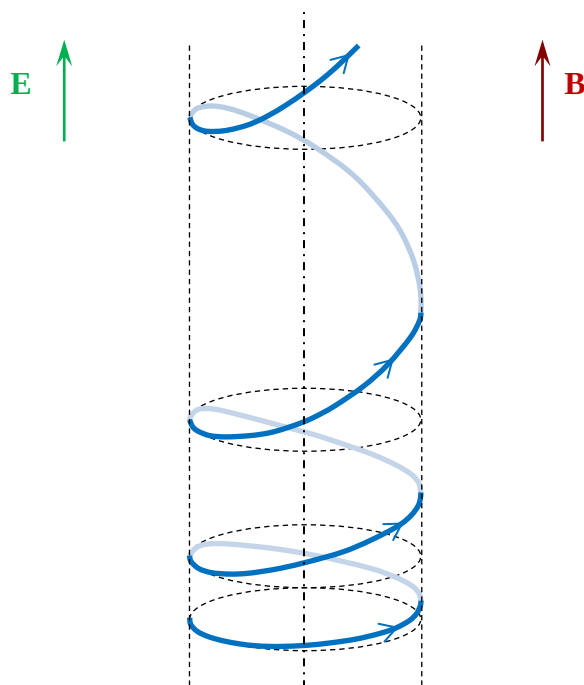


Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»



А.Г. Рипп, В.В. Довгаленко

Шаг траектории частицы в параллельных полях

Учебное пособие по общей физике
для студентов технических
и естественно-научных специальностей

Севастополь
СевГУ
2018

УДК 53.08 (075.8)
Р 537

Рецензент:

М.И. Ожиганова – кандидат технических наук, доцент

Рипп А.Г.

Р 537 Шаг траектории частицы в параллельных полях: учебное пособие по общей физике / А.Г. Рипп, В.В. Довгаленко. – Севастополь: СевГУ, 2018. – 20 с.

Учебное пособие разработано преподавателями кафедры «Физика» СевГУ и предназначено для студентов 1 и 2 курсов технических и естественно-научных специальностей, выполняющих лабораторные работы по дисциплинам: «физика» и «физический практикум». В пособии студентам предлагается познакомиться с методами теоретического исследования электростатических полей и экспериментальной проверки теоретических зависимостей потенциала, созданного заряженными телами, от координат. Лабораторная установка, на которой предлагается провести эксперименты, виртуальная.

Пособие содержит краткий теоретический материал, описание лабораторной установки, порядок выполнения лабораторной работы и методы оценки погрешности измерений. Материал изложен подробно и в доступной форме. Для студентов, желающих получить больше информации, в конце пособия приводится список литературы.

УДК 53.08 (075.8)

Учебное пособие рассмотрено и утверждено на заседании кафедры «Физика», протокол № 6 от 31 января 2018 г.

Работа 48Б. Шаг траектории частицы в параллельных полях

Цель работы

Исследование зависимости шага траектории заряженной частицы в параллельных, однородных и стационарных электрическом и магнитном полях от характеристик полей и частицы, а также измерение удельного заряда частицы.

1. Краткая теория

1.1. Основные понятия

Электрическое поле – это область пространства, в которой на заряженные объекты действует сила. Основной количественной характеристикой электрического поля является *напряжённость поля* $\mathbf{E}$, которая определяет силу, действующую в электрическом поле на точечный заряд:

$$\mathbf{F}_э = q\mathbf{E}.$$

Здесь q – величина заряда, силу $\mathbf{F}_э$ будем называть *электрической силой*.

Магнитное поле – это область пространства, в которой на магнитные объекты действует сила или момент сил. Основной количественной характеристикой магнитного поля является *магнитная индукция* $\mathbf{B}$, определяющая силу или момент сил, действующие на элементарные магнитные объекты. Есть несколько типов элементарных магнитных объектов. Одним из них является движущийся точечный заряд. На него в магнитном поле действует сила, которая называется *силой Лоренца* $\mathbf{F}_л$ и которая связана с магнитной индукцией $\mathbf{B}$ формулой

$$\mathbf{F}_л = q[\mathbf{v}\mathbf{B}].$$

Здесь q – величина заряда, $\mathbf{v}$ – его скорость.

Векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ – это *локальные* характеристики электрического и магнитного полей, они определяют свойства полей в каждой отдельной точке. Математически это означает, что $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ – функции координат точки поля: $\mathbf{E} = \mathbf{E}(x, y, z)$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}(x, y, z)$. В частном случае $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ могут не зависеть от координат точки поля. Это значит, что в любой точке электрического поля $\mathbf{E}$ – один и тот же вектор, а в любой точке магнитного поля $\mathbf{B}$ – один и тот же вектор. Такие поля называются *однородными*.

