

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Институт радиоэлектроники и информационной безопасности**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**

по дисциплине

**«РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ И СИГНАЛЫ»**

**(Часть 1)**

для студентов очной и заочной форм обучения

направления 11.03.01 «Радиотехника» и

специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы»

Севастополь

2017

**УДК 621.396.1**

**Рецензент:** канд. техн. наук, доцент **С.Р. Зиборов**

*Составители:* Гимпилевич Ю.Б., Сердюк И.В.

Методические указания **«Лабораторный практикум по дисциплине «Радиотехнические цепи и сигналы» (часть 1)** для студентов очной и заочной форм обучения направления 11.03.01 «Радиотехника» и специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы» / СевГУ; сост. Ю.Б. Гимпилевич, И.В. Сердюк. — Севастополь: Изд-во СевГУ, 2017. — 49 с.

**Цель методических указаний** — оказание помощи студентам очной и заочной форм обучения в подготовке и проведении лабораторного практикума по дисциплине «Радиотехнические цепи и сигналы», а также в получении ими теоретических знаний и практических навыков анализа характеристик радиотехнических сигналов и цепей.

УДК 621.396.1

Методические рекомендации утверждены на заседании кафедры «Радиоэлектроника и телекоммуникации» от 12 января 2016 года, протокол № 6.

Методические рекомендации рассмотрены и рекомендованы к изданию на заседании методической комиссии Института радиоэлектроники и информационной безопасности 14 января 2016 года, протокол № 3.

**Ответственный за выпуск:**

д. т. н., профессор, заведующий кафедрой  
«Радиоэлектроника и телекоммуникации» **Афонин И. Л.**

**Издательский номер** **37/17**

© ФГАОУ ВО «СевГУ», 2017

## СОДЕРЖАНИЕ

|                                                                                     |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Введение .....</b>                                                               | <b>4</b>  |
| <b>1. Лабораторная работа № 1</b>                                                   |           |
| Исследование характеристик детерминированных сигналов.....                          | 5         |
| <b>2. Лабораторная работа № 2</b>                                                   |           |
| Исследование спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов ..... | 14        |
| <b>3. Лабораторная работа № 3</b>                                                   |           |
| Синтез сигналов по дискретным отсчетам Котельникова .....                           | 22        |
| <b>4. Лабораторная работа № 4</b>                                                   |           |
| Прохождение детерминированных сигналов через линейные апериодические цепи .....     | 30        |
| <b>5. Лабораторная работа № 5</b>                                                   |           |
| Исследование устойчивости активной линейной цепи с обратной связью .....            | 40        |
| <b>Библиографический список .....</b>                                               | <b>49</b> |

## ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Радиотехнические цепи и сигналы» состоит из двух частей и изучается студентами дневной и заочной форм обучения направления 11.03.01 «Радиотехника» и специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы» в 4-ом и 5-ом семестрах. В соответствии с этим и лабораторный практикум по этой дисциплине состоит из двух частей. В данную методическую разработку включены лабораторные работы, соответствующие первой части дисциплины.

Методические рекомендации по выполнению каждой лабораторной работы содержат следующие разделы: цель работы; теоретическую часть; описание лабораторного макета; порядок выполнения работы; рекомендации по оформлению отчета; контрольные вопросы.

В основу лабораторного практикума положен фронтальный метод, суть которого заключается в том, что студенческая группа, разбитая на бригады, выполняет одну и ту же лабораторную работу. Каждая бригада работает со своей лабораторной установкой. Это позволяет синхронизировать процесс изучения теоретического материала с тематикой лабораторного практикума, а также дает возможность преподавателю по ходу занятия обсуждать методику эксперимента и результаты со всей группой студентов одновременно. Фронтальный метод позволяет также студентам осуществлять предварительную подготовку к лабораторным занятиям, поскольку их тематика заранее известна.

Преподаватель в начале занятия проводит краткий опрос студентов и допускает их к проведению лабораторной работы.

Бригада состоит, как правило, из 2-3 студентов. В процессе выполнения работы студенты должны вести подробный протокол, в котором излагают весь ход работы, фиксируют результаты экспериментов. После завершения работы преподаватель просматривает полученные данные и подписывает протокол. На основании протокола каждый студент оформляет отчет, который должен иметь титульный лист и содержать следующие разделы: цель работы; схему лабораторного макета; экспериментальные данные (таблицы с результатами измерений, осциллограммы и прочее); результаты обработки экспериментальных данных (графики, диаграммы, измеренные и рассчитанные параметры и др.); выводы по работе.

Защита отчета проводится на очередном занятии перед выполнением следующей лабораторной работы.

# 1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

## ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ

### 1.1. Цель работы

Исследование основных характеристик детерминированных сигналов и методов их измерения.

### 1.2. Теоретическая часть

#### 1.2.1. Определение электрического сигнала

Электрическим сигналом называют изменение электрического тока либо напряжения, однозначно связанное с некоторым физическим процессом — сообщением. Поскольку физические процессы изменяются во времени, то и электрические сигналы являются функциями времени. Поэтому математическая модель сигнала представляет собой функцию времени. Обычно используют следующие обозначения сигналов:  $s(t)$ ,  $u(t)$ ,  $i(t)$ ,  $e(t)$ ,  $a(t)$  и др.

Сигналы делятся на два типа: детерминированные и случайные. **Детерминированные сигналы** — это сигналы, значение которых в любой момент времени полностью известны, то есть предсказуемы с вероятностью, равной единице. Детерминированные сигналы могут быть заданы аналитически (в виде математических формул), графически, либо в виде таблиц.

Разделяют две группы детерминированных сигналов: периодические и непериодические.

**Периодическими** называют сигналы, для которых на интервале времени  $-\infty < t < +\infty$  выполняется условие

$$s(t) = s(t + kT), \quad (1.1)$$

где  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$  — целое число;  $T$  — период функции  $s(t)$ .

К числу периодических сигналов относятся, например, периодические импульсные последовательности, некоторые из которых изображены на рис. 1.1. Для таких последовательностей вводится понятие скважности.

**Скважность** — это отношение периода сигнала  $T$  к длительности отдельного импульса  $t_{\text{и}}$ :

$$Q = \frac{T}{t_{\text{и}}}.$$

Из определения следует, что скважность  $Q \geq 1$ .

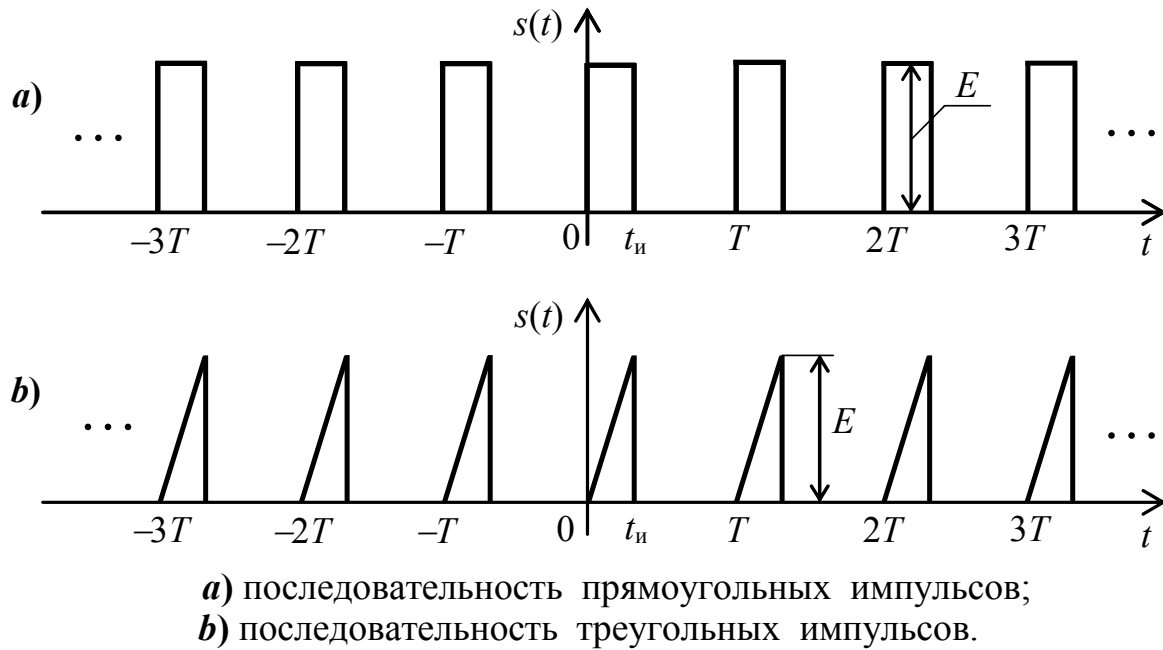
Другим примером периодического сигнала является гармоническое колебание. Аналитическая запись такого сигнала имеет вид

$$s(t) = U_m \cos(\omega_1 t + \theta_1), \quad (1.2)$$

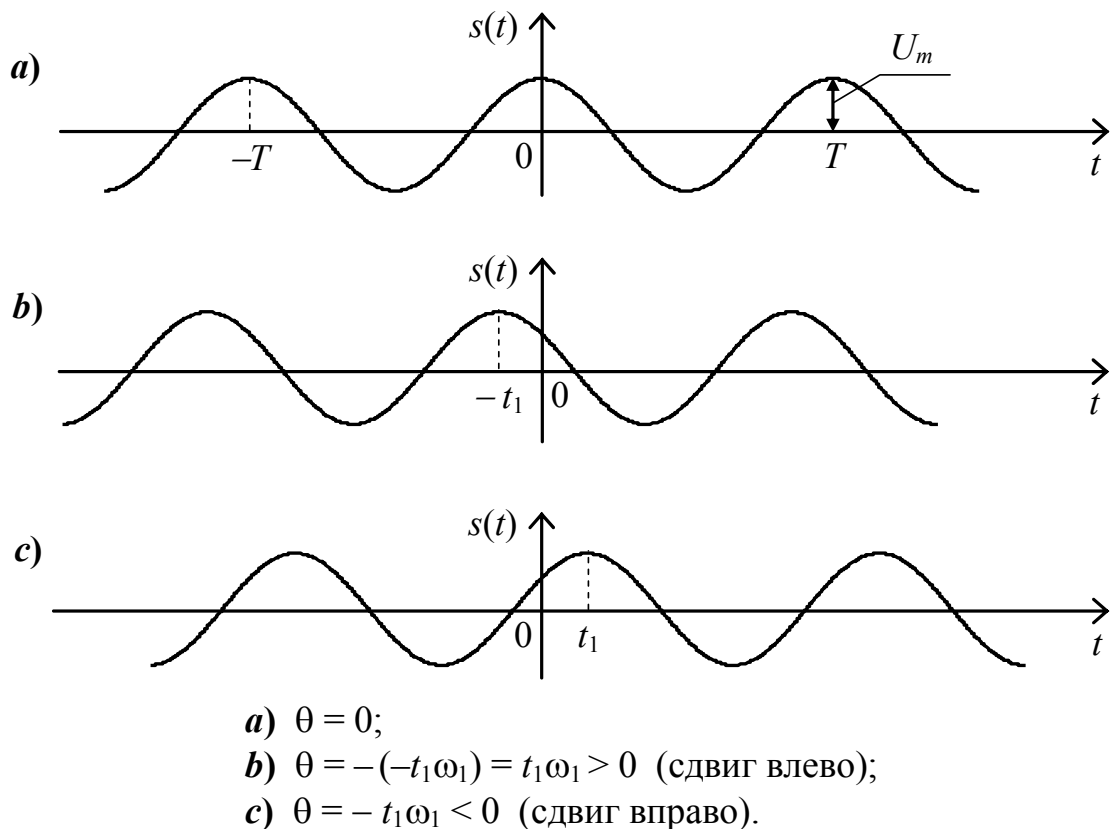
где  $U_m$  — амплитуда, измеряемая в вольтах (амперах);  $\omega_1 = 2\pi f_1$  — круговая частота, измеряемая в 1/сек;  $f_1 = 1/T$  — частота, измеряемая в Гц;  $T$  — период, измеряемый в сек;  $\theta_1$  — начальная фаза, измеряемая в радианах.

Временные диаграммы гармонического сигнала (1.2) при различных значениях

начальной фазы  $\theta_1$  изображены на рис. 1.2.



**Рис. 1.1 — Временные диаграммы периодических импульсных последовательностей**

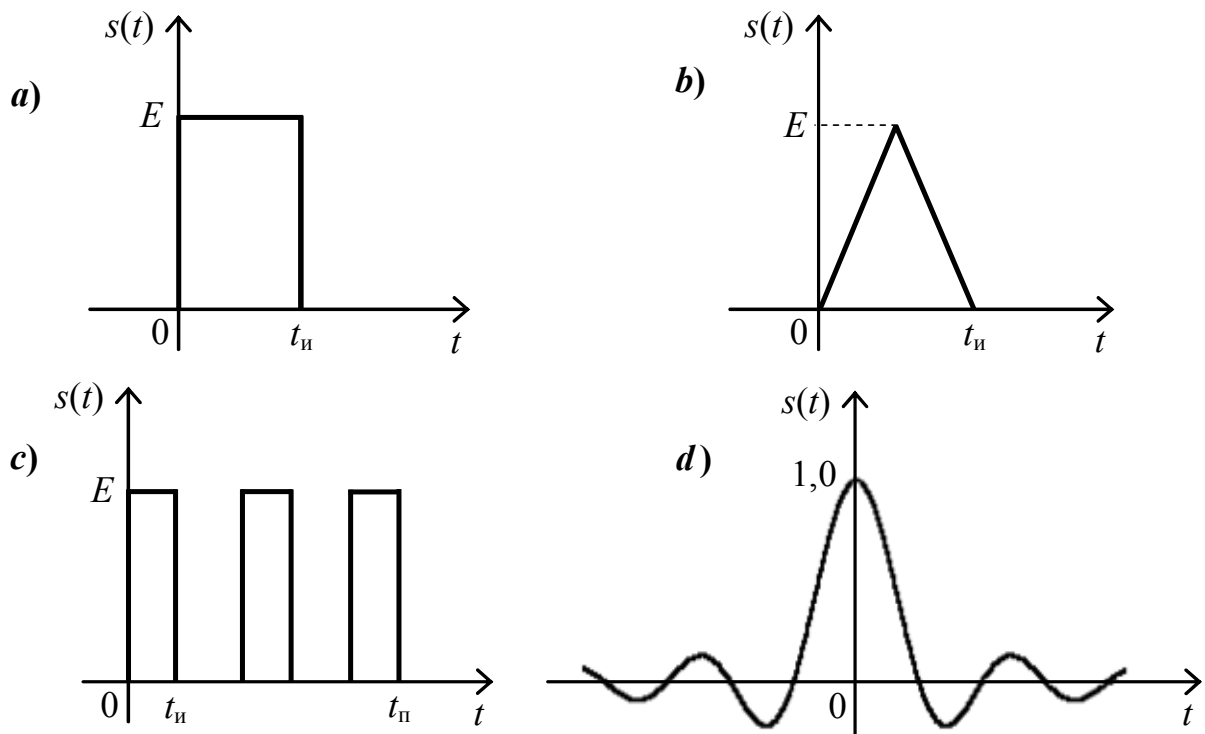


**Рис. 1.2 — Временные диаграммы гармонического колебания при различных значениях начальной фазы**

Периодические сигналы — математическая абстракция, т.к. в соответствии с определением их длительность бесконечна. Совершенно очевидно, что полная энергия такого сигнала равна бесконечности (ведь он должен существовать беско-

нечно долго). И все же модель периодического сигнала часто используется для повторяющихся процессов. Если время наблюдения сигнала значительно превышает интервал  $T$ , то можно считать повторяющийся процесс периодическим.

**Непериодическими** называют сигналы, для которых не выполняется условие (1.1). Обычно это сигналы, которые отличны от нуля на конечном интервале времени. Например, одиночные импульсы и пачки импульсов. Пачкой называют сигнал, содержащий конечное число одиночных импульсов. Однако можно задать непериодические сигналы, которые отличны от нуля и на бесконечном интервале времени, например сигнал вида  $\sin(kt)/kt$ , где  $k = \text{const}$ . На рис. 1.3 изображены некоторые примеры непериодических процессов: одиночные импульсы (диаграммы **a** и **b**); пачка импульсов,  $t_{\text{и}}$  — длительность пачки импульсов (диаграмма **c**); сигнал вида  $\sin(kt)/kt$  (диаграмма **d**).



- a)** одиночный прямоугольный импульс;  
**b)** одиночный треугольный импульс;  
**c)** пачка импульсов;  
**d)** колебание вида  $\sin(kt)/kt$ .

**Рис. 1.3 — Временные диаграммы непериодических сигналов**

Особое место в классификации сигналов занимает разделение их на две группы: радиосигналы и видеосигналы.

**Радиосигналы** — это высокочастотные (относительно модулирующих сигналов) колебания, способные нести сообщение. Радиосигналы передаются по радиоканалу от источника к потребителю. Сообщение в радиосигнал закладывается путем модуляции.

**Модуляция** — это процесс изменения одного, либо нескольких параметров радиосигнала по закону передаваемого сообщения.

**Видеосигналы** — это низкочастотные (относительно радиосигналов) колебания, которые непосредственно связаны с передаваемым сообщением. Их называют еще модулирующими сигналами.

