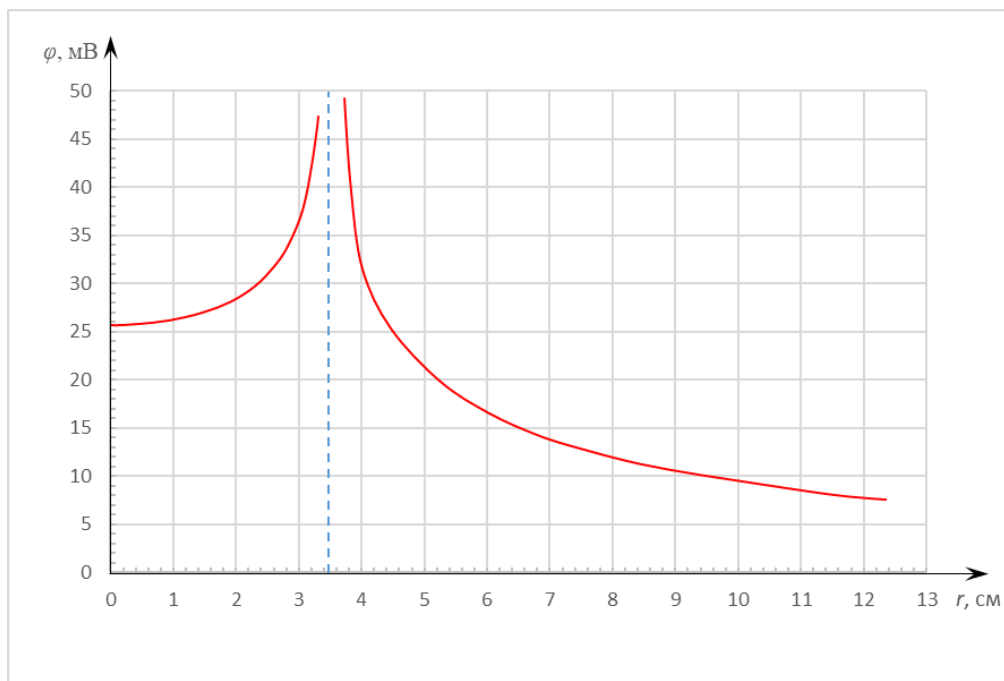


Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»



А.Г. Рипп, В.В. Довгаленко

Электростатическое поле кольца

Учебное пособие по общей физике
для студентов технических
и естественно-научных специальностей

Севастополь
СевГУ
2018

УДК 53.08 (075.8)

Р 537

Рецензент:

М.Н. Белая – кандидат технических наук, доцент

Рипп А.Г.

Р 537 Электростатическое поле кольца: учеб. пособие по общей физике/
А.Г. Рипп, В.В. Довгаленко – Севастополь: СевГУ, 2018. – 19 с.

Учебное пособие разработано преподавателями кафедры «Физика» СевГУ и предназначено для студентов 1 и 2 курсов технических и естественно-научных специальностей, выполняющих лабораторные работы по дисциплинам: «физика» и «физический практикум». В пособии студентам предлагается познакомиться с методами теоретического исследования электростатических полей и экспериментальной проверки теоретических зависимостей потенциала, созданного заряженными телами, от координат. Лабораторная установка, на которой предлагается провести эксперименты, виртуальная.

Пособие содержит краткий теоретический материал, описание лабораторной установки, порядок выполнения лабораторной работы и методы оценки погрешности измерений. Материал изложен подробно и в доступной форме. Для студентов, желающих получить больше информации, в конце пособия приводится список литературы.

УДК 53.08 (075.8)

Учебное пособие рассмотрено и утверждено на заседании кафедры «Физика», протокол № 6 от 31 января 2018 г.

Работа 35Б. Электростатическое поле кольца

Цель работы

Исследование распределения потенциала электростатического поля, создаваемого тонким заряженным кольцом, в плоскости кольца.

1. Краткая теория

Электростатическое поле – это электрическое поле, созданное *неподвижными* электрическими зарядами. Оно обладает свойством *стационарности* (статичности) – все его свойства с течением времени не изменяются. Основной характеристикой электрического поля является напряжённость, а если поле электростатическое, то этих характеристик две: напряжённость и потенциал.

1.1. Напряжённость

На заряженное тело в электрическом поле действует сила, которая называется *электрической*. Величина и направление этой силы определяется двумя независимыми факторами:

- зарядом тела, его формой и размерами,
- свойствами электрического поля в области расположения тела.

Простейшей моделью заряженного тела является точечный заряд. Это – заряженная материальная точка. У материальной точки, по определению, нет размеров и формы, поэтому электрическая сила $\mathbf{F}$, действующая на точечный заряд, зависит только

- от величины заряда q и координат точки, в которой находится заряд,
- от свойств поля в точке расположения заряда.

Этот факт можно математически представить в следующем виде:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}, \quad (1.1)$$

где вектор $\mathbf{E}$ называется *напряжённостью электрического поля*. Напряжённость $\mathbf{E}$ полностью характеризует электрическое поле – в каждой его точке, поэтому эта величина и относится к основным характеристикам электрического поля.

Важным свойством напряжённости является то, что она подчиняется *принципу суперпозиции*. Этот принцип состоит в следующем. Если заряженное тело 1 создаёт электрическое поле с напряжённостью $\mathbf{E}_1$, а заряженное тело 2 – поле с напряжённостью $\mathbf{E}_2$, то оба тела вместе создают электрическое поле с напряжённостью

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2.$$

Наглядной графической картиной электрического поля является семейство линий напряжённости. *Линия напряжённости* – это воображаемая линия, которая проводится так, что направление касательной к этой линии в каждой её точке совпадает

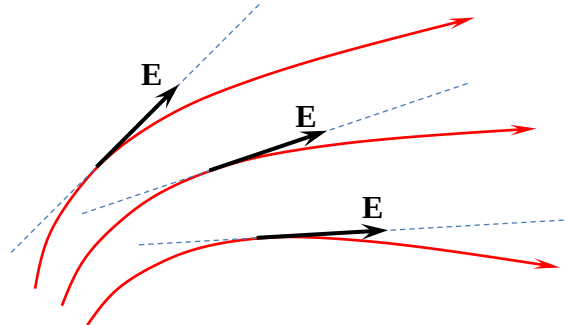


Рис. 1.1. Линии напряжённости

с направлением напряжённости $\mathbf{E}$. Пример семейства линий напряжённости показан на рисунке 1.1.

