма комплексных токов в узле равна нулю или $\sum \dot{I} = 0$.

Второй закон Кирхгофа - алгебраическая сумма комплексных падений напряжения в контуре равна алгебраической сумме комплексных ЭДС или $\sum \dot{U} = \sum \dot{E}$.
Причем в понятие «алгебраическая» вкладывается тот же смысл, что и для мгновенных значений величин.

Закон Ома в комплексной форме (табл. 1):

$$\dot{U} = \dot{I} \cdot \underline{Z} \quad \text{или} \quad \dot{I} = \dot{U} \cdot \underline{Y}$$

$$\underline{Z} = R + jX = ze^{j\varphi}, \quad \underline{Y} = g - jb = ye^{-j\varphi}.$$

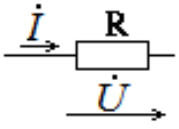
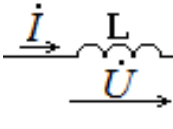
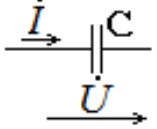
Комплексная мощность определяется:

$$\dot{S} = \dot{U} \cdot \hat{I}.$$

Если $\dot{U} = Ue^{j\psi_u}$, $\dot{I} = Ie^{j\psi_i}$, то сопряженный комплекс тока $\hat{I} = Ie^{-j\psi_i}$, тогда

$$\dot{S} = Ue^{j\psi_u} Ie^{-j\psi_i} = Se^{j\varphi} = S \cos \varphi + jS \sin \varphi = P + jQ.$$

Таблица 1 – Связь между током и напряжением и комплексные сопротивления идеализированных элементов.

Активный элемент	Индуктивный элемент	Емкостной элемент
 $\dot{U} = R \cdot \dot{I}$	 $\dot{U} = j\omega L \cdot \dot{I}$	 $\dot{U} = -j \frac{1}{\omega C} \cdot \dot{I}$
комплексное сопротивление $Z = R$	комплексное сопротивление $Z = j\omega L = jX_L$	комплексное сопротивление $Z = \frac{-j}{\omega C} = -jX_C$

6 Основы работы с комплексными числами в пакете MathCad

Система MathCad производит вычисления, как с действительными, так и с комплексными числами, которые представляются в алгебраической форме:

$$z := a + bi,$$

где a – реальная часть комплексного числа z ,

b – мнимая часть,

i – мнимая единица (система допускает записывать так же j).

Между числовым значением мнимой части мнимой части и символом i никакого знака не ставится. Если мнимая часть b задана не числом, а идентификатором, то мнимую часть нужно писать как умноженную на $1i$. Ниже (табл. 2) приводятся операторы для выполнения арифметических действий над комплексными числами.

Таблица 2

Операторы	Набор на клавиатуре	Назначение оператора
$ z $	$ z$	Выражение модуля комплексного z
$\bar{z}$	z''	Вычисление комплексно сопряжённого с z числа

Встроенные функции комплексного аргумента:

$Re(z)$ - выделение действительной части z

$Im(z)$ - выделение мнимой части z

$arg(z)$ - вычисление аргумента комплексного числа z .

7 Расчёт цепей переменного тока

В цепях переменного тока изменение во времени напряжения влечёт за собой изменение тока, а также магнитного и электрического полей, связанных с цепью. Результатом этих изменений является возникновение ЭДС самоиндукции и взаимоиנדукции в цепях с катушками индуктивности, а в цепях с конденсаторами появляются зарядные и разрядные токи, которые создают сдвиг по фазе между напряжениями и токами в таких цепях. При расчетах, описанные физические процессы учитывают введением реактивных сопротивлений, что усложняет расчёт цепей переменного тока, так как приходится определять не только величину тока, но и его угол сдвига по отношению к напряжению.

Все основные законы цепей постоянного тока справедливы и для цепей переменного тока, но только для мгновенных значений или значений в векторной (комплексной) форме. На основе этих законов составляют уравнения, позволяющие рассчитать цепь. Как правило, целью расчёта цепи переменного тока является определение токов, напряжений, углов сдвига фаз и мощностей на отдельных участках. При составлении уравнений для расчёта таких цепей выбирают условные положительные направления ЭДС, напряжений и токов. Получаемые уравнения для

мгновенных значений в установившемся режиме и синусоидальном входном напряжении будут содержать синусоидальные функции времени. Однако, так как синусоидальную функцию можно условно изобразить вектором, а вектор, в свою очередь, в виде комплексного числа, получаем систему алгебраических уравнений с комплексными числами. Завершают расчёт цепи переменного тока составлением баланса активных и реактивных мощностей, который позволяет проверить правильность вычислений.