В отсутствии модуляции радиосигнал представляет собой несущее колебание (колебание, способное нести сообщение). В качестве несущих колебаний, наиболее часто, используют отрезки гармонических колебаний представляемых аналитическим выражением вида (1.2). Различают три основных вида модуляции:

**амплитудная модуляция (АМ)** — при этом сообщение закладывается в закон изменения амплитуды;

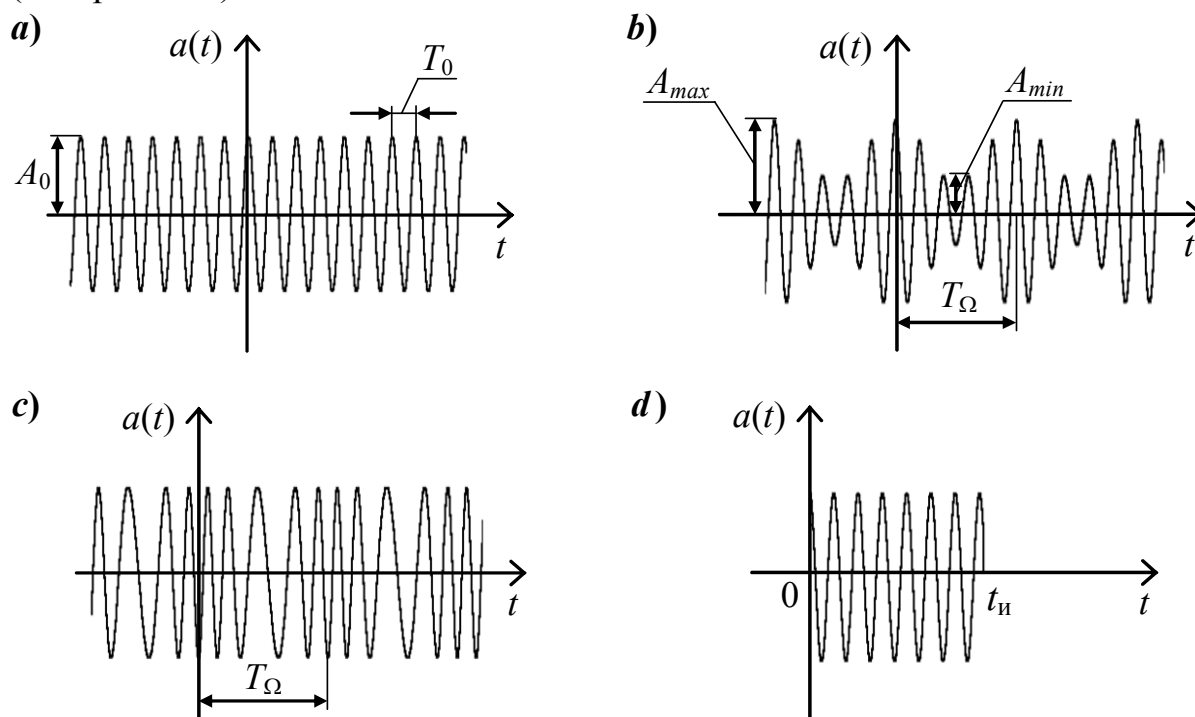
**частотная модуляция (ЧМ)** — при этом сообщение закладывается в закон изменения частоты;

**фазовая модуляция (ФМ)** — при этом сообщение закладывается в закон изменения начальной фазы.

Частотную и фазовую виды модуляции объединяют общим названием — **угловая модуляция (УМ)**, т.к. и в том и в другом случаях при модуляции изменению подвергается полная фаза радиосигнала.

Модуляцию называют тональной если модулирующий сигнал представляет собой гармоническое колебание (чистый тон).

На рис. 1.4 изображены временные диаграммы некоторых радиосигналов: несущее колебание (диаграмма *a*); радиосигнал с тональной АМ (диаграмма *b*); радиосигнал с тональной ЧМ (диаграмма *c*); радиоимпульс с прямоугольной огибающей (диаграмма *d*).



*a*) несущее колебание:  $A_0$ ,  $\omega_0 = \text{const}$ ;

*b*) радиосигнал с тональной АМ:  $A(t)$ ,  $\omega_0 = \text{const}$ ;

*c*) радиосигнал с тональной ЧМ:  $\omega(t)$ ,  $A_0 = \text{const}$ ;

*d*) радиоимпульс:  $t_{\text{и}}$  — длительность импульса.

**Рис. 1.4 — Временные диаграммы радиосигналов**

Мощность и энергия являются важными характеристиками детерминированных сигналов. В радиотехнике используют следующие энергетические характеристики.

Мгновенная мощность сигнала  $p(t)$  — это мощность, развиваемая сигналом  $s(t)$  на сопротивлении  $R$  в момент времени  $t$ . В соответствии с законом Джоуля - Ленца  $p(t) = R s^2(t)$ , если  $s(t)$  является током и  $p(t) = s^2(t) / R$ , если  $s(t)$  является напряжением. Принято говорить о мощности, развиваемой на сопротивлении величиной в 1 Ом. Тогда, независимо от того, является  $s(t)$  током или напряжением, мгновенная мощность определяется соотношением

$$p(t) = s^2(t). \quad (1.3)$$

Энергия сигнала на интервале времени  $\mathcal{E}_{t_1 \div t_2}$  — это энергия, выделяемая сигналом на сопротивлении 1 Ом на интервале времени  $t_1 \dots t_2$ . Энергия определяется как интеграл от мгновенной мощности (1.3), то есть

$$\mathcal{E}_{t_1 \div t_2} = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} s^2(t) dt. \quad (1.4)$$

Полная энергия сигнала  $\mathcal{E}$  — это энергия, выделяемая сигналом на сопротивлении 1 Ом на бесконечном интервале времени (на всем интервале существования сигнала)

$$\mathcal{E} = \int_{-\infty}^{+\infty} p(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} s^2(t) dt. \quad (1.5)$$

В частности, полная энергия одиночного прямоугольного импульса (диаграмма **a** на рис. 1.3) равна

$$\mathcal{E} = \int_0^{t_{\text{и}}} E^2 dt = E^2 t_{\text{и}}. \quad (1.6)$$

Средняя мощность сигнала  $P_{\text{ср}}^{t_1 \div t_2}$  на конечном интервале времени определяется отношением энергии, выделяемой на сопротивлении 1 Ом на некотором интервале времени, к величине этого интервала:

$$P_{\text{ср}}^{t_1 \div t_2} = \frac{\mathcal{E}_{t_1 \div t_2}}{t_2 - t_1} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} s^2(t) dt. \quad (1.7)$$

Средняя мощность на бесконечном интервале времени  $P_{\text{ср}}$  определяется как предел

$$P_{\text{ср}} = \lim_{\substack{t_1 \rightarrow -\infty \\ t_2 \rightarrow +\infty}} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} s^2(t) dt. \quad (1.8)$$

Для периодических сигналов усреднение на бесконечном интервале времени совпадает с усреднением на интервале, равном периоду  $T$ . Поэтому для периодических сигналов

$$P_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t) dt. \quad (1.9)$$

В частности для гармонического колебания (1.2) средняя мощность равна

$$P_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} U_m^2 \cos^2(\omega t + \theta) dt = \frac{U_m^2}{2}. \quad (1.10)$$

Для периодической последовательности прямоугольных импульсов (рис. 1.1, диаграмма а) средняя мощность равна

$$P_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_0^{t_n} E^2 dt = \frac{E^2 t_n}{T} = \frac{E^2}{Q}. \quad (1.11)$$

На основе средней мощности вводится понятие действующего (эффективного) значения периодического сигнала

$$S_d = \sqrt{P_{\text{cp}}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t) dt}. \quad (1.12)$$

С учётом (1.10) получим действующее значение для гармонического сигнала

$$U_d = \frac{U_m}{\sqrt{2}}. \quad (1.13)$$

С учетом (1.11) получим действующее значение для периодической последовательности прямоугольных импульсов

$$U_d = \frac{E}{\sqrt{Q}}. \quad (1.14)$$

**Взаимная энергия двух сигналов  $\mathcal{E}_{12}$ .** Рассмотрим два сигнала  $s_1(t)$  и  $s_2(t)$ . Энергия суммы этих сигналов на интервале времени  $t_1 \dots t_2$  в соответствии с формулой (1.4) равна

$$\mathcal{E}_{t_1 \div t_2} = \int_{t_1}^{t_2} [s_1 + s_2]^2 dt = \int_{t_1}^{t_2} s_1^2 dt + \int_{t_1}^{t_2} s_2^2 dt + 2 \int_{t_1}^{t_2} s_1 s_2 dt = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2\mathcal{E}_{12}. \quad (1.15)$$

Здесь  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  — энергия первого и второго сигналов соответственно. Величину  $\mathcal{E}_{12}$  называют **взаимной энергией** этих сигналов. Исходя из формулы (1.15), делаем вывод о том, что в общем случае энергия суммы двух сигналов не равна сумме их энергий и отличается от этой суммы на величину  $2\mathcal{E}_{12}$ . То есть энергетические характеристики сигналов в общем случае не аддитивны.

Исключение составляют сигналы, для которых взаимная энергия на

интервале  $t_1 \dots t_2$  равна нулю:  $\mathfrak{E}_{12} = 0$ . Такие сигналы называют **ортогональными**. Условием ортогональности сигналов на интервале времени  $t_1 \dots t_2$  является равенство нулю их взаимной энергии

$$\int_{t_1}^{t_2} s_1(t) s_2(t) dt = 0. \quad (1.16)$$

### 1.3. Описание лабораторного стенда и лабораторной установки

В состав лабораторного стенда входят следующие приборы:

- генератор низких частот (НЧ) (группа приборов ГЗ);
- генератор высоких частот (ВЧ) (группа приборов Г4);
- осциллограф цифровой (*SDS1072CNL*);
- вольтметр переменного тока (группа приборов ВЗ).

Лабораторные работы выполняются на лабораторной установке, включающей базовый блок питания, к которому пристыковывается сменный лабораторный макет. К макету через внешние клеммы могут быть подключены приборы из состава лабораторного стенда.

**ВНИМАНИЕ!** Прежде чем приступать к работе следует пройти **инструктаж** по технике безопасности и **изучить инструкции** по эксплуатации приборов, входящих в состав лабораторного стенда.

### 1.4. Порядок выполнения работы

1.4. 1. Подключить вход *CH1* осциллографа к выходу генератора НЧ.

1.4. 2. Включить генератор НЧ и установить некоторую частоту и амплитуду сигнала на его выходе. Добиться устойчивой осциллограммы с помощью ручки *LEVEL* на панели осциллографа *TRIGGER*.

1.4. 3. Зарисовать осциллограмму и измерить амплитуду колебания  $U_m$  и период  $T$  с помощью меню осциллографа *Measure / Напряжение / Тип / Vмакс* и *Measure / Время / Тип / Период*. Нанести измеренные значения на осциллограмму (см. рис. 1.2).

1.4. 4. Подключить вольтметр к выходу генератора НЧ и измерить действующее значение выходного напряжения  $U_d$  (шкала вольтметра проградуирована в действующих значениях гармонического сигнала).

1.4. 5. Считать значение установленной частоты с лимба генератора НЧ.

1.4. 6. Произвольно установить другое значение частоты и амплитуды (устанавливает преподаватель) и повторить пункты 1.4.3 ... 1.4.5.

1.4. 7. Выключить генератор НЧ.

1.4. 8. Пристыковать макет лабораторной работы № 2 к базовому блоку питания. Включить в сеть лабораторную установку. Потенциометр «Скважность» на макете установить в крайнее левое либо правое (по указанию преподавателя) положение.

1.4. 9. Подключить вход *CH1* осциллографа к выходу генератора импульсов (гнезда Г1 на макете). С помощью ручки *LEVEL* на панели осциллографа *TRIGGER* добиться устойчивой осциллограммы.

1.4. 10. Зарисовать осциллограмму и измерить размах  $E$ , период следования

$T$  и длительность импульсов  $t_{\text{и}}$  с помощью меню осциллографа *Measure*. Нанести измеренные значения на осциллограмму (см. рис. 1.1, диаграмма а).

1.4.11. Установить потенциометр «Скважность» в среднее положение и повторить пункт 1.4.10.

1.4.12. Выключить лабораторную установку.

1.4.13. Подключить вход *CH1* осциллографа к выходу генератора ВЧ (использовать выход «0,1 — 1 V»).

1.4.14. Включить генератор ВЧ и перевести его в режим внутренней амплитудной модуляции с частотой модуляции 1000 Гц. Установить коэффициент модуляции  $M = 0$  (модуляция отсутствует, что соответствует режиму несущей).

1.4.15. Установить амплитуду несущего колебания  $A_0$  не менее 0,5 В и добиться устойчивой осциллограммы. Установку амплитуды проводить с помощью выходного аттенюатора генератора.

1.4.16. Зарисовать осциллограмму и измерить период несущего колебания  $T_0$  с помощью меню осциллографа *Measure* / Время / Тип / Период. Нанести  $A_0$  и  $T_0$  на осциллограмму (см. рис. 1.4, диаграмма а).

1.4.17. Считать значение установленной частоты с лимба генератора ВЧ.

1.4.18. Установить коэффициент модуляции сигнала  $M, \% = 30\%$ . Изменяя длительность развёртки осциллографа на панели *HORIZONTAL*, добиться осциллограммы, соответствующей диаграмме **б** на рис. 1.4.

1.4.19. Зарисовать осциллограмму радиосигнала, нанеся на ней значения  $A_{\min}, A_{\max}, T_{\Omega}$  (см. рис. 1.4, диаграмма **б**).

1.4.20. Установить коэффициент модуляции  $M, \% = 50\%$  и повторить пункт 1.4.19.

1.4.21. Выключить генератор ВЧ.

## 1.5. Оформление отчета

1.5.1. Сформулируйте цель работы.

1.5.2. Изобразите структурно состав лабораторного стенда и состав лабораторной установки.

1.5.3. Приведите экспериментальные осциллограммы гармонического колебания с нанесёнными на них значениями периода  $T$  и амплитуды  $U_m$ .

1.5.4. Используя формулу (1.13), рассчитайте действующие значения гармонического колебания и сравните их с показаниями вольтметра. Определите относительную погрешность.

1.5.5. Рассчитайте частоту гармонического колебания ( $f = 1/T$ ) и сравните результаты со значениями, считанными по лимбу генератора НЧ. Определите относительную погрешность.

1.5.6. Приведите экспериментальные осциллограммы последовательности прямоугольных импульсов с нанесёнными значениями периода  $T$ , размаха  $E$ , длительности  $t_{\text{и}}$ .

1.5.7. Рассчитайте значения скважности. Определите действующие значения сигналов по формуле (1.14).

1.5.8. Приведите экспериментальные осциллограммы радиосигналов с нане-

сенными на них значениями  $A_0, T_0, A_{min}, A_{max}, T_\Omega$  в режиме несущей и в режиме тональной амплитудной модуляции.

1.5.9. Рассчитайте значение несущей частоты и сравните со значением, считанным по лимбу генератора ВЧ. Определите относительную погрешность.

1.5.10. Рассчитайте частоту модуляции и сравните со значением  $F = 1000$  Гц. Определите относительную погрешность.

1.5.11. Рассчитайте коэффициент модуляции для двух случаев по формуле

$$M, \% = \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}} \cdot 100 \%. \quad (1.17)$$

1.5.12. Сравните полученные значения со значениями, которые устанавливались на выходе генератора ВЧ. Определите относительную погрешность.

## 1.6. Выводы

В выводах необходимо отразить следующее:

- перечислить сигналы, которые были исследованы;
- указать характеристики сигналов и способы их измерения;
- оценить степень соответствия результатов измерений и расчётов;
- выявить причины расхождений расчетов с результатами измерений.

## 1.7. Контрольные вопросы

1.7.1. Перечислите приборы, входящие в состав лабораторного стенда и поясните их назначение. Укажите состав лабораторной установки

1.7.2. Поясните назначение органов управления генератора НЧ.

1.7.3. Поясните назначение органов управления генератора ВЧ.

1.7.4. Поясните назначение органов управления цифрового осциллографа.

1.7.5. Дайте определение электрического сигнала.

1.7.6. Дайте определение детерминированного сигнала.

1.7.7. Дайте определение периодических и непериодических сигналов.

1.7.8. Чему равна полная энергия периодического сигнала? Докажите на примере гармонического сигнала.

1.7.9. Дайте определение начальной фазы гармонического сигнала. Как она определяется теоретически и экспериментально?

1.7.10. Дайте определение радиосигнала и видеосигнала. Приведите примеры.

1.7.11. Перечислите основные виды модуляции. Дайте определение тональной модуляции?

1.7.12. Как определяется энергия сигнала? Определите полную энергию прямоугольного видеоимпульса.

1.7.13. Как определяется средняя мощность сигнала? Определите ее для гармонического сигнала и периодической последовательности прямоугольных импульсов.

1.7.14. Что называют действующим значением сигнала (тока, напряжения)? Определите его для гармонического сигнала и периодической последовательности прямоугольных импульсов.

1.7.15. Что называют взаимной энергией двух сигналов?

1.7.16. Сформулируйте условие ортогональности двух сигналов.

## 2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

### ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРА ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ИМПУЛЬСОВ

#### 2.1. Цель работы

Исследование структуры спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов при различных значениях скважности.

#### 2.2. Теоретическая часть

Спектром сигнала **по Фурье** называют набор гармонических колебаний, на которые разлагается этот сигнал [1-3].

Спектр произвольного периодического сигнала  $s(t)$  с периодом  $T$  состоит в общем случае из постоянной составляющей и бесконечного числа гармонических составляющих с частотами  $\omega_n = n\omega_1$ , которые кратны частоте исходного сигнала  $\omega_1 = 2\pi/T$ . Эти гармонические составляющие называют гармониками. Такой спектр называют дискретным либо линейчатым.

Теоретически спектр периодического сигнала определяют путем разложения его в ряд Фурье на бесконечном интервале времени [1]:

$$s(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_1 t + \theta_n), \quad (2.1)$$

где  $A_0$  — постоянная составляющая сигнала;  $A_n$  — амплитуда  $n$ -ой гармоники;  $\theta_n$  — начальная фаза  $n$ -ой гармоники;  $n = 1, 2, 3, \dots$  — номер гармоники.

Зависимость амплитуд и начальных фаз составляющих спектра от частоты (включая постоянную составляющую) называют спектрограммой амплитуд  $A_n(\omega)$  и спектрограммой начальных фаз  $\theta_n(\omega)$  соответственно.