Отметим важные особенности линий напряжённости.

- Линии напряжённости электростатического поля имеют направление.
- Линии напряжённости имеют начало и конец – они начинаются на положительных электрических зарядах, а кончаются на отрицательных.
- Линии напряжённости не пересекаются друг с другом.
- Если в некоторой области A линии напряжённости проходят гуще, чем в области B , то величина напряжённости в области A больше, чем в области B : $E_A > E_B$.

1.2. Потенциал

Электростатическая сила является консервативной. Поэтому всякое заряженное тело в электростатическом поле обладает потенциальной энергией, которая, как и электрическая сила, определяется двумя независимыми факторами:

- зарядом тела, его формой и размерами,
- свойствами электрического поля в области расположения тела.

А если тело – это *точечный* заряд, то его потенциальная энергия W_p зависит только

- от величины заряда q и координат точки, в которой находится заряд,
- от свойств поля в точке расположения заряда.

Этот факт можно по аналогии с формулой (1.1) $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$ представить в следующем виде:

$$W_p = q\varphi, \quad (1.2)$$

где скалярная величина φ называется *потенциалом электростатического поля* или *электрическим потенциалом*. Как и напряжённость $\mathbf{E}$, электрический потенциал φ полностью характеризует электростатическое поле в каждой его точке, поэтому потенциал тоже считается *основной* характеристикой электростатического поля.

Потенциальная энергия определена с точностью до произвольной постоянной. Иными словами, можно произвольно выбирать точку, в которой назначается нулевое значение потенциальной энергии. Этим же свойством обладает и электрический¹ потенциал.

Потенциал, как и напряжённость, удовлетворяет принципу суперпозиции: если заряженное тело 1 создаёт электростатическое поле с потенциалом φ_1 , а заряженное тело 2 – поле с потенциалом φ_2 , то оба тела вместе создают электрическое поле с потенциалом

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2.$$

Правда, в этой формуле сумма, в отличие от принципа суперпозиции для напряжённости, – не векторная, а *скалярная*.

Тот факт, что и напряжённость, и потенциал являются *полными* характеристиками электростатического поля, означает, что они связаны друг с другом. Эта связь выражается следующими двумя формулами.

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\varphi, \quad (1.3)$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_\ell d\ell. \quad (1.4)$$

Первая из формул определяет связь напряжённости с потенциалом, вторая – обратную связь: потенциала с напряжённостью.

Величина $\text{grad}\varphi$ – это вектор, называемый *градиентом потенциала*². Данный вектор направлен в сторону наиболее быстрого возрастания потенциала, а его численное значение равно производной $\frac{d\varphi}{d\ell}$, которая называется производной по направлению. Направление, вдоль которого эта производная вычисляется, совпадает с направлением градиента. Проекциями градиента потенциала на оси декартовой системы координат OX , OY и OZ являются соответственно производные $\frac{\partial\varphi}{\partial x}$, $\frac{\partial\varphi}{\partial y}$ и $\frac{\partial\varphi}{\partial z}$.

Из вышесказанного следуют два важных факта.

- Проекции напряжённости на оси декартовой системы координат OX , OY и OZ связаны с потенциалом формулами:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}.$$

- Линии напряжённости направлены в сторону *убывания* потенциала.

Интеграл в (1.4) называется *линейным интегралом*. Для его вычисления требуется задание некоторой линии (её называют *контуром*) – см. рисунок 1.2. Точка, в которой начинается контур, обозначена цифрой 1, а точка, в которой контур конча-

¹ В дальнейшем для краткости электрический потенциал будем называть одним словом «потенциал», а напряжённость электрического поля одним словом «напряжённость».

² В общем случае, градиент – это одна из характеристик всякой скалярной функции координат. Например, есть градиент температуры среды, градиент плотности, градиент освещённости и т.д.

ется, обозначена цифрой 2. Величина $d\ell$ – это длина бесконечно малого отрезка контура (элемента), а величина E_ℓ – это проекция вектора напряжённости $\mathbf{E}$ на направление элемента.

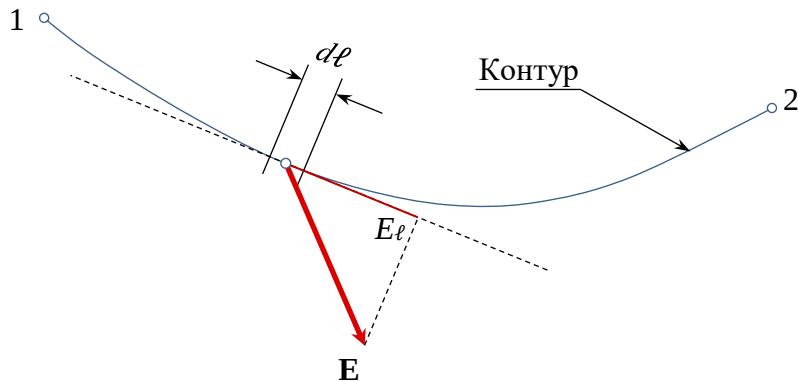


Рис. 1.2. Иллюстрация к понятию линейного интеграла

Если контур – замкнутый, то линейный интеграл называется *циркуляцией* и обозначается так: $\oint E_\ell d\ell$.

Из формулы (1.4) следуют два очень важных свойства напряжённости.