Анализ цепей методом комплексных, амплитуд содержит следующие этапы (пример 1):

1) замена гармонических, токов и напряжений всех ветвей их комплексными изображениями, а эквивалентной схемы цепи для мгновенных значений – комплексной схемой замещения;

2) составление уравнений электрического равновесия цепи для комплексных изображений токов и напряжений на основе законов Ома и Кирхгофа в комплексной форме;

3) решение системы уравнений электрического равновесия относительно комплексных изображений интересующих токов и напряжений;

4) переход от комплексных изображений токов и напряжений к их оригиналам.

Для цепи синусоидального тока, содержащей последовательно соединенные активное сопротивление, индуктивную катушку и конденсатор (рис. 8), комплексное сопротивление имеет вид:

$$Z = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = z \cdot e^{j\varphi},$$

$$\text{где} \quad z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad - \text{ полное}$$

сопротивление цепи;

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \quad - \text{ аргумент комплексного}$$

сопротивления, показывает сдвиг фаз между током и напряжением на участке цепи с комплексным сопротивлением Z .

Изображение векторов токов, напряжений и ЭДС на комплексной плоскости в соответствии с законами Кирхгофа называют векторной диаграммой. Векторная диаграмма позволяет наглядно представить взаимное фазовое расположение синусоидальных токов и напряжений, а также их абсолютные значения в выбранном масштабе. Пример векторной диаграммы напряжений и токов для последовательной схемы (рис. 7) представлен на рис. 8.

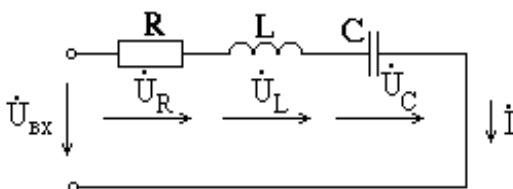


Рис. 7

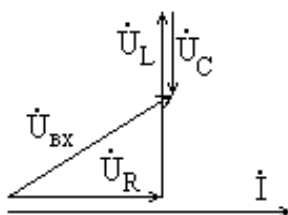


Рис. 8

При исследовании цепей синусоидального тока кроме амперметра и вольтметра, показывающих в данном случае действующие значения тока и напряжения соответственно, используется ваттметр, прибор, предназначенный для измерения активной мощности цепи, т.е. величины:

$$P = UI \cos \varphi. \quad (8)$$

Ваттметр имеет две обмотки, начала которых обозначаются звездочкой около клеммы на корпусе прибора. Одна обмотка

(токовая) включается в цепь последовательно, подобно амперметру, вторая - параллельно, подобно вольтметру.

Использование амперметра, вольтметра и ваттметра в цепях синусоидального тока позволяет так же поределить фазовый сдвиг.

Пример 1. К цепи на рисунке 9 приложено напряжение $u(t) = 200 \sin(\omega t - 30^\circ)$ В промышленной частоты ($f = 50$ Гц). Параметры элементов схемы: $r_1 = 120$ Ом, $r_2 = 80$ Ом, $L_1 = 286,48$ мГн, $L_3 = 477,46$ мГн, $C_2 = 31,83$ мкФ.

Требуется:

1 Найти комплексные и мгновенные значения токов в ветвях.

2 Составить баланс мощностей.

3 Определить показания измерительных приборов электродинамической (ваттметра) и электромагнитной (амперметра и вольтметра) систем, включенных в цепь.

4 Построить топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов.

