

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Информационные системы»

ПРИМЕНЕНИЕ СХЕМЫ ГАУССА ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Методические рекомендации
для выполнения расчетно-графического задания
по дисциплине «Численные методы»
для студентов дневной и заочной форм обучения
направления 09.03.02 -
«Информационные системы и технологии»

Севастополь
СевГУ
2017

УДК 519.6

Р е ц е н з е н т ы:

Ю.В. Доронина – д.т.н., профессор кафедры ИС института ИТиУТС
Е.А. Шушляпин – д.т.н., профессор кафедры ИиУТС института ИТиУТС

Составители: Маслова М.А., Первухина Е.Л.

Применение схемы Гаусса для решения систем линейных алгебраических уравнений: метод. рекомендации для выполнения расчетно-графического задания / Сост. М.А. Маслова, Е.Л. Первухина.– Севастополь: СевГУ, 2017. – 28 с.

Целью методических рекомендаций является разъяснение студентам схемы Гаусса для численного решения систем линейных алгебраических уравнений для самостоятельного выполнения типового расчетно-графического задания по дисциплине.

УДК 519.6

Методические рекомендации рассмотрены и утверждены на учебно-методической комиссии института информационных технологий и управления в технических системах СевГУ, протокол № 10 от 8 апреля 2016 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ	4
1.1. Метод Гаусса	4
1.2. Компактная схема Гаусса	9
2. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ В СРЕДЕ MATHCAD	14
2.1. Решение по схеме Гаусса.....	14
2.2. Решение по компактной схеме Гаусса	16
3. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ.....	17
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ	18
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	19
ПРИЛОЖЕНИЕ А	20
ПРИЛОЖЕНИЕ В	26
ПРИЛОЖЕНИЕ С	27
ПОРЯДОК ОФОРМЛЕНИЯ РГЗ.....	28

ВВЕДЕНИЕ

Множество расчётных математических задач приходится на решение систем линейных алгебраических уравнений, так как многие математические модели тех или иных явлений или процессов или сразу строятся как линейные, или сводятся к ним. Вычислительная математика располагает большим количеством методов, а математическое обеспечение ЭВМ – многими пакетами прикладных программ, позволяющих решать различные линейные системы.

Целью данных методических рекомендаций является разъяснение студентам схемы Гаусса для численного решения систем линейных алгебраических уравнений по компактной схеме Гаусса, а также решение этого же примера с помощью программной реализации на MathCad и C++ и построением алгоритма поиска матрицы.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Методы численного решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) делятся на две группы: прямые и итерационные методы. Метод Гаусса относится к прямым методам, позволяющим получить решение СЛАУ за конечное число арифметических операций.

Если матрица коэффициентов задана и невырожденная, решение СЛАУ существует, единственно и устойчиво по входным данным. Это означает, что задача нахождения решения СЛАУ корректна.

1.1. Метод Гаусса

– классический метод решения СЛАУ, заключающийся в последовательном исключении переменных. С помощью элементарных преобразований система уравнений приводится к системе треугольного вида последовательным исключением неизвестных из уравнений системы.

Рассмотрим систему четырех уравнений с четырьмя неизвестными:

(1.1)

Пусть a_{11} (ведущий элемент). Разделив первое уравнение системы (1.1) на a_{11} , получим

(1.2)

где

$$b_j = \frac{b_1}{a_{11}} \quad (j = 2, 3, 4, 5).$$

Пользуясь уравнением (1.2), можно исключить неизвестное x_1 из второго, третьего и четвертого уравнения системы (1.1). Для этого следует умножить уравнение (1.2) на a_{1j} и вычесть результаты соответственного из второго, третьего и четвертого уравнений системы.

В результате получим систему трех уравнений:

(1.3)

где коэффициенты a_{ij} вычисляются по формуле

$$a_{ij} = a_{ij} - a_{1j} \frac{a_{i1}}{a_{11}} \quad (i = 2, 3, 4; \quad j = 2, 3, 4, 5). \quad (1.4)$$

Далее первое уравнение системы (1.3) делим на a_{22} , получаем

$$x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 + a_{25}x_5 = b_2 \quad (1.5)$$

где $a_{2j} = \frac{a_{2j}}{a_{22}}$ ($j = 3, 4, 5$).

Исключая x_2 , получим систему уравнений

(1.6)

где

Разделив первое уравнение системы (1.6) на a_{11} , получим

$$(1.8)$$

где $a_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_{11}}$ ($j = 4, 5$)

С помощью этого уравнения исключим x_3 из второго уравнения системы (1.6):

$$a_{22}x_2 + a_{24}x_4 + a_{25}x_5 = b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3, \quad (1.9)$$

Таким образом, система (1.1) приведена к эквивалентной системе с треугольной матрицей:

$$(1.10)$$

Откуда находим

$$(1.11)$$

Таким образом, решение системы делится на два этапа.