Первое свойство

Линейный интеграл от напряжённости электростатического поля не зависит от контура интегрирования, а зависит только от координат начальной и конечной точек контура.

Это свойство полезно помнить при вычислении разности потенциалов между двумя точками: так как контур, соединяющий эти точки, произволен, то его целесообразно выбирать так, чтобы *упростить* интегрирование.

Второе свойство.

Циркуляция напряжённости электростатического поля для любого контура равна нулю.

1.3. Основная задача электростатики

Эта задача называется «Расчёт и измерение электростатического поля». Она состоит в следующем.

Дано: заряженное тело (система тел), создающее электростатическое поле, то есть даны форма, размеры и заряд тела.

Рассчитать и (или) измерить: напряжённость и потенциал в одной или более точках поля.

Теоретическое решение этой задачи (то есть расчёт) может быть аналитическим или численным (с помощью какой-либо компьютерной программы). Существуют несколько методов расчёта. Чаще всего используется метод, основанный на принципе суперпозиции. Иногда, если поле обладает симметрией, может оказаться полезным метод, основанный на теореме Гаусса.

Для того, чтобы убедиться в правильности расчётов, необходимы эксперименты, то есть измерения. Ваша задача при выполнении данной лабораторной работы именно в этом и состоит: провести измерения *потенциала* электрического поля в разных точках поля и убедиться, что результаты экспериментов подтверждают (или не подтверждают) теоретические расчёты.

В данной лабораторной работе вам предлагается исследовать электростатическое поле, которое создаёт одно из двух заряженных тел: тонкое кольцо и тонкое полукольцо. Необходимо исследовать распределение потенциала в плоскости кольца (полукольца). В этом разделе мы рассмотрим теоретическое решение этой задачи.

1.4. Электростатическое поле кольца

Будем считать, что заряд тонкого кольца равномерно распределён по нему с линейной плотностью заряда τ . Эта плотность связана с зарядом кольца Q формулой

$$\tau = \frac{Q}{2\pi R}.$$

Выберем произвольную точку A в плоскости кольца и проведём через неё и центр кольца O диаметральною ось – см. рисунок 1.5. Пусть R – радиус кольца, а r – расстояние между центром кольца и точкой A . Будем для определённости считать, что точка A находится внутри кольца, так что $r < R$.

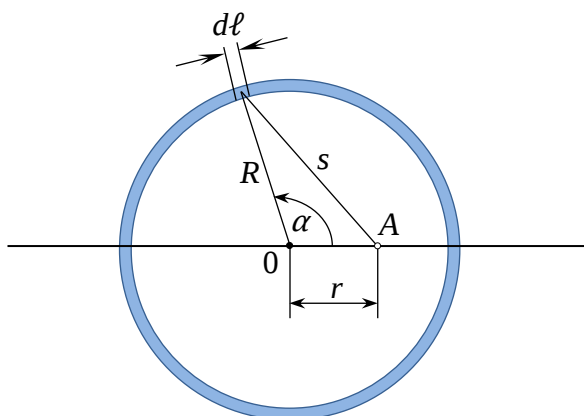


Рис. 1.3. К расчёту поля кольца в его плоскости

Разобьём кольцо на маленькие элементы длиной $d\ell$. Один из них (вверху кольца) показан на рисунке. Радиус кольца, проведённый в точку расположения элемента, составляет с диаметральной осью некоторый угол, который обозначим α^3 . Расстояние от элемента до точки A обозначим s .

Каждый элемент можно считать точечным зарядом, величина которого равна $dQ = \tau d\ell$. Длина дуги $d\ell$ связана с центральным углом $d\alpha$ соотношением $d\ell = R d\alpha$. Поэтому $dQ = \tau R d\alpha$. Учтём тот факт, что потенциал поля, созданного точечным зарядом Q на расстоянии s от него равен

$$\varphi = k_0 \frac{Q}{s},$$

³ Это угол будем отсчитывать от той части диаметральной оси, в которой находится точка A – в данном случае справа налево, то есть против часовой стрелки.

где k_0 – константа, равная $k_0 = 9 \cdot 10^9$ ед. СИ. Тогда потенциал поля, созданного в точке A элементарным зарядом dQ , равен

$$d\varphi = k_0 \frac{dQ}{s} = k_0 \frac{\tau R d\alpha}{s}.$$

В соответствии с принципом суперпозиции потенциал поля, созданного всем кольцом, равен

$$\varphi = \int d\varphi = \int_0^{2\pi} k_0 \frac{\tau R d\alpha}{s} = k_0 \tau R \int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{s}. \quad (1.5)$$

Так как диаметральной ось – это ось симметрии кольца, то можно интегрировать не от 0 до 2π , а от 0 до π , а потом умножить результат на 2:

$$\varphi = 2k_0 \tau R \int_0^{\pi} \frac{d\alpha}{s}.$$

Расстояние s можно определить по теореме косинусов, поэтому получаем:

$$\varphi = 2k_0 \tau R \int_0^{\pi} \frac{d\alpha}{\sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr \cos \alpha}}. \quad (1.6)$$

Точно такой же результат получается и для точек снаружи кольца, то есть для $r > R$.

