

*Севастопольский национальный технический университет**Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053**E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua***КОРРЕКЦИЯ ОШИБОК СТРУКТУРИРОВАННЫМИ ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫМИ КОДАМИ**

Предлагается помехозащищенный код, содержащий в себе структурную и информационную избыточность. В системах с обратной связью предлагаемые коды используют временную избыточность. Последняя позволяет кодам более простым, чем коды БЧХ, получить вероятность ошибки декодирования меньшую, чем у кодов БЧХ, при одинаковых скоростях передачи кодов. Особенно эффективны эти коды в случаях, когда вероятность независимых ошибок и ошибок байтового типа высока, порядка 10^{-1} , а вероятность ошибок на выходе декодера должны быть не более 10^{-5} .

Проблема повышения надежности обусловлена несоответствием между требованиями, предъявляемыми к достоверности данных, и реальной верностью данных.

Традиционно для исправления случайных ошибок и ошибок байтового типа применяют «длинные» коды: коды БЧХ, турбо-коды [1] и т.д. В данной работе для исправления независимых ошибок и ошибок байтового типа предлагается использовать структурированные коды

При использовании структурированных кодов в системах передачи данных, обладающих возможностью повторения сообщений, снижается скорость передачи информации, но, учитывая тот факт, что ошибки большой кратности возникают крайне редко, можно считать, что пропускная способность рассматриваемых систем передачи данных снижается незначительно, что и подтверждают приводимые ниже результаты испытаний.

Передаваемое кодовое слово S структурированного кода состоит из m копий кодовых слов базового линейного кода (n, k, t) , то есть $S=(a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_m, b_m)$, где n – длина базового кодового слова, k – длина его информационной части, t – максимальное число исправляемых ошибок, a_i, b_i – информационная и контрольная части i -го кодового слова базового кода.

Принятое кодовое слово $S^*=(a_1^*, b_1^*, a_2^*, b_2^*, \dots, a_m^*, b_m^*)$ может содержать ошибки в каждой из своих составных частей.

Этапы декодирования слова S^* .

1. Производят декодирование каждого из $n=k+r$ символов базового слова. По результатам взвешивания составляется мажорированная версия базового слова $C^m=(a^m, b^m)$. Символы слова C^m вычисляются по результатам взвешивания следующим образом

$$a_i^m = \begin{cases} 1, & \text{если } w_i \geq [m/2] + 1, \\ 0, & \text{если } w_i < [m/2] + 1, \end{cases}$$

где w_i – вес i -го символа; $[x]$ – целая часть числа x .

Символы контрольной части слова b^m вычисляются аналогично.

2. Как видно из рисунка 1, по представленной структуре можно получить m^2 версий базового кодового слова, для каждой из которых можно вычислить с помощью метода синдромного декодирования [1] скорректированное слово, т. е. получить множество слов $C^k = \{a_l^k, b_l^k\}, l=1, \dots, m^2$.

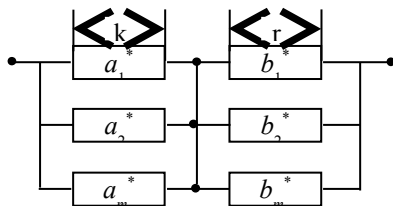


Рисунок 1 - Структура принятого структурированного кодового слова

3. Присоединив к множеству C^k слово C^m , получим множество слов $C^0 = C^k \cup C^m$.

4. Взвесив символы множества C^0 по правилу (1), но с порогом $w_m = [(m^2+1)/2+1]$, получим исправленную часть a^0 исходного слова (a, b) .

В качестве базовых кодов можно использовать известные короткие коды, например, совершенный код Голея (23,12,3) или код БЧХ (31,16,3) [2], исправляющие до трех ошибок, но мы воспользовались полученными в [3] кодами (24,12,3), (32,16,3) и (16,8,2). Эти коды позволяют получить более низкую вероятность ошибки декодирования за счет эффекта насыщенного кодирования, который заключается в следующем.