Прямой ход: приведение системы (1.1) к треугольному виду (1.10).

Обратный ход: определение неизвестных по формулам (1.11).

Выбор главного элемента. Метод применим лишь при условии, что все «ведущие элементы» отличны от нуля. Если какой-либо из них обращается в нуль, то в соответствующей системе достаточно провести пере-

становку уравнений с тем, чтобы сделать «ведущий элемент» отличным от нуля (в предложении, что матрица A неособенная).

Число N арифметических операций, необходимое для реализации метода Гаусса, определяется формулой

где n – число неизвестных.

Пример 1.1.1 Методом Гаусса решить систему

(1.12)

Решение. Прямой ход. Разделив первое уравнение системы (1.12) на a_{11} , получим

Следовательно,

По формулам (1.4) вычисляем коэффициенты a_{ij} и составляем систему (1.3). Так, при $i = 2$ имеем

$$=$$

Вычисления при $i = 3, 4$ проводим аналогично. Таким образом, получаем систему с тремя неизвестными:

$$\begin{matrix} -1,15 \\ -0,3 \end{matrix}$$

Разделив первое уравнение полученной системы на a_{11} , записываем:

где

По формулам (1.7) вычисляем коэффициенты и составляем систему (1.6). При $i = 3$ имеем

Вычисления при $i = 4$ ведутся аналогично. Записываем систему с двумя неизвестными:

$$\begin{matrix} 16,425 \\ 6,570 \end{matrix}$$

Разделив первое уравнение этой системы на , получаем

$$=4,72298,$$

где

По формулам (1.9) находим коэффициенты

и записываем одно уравнение с одним неизвестным:

$$1,11998$$

Таким образом, эквивалентная система имеет вид

$$(1.13)$$

На этом прямой ход заканчивается.

Обратный ход. Последовательно из системы (1.13) находим

При решении все вычисления производились без округлений, поэтому полученные значения неизвестных являются точными.

При вычислениях возможны ошибки. Для их снижения необходим контроль вычислений. Одна из наиболее простых схем контроля основана на том, что увеличение значений всех неизвестных на единицу равносильно замене данной системы (1.1) контрольной системой, в которой свободные члены равны суммам всех коэффициентов соответствующей строки, например:

Решая вместе с данной системой уравнений контрольную систему, получаем возможность контролировать каждый шаг расчета, как будет показано ниже в конкретных схемах.

1.2. Компактная схема Гаусса

Компактная схема Гаусса обеспечивает простой для программной реализации алгоритм. Рассмотрим порядок составления схемы для системы (1.1). Все результаты вычислений поместим в одну таблицу (табл. 1.1.).

Заполнение таблицы.

Прямой ход.

1) Записываем коэффициенты исходной системы в четырех строках и пяти столбцах раздела I табл. 1.1.

2) Суммируем все коэффициенты по строке и записываем сумму в столбце Σ (столбец контроля), например $a_{16} = \sum_{j=1}^5 a_{1j}$.

3) Делим все числа, стоящие в первой строке, на a_{11} и результаты $b_{1j} = a_{1j}/a_{11}$ записываем в пятой строке раздела I.

4) Вычисляем a_{ij} и делаем проверку. Если вычисления ведутся с постоянным числом знаков после запятой, то числа b_{16} и a_{1j} не должны отличаться более чем на единицу последнего разряда. В противном случае следует проверить действия пункта 3.

5) По формулам (1.4) вычисляем коэффициенты

$$(i = 2, 3, 4; j = 2, 3, 4, 5, 6).$$

Результаты записываем в первые три строки раздела II.

6) Делаем проверку. Сумма элементов каждой строки ($i=2, 3, 4$) не должна отличаться от более чем на единицу последнего знака разряда (если все вычисления ведутся с постоянным числом знаков после запятой).

7) Делим все элементы первой строки раздела II на и результаты записываем в четвертой строке раздела II.

8) Делаем проверку, как в пункте 4.

9) По формуле (1.7) вычисляем ($i=2, 4; j=3, 4, 5$). Результаты записываем в первые две строки раздела III.

10) Делаем проверку, как в пункте 6.

11) Делим элементы первой строки раздела III на и находим числа $= /$. Все результаты записываем в третьей строке раздела III.

12) Делаем проверку.

13) Вычисляем $= -$. Результаты записываем в разделе IV.

Таблица 1.1 – Компактная схема Гаусса

	I	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}	$\sum a_{i6}$
I	1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	$\sum a_{1j}=a_{16}$
	2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	$\sum a_{2j}=a_{26}$
	3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	$\sum a_{3j}=a_{36}$
	4	a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}	a_{45}	$\sum a_{4j}=a_{46}$
		1	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}	$a_{16}/a_{11}=b_{16}$
II	2						
	3						
	4						
			1				$/ =$
III	3						
	4						
				1			$/ =$
IV	4						
V		1	1	1	1	X_4 X_3 X_2 X_1	$\overline{-}_4$ $\overline{-}_3$ $\overline{-}_2$ $\overline{-}_1$

Обратный ход.