Интеграл в формуле (1.6) в элементарных функциях не вычисляется, но его можно выразить через так называемый *полный эллиптический интеграл первого рода* $K(k)$:

$$K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha}}.$$

Из справочника И.С. Градштейна и И.М. Рыжика [3] следует:

$$\int_0^{\pi} \frac{d\alpha}{\sqrt{a - b \cos \alpha}} = \frac{2}{\sqrt{a+b}} K(k), \quad (1.7)$$

где

$$a > b > 0, \quad k = \sqrt{\frac{2b}{a+b}}.$$

Сравнение интеграла (1.7) с формулой (1.6) даёт:

$$a = R^2 + r^2, \quad b = 2Rr.$$

Тогда

$$k = \sqrt{\frac{2b}{a+b}} = 2 \frac{\sqrt{Rr}}{R+r}, \quad \frac{2}{\sqrt{a+b}} = \frac{2}{R+r}.$$

Для того чтобы выяснить, выполняется ли условие $a > b > 0$, исследуем функцию $f(r) = \frac{b}{a}$. Эту функцию можно привести к следующему виду:

$$f(r) = \frac{2Rr}{R^2 + r^2} = \frac{2\frac{r}{R}}{1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2} = \frac{2x}{1+x^2}, \quad \text{где } x = \frac{r}{R}.$$

Во всей области определения функции $[0; \infty)$ она не отрицательна. На границах области определения значения функции равны нулю, так как при $f(0) = 0$, а если $x \rightarrow \infty$, то $f(x) \rightarrow \frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x} \rightarrow 0$. Найдём экстремумы функции. Производная $f'(x)$ равна

$$f'(x) = 2 \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}.$$

Эта производная равна нулю в двух точках: $x = 1$ и $x \rightarrow \infty$. Во второй точке функция минимальна, следовательно, в первой точке она максимальна. Этот максимум равен $f(1) \rightarrow \frac{2}{1+1} = 1$. Итак, при всех $x \neq 1$, то есть при всех $r \neq R$ отношение $\frac{b}{a}$ меньше 1. Это означает, что условие $a > b > 0$ выполняется для всех точек плоскости кольца, кроме точек на самом кольце.

Итак, получаем следующее выражение для потенциала:

$$\varphi(r) = \frac{4k_0\tau R}{R+r} K(k) = \frac{2k_0Q}{\pi(R+r)} K(k). \quad (1.8)$$

Это выражение лаконичное, однако, чтобы с его помощью проводить расчёты, нужно использовать либо специальные таблицы эллиптических интегралов, либо разложения эллиптических интегралов в степенные ряды. При наличии компьютера проще вычислить интеграл в формуле (1.5) $\varphi = k_0\tau R \int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{s}$ методом прямого численного интегрирования – например методом трапеций. Рассмотрим, как это делается.

Сначала преобразуем формулу (1.5), записав её в более общей форме. Обозначим координаты точки $A(x; y)$, координаты центра кольца – $(x_0; y_0)$ и координаты элементарного заряда $dQ - (x_1; y_1)$.

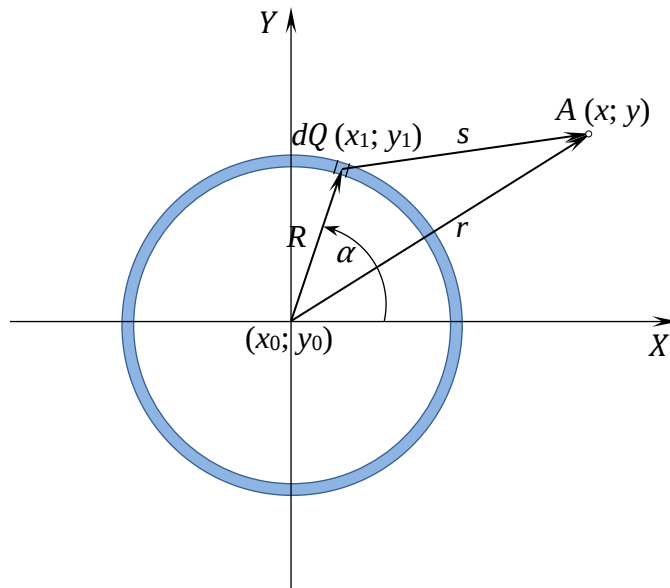


Рис. 1.4. К расчёту поля кольца в его плоскости

В отличие от рисунка 1.3, точка A теперь находится не внутри кольца, а снаружи, но это не имеет значения. Угол α теперь отсчитывается не от линии, соединяющей центр кольца с точкой A , а от оси OX , но это тоже не имеет значения. Как видно из рисунка 1.4, входящее в формулу (1.5) расстояние s от элементарного заряда до точки A равно

$$s = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}.$$

Координаты элементарного заряда $(x_1; y_1)$ можно выразить через координаты центра кольца – $(x_0; y_0)$ и угол α :

$$x_1 = x_0 + R \cos \alpha, \quad y_1 = y_0 + R \sin \alpha.$$

Тогда

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{((x - x_0) - R \cos \alpha)^2 + ((y - y_1) - R \sin \alpha)^2} = \\ &= R \sqrt{\left(\frac{x - x_0}{R} - \cos \alpha\right)^2 + \left(\frac{y - y_1}{R} - \sin \alpha\right)^2}. \end{aligned}$$

Введём обозначения:

$$a = \frac{x - x_0}{R}, \quad b = \frac{y - y_1}{R}.$$

Это позволяет записать формулу для s и для потенциала φ в более компактной форме:

$$\begin{aligned} s &= R \sqrt{(a - \cos \alpha)^2 + (b - \sin \alpha)^2} \\ \varphi(x, y) &= k_0 \tau \int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{\sqrt{(a - \cos \alpha)^2 + (b - \sin \alpha)^2}}. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Вычисление интеграла в этой формуле методом трапеций состоит в том, что весь диапазон углов α $[0; 2\pi]$ разбивается на малые отрезки длиной $\Delta\alpha_i$, а интеграл заменяется суммой:

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{\sqrt{(a - \cos \alpha)^2 + (b - \sin \alpha)^2}} = \sum_{(i)} F(\alpha_i) \Delta\alpha_i, \quad F(\alpha_i) = \frac{1}{\sqrt{(a - \cos \alpha_i)^2 + (b - \sin \alpha_i)^2}}.$$