Вычисляется кодировочная матрица кода, который исправляет до t ошибок. В результате получается код, который использует не все векторы-синдромы кодировочного пространства $V = \{v_i\}, i=0,1, \dots, 2^r$ для кодирования ошибок кратности $1, \dots, t$. После этого строки матрицы-дешифратора $D = [d_i]$, имеющие номера, соответствующие неиспользованным синдромам, заполняются векторами $v = (11 \dots 11)$, имеющими значение 1 во всех k разрядах, корректирующих информационную часть кодового слова (a_i, b_i) . Если при декодировании элементов множества C^0 некоторая версия информационной части будет равна значению $(11 \dots 1)$, то она не будет включена во множество C^0 , так как она имеет синдром, соответствующей обнаруживаемой, но не корректируемой ошибке. Таким образом, большинство ошибок в версиях базовых слов кратности больше t не участвуют в процедуре взвешивания (голосования), что существенно повышает эффективность структурированного кода.

Из структуры слов S и S^* видно, что ошибки длиной $d=k+r$ исправляются в процедуре взвешивания (пункт 1 этапа декодирования), так как они могут искажать только одну информационную и одну контрольную часть всего слова S^* .

Заметим далее, что ошибки кратности не более t , возникшие в других местах каждого базового слова, не пораженных байтовыми ошибками, также будут исправлены [4].

В системах без обратной связи скорость передачи кода в общем случае $R = k/n$, в случае структурированных кодов $R_s = k/n_s$, где $n_s = m \odot n$. В системах с обратной связью R_I скорость передачи кода меньше R .

Пусть τ_1 – время передачи кодового слова, а τ_2 – время, необходимое для реализации повторной передачи, тогда для вычисления R_I можно воспользоваться следующей формулой

$$R_I = R \left(1 - \frac{\tau_2 N_r}{\tau_1 N} \right), \quad (1)$$

для структурированных кодов –

$$R_{SI} = R_S \left(1 - \frac{\tau_2 N_r}{\tau_1 N} \right), \quad (2)$$

где N – число передаваемых слов; N_r – число повторений, реализованных при передаче N слов.

В приведенных ниже результатах испытаний использовался частный случай, когда $\tau_1 = \tau_2$. Таким образом, скорость передачи кода вычислялась по формуле

$$R_{SI} = R_S \left(1 - \frac{N_r}{N} \right), \quad (2').$$

В системах передачи данных с обратной связью, благодаря особой организации структурированных кодов, в большинстве случаев при обнаружении ошибок повторной передачи не требуется, т.е. не снижается скорость передачи.

Пусть C^m – множество декодированных версий базового кодового слова (a, b) . Это множество можно получить по следующей формуле:

$$C^m = \{(a_i, b_j)\}, i, j \in \{1, 2, \dots, m\} \quad (3)$$

В случае обнаружения ошибок кратности $t > t_l$ во множество C^m не вносятся те пары (a_i, b_j) , в которых они были обнаружены. В этих ситуациях уменьшается p – число пар (a_i, b_j) , входящих во множество C^m , что потребует уменьшения порога, определяющего достоверность декодированных символов. Запрос на повторную передачу реализуется лишь в тех случаях, когда значение p будет меньше некоторого значения p_{min} .

Результаты испытаний структурированных кодов приведены в таблице 1. Здесь приняты следующие обозначения: *Code* – базовый код; *B* – наличие ошибок байтового типа; *Inv* – наличие обратной связи; $q_e = Q/k$ – оценка эквивалентной вероятности ошибки одного информационного символа на выходе декодера, R_s – скорость передачи кода, а в случаях каналов с обратной связью R_s вычисляется по формуле (2). Все структурированные

коды имеют $m=3$. Если в канале возникают только байтовые ошибки, не превышающие длины n , то все они исправляются без повторной передачи. В условиях появления как независимых ошибок, так и байтовых помех, их воздействия на кодовые слова складываются и увеличивается вероятность ошибки декодирования. Это можно увидеть в примерах 2, 6, 10, 14.

Здесь приводятся примеры, в которых вероятность искажения одного символа и вероятность появления помехи байтового типа равны $q=0,1$.