Величины  $A_0$ ,  $A_n$  и  $\theta_n$ , входящие в формулу (2.1), определяются соотношениями [1]

$$A_0 = \frac{a_0}{2}; \quad (2.2)$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad (2.3)$$

$$\theta_n = \text{Arctg} \frac{b_n}{a_n}, \quad (2.4)$$

где коэффициенты разложения  $a_n$  и  $b_n$  рассчитывают по формулам [1]:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos(n\omega_1 t) dt; \quad (2.5)$$

$$b_n = -\frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin(n\omega_1 t) dt. \quad (2.6)$$

Если  $s(t)$  — четная функция времени, то из (2.6) следует, что  $b_n = 0$ , а коэффициенты  $a_n$  удобно рассчитывать по более простой формуле

$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} s(t) \cos(n\omega_1 t) dt. \quad (2.7)$$

При этом из (2.3) и (2.4) получаем более простые выражения для амплитуд и начальных фаз гармоник

$$A_n = |a_n|; \quad (2.8)$$

$$\theta_n = \text{Arctg} \frac{0}{a_n} = \begin{cases} 0 & \text{при } a_n > 0; \\ \pi & \text{при } a_n < 0. \end{cases} \quad (2.9)$$

Если  $s(t)$  — нечетная функция времени, то из (2.5) следует, что  $a_n = 0$ , а коэффициенты  $b_n$  удобно рассчитывать по более простой формуле

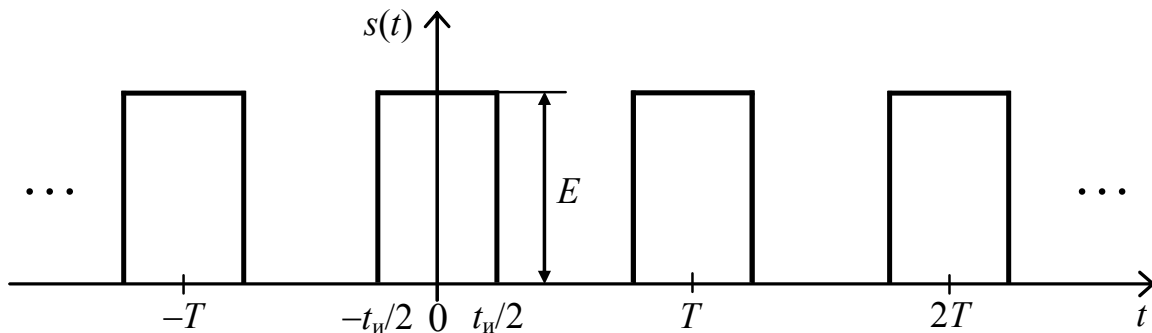
$$b_n = -\frac{4}{T} \int_0^{T/2} s(t) \sin(n\omega_1 t) dt. \quad (2.10)$$

При этом из (2.3) и (2.4) получаем более простые выражения для амплитуд и начальных фаз гармоник

$$A_n = |b_n|; \quad (2.11)$$

$$\theta_n = \text{Arctg} \frac{b_n}{0} = \begin{cases} \pi/2 & \text{при } b_n > 0; \\ -\pi/2 & \text{при } b_n < 0. \end{cases} \quad (2.12)$$

Сигнал в виде периодической последовательности прямоугольных импульсов изображён на рис. 2.1. Обозначения на рис. 2.1:  $E$  — размах импульсов;  $T$  — период следования ( $f_1 = 1/T$  — частота);  $t_{\text{и}}$  — длительность импульса.



**Рис. 2.1 — Временная диаграмма периодической последовательности прямоугольных импульсов**

При выборе начала координат в точке, соответствующей середине импульса (см. рис. 2.1), сигнал  $s(t)$  становится четной функцией времени. Аналитическая запись этого сигнала на интервале  $0 \leq t \leq T/2$  имеет вид

$$s(t) = \begin{cases} E & \text{при } 0 \leq t \leq t_{\text{и}}/2 ; \\ 0 & \text{при } t_{\text{и}}/2 < t \leq T/2 . \end{cases} \quad (2.13)$$

Рассчитаем коэффициенты разложения  $a_n$ , используя формулу (2.7)

$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{t_{\text{и}}/2} E \cos(t) dt = \frac{4E}{T n \omega_1} \cdot \sin\left(\frac{n \omega_1 t_{\text{и}}}{2}\right).$$

Умножив числитель и знаменатель этого выражения на  $t_{\text{и}}/2$ , запишем

$$a_n = \frac{2Et_{\text{и}}}{T} \cdot \frac{\sin\left(\frac{n\omega_1 t_{\text{и}}}{2}\right)}{\frac{n\omega_1 t_{\text{и}}}{2}} = \frac{2E}{Q} \cdot \frac{\sin\left(\frac{n\omega_1 t_{\text{и}}}{2}\right)}{\frac{n\omega_1 t_{\text{и}}}{2}}, \quad (2.14)$$

где  $Q = T/t_{\text{и}}$  — скважность.

Определим постоянную составляющую и амплитуды гармоник спектра, используя формулы (2.2) и (2.8) соответственно

$$A_0 = \frac{a_0}{2} = \frac{E}{Q}; \quad (2.15)$$

$$A_n = |a_n| = \frac{2E}{Q} \cdot \left| \frac{\sin\left(\frac{n\omega_1 t_{\text{и}}}{2}\right)}{\frac{n\omega_1 t_{\text{и}}}{2}} \right|. \quad (2.16)$$

Из (2.16) следует, что огибающая спектра амплитуд представляет собой функцию вида  $|\sin x/x|$ , где  $x = \omega t_{\text{и}}/2$ . Спект амплитуд приведена на рис. 2.2, *a*.

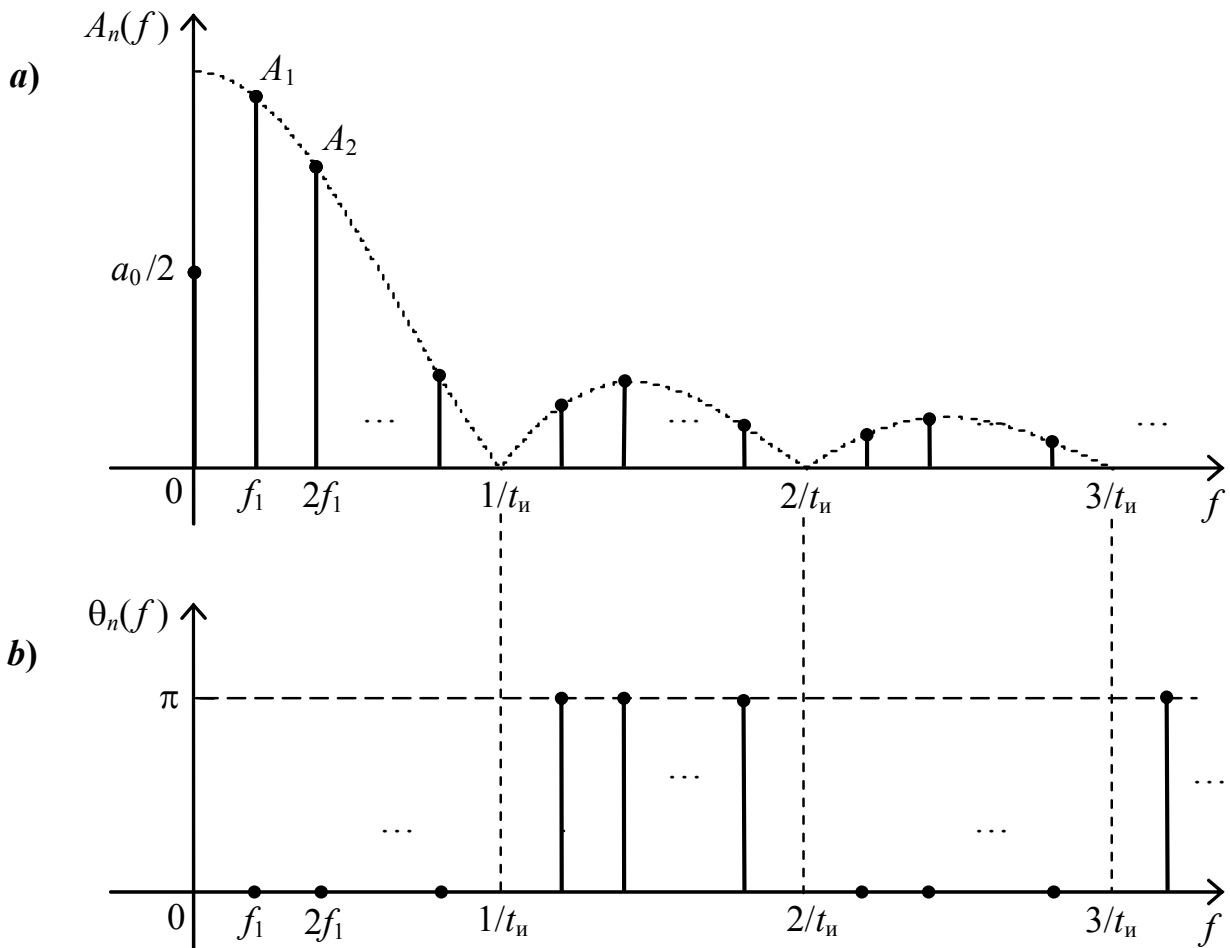
Огибающая спектра показана пунктиром. Нулевые значения огибающей найдем, приравняв  $\sin(\omega_{0k} t_{\text{и}}/2)$  к нулю. Решение полученного уравнения дает следующий результат:  $\omega_{0k} = (2\pi/t_{\text{и}})k$ . Это соответствует  $f_{0k} = (1/t_{\text{и}})k$ , где  $k = 1, 2, 3, \dots, n$  — номер нулевого значения огибающей спектра;  $f_{0k}$  — частоты, соответствующие нулевым значениям огибающей спектра.

Из (2.16) следует, что из спектра могут выпадать некоторые гармоники. Это произойдет, если нуль огибающей точно совпадает с частотой какой-либо спектральной составляющей, то есть  $(2\pi/t_{\text{и}})k = m\omega_1$ , где  $m$  — номер выпадающей гармоники.

Отсюда определим номера гармоник, которые выпадают из спектра сигнала

$$m = \frac{2\pi}{t_{\text{и}}\omega_1} k = \frac{T}{t_{\text{и}}} k = Qk. \quad (2.17)$$

Например, если  $Q$  — целое число, то из спектра выпадут гармоники с номерами кратными скважности:  $Q, 2Q, 3Q, \dots$ .



***a* — спектрограмма амплитуд; *b* — спектрограмма начальных фаз**  
**Рис. 2.2 — Спектрограммы периодической последовательности**  
**прямоугольных импульсов**

Эффективной шириной спектра периодического сигнала называют такую полосу частот, в которой сосредоточено 90% средней мощности этого сигнала. Для данного сигнала эта полоса частот соответствует первому “лепестку” спектрограммы амплитуд (рис. 2.2,*a*) и определяется по формуле[1-3]:

$$\Delta f_{\text{эф}} = \frac{1}{t_n}. \quad (2.18)$$

С уменьшением длительности импульса  $t_n$  первый нуль огибающей смещается вправо вдоль оси частот и эффективная ширина спектра увеличивается.

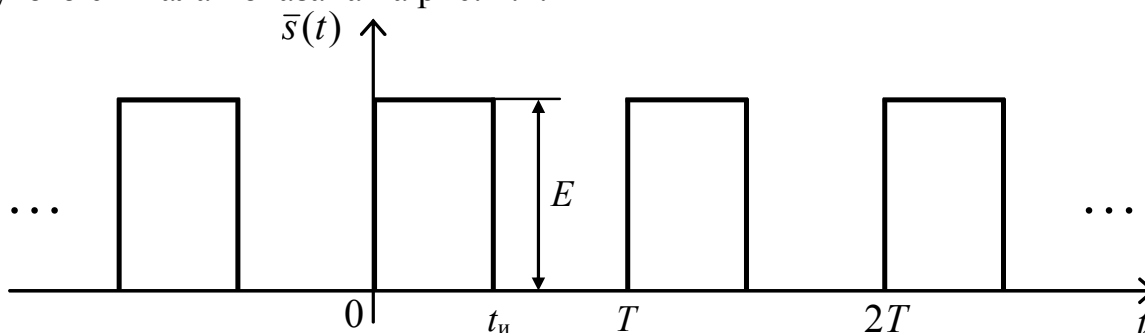
Спектр начальных фаз определим, используя формулу (2.9). При изменении знака коэффициента разложения  $a_n$ , начальные фазы гармоник изменяются на угол  $\pi$ . В первом “лепестке” спектрограммы все гармоники имеют нулевые начальные фазы, во втором — равные  $\pi$ , в третьем — опять нулевые и так далее (см. рис. 2.2,*b*).

Рассмотрим вопрос о смещении сигнала вдоль оси времени (изменение начала отсчета). В соответствии с теоремой о сдвиге [1, 2], амплитуды составляющих спектра при этом не изменяются, а начальные фазы определяются соотношением

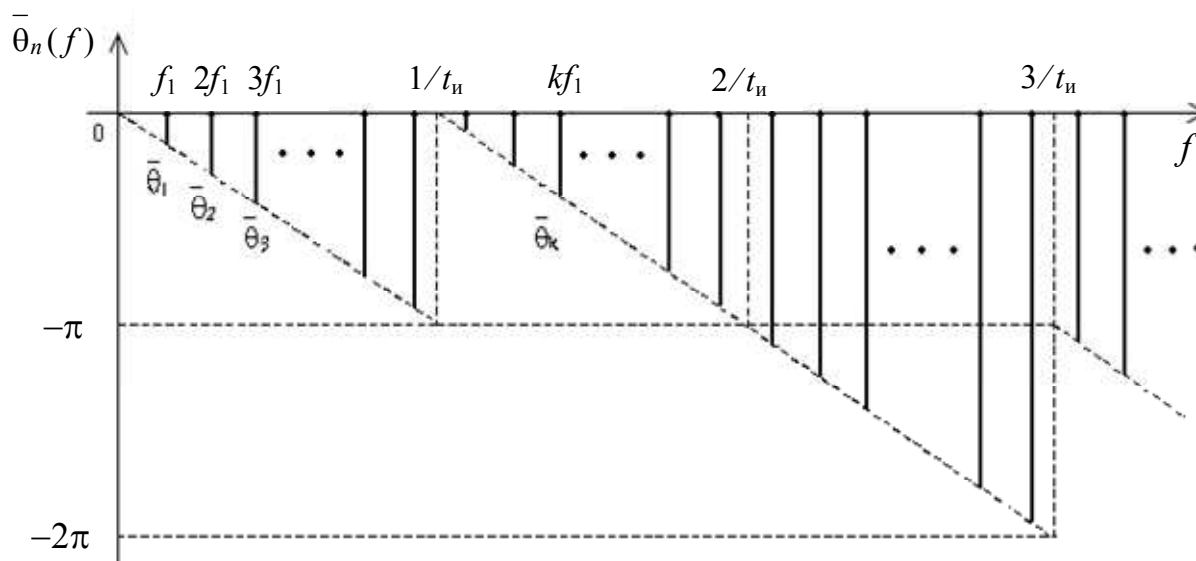
$$\bar{\theta}_n = \theta_n + n\omega_1 t_0, \quad (2.19)$$

где  $\bar{\theta}_n$  — начальная фаза  $n$ -ой гармоники сдвинутого сигнала;  $t_0$  — величина временного сдвига сигнала ( $t_0 > 0$ , если сдвиг влево;  $t_0 < 0$ , если сдвиг вправо).

На рис. 2.3 изображён сигнал  $\bar{s}(t)$ , сдвинутый относительно сигнала  $s(t)$  (см. рис. 2.1) на время  $t_0 = -t_{\text{и}}/2$ . Это приводит к тому, что начальная фаза каждой гармоники приобретает приращение  $-n\omega_1 t_{\text{и}}/2$ . Спектрограмма начальных фаз сдвинутого сигнала показана на рис. 2.4.



**Рис. 2.3 — Временная диаграмма сдвинутого по времени сигнала  $\bar{s}(t) = s(t - t_{\text{и}}/2)$**



**Рис. 2.4 — Спектрограмма начальных фаз сдвинутого сигнала**

### 2.3. Описание лабораторного макета

Функциональная схема лабораторного макета изображена на рис. 2.5. Макет пристыковывается к базовому блоку питания. Схема макета содержит генератор периодической последовательности прямоугольных импульсов частотой  $f_1$  и набор из пяти узкополосных фильтров. Фильтры настроены на частоты гармоник  $f_1$ ,  $2f_1$ ,  $3f_1$ ,  $4f_1$ ,  $5f_1$ . Выходной сигнал генератора выведен на гнезда Г1. Сигнал генератора можно наблюдать на экране осциллографа, подключенного к этим гнездам.

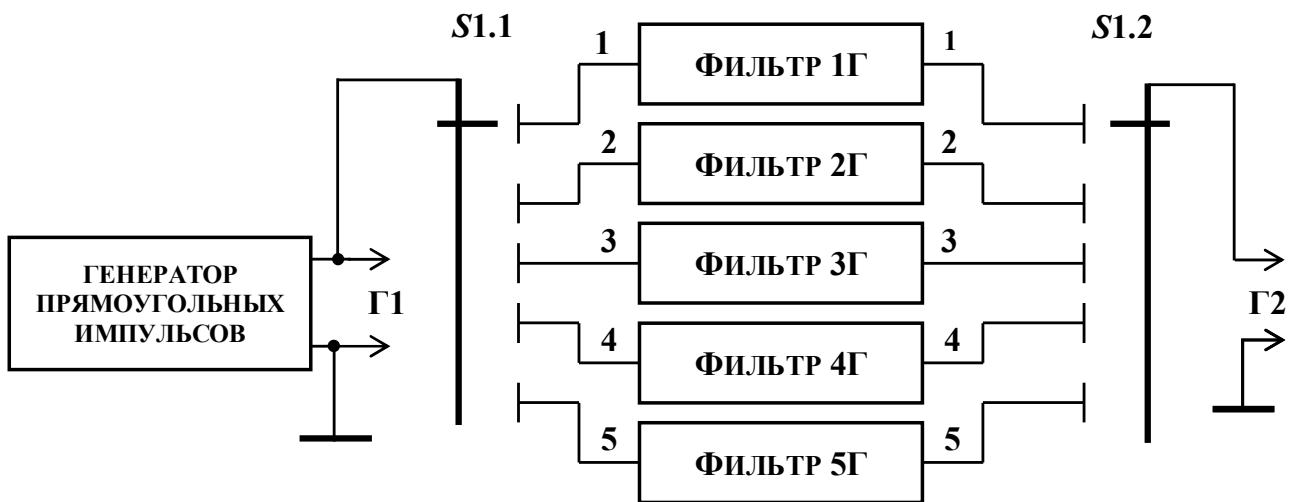


Рис. 2.5 — Функциональная схема лабораторного макета

Генератор вырабатывает последовательность прямоугольных импульсов с постоянным периодом  $T = 1/f_1 = const$ . Потенциометр "Скважность" на лицевой панели позволяет регулировать скважность, путем изменения длительности импульсов  $t_{и}$ .

С помощью переключателя S1, расположенного на передней панели макета, к генератору можно подключить любой из фильтров. При этом на выходных гнездах Г2 появится напряжение соответствующей гармоники.

## 2.4. Порядок выполнения работы

2.4.1. Подключить макет к базовому блоку питания и включить в сеть лабораторную установку и осциллограф. Прогреть приборы в течение 5 минут.