- 1) В разделе V записываем единицы, как это указано в табл. 1.1.
 - 2) Вычисляем $x_4 = \dots / \dots$.
 - 3) Для вычисления значений x_3, x_2, x_1 используются лишь строки разделов I, II, III, содержащие единицы (отмеченные строки), начиная с последней. Так, для вычисления x_3 умножаем x_4 на $\dots$ и результат вычитаем из $\dots$. При этом единицы, расставленные в разделе V, помогают находить для x_i ($i=3, 2, 1$) соответствующие коэффициенты в отмеченных строках.
- Таким образом,

$$x_3 = \dots - x_4.$$

- 4) Вычисляем x_2 , для чего используем элементы отмеченной строки раздела I:

$$x_2 = \dots - x_4 - \dots x_3.$$

- 5) Вычисляем x_1 , для чего используем элементы отмеченной строки раздела I:

$$x_1 = \dots - x_4 - \dots x_3 - \dots x_2.$$

Аналогично проводится обратный ход в контрольной системе. Решения этой системы должны отличаться от решений данной системы на 1 (с точностью до единицы последнего разряда):

$$\bar{x}_i = x_i + 1 \quad (i = 1, 2, 3, 4).$$

Этот контроль осуществляется с помощью столбца Σ .

Таким же образом реализуется компактная схема Гаусса для систем с другим числом неизвестных. Компактная схема Гаусса оказывается особенно удобной при одновременном решении нескольких систем, отличающихся лишь столбцами свободных членов, что имеет место, например, при вычислении элементов обратной матрицы.

Пример 1.2.1 Решить систему (1.12) по компактной схеме Гаусса.

Решение. Все вычисления проведены в предыдущем параграфе, здесь рассмотрим только порядок заполнения таблицы с одновременным контролем вычислений.

Прямой ход.

- 1) Записываем коэффициенты системы a_{ij} для $i=1, 2, 3, 4, 5$; $j=1, 2, 3, 4, 5, 6$ в первом разделе табл. 1.2.

2) Вычисляем сумму коэффициентов по строке. Так при $i=1$ имеем

Результат записываем в первой строке столбца Σ и т.д.

3) Делим элементы первой строки на $a_{11}=2,0$ и записываем результаты в пятой строке раздела I.

4) Контроль: вычисляем сумму первых пяти чисел, полученных в п. 3, получаем 3.30, что полностью совпадает с числом, полученных в столбце Σ .

5) Находим числа $a_{ij}(i=2, 3, 4; j=2, 3, 4, 5, 6)$ и записываем их в разделе II.

6) Контроль: суммируем полученные коэффициенты по каждой строке. Так, при $i=2$ имеем $a_{22}+a_{23}+a_{24}+a_{25}+a_{26}=3,30$. Результат совпадает с контрольным числом.

7) Делим элементы первой строки раздела II на $a_{22}=3,30$. Результат записываем в последней строке раздела.

8) Контроль: сумма $1+3,30+3,30+3,30+3,30+3,30=16,50$

9) Определяем числа $a_{ij}(i=3,4; j=3, 4, 5, 6)$ и записываем в разделе III.

10) Контроль: при $i=3$ $a_{33}+a_{34}+a_{35}+a_{36}=3,30$; при $i=4$ $a_{43}+a_{44}+a_{45}+a_{46}=3,30$

11) Делим элементы первой строки раздела III на $a_{33}=3,30$. Записываем результат в разделе IV.

12) Контроль: $1+3,30+3,30+3,30+3,30+3,30=16,50$

13) Вычисляем $a_{ij}(j=4, 5, 6)$. Результат записываем в разделе IV.

14) Контроль:

Обратный ход. Следуя порядку действий, указанному в пунктах 1 – 5, при осуществлении обратного хода, получаем значения неизвестных

$$x_4=-1,00000; x_3=3,00000; x_2=2,00000; x_1=1,00000.$$

Решение контрольной системы:

$$\bar{x}_4=0,00000; \bar{x}_3=4,00000; \bar{x}_2=3,00000; \bar{x}_1=2,00000.$$

Сравнение полученных решений показывает, что ошибки в вычислениях отсутствуют.