Количество разбиений диапазона углов α определяется итерационным способом. На первой итерации диапазон углов $[0; 2\pi]$ вообще не разбивается, то есть число разбиений равно 1, так что $\Delta\alpha = \Delta\alpha_1 = 2\pi$, а подынтегральная функция вычисляется в центре диапазона: $F(\alpha_i) = F(\pi)$. На второй итерации диапазон углов делится пополам (на два равных отрезка), при этом $\Delta\alpha_1 = \Delta\alpha_2 = \pi$, а подынтегральная функция вычисляется в центре каждого из двух отрезков: $F(\alpha_1) = F\left(\frac{\pi}{2}\right)$, $F(\alpha_2) = F\left(\frac{3\pi}{2}\right)$. На третьей итерации каждый из отрезков делится ещё раз пополам, так что число отрезков становится равным 4, а их длина становится равной $\Delta\alpha_i = \frac{\pi}{2}$ и так далее. В конце каждой итерации результат вычисления интеграла I_n сравнивается со значением интеграла на предыдущей итерации I_{n-1} . Как только относительная разница $\left|\frac{I_n - I_{n-1}}{I_n}\right|$ становится меньше некоторого заранее назначенного числа ε , вычисления заканчиваются.

1.5. Электростатическое поле полукольца

Если поле создаётся не целым кольцом, а одной его половинкой, то получается такая же формула для потенциала, как и (1.5), только пределы интегрирования в ней – не от 0 до 2π , а от 0 до π .

$$\varphi = \int d\varphi = \int_0^\pi k_0 \frac{\tau R d\alpha}{s} = k_0 \tau R \int_0^\pi \frac{d\alpha}{s}. \quad (1.10)$$

Интеграл в элементарных функциях не выражается, но его можно свести к эллиптическому интегралу. Правда, это удаётся сделать только для двух случаев: 1) для точек A на оси симметрии полукольца, 2) для точек A на линии, проходящей через

концы полукольца. Для практических вычислений обе эти формулы неудобны. Поэтому проще использовать численное интегрирование, описанное в разделе 1.4, тем более, что при этом нет никаких ограничений на координаты точки А.

2. Описание экспериментальной установки

При запуске программы открывается окно «Электростатическое поле».

В центральной части окна приведены цель работы и краткое описание работы. Внизу окна – три управляющие кнопки:

- **Ход работы.** При нажатии этой кнопки открывается окно, в котором показан порядок выполнения работы. Эту кнопку нажимать *не надо*, так как в данном пособии вам предлагается порядок выполнения лабораторной работы, который несколько отличается от того, который предлагают разработчики программы.
- **Эксперимент.** При нажатии на эту кнопку открывается окно с экспериментальной установкой.
- **Завершение работы.** Эта кнопка вызывает выход из программы.

Окно «Эксперимент» показано на Рис. 2.1. Оно содержит два раздела: инструментальную панель (слева) и область эксперимента (справа).

1. В *области эксперимента* вы видите плоское сечение электростатического поля, содержащее следующие элементы.
 - Заряженное тело, создающее электрическое поле. Тел может быть несколько, возле каждого из них стоит номер. На рисунке 2.1 тело одно, это – тонкое кольцо с номером 1.
 - Координатная сетка XOY .
 - *Щуп* (курсор, имеющий вид *маркера*) – он на рисунке не показан.
 - Точки, отмеченные щупом. На рисунке 2.1 показана одна красная точка во втором квадранте.
 - Две кнопки: «**Сохранить рисунок**» и «**Очистить рисунок**». С помощью первой кнопки можно в специальном буфере сохранять рисунок электрического поля. При нажатии второй кнопки рисунок из специального буфера удаляется.
 - Окно «Точки» предназначено для сохранения границ измеренных значений потенциала в отмеченных точках (φ_{min} ; φ_{max}). На рисунке 2.1 отмечена только одна точка, поэтому в окне «**Точки**» хранится одно число 24,93 мВ.