2.4.2. Перевести осциллограф в режим синхронизации по входу CH2 с помощью меню *TRIG MENU* / Источник. Синхронизирующий сигнал подать с гнезд Г1 макета на вход CH2 осциллографа.

2.4.3. Подать сигнал с гнезд Г1 также на вход CH1 осциллографа. Добиться с помощью ручки *LEVEL* на панели осциллографа *TRIGGER* осциллографа, устойчивой осциллограммы. Причем начало развертки должно совпадать с началом импульса (см. рис. 2.3).

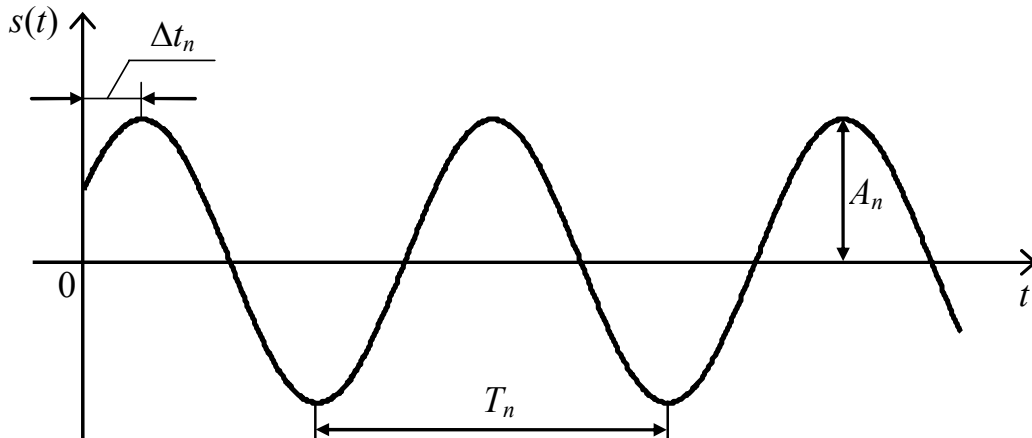
2.4.4. Зарисовать осциллограмму и измерить с помощью меню осциллографа *MEASURE* размах  $E$ , и период  $T$  сигнала. В дальнейшем  $E$  и  $T$  остаются постоянными:  $E, T = const$ . Нанести измеренные значения  $E$  и  $T$  на осциллограмму.

2.4.5. Установить значение скважности  $Q = 5$ , вращая потенциометр "Скважность" (предварительно рассчитать требуемое значение  $t_{и}$ :  $t_{и} = T/Q$ ). Установку  $t_{и}$  проводить тщательно с использованием меню осциллографа *MEASURE* / Время / Тип / Длит+.

2.4.6. Подключить вход CH1 осциллографа к гнездам Г2 макета и установить переключатель S1 в положение "5" (для  $Q = 5$ ). Подстраивая потенциометр "Скважность" добиться минимальной амплитуды сигнала.

2.4.7. Переключатель S1 в положение "1" (первая гармоника) и зарисовать осциллограмму первой гармоники, принимая за начало отсчета времени ( $t = 0$ )

начало развертки. Измерить и нанести на осциллограмме: период гармоника  $T_1$ ; амплитуду гармоника  $A_1$ ; начальную фазу  $\theta_1$ . Методика измерений иллюстрируется на рис. 2.6. Результаты эксперимента занести в таблицу 2.1.



- a) частота гармоника:  $f_n = 1/T_n$ ;
- b) начальная фаза гармоника:  $\theta_n = -\Delta t_n f_n 360^\circ$ ;
- c) амплитуда гармоника:  $A_n$ .

**Рис. 2.6 — Временная диаграмма гармонического сигнала с начальной фазой  $\theta_n$**

**Таблица 2.1 — Результаты измерений**

| $Q$ | Амплитуды<br>$A_n$ |       |       |       |       | Временные сдвиги<br>$\Delta t_n$ |              |              |              |              | Начальные фазы<br>$\theta_n$ |            |            |            |            |
|-----|--------------------|-------|-------|-------|-------|----------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|------------------------------|------------|------------|------------|------------|
|     | $A_1$              | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $\Delta t_1$                     | $\Delta t_2$ | $\Delta t_3$ | $\Delta t_4$ | $\Delta t_5$ | $\theta_1$                   | $\theta_2$ | $\theta_3$ | $\theta_4$ | $\theta_5$ |
| 5   |                    |       |       |       |       |                                  |              |              |              |              |                              |            |            |            |            |
| 4   |                    |       |       |       |       |                                  |              |              |              |              |                              |            |            |            |            |
| 3   |                    |       |       |       |       |                                  |              |              |              |              |                              |            |            |            |            |
| 2   |                    |       |       |       |       |                                  |              |              |              |              |                              |            |            |            |            |

2.4.8. Устанавливая переключатель  $S1$  последовательно в положения 2, 3, 4, 5, провести измерения параметров второй третьей, четвертой и пятой гармоник соответственно по аналогии с пунктом 4.7.

2.4.9. Зарисовать спектрограмму сигнала на входе осциллографа CH2, полученную при помощи меню осциллографа *MATH* / Оператор / БПФ.

2.4.10. Установить скважность  $Q = 4$  в соответствии с методикой, приведенной в пункте 4.5. Повторить пункты 4.6 ... 4.9.

2.4.11. Установить скважность  $Q = 3$ . Повторить пункты 4.6 ... 4.9.

2.4.12. Установить скважность  $Q = 2$ . Повторить пункты 4.6 ... 4.9.

2.4.13. Отключить лабораторную установку и осциллограф от сети.

## 2.5. Оформление отчета

2.5.1. Сформулировать цель работы.

2.5.2. Привести функциональную схему макета.

2.5.3. Привести осциллограмму периодической последовательности прямоугольных импульсов с измеренными значениями  $E$  и  $T$ . Рассчитать частоту следования импульсов  $f_1 = 1/T$ . Сравнить полученную частоту с частотами составляющих спектра и показать, что последние являются гармониками.

2.5.4. Провести теоретический расчет спектрограмм амплитуд и начальных фаз при различных значениях скважности по формулам (2.16) и (2.19).

2.5.5. Построить экспериментальные спектрограммы амплитуд и начальных фаз (друг под другом) для значений скважности  $Q = 5, 4, 3, 2$ . Там же другим цветом изобразить теоретические спектрограммы.

2.5.6. Рассчитать для каждой скважности максимальные амплитудные ошибки в процентах, а фазовые — в градусах.

## 2.6. Выводы

В выводах необходимо отразить следующее:

- описать особенности спектра исследованного сигнала;
- установить зависимость спектра от скважности последовательности и от длительности импульса;
- указать степень совпадения теоретических и экспериментальных данных; выявить причины расхождения расчетов с результатами измерений.

## 2.7. Контрольные вопросы

2.7.1. Что называют спектром сигнала по Фурье?

2.7.2. Каковы особенности спектра периодического сигнала?

2.7.3. Что означает термин "гармоника"?

2.7.4. Что называют спектрограммой амплитуд и спектрограммой начальных фаз?

2.7.5. Как теоретически определить спектр периодического сигнала? Как это сделать экспериментально?

2.7.6. Запишите выражение для ряда Фурье и раскройте смысл его параметров.

2.7.7. Какое влияние на спектр оказывает сдвиг сигнала во времени?

2.7.8. Приведите пример периодических сигналов с постоянной составляющей и без нее.

2.7.9. Приведите пример периодической последовательности прямоугольных импульсов и укажите ее основные характеристики.

2.7.10. Каковы особенности спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов?

2.7.11. Дайте определение эффективной ширины спектра сигнала. Как ее рассчитать для периодической последовательности прямоугольных импульсов?

### 3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3 СИНТЕЗ СИГНАЛОВ ПО ДИСКРЕТНЫМ ОТСЧЕТАМ КОТЕЛЬНИКОВА

#### 3.1. Цель работы

Изучение процедуры аппаратного синтеза сигналов по дискретным отсчетам в соответствии с теоремой Котельникова, исследование влияния характеристик фильтра нижних частот и интервала дискретизации на качество синтеза.

#### 3.2. Теоретическая часть

##### 3.2.1. Определения

Аналоговый сигнал — это такой сигнал, который непрерывен как во времени, так и по уровню. Такой сигнал в любой момент времени своего существования может принимать любые значения (в пределах некоего динамического диапазона)

Дискретный сигнал — это сигнал непрерывный по уровню и дискретный во времени. Такой сигнал также может принимать любые значения, но только в дискретные моменты времени  $t = nT_d$ , где  $T_d$  — интервал дискретизации,  $n$  — целое число. В промежутках между этими временными точками значение дискретного сигнала равно нулю.

##### 3.2.2. Проблема дискретизации

Часто возникает необходимость преобразования аналогового сигнала в дискретный сигнал (прямая задача), а также преобразования дискретного сигнала в аналоговый (обратная задача). Процесс дискретизации аналогового сигнала показан на рис. 3.1. На этом рис.  $\dots s(-T_d), s(0), s(T_d), s(2T_d) \dots$  — дискретные значения (выборки) аналогового сигнала  $s(t)$  в отсчетные моменты времени.

При решении указанных задач возникает два вопроса: 1) выбор интервала дискретизации; 2) выбор алгоритма восстановления (синтеза) аналогового сигнала по дискретным отсчетам. Правильный выбор интервала дискретизации и алгоритма синтеза должны обеспечить в идеальном случае точное воспроизведение формы аналогового сигнала по его дискретным значениям. На оба эти вопроса дает ответ теорема Котельникова.

##### 3.2.3. Теорема Котельникова

Аналоговый сигнал  $s(t)$  с ограниченным спектром, максимальная частота которого равна  $f_m$ , полностью определяется последовательностью выборок, следующих с интервалом дискретизации  $T_d \leq 1/2 f_m$ , причем восстановление исходного сигнала по этим выборкам может быть осуществлено по формуле [1,2]:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(nT_d) \frac{\sin\left[\frac{\omega_d}{2}(t - nT_d)\right]}{\frac{\omega_d}{2}(t - nT_d)}, \quad (3.1)$$

где  $\omega_d = 2\pi f_d = 2\pi / T_d$  — круговая частота дискретизации.

Таким образом, частота дискретизации  $f_d$  должна выбираться  $f_d \geq 2f_m$ .

В соответствии с (3.1) аналоговый сигнал  $s(t)$  может быть представлен в виде суммы аналоговых функций вида  $\sin(kt)/kt$ , смещенных вдоль оси времени друг относительно друга на интервал дискретизации  $T_d$ . Причем, максимумы этих функций точно размещены в отсчетных точках и равны выборкам сигнала  $s(nT_d)$ , а нули каждой из них точно совпадают с расположением максимумов всех остальных функций. Эта система функций обладает свойствами ортогональности и называется системой функций Котельникова. Представление аналогового сигнала в виде суммы функций Котельникова показано на рис. 3.2.

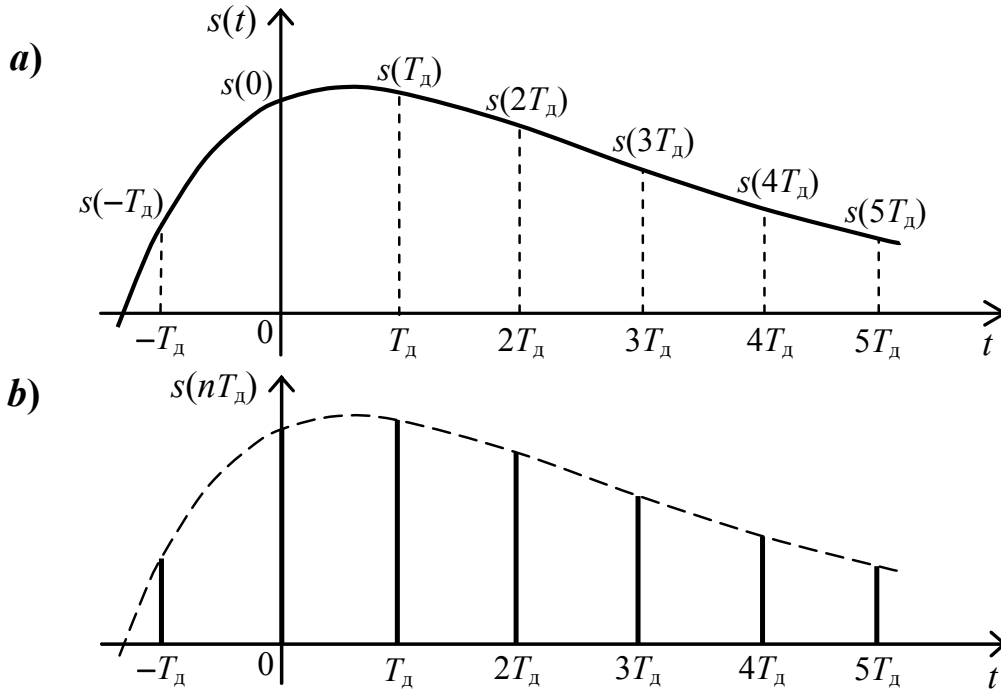
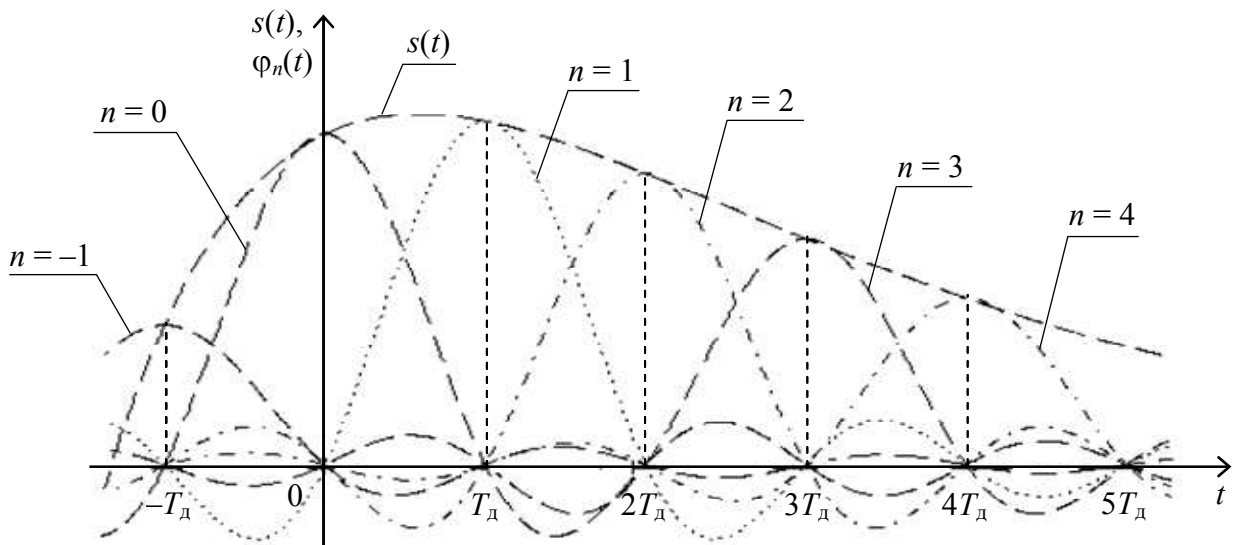


Рис. 3.1 — Аналоговый (a) и его дискретные отсчеты (b)



$n$  — номер составляющей ряда Котельникова

Рис. 3.2 — Представление аналогового сигнала в виде суммы функций Котельникова

Реализация алгоритма синтеза (3.1) требует применения средств вычислительной техники и не обеспечивает работу в реальном масштабе времени при большом числе выборок. Поэтому на практике очень часто при аппаратурном синтезе сигналов по Котельникову используют так называемый фильтровый метод. Этот метод основан на особенностях спектра дискретного сигнала.

### 3.2.4. Спектр дискретного сигнала

Спектральная плотность  $S_T(j\omega)$  дискретного сигнала  $s_T(t)$  для случая идеальных выборок нулевой длительности может быть представлена через спектральную плотность исходного аналогового сигнала  $S(j\omega)$  следующим образом [1]

$$S_T(j\omega) = \frac{1}{T_d} \sum_{k=-\infty}^{\infty} S[j(\omega - k\omega_d)]. \quad (3.2)$$

В соответствии с (3.2) спектр дискретного сигнала (с точностью до множителя  $1/T_d$ ) равен сумме бесконечного множества копий спектра исходного аналогового сигнала, сдвинутых вдоль оси частот на  $k\omega_d$ , где  $k = 0, 1, 2, \dots$  — номер копии.

На рис. 3.3 изображена спектрограмма аналогового сигнала  $s(t)$  (диаграмма *a*), и три спектрограммы дискретного сигнала  $s_T(t)$ , соответствующие различным значениям интервала дискретизации  $T_d$  (диаграммы *b*, *c*, *d*).