Таблица 1 – Результаты испытаний структурированных кодов

№	Code	t_1	t_2	B	Inv	q_e	R_s
1	(24,12)	2	5			0,0007	0,17
2	(24,12)	2	5	+		0,0016	0,17
3	(24,12)	2	5		+	$6 \cdot 10^{-8}$	0,15
4	(24,12)	2	5	+	+	$1 \cdot 10^{-6}$	0,146
5	(24,12)	3	4			$7 \cdot 10^{-5}$	0,17
6	(24,12)	3	4	+		0,001	0,17
7	(24,12)	3	4		+	$2 \cdot 10^{-6}$	0,164
8	(24,12)	3	4	+	+	0,0001	0,16
9	(32,16)	2	5			0,002	0,17
10	(32,16)	2	5	+		0,03	0,17
11	(32,16)	2	5		+	$6 \cdot 10^{-8}$	0,12
12	(32,16)	2	5	+	+	$4 \cdot 10^{-7}$	0,11
13	(32,16)	3	4			0,0003	0,17
14	(32,16)	3	4	+		0,001	0,17
15	(32,16)	3	4		+	$3 \cdot 10^{-6}$	0,159
16	(32,16)	3	4	+	+	$3 \cdot 10^{-5}$	0,153
17	(32,16)	3	4	+	+	$1 \cdot 10^{-5}$	0,137
18	(32,16)	3	4	+	+	$3 \cdot 10^{-6}$	0,1
19	(32,16)	3	4	+	+	$1 \cdot 10^{-6}$	0,05

В таблице 2 приведены примеры вычисления вероятности ошибок на выходах кодов БЧХ, у которых скорость передачи и, естественно, избыточность примерно равны аналогичным показателям рассматриваемых структурированных кодов.

Сравнение вероятностных характеристик структурированных кодов и кодов БЧХ показывает, что структурированные коды не уступают по этим характеристикам кодам БЧХ для каналов без обратной связи. В системах с повторной передачей структурированные коды, исправляя независимые ошибки с той же вероятностью, что и коды БЧХ, обладают дополнительной возможностью исправлять обнаруженные ошибки. Кроме этого структурированные коды используют менее трудоемкие алгоритмы декодирования, чем соответствующие коды БЧХ.

В таблице 2 приведены значения q_e , рассчитанные по формуле (4):

$$q_e = \frac{\sum_{i=t+1}^n C_n^i \cdot q^i \cdot (1-q)^{n-1}}{k}. \quad (4).$$

Значения q_e и R для кодов БЧХ, приведенные в таблице 2, используются для сравнения с аналогичными параметрами структурированных кодов.

Таблица 2 – Сравнительные характеристики для кодов БЧХ			
Код	t	q_e	R
(63,10)	13	0,001	0,158
(127,22)	23	0,0001	0,173
(255,45)	43	0,00001	0,176
(511,85)	63	0,0004	0,166
(1024,173)	122	0,0001	0,169

Результаты экспериментов, приведенные в таблице 1 и вычисленные в таблице 2, подтверждают, что структурированные коды являются эффективным средством использования структурной, информационной, и временной избыточности для повышения достоверности

передачи данных как в каналах с обратной связью, так и в каналах, не использующих обратную связь. Особенно эффективным является применение структурированных кодов в каналах с большой вероятностью как независимых ошибок, так и при наличии искусственных помех – ошибок байтового типа. Алгоритмы декодирования структурированных кодов менее трудоемки, чем алгоритмы декодирования кодов БЧХ.

Библиографический список

1. Красносельский И.Н. Турбокоды: принципы и перспективы / И.Н. Красносельский // Электросвязь. — 2001. — Вып. 1. — С. 17 – 20.
2. Питерсон У. Коды, исправляющие ошибки: Пер. с англ. / У. Питерсон, Э. Уэлдон. — М.: Мир, 1976. — 594 с.
3. Сорокин С.С. Метод синтеза оптимальных линейных кодов, исправляющих и обнаруживающих ошибки в системах связи / С.С. Сорокин // СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии: Сб. науч. тр. 10-ой междунар. конф., 10-15 сентября 2000 г. — Севастополь, 2000. — С. 243 – 244.
4. Сорокин С.С. Коррекция независимых ошибок и ошибок байтового типа в сетях связи структурированными кодами / С.С. Сорокин, Ю.В. Болотная // СВЧ – техника и телекоммуникационные технологии: Сб. науч. тр. 12-ой междунар. конф., 9-13 сентября 2002 г. — Севастополь, 2002. — С. 364 – 365.

Поступила в редакцию 23.10.2003 г.