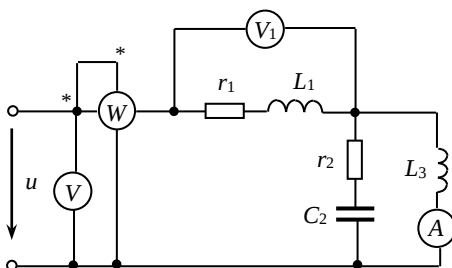


Рис. 9

Решение. Начертим комплексную схему замещения (рисунок 10) и рассчитаем токи ветвей *символическим* методом, для чего определим сопротивления реактивных элементов и комплексные сопротивления ветвей:

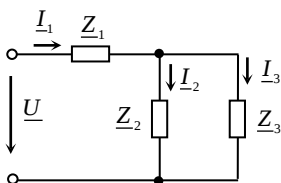


Рис. 10

$$\begin{aligned}
 x_{L1} &= \omega L_1 = 2\pi f L_1 = 90 \text{ Ом}; \\
 x_{L3} &= \omega L_3 = 2\pi f L_3 = 150 \text{ Ом}; \\
 x_{C2} &= 1/\omega C_2 = 1/2\pi f C_2 = 100 \text{ Ом}. \\
 \underline{Z}_1 &= r_1 + jx_{L1} = 120 + j90 \text{ Ом}; \\
 \underline{Z}_2 &= r_2 - jx_{C2} = 80 - j100 \text{ Ом}; \\
 \underline{Z}_3 &= jx_{L3} = j150 \text{ Ом}.
 \end{aligned}$$

Комплексная

амплитуда

напряжения на входе цепи:

$$\underline{U}_m = 200 e^{-j30^\circ} = 173,21 - j100 \text{ В}.$$

Комплексное входное сопротивление схемы:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 322,25 + j113,6 \text{ Ом}.$$

Находим комплексные амплитуды токов:

$$\underline{I}_{1m} = \frac{\underline{U}_m}{\underline{Z}} = 0,381 - j0,445 = 0,585 e^{-j49,4^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{2m} = \underline{I}_{1m} \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 0,92 + j0,139 = 0,93 e^{j8,6^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{3m} = \underline{I}_{1m} \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = -0,539 - j0,583 = 0,794 e^{-j132,7^\circ} \text{ А}.$$

Запишем выражения для мгновенных значений токов ветвей:

$$i_1(t) = \text{Im}[\underline{I}_{1m} e^{j\omega t}] = 0,585 \sin(\omega t - 49,4^\circ) \text{ А};$$

$$i_2(t) = \text{Im}[\underline{I}_{2m} e^{j\omega t}] = 0,93 \sin(\omega t + 8,6^\circ) \text{ А};$$

$$i_3(t) = \text{Im}[\underline{I}_{3m} e^{j\omega t}] = 0,794 \sin(\omega t - 132,7^\circ) \text{ А}.$$

Находим комплексные токи ветвей:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{I}_{1m}}{\sqrt{2}} = 0,414 e^{-j49,4^\circ} = 0,269 - j0,314 \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{I}_{2m}}{\sqrt{2}} = 0,658 e^{j8,6^\circ} = 0,65 + j0,0986 \text{ А};$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{I}_{3m}}{\sqrt{2}} = 0,56 e^{-j132,8^\circ} = -0,381 - j0,413 \text{ А}.$$

Комплексное входное напряжение:

$$\underline{U} = \frac{\underline{U}_m}{\sqrt{2}} = 141,42 e^{-j30^\circ} = 122,47 - j70,71 \text{ В}.$$

Составим баланс электрических мощностей.

Комплексная мощность источника:

$$\underline{S}_{ист} = \underline{U} \underline{I}_1^* = (122,47 - j70,71)(0,269 + j0,314) = 55,148 + j19,436 \text{ ВА.}$$

$$P_{ист} = 55,148 \text{ Вт, } Q_{ист} = 19,436 \text{ вар.}$$

Комплексная мощность нагрузки:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{нагр} &= I_1^2 \underline{Z}_1 + I_2^2 \underline{Z}_2 + I_3^2 \underline{Z}_3 = 0,414^2 (120 + j90) + 0,658^2 (80 - j100) + \\ &+ 0,561^2 (j150) = 55,133 + j19,435 \text{ ВА.} \end{aligned}$$

$$P_{нагр} = 55,133 \text{ Вт, } Q_{нагр} = 19,435 \text{ вар.}$$

Найдем относительную погрешность расчета активной δ_P и реактивной δ_Q мощности:

$$\delta_P = \frac{|P_{ист} - P_{нагр}|}{0,5(P_{ист} + P_{нагр})} \cdot 100 \% = 0,027 \%;$$

$$\delta_Q = \frac{|Q_{ист} - Q_{нагр}|}{0,5(Q_{ист} + Q_{нагр})} \cdot 100 \% = 0,0051 \%.$$