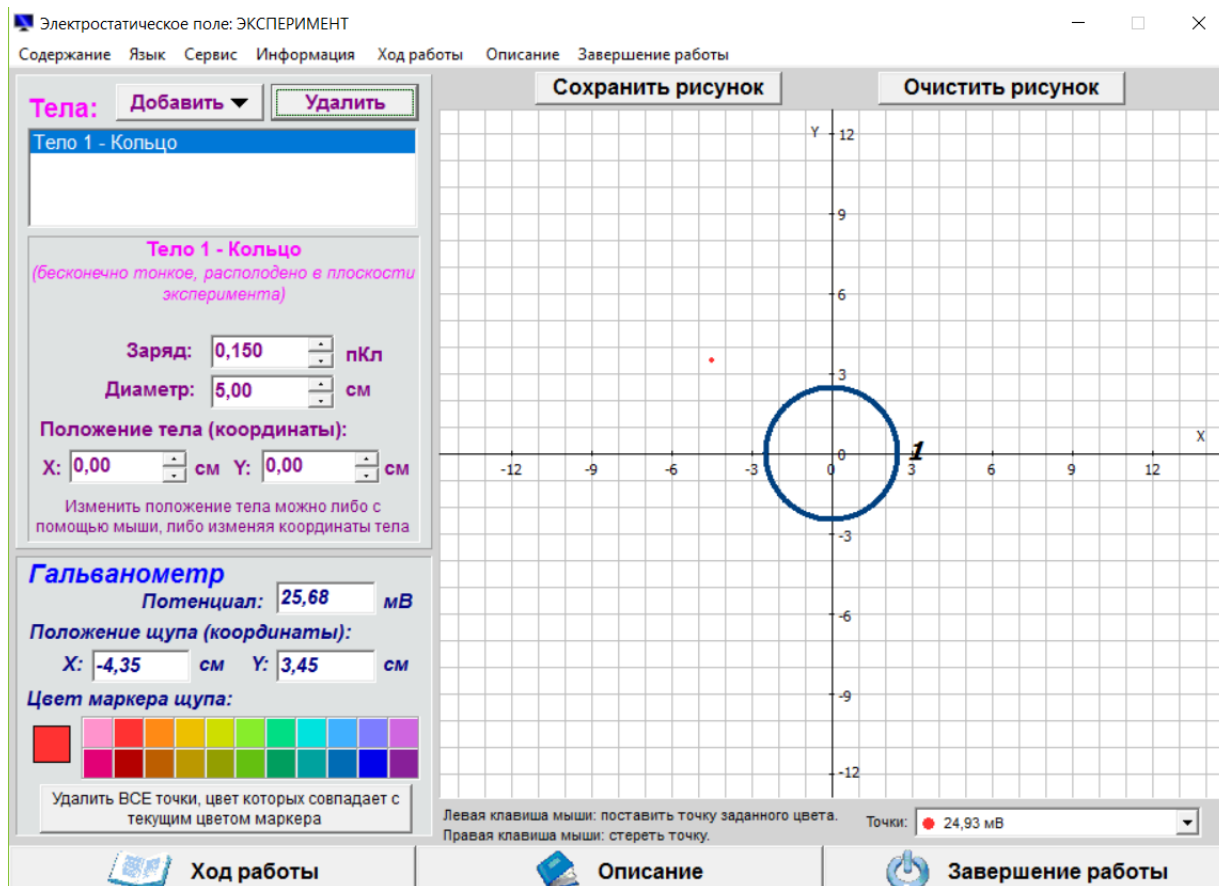


Рис. 2.1. Окно «Эксперимент»

2. *Инструментальная панель* содержит два раздела. Вверху – раздел «**Тела**» для выбора формы заряженного тела, его размеров, положения и заряда. Внизу – раздел «**Гальванометр**» для измерения потенциала и координат точки поля.

Раздел «Тела».

- В работе предусмотрены пять видов заряженных тел, из которых вам нужны только два: кольцо и полукольцо. Для того чтобы добавить тело в область эксперимента, надо в разделе «**Тела**» нажать кнопку «**Добавить**», в результате чего раскрывается список тел. Для выбора тела надо нажать левую кнопку мыши. После этого тело автоматически помещается в центр области эксперимента, а его название появляется в окне раздела «**Тела**». На рисунке 2.1 в окне раздела «**Тела**» вы видите запись: **Тело 1 - Кольцо**. Для удаления тела из области эксперимента рядом с кнопкой «**Добавить**» расположена кнопка «**Удалить**».
- Для задания величины заряда тела Q и его размера предусмотрены два окна с кнопками: «**Заряд**» и «**Размер**».
- Для перемещения тела из центра области эксперимента есть два окна с кнопками «**X:**» и «**Y:**». Они определяют координаты центра тела $(x_0; y_0)$. В исходном состоянии тело располагается в центре области эксперимента, а числа в окошечках «**X:**» и «**Y:**» – нули.
Тело можно перемещать и иначе – захватив его курсором при нажатой левой клавишей мыши.

Раздел «Гальванометр».

- Если курсор переместить в область эксперимента, то он приобретает форму маркера. Этот маркер является имитатором устройства, которое в реальной установке называется «электрический зонд», а в данной виртуальной установке – «щуп». Зонд соединяется электрическим проводником с гальванометром, который измеряет потенциал зонда. В данной виртуальной установке раздел «Гальванометр» предназначен не только для измерения потенциала электрического поля в точке расположения щупа, но и для измерения координат щупа. Значение потенциала и координат высвечиваются в окнах «Потенциал», «X:» и «Y:».

3. Порядок работы

Прежде всего, скопируйте себе из папки обмена «Задание» EXCEL-файл «Кольцо». Он вам нужен потому, что в нём есть три программы расчёта потенциала. Вызывать эти программы можно нажатием мышкой по картинкам, расположенным в правой части листа с названием «Расчёт потенциала». Затем нажмите кнопку «Эксперимент» и обратитесь к преподавателю для того, чтобы он выбрал для вас заряженное тело и его характеристики: *заряд* и *размеры*. Дальнейший ваш порядок действий зависит от выбранного заряженного тела.

А. Тело – тонкое кольцо

3.1. Заполните таблицу 1 «Условия экспериментов». Поле кольцевого заряда обладает центральной симметрией, так что нет смысла исследовать поле со всех сторон от кольца. Поэтому переместите кольцо поближе к нижнему левому углу области эксперимента, это позволит значительно увеличить область исследований. Запишите значения x -координаты и y -координаты центра кольца в таблицу 1. Эту таблицу и вообще весь ваш отчёт можно разместить на Листе «Расчёт потенциала», но лучше – на другом листе.

Таблица 1

Условия экспериментов

Тело	Тонкое кольцо		
Диаметр	D	см	
Заряд	Q	пКл	
x -координата центра кольца	x_0	см	
y -координата центра кольца	y_0	см	
Погрешности прямых измерений	$\Delta(x)$	см	
	$\Delta(\varphi)$	мВ	

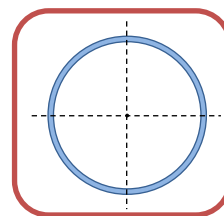
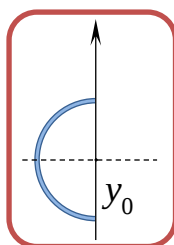
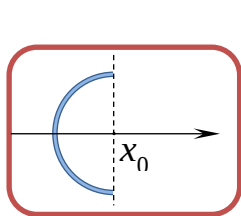
3.2. Устанавливая щуп в различных точках области эксперимента, запишите в левую часть таблицы 2 («Эксперимент») показания в окнах гальванометра: значения потенциала и координаты точки (x и y). В первом опыте поставьте щуп на расстоянии примерно 1 см от центра кольца, затем постепенно удаляйтесь от центра кольца. Прodelайте 10 замеров внутри кольца и 10 замеров – снаружи. Отмечать точки, нажимая на левую кнопку мышки, не обязательно, но полезно с точки зрения наглядности.