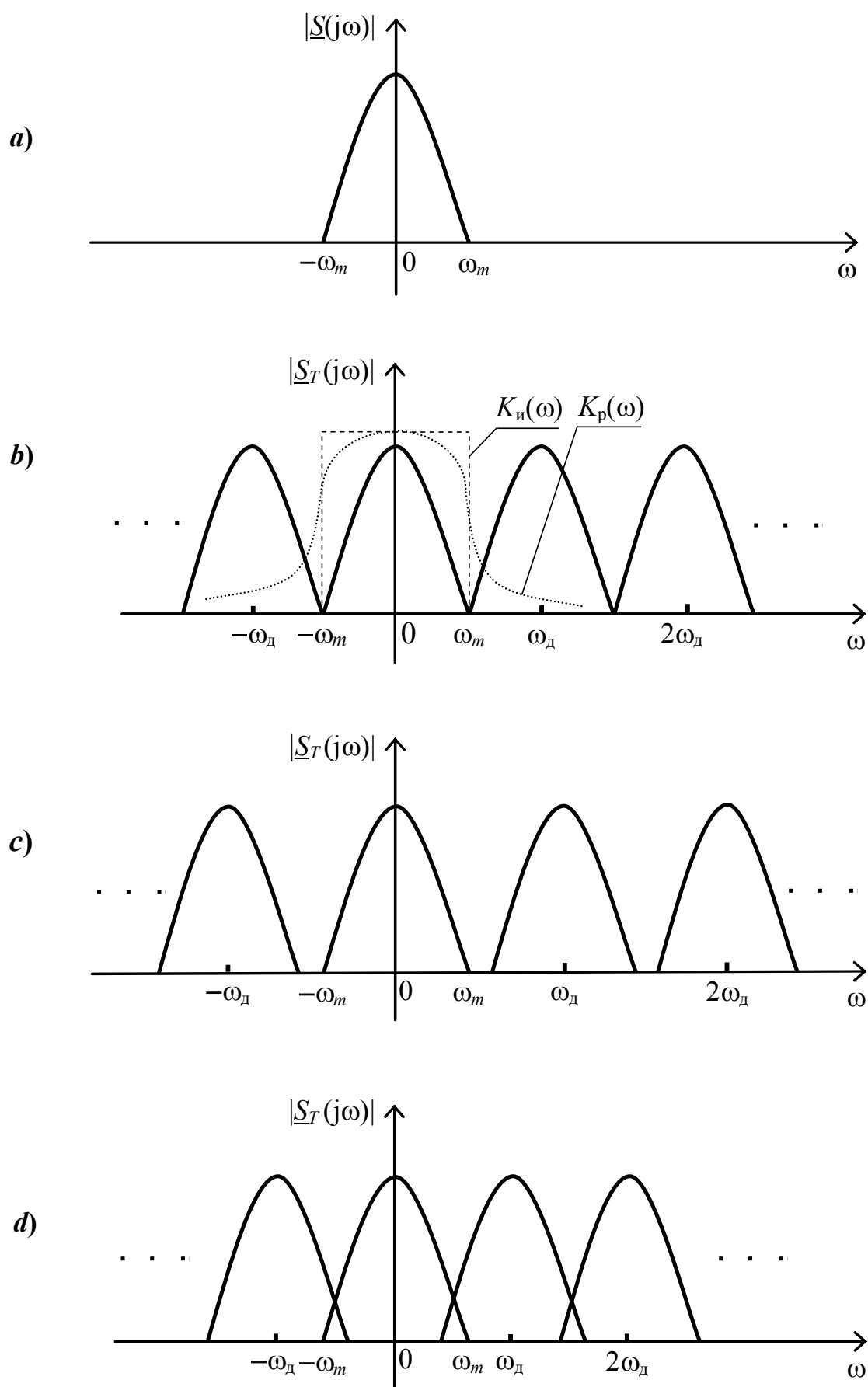
Спектрограмма *b* соответствует случаю  $T_d = 1/2f_m$  ( $f_d = 2f_m$ ). Спектрограмма *c* соответствует случаю  $T_d < 1/2f_m$  ( $f_d > 2f_m$ ). Спектрограмма *d* соответствует случаю  $T_d > 1/2f_m$  ( $f_d < 2f_m$ ).

Из этих спектрограмм следует, что в случаях *b* и *c* спектрограммы представляют собой периодическое повторение спектра аналогового сигнала с периодом, равным частоте дискретизации.

### 3.2.5. Фильтровый метод синтеза

Из приведенных на рис. 3.3 графиков следует, что для случаев *b* и *c* отдельные копии спектра сигнала не перекрываются (*b* — соприкасаются, *c* — разнесены), а для случая *d* копии перекрываются. Отсюда вытекает принципиальная возможность **восстановить исходный аналоговый сигнал** для случаев *b* и *c* путем "выделения" из спектра дискретного сигнала полосы частот  $0 \dots f_m$ , поскольку в этой полосе спектры дискретного сигнала и исходного аналогового сигнала совпадают. Это невозможно для случая *d*, поскольку спектр дискретного сигнала будет отличаться в указанной полосе частот от спектра исходного аналогового сигнала из-за суммирования перекрывающихся частей. Таким образом, интервал дискретизации должен выбираться равным  $T_d \leq 1/2f_m$ , что и требует теорема Котельникова.

На практике "выделение" указанного участка спектра осуществляется с помощью фильтра нижних частот (ФНЧ). Для того чтобы полностью сохранилась структура спектра, необходимо применить идеальный ФНЧ с **П-образной** формой АЧХ. На рис. 3.3, (диаграмма *b*) АЧХ идеального ФНЧ  $K_H(\omega)$  представлена в виде пунктирной линии.



**Рис. 3.3 — Спектрограммы аналогового сигнала (*a*) и дискретного сигнала при различных значениях интервала дискретизации (*b, c, d*)**

Известно, что идеальный ФНЧ физически нереализуем. Поэтому применение фильтрового метода синтеза всегда сопряжено с погрешностью восстановления. Реальный ФНЧ имеет плавную АЧХ, которая приведена в виде функции  $K_p(\omega)$  на рис. 3.3, *b*. Очевидно, что точность восстановления аналогового сигнала реальным фильтром для случая *d* будет выше, чем для случая *b*. Именно поэтому на практике рекомендуется выбирать интервал дискретизации в 3 ... 4 раза меньший, чем  $1/2 f_m$ .

### 3.3. Описание лабораторного макета

Функциональная схема лабораторного макета изображена на рис. 3.4. Макет состоит из генератора отсчетных импульсов и двух фильтров нижних частот (ФНЧ1 и ФНЧ2). Генератор отсчетных импульсов позволяет сформировать пачку из 20 выборок, амплитуды которых независимо регулируются с помощью потенциометров, вынесенных на лицевую панель макета. Частота выборок задается внешним генератором НЧ из состава лабораторного стенда, подключаемого к гнезду Г1. Изменять частоту выборок можно, изменяя частоту генератора НЧ.

Входы фильтров ФНЧ1 и ФНЧ2 и с помощью переключателя  $S1$ , расположенного на лицевой панели макета, могут быть подключены к гнезду Г2 (при снятии частотных характеристик фильтров) или к выходу генератора отсчетных импульсов (при синтезе сигналов и при снятии импульсных характеристик фильтров). Сигнал, подаваемый на входы фильтров, выведен на гнездо Г4.

Выходной сигнал любого из фильтров с помощью переключателя  $S2$ , расположенного на лицевой панели макета, может быть подан на гнездо Г3, к которому можно подключить осциллограф либо вольтметр из состава лабораторного стенда. Гнездо Г5 используется для синхронизации развертки осциллографа.

Гнезда Г1...Г5 расположены на боковых панелях блока питания лабораторной установки (Г1, Г2 — слева, а Г3, Г4, Г5 — справа).

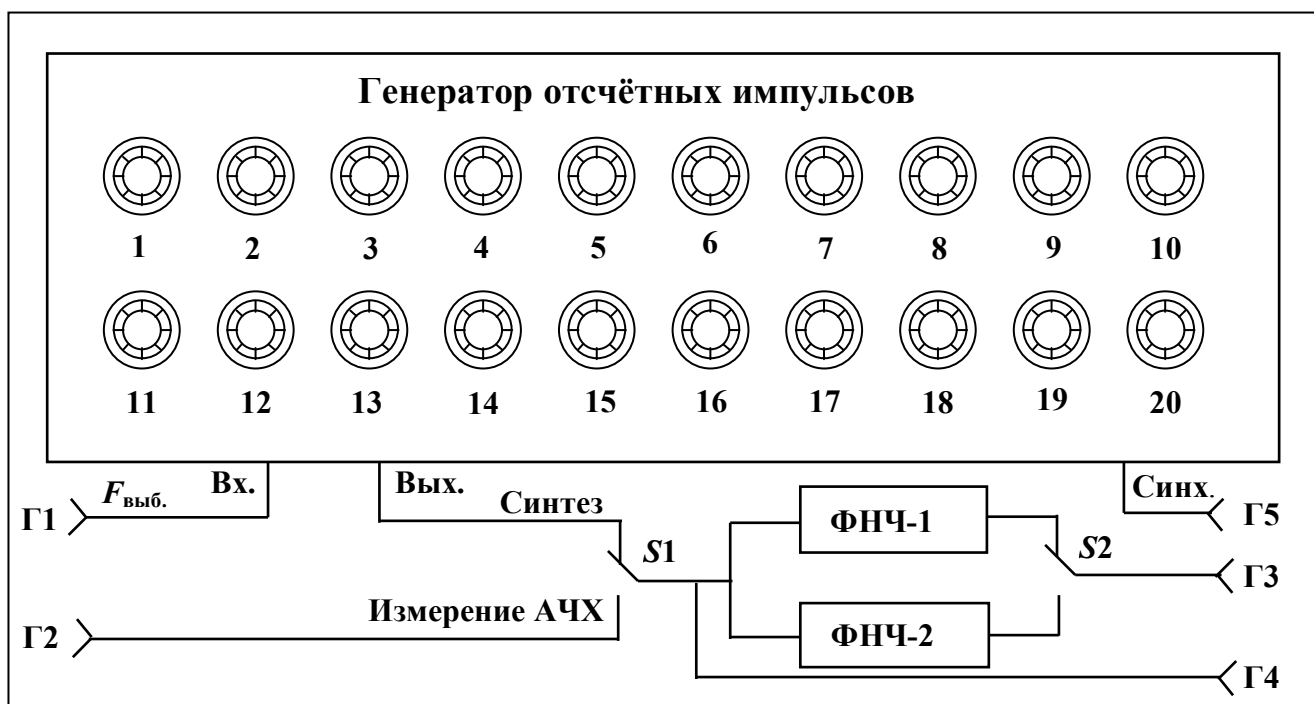


Рис. 3.4 — Функциональная схема лабораторного макета

### 3.4. Порядок выполнения работы

#### 3.4.1. Снятие АЧХ фильтров ФНЧ1 и ФНЧ2

4.1.1. Включить в сеть лабораторную установку, осциллограф, генератор НЧ и вольтметр. Прогреть приборы в течение пяти минут.

4.1.2. Переключатель  $S1$  на лицевой панели лабораторного макета установить в положение "Измерение АЧХ".

4.1.3. Подключить генератор НЧ к гнездам Г2 лабораторного макета.

4.1.4. Установить начальную частоту генератора НЧ, равную 20 Гц.

4.1.5. Подключить вольтметр к гнездам Г4 и установить на входах фильтров (гнездо Г2) напряжение порядка 1 Вольта.

4.1.6. Подключить вольтметр к гнездам Г3. Поочередно переводя переключатель  $S2$  в соответствующее положение, измерить напряжения на выходе первого ФНЧ —  $U_{\text{вых1}}$  и на выходе второго ФНЧ —  $U_{\text{вых2}}$ . Результаты измерений занести в таблицу 3.1.

4.1.7. Поочередно устанавливая частоту генератора НЧ равной 20 Гц, 200 Гц, 1 кГц, 2 кГц, ..., 10 кГц повторить пункты 4.1.5; 4.1.6.

**ВНИМАНИЕ!** При перестройке частоты генератора НЧ поддерживайте на его выходе (гнездо Г2) напряжение неизменным.

Таблица 3.1 — Результаты измерения АЧХ синтезирующих фильтров

| Входное напряжение $U_{\text{вх}} = \underline{\hspace{1cm}}$ , В |     |    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |
|-------------------------------------------------------------------|-----|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|
| $f$ , кГц                                                         | .02 | .2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 |
| $U_{\text{вых1}}$                                                 |     |    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |
| $U_{\text{вых2}}$                                                 |     |    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |
| $K_1(f) = U_{\text{вых1}}/U_{\text{вх}}$                          |     |    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |
| $K_2(f) = U_{\text{вых2}}/U_{\text{вх}}$                          |     |    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |

#### 3.4.2. Снятие импульсных характеристик фильтров ФНЧ1 и ФНЧ2

3.4.2.1. Подключить генератор НЧ к гнездам Г1 и установить напряжение на его выходе порядка (2 ... 3) В и частоту 10 кГц.

3.4.2.2. Переключатель  $S1$  установить в положение "Синтез".

3.4.2.3. Подключить вход CH2 осциллографа к гнездам Г4. Осциллограф перевести в режим синхронизации по входу CH2, с помощью меню *TRIG MENU* / Источник.

3.4.2.4. Изменяя длительность развертки осциллографа, с помощью ручки *HORIZONTAL*, добиться на экране изображения пачки из двадцати импульсов.

3.4.2.5. Вращая ручки потенциометров, расположенных на лицевой панели лабораторного макета, добиться максимальной амплитуды первого импульса с поло-

жительной полярностью, а амплитуды всех остальных импульсов установить равными нулю.

3.4.2.6. Подключить вход СН1 осциллографа к гнездам Г3. Изменяя усиление канала вертикального отклонения, получить на экране изображение импульсной характеристики фильтра. Поочередно подключая выходы фильтров к гнездам Г3 с помощью переключателя  $S2$ , зарисовать импульсные характеристики ФНЧ1 и ФНЧ2.

### 3.4.3. Синтез аналоговых сигналов по дискретным отсчетам

3.4.3.1. Рассчитать интервал дискретизации по формуле  $T_d = 1/f_d$ , где  $f_d$  — частота дискретизации, которая совпадает с частотой генератора НЧ (10 кГц).

3.4.3.2. Подключить вход СН2 осциллографа к гнездам Г4, а вход СН1 осциллографа к гнездам Г3.

3.4.3.3. Вращая ручки потенциометров, расположенных на лицевой панели лабораторного макета, создать на выходе генератора отсчетных импульсов дискретный сигнал в виде выборок прямоугольного видеоимпульса длительностью 0,4 мс. Зарисовать полученный сигнал.

3.4.3.4. Изменяя усиление в канале СН1 осциллографа, получить на экране изображение сигнала с выхода синтезирующего фильтра. Поочередно подключая выходы фильтров к гнездам Г3 с помощью переключателя  $S2$ , зарисовать синтезированные сигналы на выходах ФНЧ1 и ФНЧ2.

3.4.3.5. Изменяя частоту настройки генератора НЧ, установить частоту дискретизации  $f_d = 20$  кГц. Рассчитать интервал дискретизации для этого случая.

3.4.3.6. Повторить пункты 3.4.3.3...3.4.3.4.

3.4.3.7. Изменяя частоту настройки генератора НЧ, установить частоту дискретизации  $f_d = 5$  кГц. Рассчитать интервал дискретизации для этого случая.

3.4.3.8. Повторить пункты 3.4.3.3...3.4.3.4.

3.4.3.9. Повторить пункты 3.4.3.3...3.4.3.8 для дискретного сигнала в виде выборок равнобедренного треугольного видеоимпульса длительностью 0,4 мс.

3.4.3.10. Повторить пункты 3.4.3.3...3.4.3.8 для дискретного сигнала в виде выборок радиоимпульса длительностью 0,4 мс с частотой осцилляций 5 кГц.

### 3.5. Оформление отчета

3.5.1. Сформулируйте цель работы.

3.5.2. Приведите функциональную схему лабораторного макета.

3.5.3. Приведите экспериментальные результаты, полученные при снятии АЧХ фильтров (в виде таблицы).

3.5.4. Изобразите на одном графике нормированные АЧХ фильтров ФНЧ1 и ФНЧ2. Определите полосы пропускания этих фильтров.

3.5.5. Приведите графики импульсных характеристик фильтров друг под другом в едином временном масштабе.

3.5.6. Изобразите дискретные сигналы (выборки прямоугольного импульса, треугольного импульса и радиоимпульса) при различных значениях интервала дискретизации, а под ними в том же временном масштабе синтезированные аналоговые сигналы, которые Вы наблюдали на выходах ФНЧ1 и ФНЧ2.

### 3.6. Выводы

В выводах необходимо отразить следующее:

- сравнить частотные и импульсных характеристик ФНЧ1 и ФНЧ2 и оценить степень их приближения к идеальным;
- сравнить качество синтеза аналоговых сигналов с помощью ФНЧ1 и ФНЧ2 при одном и том же интервале дискретизации;
- сравнить качество синтеза аналоговых сигналов при различных интервалах дискретизации.

### 3.7. Контрольные вопросы

3.7.1. Дайте определение сигнала с ограниченным спектром. Какие сигналы обладают ограниченными спектрами? Какие критерии ограничения спектров Вы знаете?

3.7.2. Дайте определение аналогового и дискретного сигналов. Назовите области применения дискретных сигналов.

3.7.3. В чем состоит проблема дискретизации? Сформулируйте теорему Котельникова. Как выбирается интервал дискретизации (частота дискретизации) в соответствии с этой теоремой?

3.7.4. Какими свойствами обладает ряд Котельникова?

3.7.5. Какой вид имеет спектр дискретного сигнала в случае идеальных выборок (нулевой длительности) при различных значениях интервала дискретизации?

3.7.6. Поясните суть фильтрового метода синтеза аналогового сигнала по дискретным отсчетам.

3.7.7. Изобразите АЧХ, ФЧХ и импульсную характеристику идеального синтезирующего ФНЧ. Какими характеристиками должен обладать реальный синтезирующий фильтр?

3.7.8. Перечислите источники погрешности алгоритмического метода восстановления аналогового сигнала по формуле Котельникова (3.1).

3.7.9. Перечислите источники погрешности аппаратного (фильтрового) метода восстановления аналогового сигнала. Как на практике уменьшают погрешность синтеза сигнала?

3.7.10. Изобразите прямоугольный импульс, график модуля его спектральной плотности. Ограничьте спектр первым лепестком спектрограммы, рассчитайте интервал дискретизации и постройте дискретный сигнал.

3.7.11. Повторите предыдущий пункт для случая, когда спектр ограничен двумя лепестками спектрограммы.

## 4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4 ПРОХОЖДЕНИЕ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ ЧЕРЕЗ ЛИНЕЙНЫЕ АПЕРИОДИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

### 4.1. Цель работы

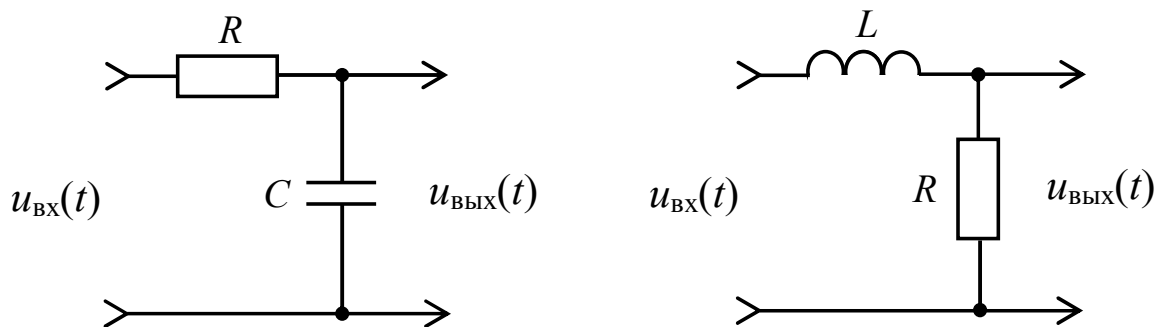
Изучение характеристик простейших апериодических цепей и закономерностей прохождения через эти цепи импульсных сигналов. Установление условий удовлетворительного дифференцирования и интегрирования, а также условий неискаженной передачи сигналов через эти цепи.