Определяем показания измерительных приборов. Вольтметр V покажет действующее значение входного напряжения:

$$U_V = 141,42 \text{ В,}$$

а показание вольтметра V_1 составит:

$$U_{V1} = I_1 \sqrt{r_1^2 + x_{L1}^2} = 0,414 \sqrt{120^2 + 90^2} \text{ В.}$$

Амперметр A измеряет действующий ток I_3 , т. е.

$$I_A = I_3 = 0,56 \text{ А.}$$

Показание ваттметра

$$P_W = \operatorname{Re}[\underline{U} \underline{I}_1^*] = 55,148 \text{ Вт.}$$

Построим векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений схемы. Для построения топографической диаграммы напряжений обозначим буквами a, b, c, d, e узлы исследуемой схемы (рис. 11). Отложим из начала координат на рис. 12 векторы токов в масштабе $m_i = 0,2 \text{ А/см.}$ Примем потенциал точки e равным нулю ($\varphi_e = 0$) и вычислим комплексные потенциалы остальных точек:

$$\underline{\varphi}_d = -jx_{C2} \underline{I}_2 = -j100(0,65 + j0,0986) = 9,86 - j65 \text{ В;}$$

$$\underline{\varphi}_c = jx_{L3} \underline{I}_3 = j150(-0,381 - 0,4125) = 61,875 - j57,15 \text{ В;}$$

$$\underline{\varphi}_b = \underline{\varphi}_c + jx_{L1}I_1 = 61,875 - j57,15 + j90(0,269 - j0,314) = 90,135 - j32,94 \text{ В};$$

$$\underline{\varphi}_a = \underline{\varphi}_b + r_1 I_1 = 122,415 - j70,62 = 141,32 e^{-j30^\circ} \text{ В};$$

Отметим на комплексной плоскости в масштабе $m_u = 25 \text{ В/см}$ найденные потенциалы узлов, при этом каждой точке схемы соответствует определенная точка на топографической диаграмме. Соединив соответствующие точки, получим векторы комплексных напряжений элементов заданной схемы.

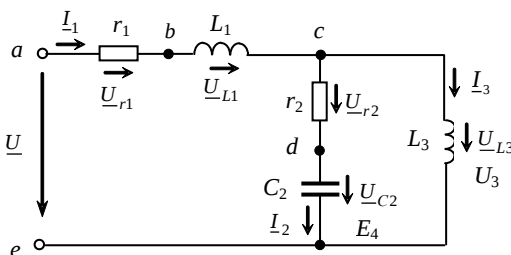


Рис. 11

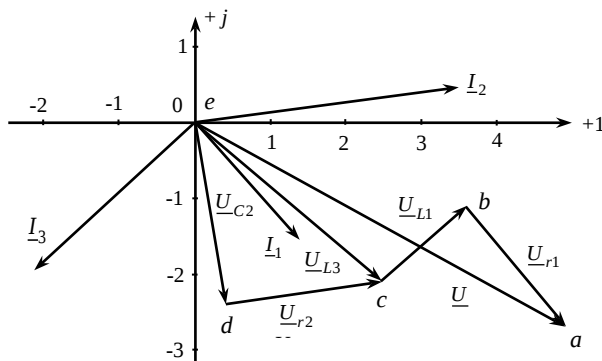


Рис. 12

Векторы напряжений на диаграмме направлены относительно точек топографической диаграммы противоположно положительным направлениям напряжений относительно соответствующих точек схемы.

Индивидуальные задания

1.С помощью двухлучевого осциллографа исследовать фазовый сдвиг между током и напряжением в цепи, содержащей активное сопротивление, индуктивную катушку, конденсатор и источник синусоидальной ЭДС (табл. 3).

2.Определить индуктивное сопротивление катушки (ωL_k) и емкостное ($1/\omega C$) сопротивление конденсатора.

3.Проверить *закон Ома* в цепи с последовательно соединенными реостатом, катушкой и конденсатором (значения сопротивлений которых измерены в п.2) путем сравнения измеренного действующего значения тока и подсчитанного по закону Ома. В этой же цепи проверить *второй закон Кирхгофа*, построив векторную диаграмму по измеренным напряжениям на входе цепи, реостате, катушке, конденсаторе.