Таблица 2

Экспериментальная зависимость потенциала от координат x и y

Номер точки	Эксперимент					Теория	
	x	y	r	φ	$\Delta(r)$	r	φ
	см	см	см	мВ	см	см	мВ
1							
2							
...							
...							
20							

- 3.3. Заполните остальные столбцы левой части таблицы 2. r – это расстояние точки до центра кольца: $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$.
- 3.4. Откройте Лист «Расчёт потенциала». Там, в правой части листа, есть три картин-
тинки.



Наведите курсор на картинку с кольцом и нажмите левую кнопку мышки. Будет запущена программа. Внимательно следуйте запросам программы, и вы получите таблицу со значениями r и φ . Перенесите эти значения в свой отчёт – в правую часть таблицы 2 («Теория»).

- 3.5. Используя данные из таблицы 2, постройте два графика зависимости $\varphi(x)$ – экспериментальный и теоретический (на одном рисунке). Линию тренда проводить не следует.
- 3.6. Сравните оба графика и, если они совпадают, попробуйте провести по точкам линию. Для этого на вкладке «Вставка» выберите «Фигуры», затем «Кривая» и аккуратно нарисуйте линию.
- 3.7. Прокомментируйте результат.
- 3.8. Сформулируйте общие выводы по лабораторной работе.

Б. Тело – тонкое полукольцо

Задание 1. Исследовать поле полукольца вдоль его оси симметрии.

- 3.1. Заполните таблицу 1 «Условия эксперимента 1». Эту таблицу и вообще весь ваш отчёт можно разместить на Листе «Расчёт потенциала», но лучше – на другом листе.

Ось симметрии полукольца – это горизонтальная линия, параллельная оси OX . Вам рекомендуется совместить эти оси, то есть разместить полукольцо в области эксперимента так, чтобы y -координата его центра y_0 была равна нулю – см. рисунок 2.2.

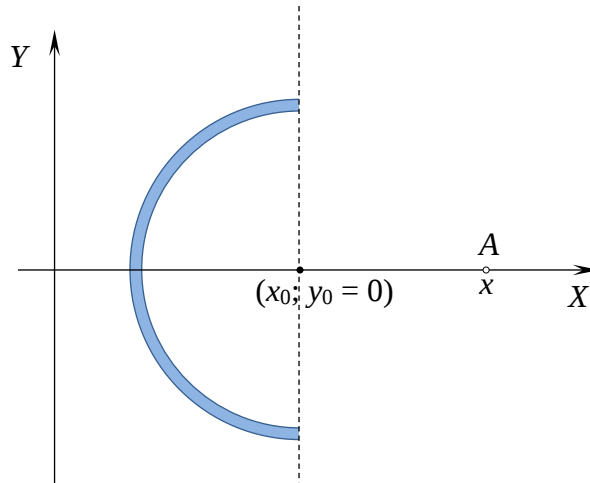


Рис. 2.2. К исследованию распределения потенциала вдоль оси OX

Значение x -координаты центра кольца x_0 выберите по собственному желанию, но недалеко от нуля, чтобы можно было исследовать поле как справа от кольца, так и слева.

Таблица 1

Условия эксперимента 1

Тело	Тонкое полукольцо		
Диаметр	D	см	
Заряд	Q	пКл	
x -координата центра кольца	x_0	см	
y -координата центра кольца	y_0	см	0
Погрешности прямых измерений	$\Delta(x)$	см	
	$\Delta(\varphi)$	мВ	

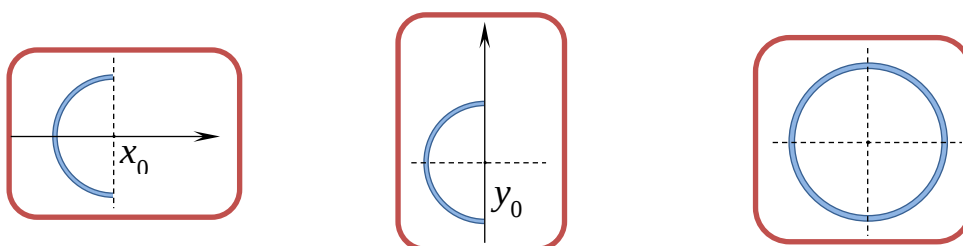
- 3.2. Устанавливая щуп в различных точках области эксперимента, но обязательно на оси OX , запишите в левую часть таблицы 2 (в столбцы «Эксперимент») показания в окнах гальванометра: значения потенциала и x -координаты точки наблюдения (y -координата должна быть равной нулю). Расстояние между точками может быть разное – там, где вы хотите получить более подробную информацию, ставьте точки погуще. Отмечать точки, нажимая на левую кнопку мышки, не обязательно, но полезно с точки зрения наглядности. Прodelайте 20 замеров, половину из них (примерно) слева от кольца, вторую половину – справа.

Таблица 2

Зависимость потенциала от координаты точки наблюдения x

Номер точки	Эксперимент		Теория	
	x	φ	x	φ
	см	мВ	см	мВ
1				
2				
...				
...				
20				

- 3.3. Откройте Лист «Расчёт потенциала». Там, в правой части листа, есть три картинки.



Наведите курсор на левую картинку (с полукольцом и горизонтальной осью) и нажмите левую кнопку мышки. Будет запущена программа. Внимательно следуйте запросам программы, и вы получите таблицу со значениями x и φ . Перенесите эти значения в правую часть таблицы 2 («Теория»).

- 3.4. Используя данные из таблицы 2, постройте два графика зависимости $\varphi(x)$ – экспериментальный и теоретический (на одном рисунке). Линию тренда проводить не следует.
- 3.5. Сравните оба графика и, если они совпадают, попробуйте провести по точкам линию. Для этого на вкладке «Вставка» выберите «Фигуры», затем «Кривая» и аккуратно нарисуйте линию.
- 3.6. Прокомментируйте результат.

Задание 2. Исследовать поле полукольца вдоль оси OY .