Таблица 1.2– Компактная схема Гаусса для системы (1.12)

	I	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}	$\sum=a_{i6}$
I	1	2,0	1,0	-0,1	1,0	2,7	6,6
	2	0,4	0,5	4,0	-8,5	21,9	18,3
	3	0,3	-1,0	1,0	5,2	-3,9	1,6
	4	1,0	0,2	2,5	-1,0	9,9	12,6
		1	0,50	-0,05	0,50	1,35	3,30
II	2		0,30	4,02	-8,70	21,36	16,98
	3		-1,15	1,015	5,05	-4,305	0,610
	4		-0,30	2,55	-1,50	8,55	9,300
			1	13,40	-29,00	71,20	56,60
III	3			16,425	-28,300	77,575	65,700
	4			6,570	-10,200	29,910	26,280
				1	-1,72298	4,72298	4,00000
IV	4				1,11998	-1,11998	0
V				1	1	-1,00000	0,00000
			1			3,00000	4,00000
						2,00000	3,00000
		1				1,00000	2,0000

Программная реализация решения метода Гаусса и компактной схемы Гаусса на языке C++ приведены в приложении А, алгоритм решения приведен в приложениях В, С.

2. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ В СРЕДЕ MATHCAD

Система Mathcad располагает большим количеством встроенных функций, которые позволяют создавать матрицы определенного вида. Функции вызываются по имени, значение аргумента (или аргументов) указывается в круглых скобках.

Для вставки функции в выражение следует воспользоваться соответствующей кнопкой на стандартной панели инструментов или выбрать команду Function (Ctrl+E) из позиции Insert главного меню.

В табл. 2.1.1 представлены функции, использованные для решения примеров раздела 1.1 по схеме Гаусса и 1.2 по компактной схеме Гаусса.

Таблица 2.1.1 – Встроенные функции Mathcad

submatrix (A, <i>ir</i> , <i>jr</i> , <i>ic</i> , <i>jc</i>)	Предназначена для выделения подматрицы возвращающую часть матрицы A, находящуюся между строками <i>ir</i> , <i>jr</i> и столбцами <i>ic</i> , <i>jc</i> включительно
rref(A)	Ступенчатая форма матрицы A. Преобразование матрицы или вектора A в ступенчатый вид, где A — матрица из действительных чисел.
augment (A, в,...)	Матрица, сформированная слиянием матриц-аргументов слева направо.
Gauss(A,b, size)	Расчет системы по схеме Гаусса
Gaussc(A,b, size)	Расчет системы по компактной схеме Гаусса

2.1. Решение по схеме Гаусса

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & -0.1 & 1 \\ 0.4 & 0.5 & 4 & -8.5 \\ 0.3 & -1 & 1 & 5.2 \\ 1 & 0.2 & 2.5 & -1 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 2.7 \\ 21.9 \\ -3.9 \\ 9.9 \end{pmatrix}$$

$$Ab := \text{augment}(A, b)$$

$$Ab = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -0.1 & 1 & 2.7 \\ 0.4 & 0.5 & 4 & -8.5 & 21.9 \\ 0.3 & -1 & 1 & 5.2 & -3.9 \\ 1 & 0.2 & 2.5 & -1 & 9.9 \end{pmatrix}$$

$\text{Ab} := \text{rref}(\text{Ab})$

$$\text{Ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$x := \text{submatrix}(\text{Ab}, 0, 3, 4, 4)$

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

```

Gauss (A,b,size) :=
  for i ∈ 0..(size - 1)
    xi ← 0
    for i ∈ 0..(size - 2)
      for j ∈ (i + 1)..(size - 1)
        c ←  $\frac{A_{j,i}}{A_{i,i}}$ 
        for jj ∈ 0..(size - 1)
          Aj,jj ← Aj,jj - Ai,jj·c
        bj ← bj - bi·c
      for i ∈ (size - 1)..0
        xi ←  $\frac{b_i - \sum_{j=(size-1)}^i x_j \cdot A_{i,j}}{A_{i,i}}$ 
  return x

```

$x := \text{Gauss}(A, b, 4)$

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

2.2. Решение по компактной схеме Гаусса

```

Gaussc(A,b,size) :=
  for i ∈ 0..(size - 1)
    x1 ← 0
    Ab ← augment(A,b)
    for jj ∈ 0..(size - 1)
      if jj > 0
        for i ∈ jj .. (size - 1)
          for j ∈ jj .. size
            Abi,j ← Abi,j - Abi,(jj-1) · Ab(jj-1),j
          for i ∈ (jj - 1) .. 0
            Abjj,i ← 0
        for j ∈ size..jj
          Abjj,j ←  $\frac{Ab_{jj,j}}{Ab_{jj,j}}$ 
      for i ∈ (size - 1) .. 0
        x1 ← Abi,size -  $\sum_{k=(size-1)}^i \left( Ab_{i,k} \cdot x_k \right)$ 
    return x

```

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$x := \text{Gaussc}(A, b, 4)$

3. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

- 1) В соответствии с вариантом задания (табл 3.1) решить систему линейных уравнений (3.1) по компактной схеме Гаусса, построить алгоритм решения на компьютере. Расчеты вести с 8 знаками после запятой.
- 2) Построить алгоритм выбора главного элемента системы.
- 3) По методу (схеме) Гаусса найти матрицу, обратную матрице А.
- 4) Построить алгоритм поиска матрицы из раздела 3.