4.Проверить *первый закон Кирхгофа*, собрав цепь с параллельно соединенными индуктивной катушкой и конденсатором.

Таблица 3 – матрица вариантов заданий

#	$R_p, \text{Ом}$	$R_k, \text{Ом}$	$L_k, \text{мГн}$	$C, \text{нФ}$	$f, \text{кГц}$	$E, \text{В}$
1	10	0.1	10	50	12.5	2
2	20	0.2	20	60	18	3
3	30	0.3	30	70	12	4
4	40	0.1	40	80	14.5	5
5	50	0.2	50	90	25	6
6	60	0.3	60	100	29	2.5
7	70	0.1	70	40	22.5	3.5
8	80	0.2	80	30	16	4.5
9	90	0.3	90	20	21	5.5
10	100	0.1	100	10	19.5	6.5

Порядок проведения лабораторной работы

1. Собрать схему измерения (рис. 13), подключить активное сопротивление (катушку индуктивности, конденсатор) к источнику синусоидального напряжения и с помощью двухлучевого осциллографа наблюдать кривые тока и напряжения. Осциллограммы зарисовать.

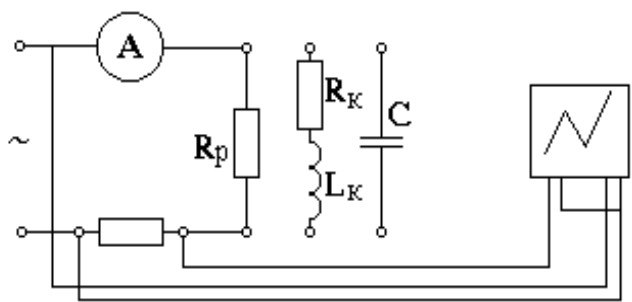


Рис. 13

Собрать электрическую схему (рис. 14) и измерить напряжение, ток и мощность при включенном активном сопротивлении, затем - при индуктивном и емкостном.

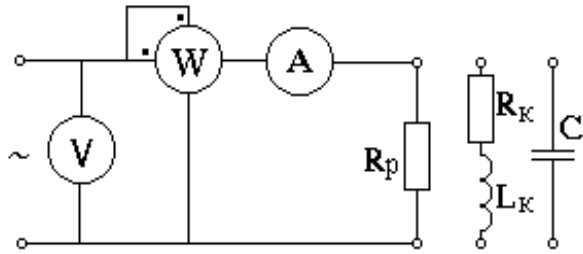


Рис. 14

Измерения повторить при трех различных значениях входного напряжения. Результаты занести в табл. 4.

Таблица 4

	Активное сопротивление				Индуктивная катушка					Конденсатор			
	U, В	I, А	P, Вт	R _p , Ом	U, В	I, А	P, Вт	R _k , Ом	X _k , Ом	U, В	I, А	P, Вт	X _c , Ом
1													
2													
3													

Расчетные формулы:

$$R = \frac{P}{I^2}; X = \sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - R^2} . \tag{9}$$

2. Собрать последовательную цепь по схеме рис. 15.

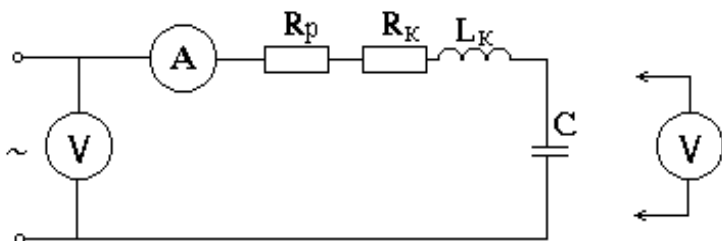


Рис. 15

Измерить ток и напряжения на входе и на элементах цепи при трех различных значениях U_{ex} . Результаты записать в табл. 5.

Таблица 5

	$U_{ex}, \text{В}$	$I_{ex}, \text{А}$	$U_R, \text{В}$	$U_L, \text{В}$	$U_C, \text{В}$
1					
2					
3					

Построить векторную диаграмму цепи и по ее данным проверить закон Ома и второй закон Кирхгофа.

3. Собрать схему рис. 16.