- 3.7. Заполните таблицу 3 «Условия эксперимента 2». Поле полукольца симметрично относительно горизонтальной оси, проходящей через его центр, так что нет смысла исследовать поле как снизу, так и сверху. Поэтому переместите кольцо поближе к нижнему краю области эксперимента, это позволит значительно увеличить область исследований. Где расположено полукольцо в горизонтальном направлении, неважно, разумнее всего – в центре, поэтому вам предлагается установить полукольцо так, чтобы его x -координата x_0 была равна нулю. Впишите значения x -координаты и y -координаты центра кольца в таблицу 3.

Таблица 3

Условия эксперимента 2

Тело	Тонкое полукольцо		
Диаметр	D	см	
Заряд	Q	пКл	
x -координата центра кольца	x_0	см	0
y -координата центра кольца	y_0	см	
Погрешности прямых измерений	$\Delta(x)$	см	
	$\Delta(\varphi)$	мВ	

3.8. Устанавливая щуп в различных точках области эксперимента, но обязательно на оси ОУ, запишите в левую часть таблицы 4 (в столбцы «Эксперимент») показания в окнах гальванометра: значения потенциала и y -координаты точки наблюдения (x -координата точек должна быть равной нулю). Расстояние между точками может быть разное – там, где вы хотите получить более подробную информацию, ставьте точки погуще. Отмечать точки, нажимая на левую кнопку мышки, не обязательно, но полезно с точки зрения наглядности. Прodelайте 20 замеров.

Таблица 4

Зависимость потенциала от координаты точки наблюдения y

Номер точки	Эксперимент		Теория	
	y	φ	y	φ
	см	мВ	см	мВ
1				
2				
...				
...				
20				

3.9. Откройте Лист «Расчёт потенциала». Наведите курсор на среднюю картинку (с полукольцом и *вертикальной осью*) и нажмите левую кнопку мышки. Будет запущена программа. Внимательно следуйте запросам программы, и вы получите таблицу со значениями y и φ . Перенесите эти значения в правую часть таблицы 4 («Теория»).

3.10. Используя данные из таблицы 4, постройте два графика зависимости $\varphi(x)$ – экспериментальный и теоретический (на одном рисунке). Линию тренда проводить не следует.

3.11. Сравните оба графика и, если они совпадают, проведите по точкам плавную линию.

3.12. Прокомментируйте результат.

3.13. Сформулируйте общие выводы по лабораторной работе.

4. Оценка погрешностей измерений

4.1. Погрешности прямых измерений.

Прямым способом в данной лабораторной работе измеряются потенциал φ и координата щупа x .

Значение *потенциала* высвечивается в окне «Потенциал» с точностью до сотых долей мВ, следовательно, $\Delta(\varphi) = 0,01$ мВ.

Значение координаты щупа x высвечивается в окне «X-координата» с точностью до сотых долей см, следовательно, $\Delta(x) = 0,01$ см.

4.2. Погрешность измерения расстояния r между центром кольца и точкой наблюдения.

Это расстояние определяется по формуле

$$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}.$$

Применим общее правило: погрешность равна сумме частных погрешностей

$$\Delta(r) = \Delta_1(r) + \Delta_2(r).$$

Здесь

$$\Delta_1(r) = \left| \frac{\partial r}{\partial (x - x_0)} \right| \Delta(x - x_0) = \frac{1}{2\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}} 2|x - x_0| \Delta(x - x_0).$$

$$\Delta_1(r) = \frac{|x - x_0|}{r} \Delta(x - x_0).$$

Погрешность разности $(x - x_0)$ равна

$$\Delta(x - x_0) = \Delta(x) + \Delta(x_0) = 2\Delta(x).$$

Поэтому

$$\Delta_1(r) = 2 \frac{|x - x_0|}{r} \Delta(x).$$

Аналогично

$$\Delta_2(r) = 2 \frac{|y - y_0|}{r} \Delta(y) = 2 \frac{|y - y_0|}{r} \Delta(x).$$

В результате получаем:

$$\Delta(r) = \Delta_1(r) + \Delta_2(r) = 2 \frac{|x - x_0| + |y - y_0|}{r} \Delta(x).$$

5. Контрольные вопросы

- 5.1. Что такое электростатическое поле?
- 5.2. Что такое напряжённость электрического поля?
- 5.3. Что такое потенциал электрического поля?
- 5.4. В чем заключается принцип суперпозиции электрических полей?
- 5.5. Как связаны друг с другом потенциал и напряжённость электрического поля?
- 5.6. Какая связь между распределением электрического потенциала и направлением линий напряжённости электрического поля?
- 5.7. Какие способы используются для расчёта электрических полей?

- 5.8. Что такое «численное интегрирование» и в чём его суть?
- 5.9. Какие заряженные тела используются при проведении экспериментов в данной лабораторной работе?
- 5.10. Для чего предназначен гальванометр, используемый в данной лабораторной работе?
- 5.11. Что такое «электрический зонд»?
- 5.12. Каков характер изменения потенциала внутри заряженного кольца и снаружи?
- 5.13. Почему вам предлагается при исследовании распределения потенциала кольца разместить кольцо в левом нижнем углу области эксперимента?
- 5.14. Почему вам предлагается при исследовании распределения потенциала полукольца в вертикальном направлении разместить полукольцо внизу области эксперимента?

6. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 6.1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 3. – М.: Наука, 1977–1985г.
- 6.2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 2. – М.: Наука, 1989.
- 6.3. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Наука, 1971.
- 6.4. Ревинская О.Г., Кравченко Н.С. Лабораторный практикум по изучению моделей физических процессов на компьютере. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2007.
- 6.5. Рипп А.Г. Обработка измерений: метод. пособие. – Севастополь: СНУЯЭП, 2012.

**Рипп Александр Гешелевич
Довгаленко Владимир Васильевич**

Электростатическое поле кольца

Учебное пособие по общей физике

В авторской редакции

Изд. № 29/18. Объём: 1,25 п. л.

РИИЦМ ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»