### 4.2. Теоретическая часть

Простейшие апериодические  $RC$  и  $RL$ -цепи широко используются в радиотехнике в качестве фильтров, развязывающих цепей, формирователей и др.

#### 4.2.1. Цепи интегрирующего типа

На рис. 4.1 изображены две схемы, обладающие идентичными характеристиками.



**Рис. 4.1 — Цепи интегрирующего типа**

Эти цепи называют цепями интегрирующего типа, поскольку при определенных условиях они способны осуществлять приближенное интегрирование входного сигнала. Комплексный коэффициент передачи таких цепей может быть записан в виде [1-3]:

$$K(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau}, \quad (4.1)$$

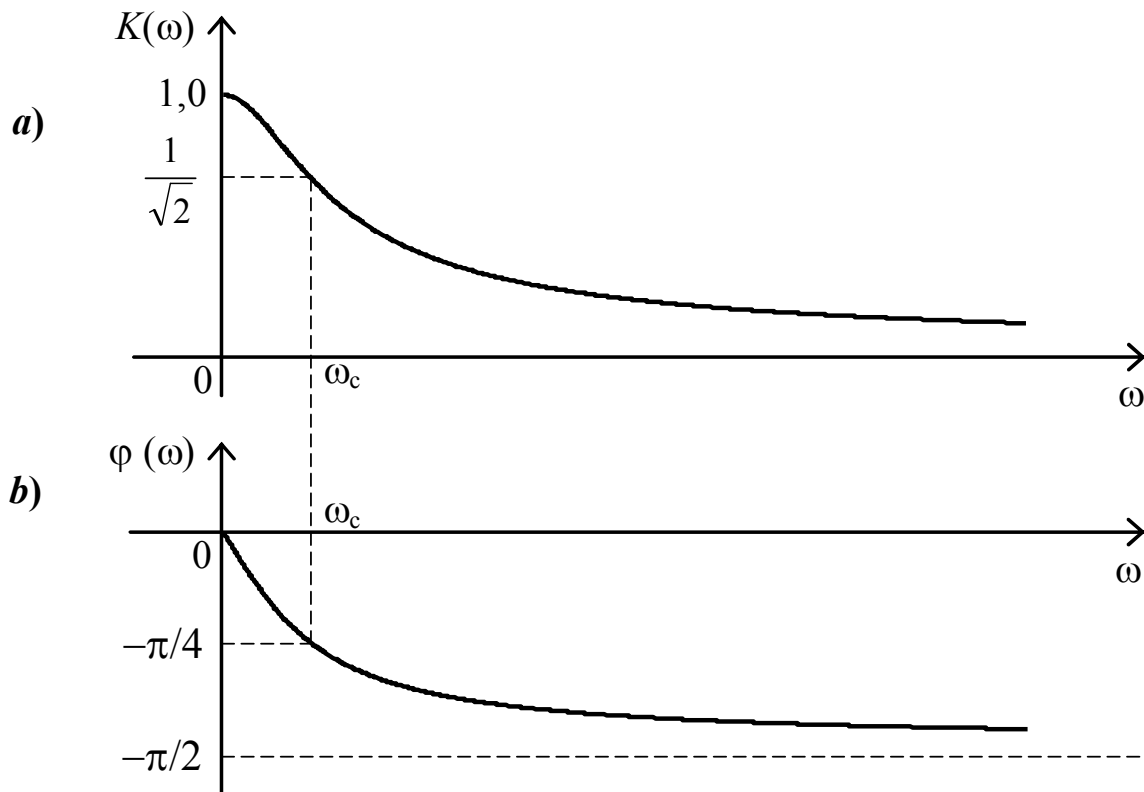
где  $\tau$  — постоянная времени, которая определяется следующим образом: для  $RC$ -цепи  $\tau = RC$ ; для  $RL$ -цепи  $\tau = L/R$ .

Из формулы (4.1) получим выражение для АЧХ и ФЧХ этих цепей:

$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}; \quad (4.2)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg(\omega\tau). \quad (4.3)$$

Частотные характеристики, построенные в соответствии с (4.2) и (4.3), приведены на рис. 4.2.



*a* — АЧХ; *b* — ФЧХ.

**Рис. 4.2 — Частотные характеристики цепи интегрирующего типа**

Анализ АЧХ показывает, что цепи интегрирующего типа являются **фильтрами нижних частот (ФНЧ)**.

**Частотой среза** фильтра  $\omega_c$  называют такую частоту, на которой коэффициент передачи уменьшается в  $\sqrt{2}$  раза относительно максимального значения (см. рис. 4.2, диаграмма *a*).

Зная частоту среза фильтра, можно определить постоянную времени  $\tau$ . Из формулы (4.2) следует

$$\tau = \frac{1}{\omega_c}. \quad (4.4)$$

Если в формуле (4.1) положить  $\omega\tau \gg 1$ , то есть  $\tau \gg 1/\omega$ , то можно приближенно считать, что

$$K(j\omega) \approx \frac{1}{j\omega\tau}. \quad (4.5)$$

Это доказывает, что при больших постоянных времени эти цепи (рис. 4.1) осуществляют приближенное интегрирование входного сигнала. Действительно, известно [1], что точное интегрирование соответствует комплексному коэффициенту передачи  $1/j\omega\tau$  и физически не может быть реализовано. Таким образом, **условием приближенного интегрирования** является

$$\tau \gg \frac{1}{\omega_{min}}, \quad (4.6)$$

где  $\omega_{min}$  — минимальная частота в спектре входного сигнала.

Только в этом случае можно считать, что цепи, приведенные на рис. 4.1, осуществляют приближенное интегрирование, то есть

$$u_{\text{ВЫХ}}(t) \approx \frac{1}{\tau} \int_0^t u_{\text{ВХ}}(t) dt. \quad (4.7)$$

Если же условие (4.6) не выполняется, а наоборот  $\tau \ll 1/\omega_{max}$ , то из формулы (4.1) следует, что

$$K(j\omega) \approx 1, \quad (4.8)$$

то есть при малых постоянных времени эти цепи являются неискажающими. Таким образом, **условием неискаженной передачи сигнала** является

$$\tau \ll \frac{1}{\omega_{max}}, \quad (4.9)$$

где  $\omega_{max}$  — максимальная частота в спектре входного сигнала.

При этом сигнал на выходе будет приближенно повторять сигнал на входе:

$$u_{\text{ВЫХ}}(t) \approx u_{\text{ВХ}}(t). \quad (4.10)$$

Рассмотрим прохождение прямоугольного импульса (рис. 4.3, диаграмма *a*) через цепь интегрирующего типа. Выходной сигнал  $u_{\text{ВЫХ}}(t)$ , в данном случае, определяется следующим выражением [1]:

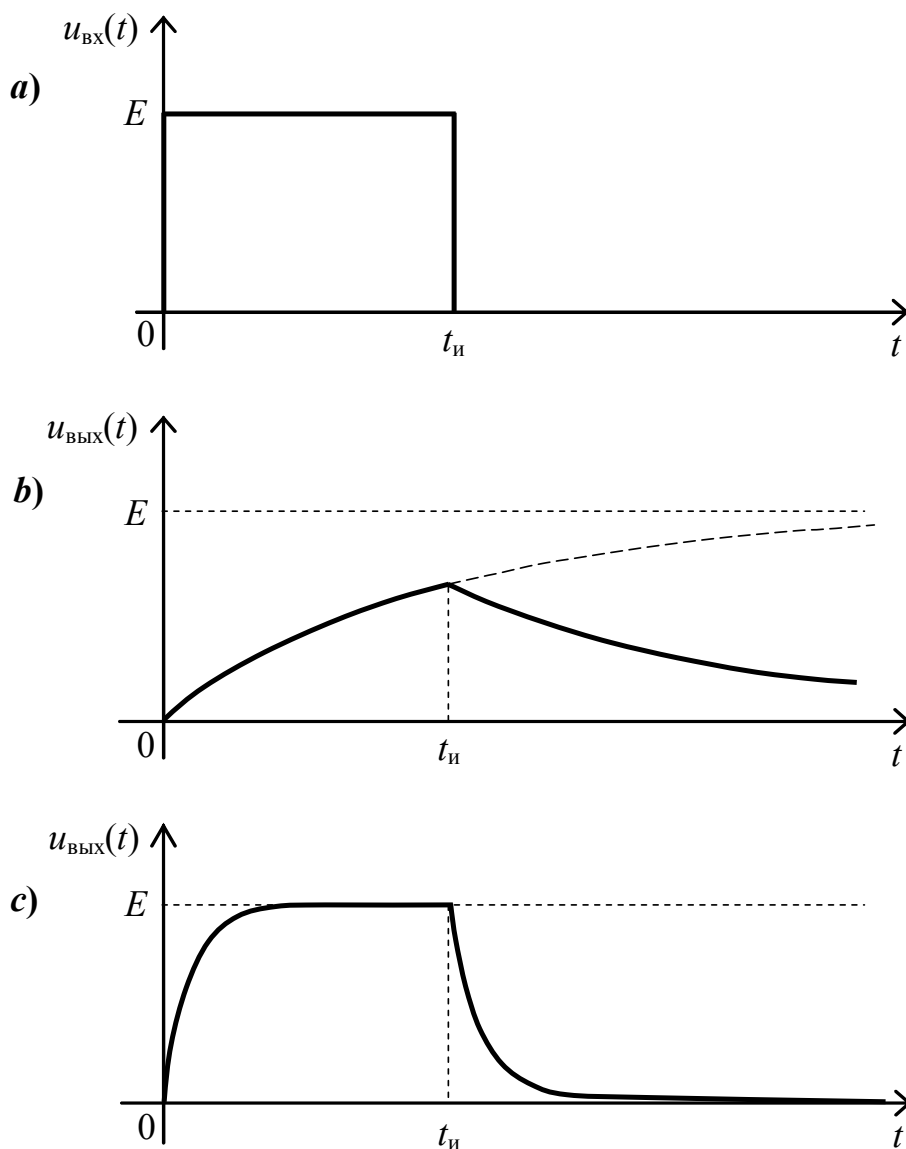
$$u_{\text{ВЫХ}}(t) = \begin{cases} E \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right) & \text{при } 0 \leq t \leq t_{\text{и}}; \\ U_0 \exp\left(-\frac{t-t_{\text{и}}}{\tau}\right) & \text{при } t \geq t_{\text{и}}, \end{cases} \quad (4.11)$$

где  $U_0 = E \left( 1 - \exp\left(-\frac{t_{\text{и}}}{\tau}\right) \right)$  — напряжение на выходе в момент времени  $t = t_{\text{и}}$ .

Графики выходного процесса, построенные при различных значениях  $\tau$  по формулам (4.11), изображены на диаграммах *b* и *c* рис. 4.3. На интервале времени  $0 \leq t \leq t_{\text{и}}$  — это нарастающий процесс, а на интервале  $t > t_{\text{и}}$  — это убывающий по экспоненте процесс. При большой постоянной времени  $\tau$  (рис. 4.3, диаграмма *b*) выходной сигнал на интервале времени  $0 \leq t \leq t_{\text{и}}$  близок к линейной функции. Это соответствует приближенному интегрированию. Условие удовлетворительного интегрирования (4.6) для импульсного сигнала принимает вид

$$\tau \gg t_{\text{и}}. \quad (4.12)$$

При малых постоянных времени выходной сигнал (рис. 4.3, диаграмма *c*) приближенно повторяет форму входного сигнала.



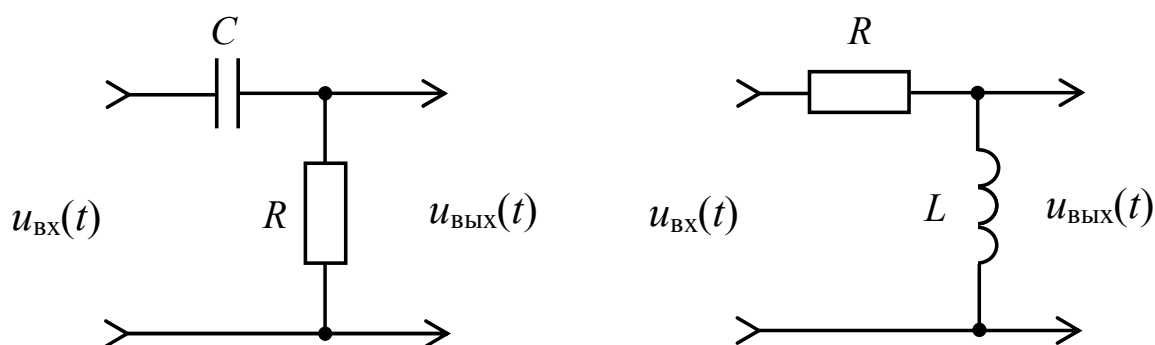
*a* — входной сигнал;

*b* — выходной сигнал при  $\tau \gg t_{\text{и}}$ ; *c* — выходной сигнал при  $\tau \ll t_{\text{и}}$ .

**Рис. 4.3 — Прохождение видеоимпульса через цепь интегрирующего типа**

#### 4.2.2. Цепи дифференцирующего типа

На рис. 4.4 изображены две схемы, обладающие идентичными характеристиками.



**Рис. 4.4 — Цепи дифференцирующего типа**

Эти цепи называют цепями дифференцирующего типа, поскольку при определенных условиях они способны проводить приближенное дифференцирование входного сигнала. Комплексный коэффициент передачи таких цепей может быть записан в виде [1-3]:

$$K(j\omega) = \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}. \quad (4.13)$$

Из формулы (4.13) получим выражение для АЧХ и ФЧХ

$$K(\omega) = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}; \quad (4.14)$$

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctg(\omega\tau). \quad (4.15)$$

Типовые частотные характеристики, построенные в соответствии с (4.14) и (4.15), изображены на рис. 4.5. Анализ АЧХ показывает, что **цепи дифференцирующего типа являются фильтрами верхних частот (ФВЧ)**.

Если в формуле (4.13) положить  $\omega\tau \ll 1$  ( $\tau \ll 1/\omega$ ), то можно приближенно считать, что

$$K(j\omega) \approx j\omega\tau, \quad (4.16)$$

то есть при малых постоянных времени эти цепи (рис. 4.4) осуществляют приближенное дифференцирование входного сигнала. Действительно, известно [1], что точное дифференцирование соответствует комплексному коэффициенту передачи равному  $j\omega\tau$  и физически не может быть реализовано. Таким образом, **условием приближенного дифференцирования** является

$$\tau \ll \frac{1}{\omega_{max}}. \quad (4.17)$$

Только в этом случае можно считать, что цепь осуществляет приближенное дифференцирование, то есть

$$u_{\text{вых}}(t) \approx \tau \frac{d[u_{\text{вх}}(t)]}{dt}. \quad (4.18)$$

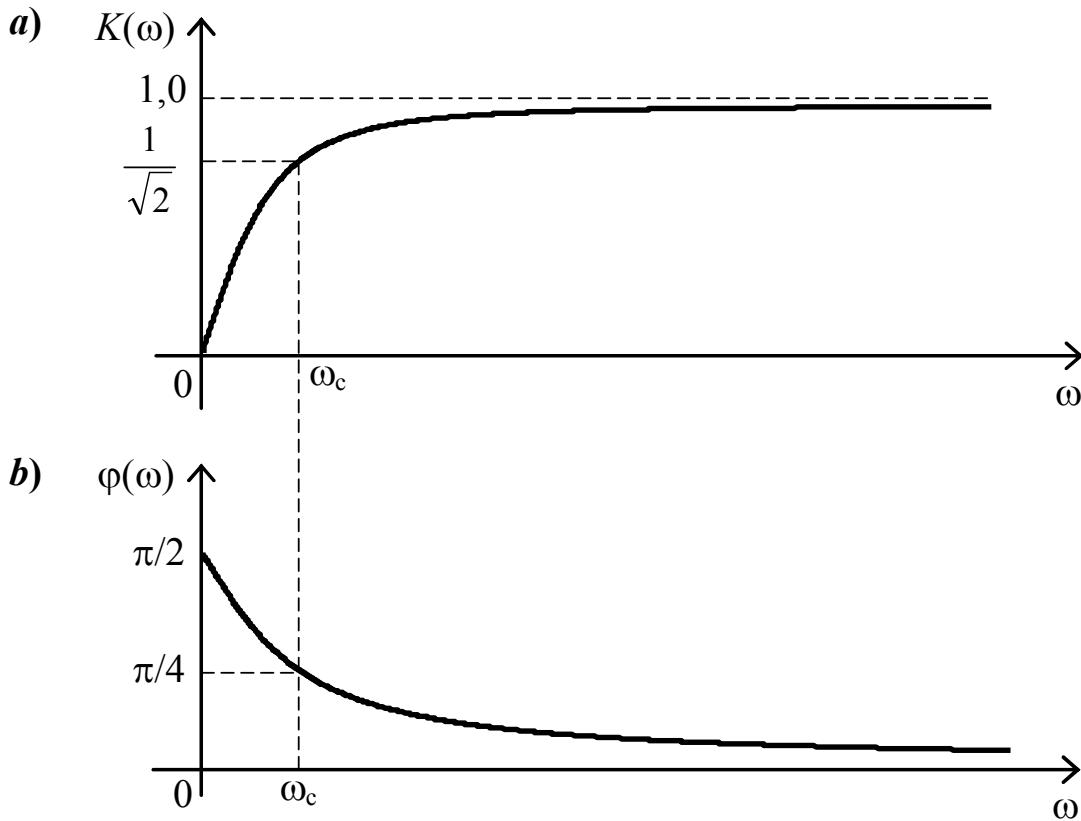
Если же условие (4.17) не выполняется, а наоборот  $\tau \gg 1/\omega_{min}$ , то из формулы (4.13) следует, что

$$K(j\omega) \approx 1, \quad (4.19)$$

то есть при больших постоянных времени эти цепи являются неискажающими.

Таким образом, **условием неискаженной передачи сигнала** является

$$\tau \gg 1/\omega_{min}. \quad (4.20)$$



*a* — АЧХ ; *b* — ФЧХ .

**Рис. 4.5 — Частотные характеристики цепи дифференцирующего типа**

В этом случае сигнал на выходе будет приближенно повторять сигнал на входе.