$$A \vec{x} = \vec{b}, \quad (3.1)$$

где $A = \begin{pmatrix} 2.1 + \alpha & -4.5 & -2.0 \\ 3.0 & 2.5 & 4.3 - \alpha \\ -6.0 & 3.5 + \alpha & 2.5 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 19.07 - \beta \\ 3.21 + \beta \\ -18.25 \end{pmatrix}.$

Таблица 3.1 – Варианты задания

Вариант	1	2	3	4	5	6
α	0					
β	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
Вариант	7	8	9	10	11	12
α	0.5					
β	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
Вариант	13	14	15	16	17	18
α	1.0					
β	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
Вариант	19	20	21	22	23	24
α	1.5					
β	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
Вариант	25	26	27	28	29	30
α	2.0					
β	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0

Вариант задания согласовать с преподавателем.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какова общая постановка задачи решения систем линейных алгебраических уравнений?
2. Назовите методы решения СЛАУ.
3. Охарактеризуйте вырожденную СЛАУ.
4. Какие СЛАУ называются плохо обусловленными?
5. Перечислите основные методы решения задач линейной алгебры.
6. В чем заключается метод последовательного исключения неизвестных.
7. Перечислите основные достоинства метода исключения Гаусса.
8. Назовите основные недостатки метода исключения Гаусса.
9. Назовите шаги, которые необходимо выполнить при решении метода исключения Гаусса.
10. Что означает прямой и обратный ход при решении метода исключения Гаусса?
11. С какой целью применяют различные модификации метода исключения Гаусса?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бортакoвский А.С. Линейная алгебра в примерах и задачах / А.С. Бортакoвский, А.В. Пантелеев. – М.: Высшая школа, 2010. – 592 с.
2. Вержбицкий В.М. Численные методы. Линейная алгебра и нелинейные уравнения / В.М. Вержбицкий. – М.: Книга по требованию, 2005. – 432 с.
3. Волков Е.А. Численные методы: учеб. пособие / Е.А. Волков. – 5-е изд. – СПб.: Издательство «Лань», 2008. – 256 с.
4. Гусак А.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Примеры и задачи / А. А. Гусак. – М.: ТетраСистемс, 2011. – 288 с.
5. Демидович Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: учеб. пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. – 5-е изд. – СПб.: Издательство «Лань», 2010. – 400 с.
6. Ильин В.А. Линейная алгебра: учебник для вузов / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 6-е изд., стер. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 280 с.
7. Копченoва Н.В. Вычислительная математика в примерах и задачах / Н.В. Копченoва, И.А. Марон. – 3-е изд. – СПб.: Издательство «Лань», 2009. – 368 с.
8. Срoчко В.А. Численные методы. Курс лекций: учеб. пособие / В.А. Срoчко. – 1-е изд. – СПб.: Издательство «Лань», 2010. – 208 с.
9. Шалимова Е.М. Методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине "Информатика и программирование" / Е.М. Шалимова. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2007. – 40 с.
10. Шевцов Г.С. Численные методы линейной алгебры: учеб. пособие / Г.С. Шевцов, О.Г. Крюкова, Б.И. Мызникова. – 2-е изд. – СПб.: Издательство «Лань», 2011. – 496 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА НА C++

```
//включение потока ввода/вывода
#include<iostream>

//Включение флагов форматного ввода/вывода
#include<iomanip>

//M_SIZE - количество линейных уравнений
#define M_SIZE 4

using namespace std;

double * Gauss(double ** matrix, double * freeMem, int size);
double * GaussC(double ** matrix, double * freeMem, int size);

int main(){
//инициализация матрицы коэффициентов
double ** A=new double * [M_SIZE];
for(int i=0; i<M_SIZE; i++)
    A[i]=new double [M_SIZE];

//первая строка
A[0][0]=2;
A[0][1]=1;
A[0][2]=-0.1;
A[0][3]=1;

//вторая строка
A[1][0]=0.4;
A[1][1]=0.5;
A[1][2]=4;
A[1][3]=-8.5;
```

```

//третья строка
A[2][0]=0.3;
A[2][1]=-1;
A[2][2]=1;
A[2][3]=5.2;
//четвертая строка
A[3][0]=1;
A[3][1]=0.2;
A[3][2]=2.5;
A[3][3]=-1;
//инициализация вектора свободных членов
double * b=newdouble [M_SIZE];
b[0]=2.7;
b[1]=21.9;
b[2]=-3.9;
b[3]=9.9;
double * x;
x=Gauss(A, b, M_SIZE);
cout<<"Метод Гаусса: "<<endl;
//вывод на экран искомого вектора x
for(int i=0; i<M_SIZE; cout<<setw(8)<<x[i++]<<endl);
x=GaussC(A, b, M_SIZE);
cout<<"Компактная схема Гаусса: "<<endl;
//вывод на экран искомого вектора x
for(int i=0; i<M_SIZE; cout<<setw(8)<<x[i++]<<endl);
system("pause");
delete []b;