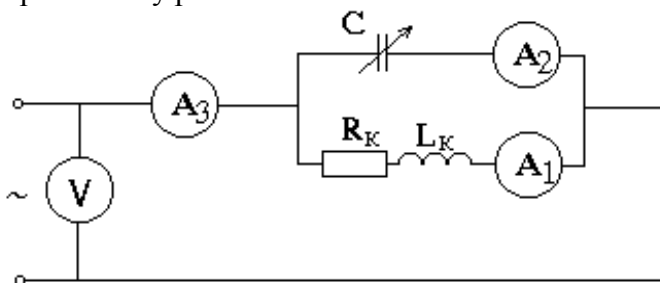


Рис. 16

Измерить напряжения на входе и токи на входе и в параллельных ветвях цепи при трех различных значениях U_{ex} . Результаты записать в табл. 6.

Таблица 6

	$U_{ex}, \text{В}$	$I_{ex}, \text{А}$	$I_L, \text{А}$	$I_C, \text{А}$	$z_{ex}, \text{Ом}$
1					
2					
3					

Расчетная формула:
$$Z_{\text{ex}} = \frac{U_{\text{ex}}}{I_{\text{ex}}}; \quad (10)$$

Построить векторные диаграммы токов и напряжения для всех трех замеров.

4. В соответствие с номером варианта выберите величины эдс и сопротивлений из таблицы 7 и определите токи и напряжения на каждом из сопротивлений в цепи рис. 17. Произведите моделирование работы схемы в среде EWB. Все результаты расчета и моделирования занести в отчет по лабораторной работе, оформить отчет и сформулировать выводы по работе.

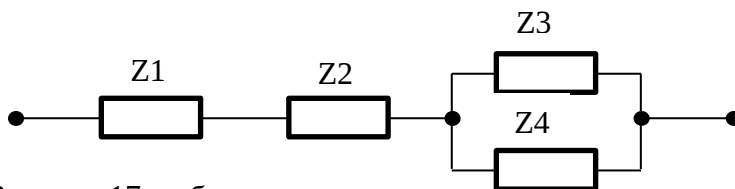


Рисунок 17 – общая схема задания.

Таблица 7

#	Z1	Z2	Z3	Z4	E
1	1+j	1-j	2+j	2-j	4+3j
2	2+j	2-j	1+j	1-j	3+4j
3	2+j	1-j	1+j	3-j	3+3j
4	2-j	3-j	2-j	3+j	4-3j
5	4+2j	2+j	4-j	2-3j	5-3j
6	2-j	2+j	3-2j	2-3j	4-3j
7	3-j	2-3j	3-j	1+j	3-2j
8	3+2j	2+3j	4-2j	2-2j	3-3j
9	4-2j	2+2j	4-2j	2-4j	2-3j
10	2-4j	3-2j	2+3j	3+2j	4-5j
11	4-3j	1-j	4-j	3-j	4+3j
12	5-3j	3-j	3-2j	3+j	3+4j
13	4-3j	2+j	3-j	2-3j	3+3j
14	3-2j	2+j	4-2j	2-3j	3-2j

Контрольные вопросы

1. Что такое комплексный ток и напряжение?
2. Как определить сдвиг фаз между током и напряжением в последовательной цепи, содержащей R , L , C ?
3. Как определить комплексное сопротивление цепи по показаниям вольтметра, амперметра и ваттметра?
4. Постройте векторную диаграмму напряжений для последовательной цепи.
5. Сформулируйте законы Кирхгофа в символической форме.
6. Что такое действующее значение переменного тока?
7. Постройте векторную диаграмму токов для параллельного контура.

Библиографический список

1. Атабеков, Г.И. Основы теории цепей. Линейные электрические цепи: учеб. пособие. – 7-е изд., стер.– СПб.: Издательство «Лань», 2009. – 592 с.
2. Бессонов, Л.А. Основы теории цепей. Электрические цепи: учебник – 12-е изд., - М.: Юрайт, 2014. - 701с.
3. Бычков, Ю.А. Основы теоретической электротехники: учебное пособие.– 2-е изд., стер.– СПб.: Издательство «Лань», 2008. – 592 с.
4. Практикум на Electronics Workbench: В 2 т./ Под общей ред. Д. И. Панфилова – Т. 1: Электротехника. – М. ДОДЕКА, 1999. – 304с.
5. Попов В.П. Основы теории цепей / В.П. Попов. — М.: Высшая школа, 2007. — 576 с.