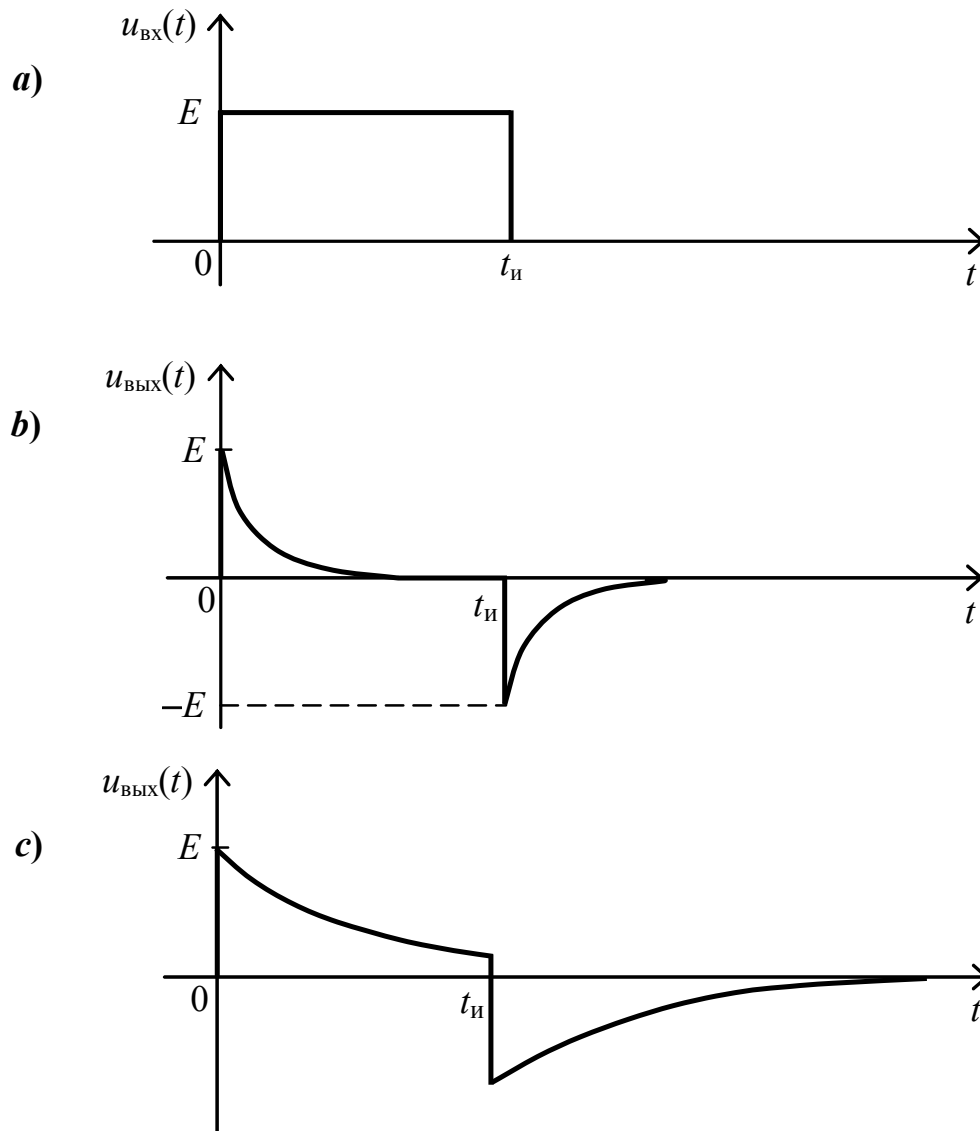
Рассмотрим прохождение прямоугольного импульса (рис. 4.6 *a*) через цепь дифференцирующего типа. Выходной сигнал  $u_{\text{вых}}(t)$  определяется в данном случае выражением [1]:

$$u_{\text{вых}}(t) = \begin{cases} E e^{-\frac{t}{\tau}} & \text{при } 0 \leq t < t_{\text{и}} ; \\ U_0 - E e^{-\frac{t-t_{\text{и}}}{\tau}} & \text{при } t \geq t_{\text{и}} . \end{cases} \quad (4.21)$$

При малых постоянных времени (рис. 4.6, *b*) выходной сигнал представляет собой два коротких разнополярных импульса практически одинаковой амплитуды. Это соответствует приближенному дифференцированию. Условие удовлетворительного дифференцирования (4.17) для импульсного сигнала принимает вид

$$\tau \ll t_{\text{и}} . \quad (4.22)$$

При больших постоянных времени форма выходного сигнала (рис. 4.6, *c*) приближенно повторяет форму входного сигнала.



*a* — входной сигнал;  
*b* — выходной сигнал при  $\tau \ll t_{\text{и}}$ ; *c* — выходной сигнал при  $\tau \gg t_{\text{и}}$ .

**Рис. 4.6 — Прохождение прямоугольного импульса через цепь дифференцирующего типа**

### 4.3. Описание лабораторного макета

Схема макета изображена на рис. 4.7. Макет пристыковывается к базовому блоку питания.

Схема содержит цепи: интегрирующего ( $R1$ ,  $C1$ ) и дифференцирующего ( $R2$ ,  $C2$ ) типов. Постоянные времени цепей могут быть изменены с помощью переключателя  $S2$ . При этом изменяются емкости конденсаторов  $C1$  и  $C2$ .

С помощью переключателя  $S1$  ко входам  $RC$ -цепей можно подключить либо внешний генератор гармонических колебаний (к гнездам  $\Gamma1$ ), либо внутренний генератор прямоугольных импульсов.

Выходной сигнал снимается с гнезд  $\Gamma3$  (для цепи интегрирующего типа) и с гнезд  $\Gamma4$  (для цепи дифференцирующего типа).



**ВНИМАНИЕ!** При перестройке частоты поддерживайте входное напряжение (гнезда Г1) неизменным.

#### 4.4.2. Прохождение прямоугольных импульсов через цепь интегрирующего типа

4.4.2.1. Переключатель  $S1$  установить в положение "2".

4.4.2.2. Установить на осциллографе в меню  $CH1$  / СвязьВх и  $CH2$  / СвязьВх связь по постоянному току  $DC$  (открытый вход).

4.4.2.3. Подключить вход  $CH2$  осциллографа к гнездам Г2 и зарисовать осциллограмму сигнала, подаваемого на вход схемы с внутреннего генератора прямоугольных импульсов.

4.4.2.4. Подключить вход  $CH1$  осциллографа к выходным гнездам Г3.

4.4.2.5. Зарисовать осциллограммы выходного напряжения при трех положениях переключателя  $S2$ . Нанести на осциллограммы размах, длительность импульса и период выходного сигнала. Убедиться в наличии постоянной составляющей на выходе интегрирующей цепочки, для этого измерить среднее значение напряжения на гнездах Г2 и Г3 с помощью меню осциллографа  $MEASURE$  / Напряжение / Тип /  $V_{cp}$ .

#### 4.4.3. Снятие АЧХ цепи дифференцирующего типа

4.4.3.1. Повторить пункты 4.4.1.2 и 4.4.1.3.

4.4.3.2. Вольтметр подключить к гнездам Г4.

4.4.3.3. Повторить пункты 4.4.1.5 и 4.4.1.6. Результаты занести в таблицу, подобную таблице 4.1.

#### 4.4.4. Прохождение прямоугольных импульсов через цепь дифференцирующего типа

4.4.4.1. Повторить пункты 4.4.2.1 ... 4.4.2.3.

4.4.4.2. Подключить вход  $CH1$  осциллографа к гнездам Г4.

4.4.4.3. Повторить пункт 4.4.2.5 и убедиться в отсутствии постоянной составляющей на выходе дифференцирующей цепочки, для этого измерить среднее значение напряжения на гнездах Г2 и Г4.

#### 4.5. Оформление отчета

4.5.1. Сформулировать цель работы.

4.5.2. Привести схему лабораторного макета.

4.5.3. Привести таблицы с экспериментальными данными и построить АЧХ цепей интегрирующего и дифференцирующего типов (отдельно).

4.5.4. Определить по графикам частоты среза  $f_c$  и рассчитать по формуле (4.4) постоянные времени при различных положениях переключателя  $S2$ .

4.5.5. В едином временном и амплитудном масштабах построить осциллограммы входных и выходных импульсных сигналов для цепей интегрирующего и дифференцирующего типов. Построения провести для трех положений переключателя  $S2$ , что соответствует различным постоянным времени цепей.

4.5.6. По формулам (4.11) и (4.21) рассчитать выходные сигналы, используя значения для  $\tau$ , полученные в пункте 4.5.4. Изобразить эти сигналы пунктиром на соответствующих экспериментальных осциллограммах.

## 4.6. Выводы

В выводах необходимо отразить следующее:

- описать характер АЧХ цепей интегрирующего и дифференцирующего типов; влияние постоянной времени на АЧХ; указать частоты среза и соответствующие им постоянные времени цепей;
- описать характер искажений сигналов, возникающих при прохождении импульсов через цепи интегрирующего и дифференцирующего типов; установить качественную зависимость этих искажений от постоянных времени цепей;
- сформулировать условия удовлетворительного интегрирования, дифференцирования и условия малых искажений сигналов для каждой из цепей;
- выявить причины расхождения экспериментальных данных с теоретическими результатами.

## 4.7. Контрольные вопросы

- 4.7.1. Дайте определение линейного элемента и линейной цепи.
- 4.7.2. Дайте определение линейной апериодической цепи.
- 4.7.3. Дайте определение комплексного коэффициента передачи, АЧХ, ФЧХ линейной цепи.
- 4.7.4. Дайте определение импульсной и переходной характеристик линейной цепи. Какова взаимосвязь между характеристиками линейной цепи?
- 4.7.5. Приведите схемы простейших  $RL$  и  $RC$ -цепей интегрирующего и дифференцирующего типов. Как определяются постоянные времени этих цепей?
- 4.7.6. Поясните, каким образом по АЧХ определить частоту среза и постоянную времени цепи.
- 4.7.7. Поясните, в чем причина линейных искажений. Как они проявляются при передаче импульсных сигналов в исследуемых цепях?
- 4.7.8. Каковы условия удовлетворительного интегрирования и условия неискаженной передачи сигналов в цепях интегрирующего типа?
- 4.7.9. Каковы условия удовлетворительного дифференцирования и условия неискаженной передачи сигналов в цепях дифференцирующего типа?

## 5. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

### ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ АКТИВНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

#### 5.1. Цель работы

Исследование устойчивости широкополосного усилителя с мостом Вина в цепи обратной связи на основе частотного критерия Найквиста.

#### 5.2. Теоретическая часть

##### 5.2.1. Понятие устойчивости линейной цепи

Устойчивой называют цепь, процессы в которой в свободном режиме имеют затухающий характер. Свободным режимом называют режим, при котором на цепь не подаются внешние сигналы.

Известно, что в свободном режиме линейная цепь описывается однородным линейным дифференциальным уравнением [1-3]:

$$a_0 \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dx(t)}{dt} + a_n x(t) = 0, \quad (5.1)$$

где  $x(t)$  — процесс в цепи (ток или напряжение);  $n$  — порядок уравнения;  $a_0, a_1, \dots, a_n$  — постоянные коэффициенты, зависящие от параметров элементов цепи. Именно эти коэффициенты определяют свойства цепи, в частности ее устойчивость.

Потеря устойчивости может произойти только в активной цепи (усилителе), охваченной положительной обратной связью.

##### 5.2.2. Критерий устойчивости Ляпунова

В соответствии с этим критерием [1, 2] цепь устойчива, если все корни характеристического уравнения

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0 \quad (5.2)$$

имеют отрицательные вещественные части. Иначе говоря, все нули характеристического уравнения устойчивой цепи должны находиться в левой полуплоскости комплексной переменной  $p$ .

Поскольку вычисление корней при высоком порядке характеристического уравнения является трудоемкой задачей, то были разработаны критерии устойчивости, не требующие решения характеристического уравнения.

##### 5.2.3. Критерий устойчивости Рауса-Гурвица

Алгебраический критерий устойчивости Рауса-Гурвица позволяет оценить устойчивость цепи по коэффициентам характеристического уравнения (5.2) без его решения. Согласно этому критерию [2] **цепь устойчива**, если **положительны** следующие величины:

- 1) все коэффициенты характеристического уравнения  $a_0 \dots a_n$ ;

2) определитель Гурвица  $(n - 1)$ -го порядка  $D_{n-1}$ , который имеет вид

$$D_{n-1} = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & \dots & 0 & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_n & a_{n-1} \end{vmatrix}; \quad (5.3)$$

3) все главные миноры этого определителя.

#### 5.2.4. Критерий устойчивости по передаточной функции

Известно [1, 2], что левая часть характеристического уравнения (5.2) линейной цепи совпадает со знаменателем передаточной функции этой цепи. Поэтому нули характеристического уравнения совпадают с полюсами передаточной функции.

Отсюда вытекает следующий критерий устойчивости: линейная цепь устойчива, если полюса ее передаточной функции расположены в левой полуплоскости комплексной переменной  $p$ .

#### 5.2.5. Частотный критерий устойчивости Найквиста

На рис. 5.1 изображена структурная схема усилителя, охваченного цепью обратной связи.

Передаточную функцию  $K(p)$  данной цепи в замкнутом состоянии с учетом действия обратной связи можно записать в виде [1]

$$K(p) = \frac{K_y(p)}{1 - K_y(p)K_{oc}(p)}, \quad (5.4)$$

где  $K_y(p)$  — передаточная функция усилителя в отсутствии обратной связи;  $K_{oc}(p)$  — передаточная функция цепи обратной связи.

В соответствии с критерием, изложенным в подразделе 2.4, для оценки устойчивости замкнутой системы необходимо определить полюса передаточной функции  $K(p)$ .

Эти полюса найдем, приравняв знаменатель выражения (5.4) к нулю. В результате приходим к уравнению

$$K_y(p)K_{oc}(p) = 1. \quad (5.5)$$

Произведение  $K_y(p)K_{oc}(p) = K_p(p)$  представляет собой передаточную функцию двух каскадно-включенных звеньев, которые образуют разомкнутую систему (см. рис. 5.2).

Таким образом, об устойчивости системы в замкнутом состоянии можно судить по передаточной функции  $K_p(p)$  в разомкнутом состоянии. Из (5.5) следует, что **система в замкнутом состоянии устойчива**, если передаточная функция  $K_p(p)$  разомкнутой системы обращается в единицу только при значениях комплексной переменной  $p$ , лежащих в левой полуплоскости.

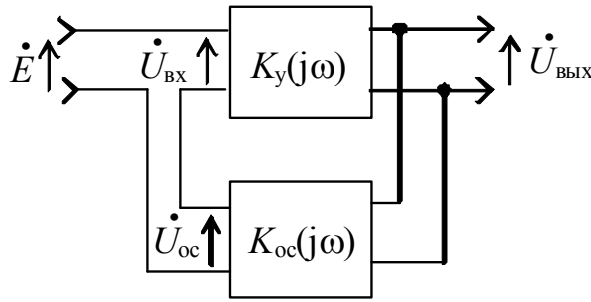


Рис. 5.1 — Структурная схема усилителя с обратной связью

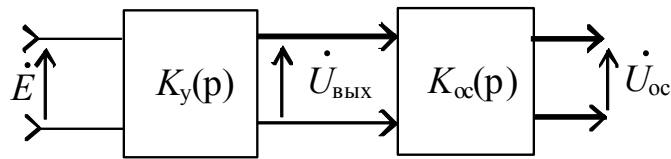


Рис. 5.2 — Структурная схема разомкнутой системы

Отсюда следует частотный **критерий устойчивости Найквиста**, который формулируется следующим образом [1, 2]: линейная система в замкнутом состоянии будет устойчивой, если годограф разомкнутой системы не охватывает точку с координатами  $(1; j0)$ .

**Годографом** называют амплитудно-фазовую характеристику цепи, которая строится в полярных координатах. Для построения годографа необходимо иметь АЧХ и ФЧХ системы, которые могут быть измерены экспериментально, либо найдены путем теоретического анализа электрической схемы.

Методика построения годографа некой системы показана на рис. 5.3.

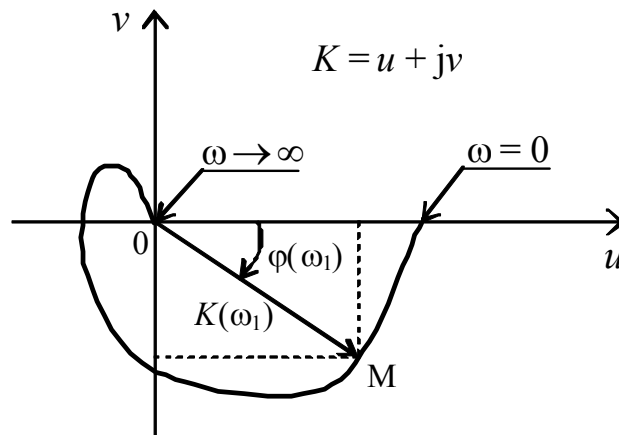


Рис. 5.3 — Иллюстрация методики построения годографа

Каждой точке годографа соответствует некоторое значение частоты (на рис. 5.3 точка М соответствует некоторой частоте  $\omega_1$ ). Положение этой точки на плоскости определяется **вектором 0М**, выходящем из начала координат. При построении годографа длину **вектора** берут равной **значению модуля** комплексного коэффициента передачи  $K(\omega_1)$  на частоте  $\omega_1$ , а **угол наклона вектора** относительно оси абсцисс берут **равным аргументу** комплексного коэффициента передачи  $\varphi(\omega_1)$  на этой частоте. Построения следует проводить в диапазоне частот от нуля

до бесконечности.

В настоящей работе исследуется на устойчивость широкополосный неинвертирующий усилитель, в цепь обратной связи которого включен так называемый мост Вина, схема которого изображена на рис. 5.4.