```

```

delete []x;
for(int i=0; i<M_SIZE; i++)
    delete []A[i];
return 0;
}

double * GaussC(double ** matrix, double * freeMem, int size){
    doubleCscheme[size][size+1];
    for(int i=0; i<size; i++){//копируем матрицы A и b в одну матрицу
        for(int j=0; j<size; j++)
            Cscheme[i][j]=matrix[i][j];
        Cscheme[i][size]=freeMem[i];
    }
    //прямой ход
    for(int jj=0; jj<size; jj++){
        if(jj>0){
            for(int i=jj; i<size; i++){//ищем коэффициенты
                for(int j=jj; j<=size; j++)
                    Cscheme[i][j]=Cscheme[i][j]-Cscheme[i][jj-1]*Cscheme[jj-1][j];
                for(int i=jj-1; i>=0; i--){//обнуляем лишние элементы
                    Cscheme[jj][i]=0;//постепенно все элементы ниже
главной диагонали будут равны 0
                }
                for(int j=size; j>=jj; j--){//делим строку на первый элемент
                    Cscheme[jj][j]=Cscheme[jj][j]/Cscheme[jj][jj];
                }
            }
        }
        double sum;
        double * x=new double [size];
    }
}

```

```

//обратныйход
for(int i=size-1; i>=0; i--){
    sum=0;
    for(int k=size-1; k>i; k--)//находим суммы найденных аргумен-
ТОВ
        sum+=Cscheme[i][k]*x[k];//домноженных на коэффици-
ЕНТЫ
    x[i]=Cscheme[i][size]-sum;
}
return x;
}

double * Gauss(double ** matrix, double * freeMem, int size){
    //создание и инициализация буферных массивов
    //они нужны для того чтобы исходные массивы остались неизмен-
НЫМИ
    double ** buf= new double * [size];
    double * freemembuf= new double [size];
    for(int i=0; i<size; i++){
        freemembuf[i]=freeMem[i];
        buf[i]=new double [size];
    }
    for(int i=0; i<size; i++)
        for(int j=0; j<size; j++)
            buf[i][j]=matrix[i][j];

    //прямойход
    double c;
    for(int i=0; i<size-1; i++)//i - текущая строка
        for(int j=i+1; j<size; j++){//j - следующие за текущей строки

```

```

        //находим коэффициент для обнуления элемента матрицы
        c=buf[j][i]/buf[i][i];

        //вычитаем строки
        for(int jj=0; jj<size; jj++)
            buf[j][jj]-=buf[i][jj]*c;
        freemembuf[j]-=freemembuf[i]*c;
    }

    //обратный ход
    double * x=new double [size];

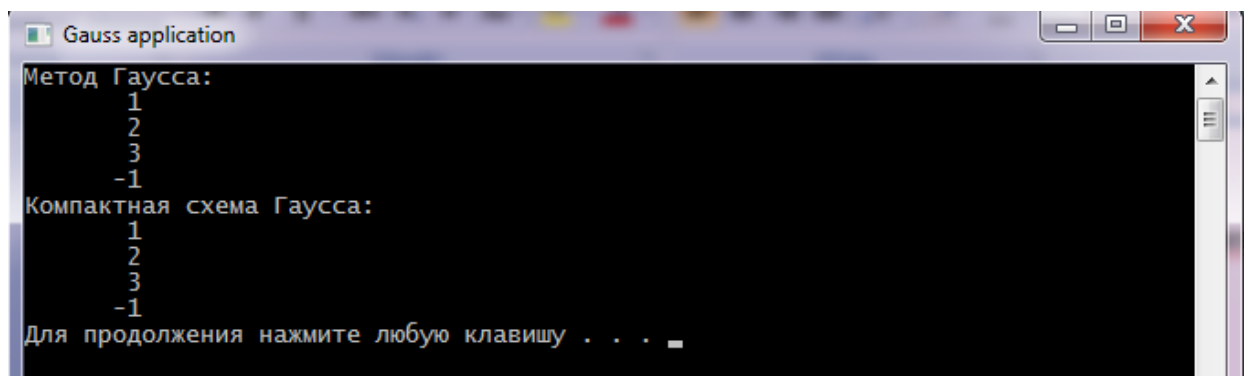
    //действия выполняются с конца
    for(int i=size-1; i>=0; i--){ //i - текущая строка
        c=0; //обнуляем вспомогательную переменную
        for(int j=size-1; j>=i; j--)
            c+=x[j]*buf[i][j]; //накапливаем сумму произведений
        //известных аргументов x на соответствующие коэффици-
        //циенты для текущей строки
        x[i]=(freemembuf[i]-c)/buf[i][i]; //находим следующий неизвест-
        //ный аргумент
    }

    delete [] freemembuf;
    for(int i=0; i<size; i++)
        delete [] buf[i];

    return x; //возвращаем вектор найденных аргументов
}