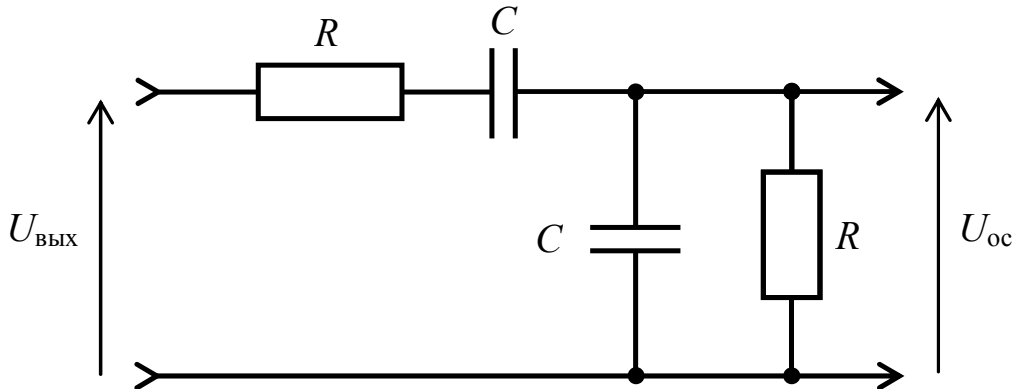


Рис. 5.4 — Принципиальная схема моста Вина

Комплексный коэффициент передачи широкополосного неинвертирующего усилителя в полосе пропускания можно положить равным чисто действительному положительному числу  $K_y(j\omega) = K_y = const$  (это соответствует нулевому значению фазового сдвига во всей полосе рабочих частот:  $\varphi_y(\omega) = 0$ ).

Применяя правило делителя напряжения, получим выражение для комплексного коэффициента передачи моста Вина

$$K_{oc}(j\omega) = \frac{\omega RC}{3\omega RC + j[(\omega RC)^2 - 1]} \quad (5.6)$$

Из (5.6) получим формулы для АЧХ и ФЧХ цепи обратной связи

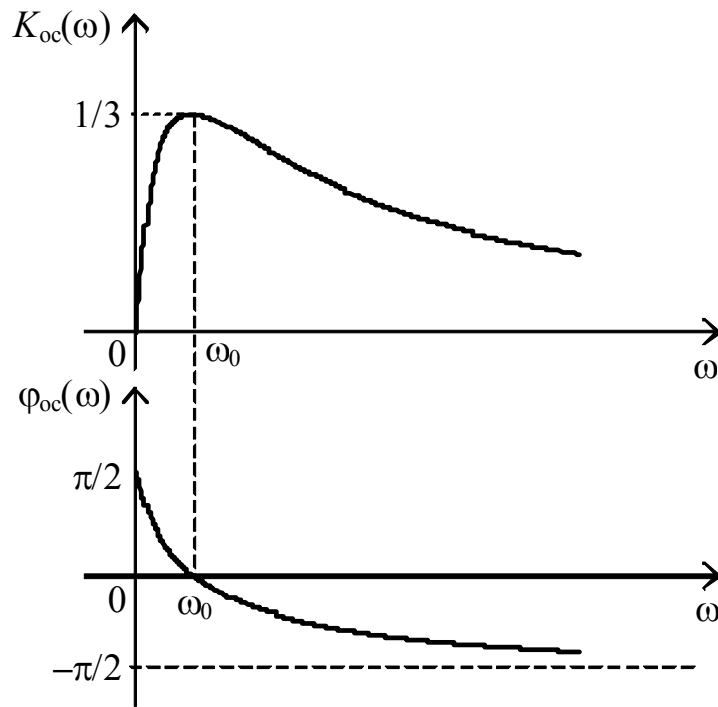
$$K_{oc}(\omega) = \frac{\omega RC}{\sqrt{9(\omega RC)^2 + [(\omega RC)^2 - 1]^2}}; \quad (5.7)$$

$$\varphi_{oc}(\omega) = -\arctg \left[ \frac{(\omega RC)^2 - 1}{3\omega RC} \right]. \quad (5.8)$$

Графики АЧХ и ФЧХ моста Вина, построенные в соответствии с (5.7) и (5.8), приведены на рис. 5.5. Из этих графиков видно, что мост Вина представляет собой низкодобротный полосно-пропускающий фильтр. Приравняв (5.8) к нулю, определим частоту  $\omega_0$ , на которой ФЧХ обращается в нуль:

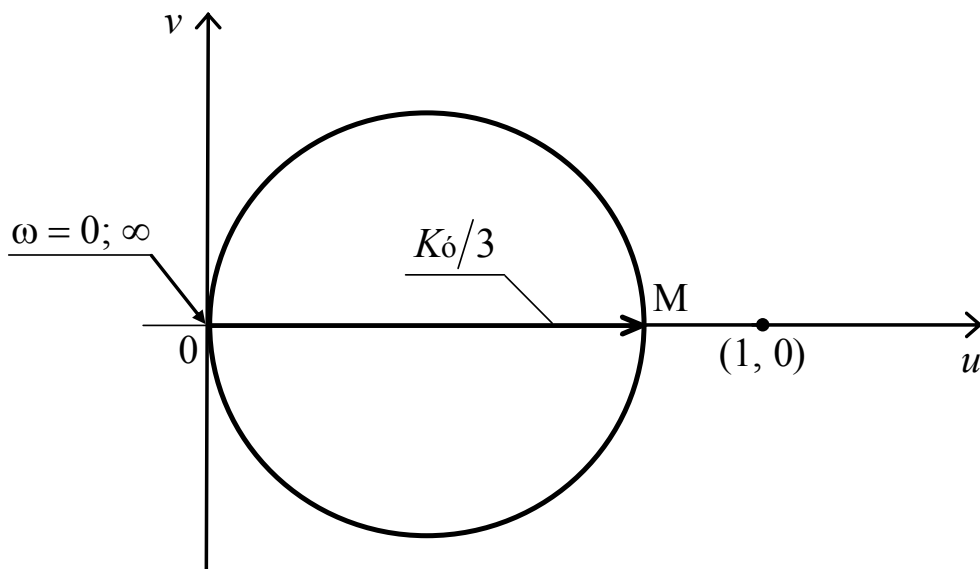
$$\omega_0 = \frac{1}{RC}. \quad (5.9)$$

На этой частоте коэффициент передачи максимален и равен  $K_{oc}(\omega_0) = 1/3$ .



**Рис. 5.5 — Частотные характеристики моста Вина**

Проведем теоретическое исследование данной системы на устойчивость с помощью критерия Найквиста. Для этого построим годограф разомкнутой системы. Комплексный коэффициент передачи разомкнутой системы для данного случая будет равен  $K_p(j\omega) = K_y K_{oc}(j\omega)$ . С учетом (5.7) и (5.8) на рис. 5.6 построен годограф разомкнутой системы при некотором значении  $K_y$ .



**Рис. 5.6 — Годограф разомкнутой системы**

Поскольку коэффициент передачи моста Вина обращается в нуль при  $\omega = 0$  и  $\omega \rightarrow \infty$ , то годограф начинается и заканчивается в начале координат. Годограф пересекает ось абсцисс на частоте  $\omega = \omega_0$ , поскольку на этой частоте  $\varphi_p(\omega_0) = \varphi_{oc}(\omega_0) = 0$ . При этом координата точки пересечения (точка  $M$ ) равна

$K_y K_{oc}(\omega_0) = K_y/3$ . То есть годограф Найквиста не будет охватывать точку с координатами  $(1; j0)$  если выполняется условие:  $K_y/3 < 1$ . Решая это неравенство относительно  $K_y$ , приходим к следующему заключению: широкополосный неинвертирующий усилитель с мостом Вина в цепи обратной связи будет устойчив, если его коэффициент усиления удовлетворяет условию

$$K_y < 3. \quad (5.10)$$

Если условие (5.10) не выполняется, то есть коэффициент передачи усилителя больше трех, то при замыкании цепи обратной связи усилитель **потеряет устойчивость** и превратится в автогенератор. В этом можно удостовериться по появлению на выходе усилителя колебаний без подачи сигнала на его вход.

### 5.3. Описание лабораторного макета

Функциональная схема лабораторного макета изображена на рис. 5.7.

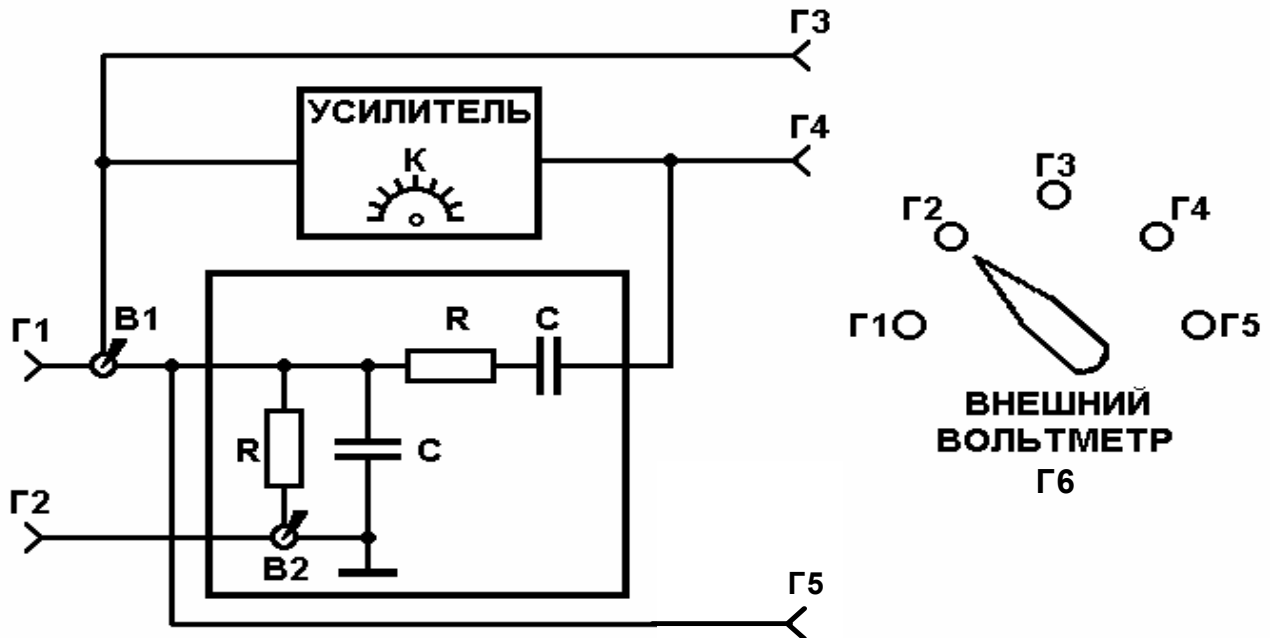


Рис. 5.7 — Функциональная схема лабораторного макета

Макет пристыковывается к базовому блоку питания. Схема макета содержит широкополосный неинвертирующий усилитель с регулируемым коэффициентом усиления  $K_y$  (регулировка осуществляется с помощью потенциометра «K») и  $RC$ -фильтр, выполненный в виде моста Вина. Тумблер В1 позволяет включать или выключать обратную связь. В положении, когда цепь обратной связи разомкнута, вход усилителя подключается к гнезду Г1, через которое можно подавать сигнал с внешнего генератора. Тумблер В2 позволяет отключать резистор  $R$  от корпуса и подключать его к гнезду Г2. В этой работе **тумблер В2 не используется** и его необходимо установить **в правое положение**.

Переключатель "Внешний вольтметр" позволяет выборочно подключать гнезда макета Г1... Г5 к гнезду Г6, расположенному на правой боковой стенке макета и предназначенному для подключения внешнего вольтметра.

## 5.4. Порядок выполнения работы

### 5.4.1. Собрать схему исследования

5.4.1.1. Подключить лабораторный макет к базовому блоку питания.

5.4.1.2. Подключить генератор НЧ к гнездам Г1.

5.4.1.3. Подключить внешний вольтметр переменного тока к гнездам Г6 и установить переключатель «Внешний вольтметр» в положение Г5.

5.4.1.4. Подключить вход СН1 осциллографа к гнездам Г5, а вход СН2 осциллографа — к гнездам Г3.

5.4.1.5. Включить синхронизацию осциллографа от входа СН2.

5.4.1.6. Включить питание лабораторной установки, вольтметра и осциллографа. Прогреть приборы в течение 5 минут.

### 5.4.2. Снять АЧХ и ФЧХ разомкнутой системы при коэффициенте усиления усилителя $K_y = 2,6$

5.4.2.1. Разомкнуть цепь обратной связи, установив тумблер В1 в левое положение. Тумблер В2 установить в правое положение.

5.4.2.2. Внешний вольтметр подключить к гнездам Г1 и установить с помощью органов управления НЧ генератора на входе усилителя напряжение  $U_{вх} = 100$  мВ частотой  $f = 1$  кГц.

5.4.2.3. Внешний вольтметр подключить к гнездам Г4 и с помощью потенциометра «К» установить на выходе усилителя напряжение  $U_{вых} = 260$  мВ, что соответствует коэффициенту передачи усилителя  $K_y = 2,6$ .

5.4.2.4. Перестраивая частоту генератора НЧ, снять зависимости напряжения на выходе разомкнутой системы (гнездо Г5) и сдвига фазы этого напряжения по отношению к напряжению на входе усилителя (гнездо Г1) от частоты:  $U_p(f)$  и  $\varphi_p(f)$ . Результаты измерений свести в таблицу 5.1.

Напряжение на выходе разомкнутой системы  $U_p(f)$  в каждой частотной точке измерять внешним вольтметром подключая его к гнездам Г5.

**ВНИМАНИЕ!** При перестройке частоты генератора НЧ следует поддерживать на входе усилителя напряжение 100 мВ (гнездо Г1).

Сдвиг фаз между напряжением на входе усилителя и напряжением на выходе разомкнутой цепи обратной связи  $\varphi_p(f)$  в каждой частотной точке определять по осциллографу. Для этого, перевести осциллограф в режим синхронизации по входу СН2. Подключить вход СН2 осциллографа к гнезду Г1, а вход СН1 осциллографа к гнезду Г5. В меню осциллографа *MEASURE* / Задержка выбрать Тип — Фаза, а Источник — КАН1.

**Рекомендация:** целесообразно сначала найти частоту  $f_0$ , соответствующую максимальному напряжению на выходе:  $U_p(f_0) = U_{max}$ . Затем произвести измерения в нескольких частотных точках слева и справа от частоты  $f_0$ , на которых напряжение составляет  $0,7U_{max}$ ;  $0,5U_{max}$ ;  $0,2U_{max}$ ;  $0,1U_{max}$ .

5.4.2.5. Подключить внешний вольтметр к гнездам Г4 и замкнуть цепь обратной связи, переведя тумблер В1 в правое положение. Сделать вывод об устойчивости цепи в замкнутом состоянии по наличию или отсутствию автоколебаний.

### 5.4.3. Снять АЧХ и ФЧХ разомкнутой системы при коэффициенте усиления усилителя $K_y = 3,2$

5.4.3.1. Разомкнуть цепь обратной связи, установив тумблер В1 в левое положение.

5.4.3.2. Внешний вольтметр подключить к гнездам Г1 и установить с помощью органов управления НЧ генератора на входе усилителя напряжение  $U_{вх} = 100$  мВ частотой  $f = 1$  кГц.

5.4.3.3. Внешний вольтметр подключить к гнездам Г4 и с помощью потенциометра «К» установить на выходе усилителя напряжение  $U_{вых} = 320$  мВ, что соответствует коэффициенту передачи усилителя  $K_y = 3,2$ .

5.4.3.4. Повторить пункт 5.4.2.4, заполнив таблицу, аналогичную таблице 5.1.

5.4.3.5. Повторить пункт 5.4.2.5.

**Таблица 5.1 — Результаты эксперимента:  $U_{вх} = 100$  мВ**

|                         |  |  |  |       |
|-------------------------|--|--|--|-------|
| $f$ , кГц               |  |  |  | ..... |
| $U_p$ , мВ              |  |  |  |       |
| $K_p(f) = U_p / U_{вх}$ |  |  |  |       |
| $\varphi_p(f)$ , град   |  |  |  |       |

### 5.5. Оформление отчета

5.5.1. Сформулировать цель работы.

5.5.2. Привести функциональную схему макета.

5.5.3. Привести порядок выполнения работы и результаты экспериментов при значениях  $K_y = 2,6$  и  $K_y = 3,2$  в виде таблиц.

5.5.4. По экспериментальным данным построить годографы разомкнутой системы для двух случаев:  $K_y = 2,6$  и  $K_y = 3,2$ .

### 5.6. Выводы

В выводах необходимо отразить следующее:

— проанализировать особенности годографов разомкнутой системы при значениях коэффициента усиления  $K_y = 2,6$  и  $K_y = 3,2$ ;

— сделать заключение об устойчивости замкнутой системы при  $K_y = 2,6$  и  $K_y = 3,2$  на основе экспериментальных исследований;

— подтвердить возможность оценки устойчивости замкнутой системы по ее поведению в разомкнутом состоянии в соответствии с Критерием Найквиста.

### 5.7. Контрольные вопросы

5.7.1. Сформулируйте требования к корням характеристического уравнения устойчивой линейной цепи.

5.7.2. Сформулируйте требования к полюсам передаточной функции устойчивой линейной цепи.

5.7.3. Сформулируйте критерий устойчивости Рауса - Гурвица.

5.7.4. Запишите выражение для передаточной функции усилителя, охваченного обратной связью и поясните, почему для анализа устойчивости достаточно знать передаточную функцию разомкнутой системы.

5.7.5. Сформулируйте частотный критерий устойчивости Найквиста.

5.7.6. Дайте определение годографа и поясните методику построения годографа разомкнутой системы.

5.7.7. Изобразите схему моста Вина, выведите соотношения для его частотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) и приведите их графики.

5.7.8. Изобразите функциональную схему широкополосного усилителя с мостом Вина в цепи обратной связи и поясните назначение элементов схемы.

5.7.9. Каково условие устойчивости неинвертирующего усилителя с мостом Вина в цепи обратной связи?

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы / И.С. Гоноровский. — М.: Дрофа, 2006. — 720 с.
2. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы / С.И. Баскаков. — М.: Высшая школа, 2005. — 464 с.
3. Гимпилевич Ю.Б. Сигналы и процессы в радиотехнике. — Ч. 1: Учеб. Пособие / Ю.Б. Гимпилевич. — Севастополь : Изд-во СевНТУ, 2003. — 272 с.
4. Каганов В.И. Радиотехнические цепи и сигналы: компьютеризированный курс [Текст] : учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по напр. подгот. дипломир. спец. "Радиотехника" / В.И. Каганов. — М. : Форум : Инфра — М, 2012. — 432 с. : ил.
5. Радиотехнические цепи и сигналы. Примеры и задачи: Учеб. пособие для Вузов / Г.Г. Галустов, И.С. Гоноровский, М.П. Демин и др.; Под ред. И.С. Гоноровского. — М.: Радио и связь, 1989. — 248 с.
6. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. Руководство к решению задач: Учеб. пособие для радиотехн. спец. Вузов / С.И. Баскаков. — М.: Высшая школа, 1987. — 207 с.