```

Результаты программы

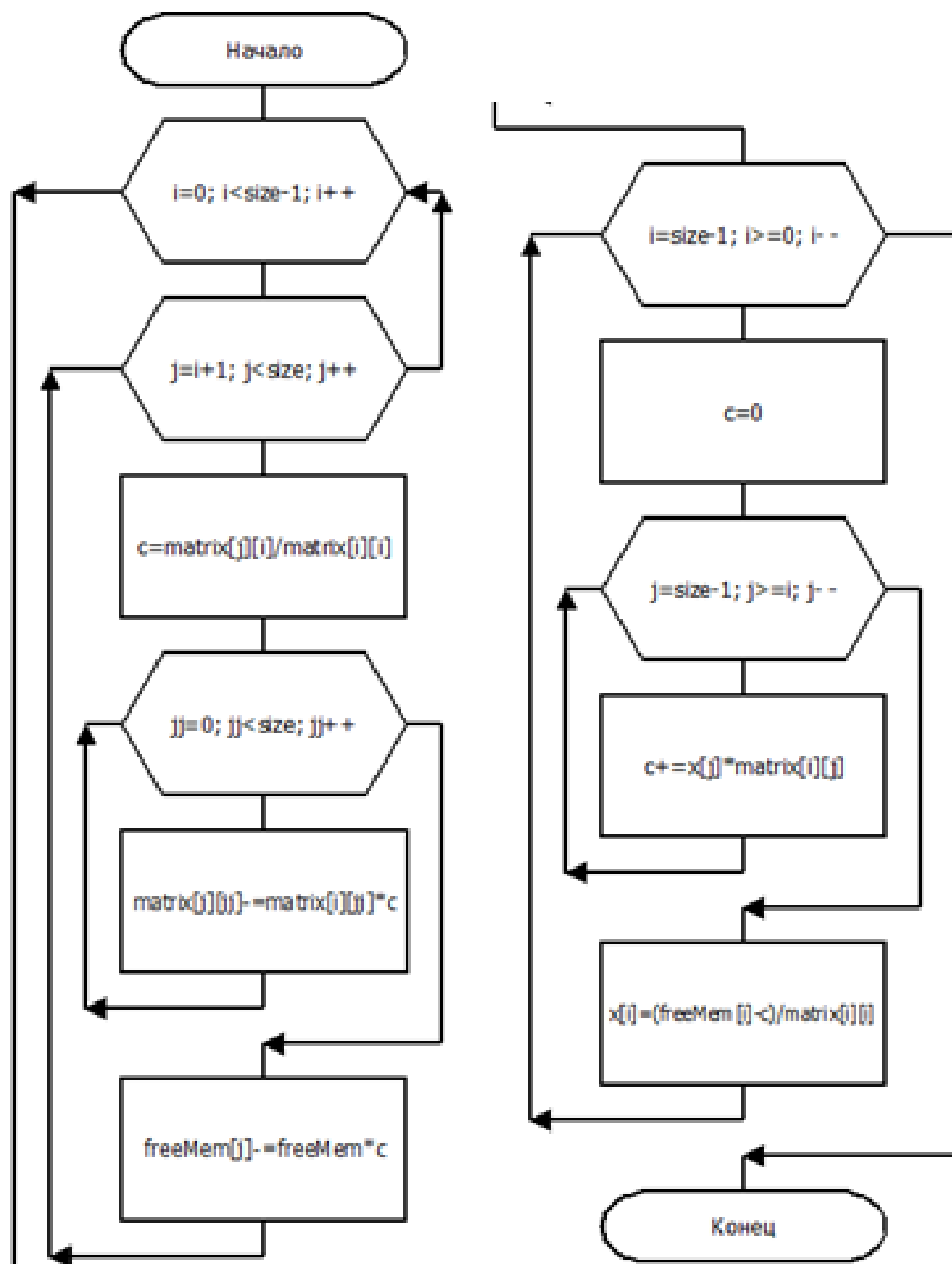


The screenshot shows a window titled "Gauss application" with a black background and white text. The text is as follows:

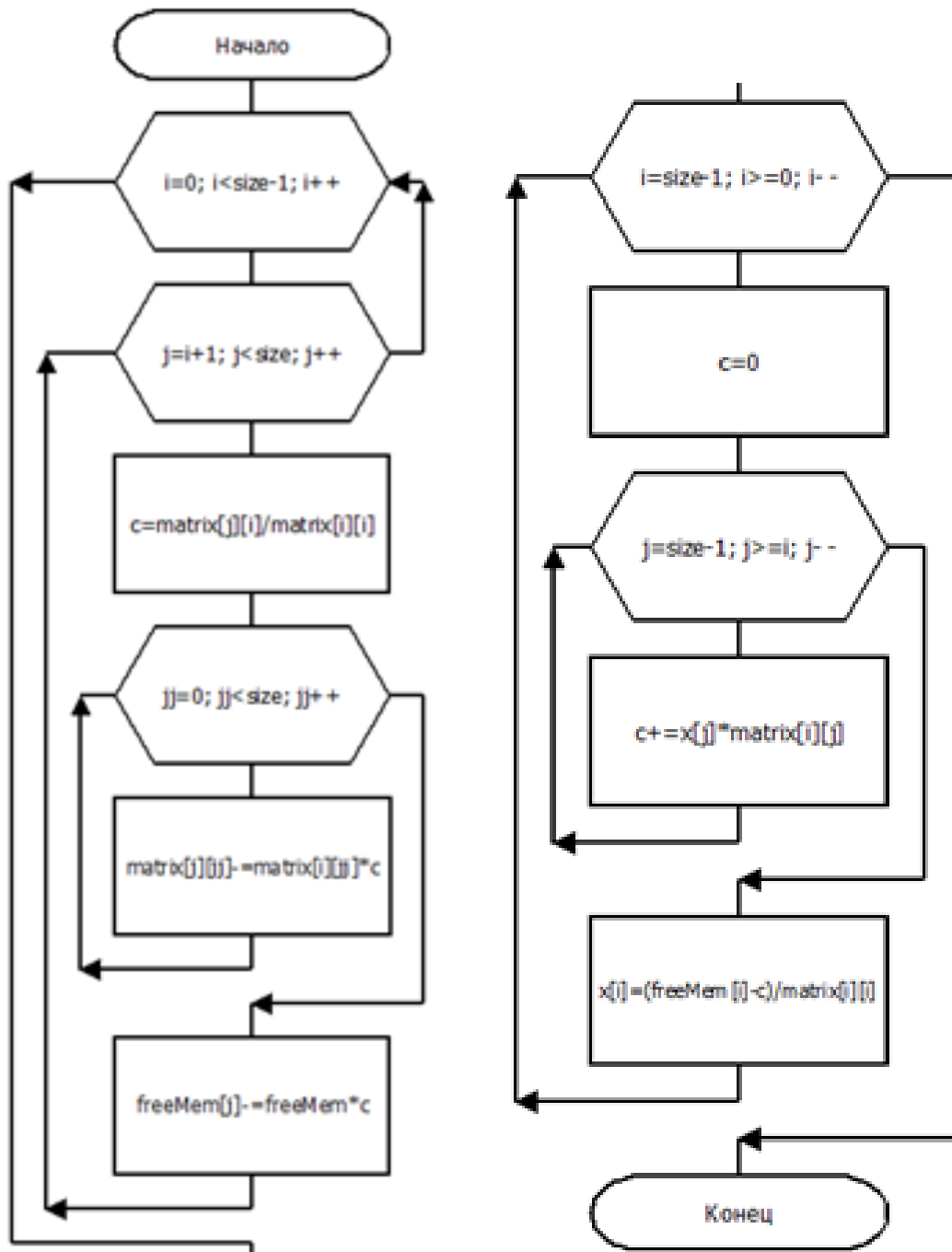
```
Метод Гаусса:  
  1  
  2  
  3  
 -1  
Компактная схема Гаусса:  
  1  
  2  
  3  
 -1  
Для продолжения нажмите любую клавишу . . .
```

The window has a standard Windows-style title bar with minimize, maximize, and close buttons. A vertical scrollbar is visible on the right side of the text area.

ПРИЛОЖЕНИЕ В



ПРИЛОЖЕНИЕ С



ПОРЯДОК ОФОРМЛЕНИЯ РГЗ

Структура расчетно-графического задания:

1. Титульный лист
2. Задание и цель работы. На данном этапе надо полностью «озвучить» данное студенту задание. Исходные данные. Студент предоставляет все существующие исходные данные, которые могут понадобиться для проведения расчетов.
3. Расчетная часть должна содержать практические решения и анализ полученных результатов, реализация в Mathcad или программу на языке программирования и блок-схему. Решение должно сопровождаться краткими, последовательными и грамотными без сокращения слов объяснениями.
4. Вывод
5. Библиографический список
6. Приложение

Оформление:

1. Страницы работы должны быть пронумерованы (кроме титульного листа).
2. Каждая глава должна начинаться с нового листа.
3. Отступы на странице – стандартные (3 см слева и по 1,5 сантиметра с остальных сторон).
4. Шрифт – TimesNewRoman, 14.
5. Интервал – одинарный.
6. Формулы, таблицы, рисунки должны быть пронумерованы по номеру раздела, в котором они используются.