Естественно, свойства любых полей, как и всё на свете, изменяются с течением времени. С точки зрения математики это означает, что $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ – функции не только координат, но и времени: $\mathbf{E} = \mathbf{E}(x, y, z, t)$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}(x, y, z, t)$. В частном случае, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ могут не зависеть от времени. Такие поля называются *стационарными*, то есть неизменными.

В данной лабораторной работе вам предлагается исследовать движение заряженной частицы (её можно считать *точечным* зарядом) в однородных и стационарных электрическом и магнитном полях¹. Математически это означает, что $\mathbf{E} = \text{const}$ и $\mathbf{B} = \text{const}$. Эти два поля накладываются друг на друга, то есть существуют в одной и той же области пространства и образуют *одно поле*. Кроме того, в

¹ В реальности ни однородных, ни стационарных полей в природе нет. Тем не менее, реальное поле в некоторой *конечной* области пространства и на протяжении некоторого *конечного* промежутка времени вполне может быть и однородным, и стационарным.

установке, с которой вы будете работать, векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ сонаправлены (параллельны) – такие поля называются *параллельными*.

Выберем систему координат. Направим ось OY *вдоль поля*, то есть параллельно векторам $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$. Тогда оси OX и OZ лежат в плоскости, перпендикулярной полю. Электрическая сила $\mathbf{F}_э = q\mathbf{E}$ параллельна оси OY , а магнитная сила (сила Лоренца) $\mathbf{F}_л = q[\mathbf{v}\mathbf{B}]$ перпендикулярна магнитной индукции $\mathbf{B}$ и оси OY , следовательно, она лежит в плоскости XOZ . Поэтому движение частицы в направлении оси OY (в направлении поля) определяется *только электрической силой* и не зависит от магнитного поля. Напротив, движение частицы в плоскости XOZ (перпендикулярно полю) определяется *только силой Лоренца* и не зависит от электрического поля.

1.2. Движение частицы в направлении поля

Движение по полю – это движение вдоль оси OY . В этом направлении на частицу действует сила $\mathbf{F}_э = q\mathbf{E}$. Согласно второму закону Ньютона, она создаёт ускорение

$$a_y = \frac{q}{m} E_y, \quad (1.1)$$

где m – масса частицы, а отношение $\frac{q}{m}$ называется *удельным зарядом* частицы. Так как $E_y = const$, то и ускорение частицы a_y – тоже постоянное. Это значит, что движение частицы вдоль поля – *равноускоренное*, и оно описывается уравнением:

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

1.3. Движение частицы перпендикулярно полю

Рассматривая движение частицы как два независимых движения – вдоль поля и перпендикулярно полю, мы можем скорость частицы разложить на две составляющие (два взаимно перпендикулярных вектора):

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_y + \mathbf{v}_\perp.$$

Скорость $\mathbf{v}_y$ коллинеарна оси OY , будем эту скорость называть *параллельной*, а скорость $\mathbf{v}_\perp$ лежит в плоскости XOZ , будем её называть *перпендикулярной*.

В плоскости XOZ частица движется под действием силы Лоренца $\mathbf{F}_л = q[\mathbf{v}_\perp \mathbf{B}]$. Эта сила перпендикулярна скорости частицы $\mathbf{v}_\perp$. Поэтому она не может изменить скорость частицы по величине (по модулю), а меняет её только по направлению. Ускорение, которое создаёт сила Лоренца, тоже перпендикулярно скорости. Такое ускорение называется *нормальным* и обозначается a_n . Из второго закона Ньютона следует:

$$\mathbf{a}_n = \frac{q}{m} [\mathbf{v}_\perp \mathbf{B}].$$

Векторы $\mathbf{v}_\perp$ и $\mathbf{B}$ перпендикулярны друг другу, поэтому

$$a_n = \left| \frac{q}{m} \right| v_\perp B.$$

С другой стороны, нормальное ускорение связано со скоростью частицы $v_\perp$ и радиусом кривизны траектории R формулой

$$a_n = \frac{v_\perp^2}{R}.$$

Отсюда следует:

$$\frac{v_{\perp}}{R} = \left| \frac{q}{m} \right| B. \quad (1.2)$$

В эту формулу входят 4 величины, три из которых $\left(\frac{q}{m}, B \text{ и } v_{\perp}\right)$ – константы, то есть не зависят ни от времени, ни от координат частицы. Тогда и четвёртая величина (радиус кривизны R) – тоже константа. Единственная кривая, у которой радиус кривизны во всех её точках один и тот же – это окружность. Итак, в плоскости XOZ частица совершает *равномерное вращение по окружности*, а вдоль осей OX и OZ она совершает гармонические колебания. Из формулы (1.2) можно получить следующие выражения для радиуса окружности R , угловой скорости ω (циклической частоты) и периода вращения T :

$$R = \frac{v_{\perp}}{\left| \frac{q}{m} \right| B}, \quad (1.3)$$

$$\omega = \frac{v_{\perp}}{R} = \left| \frac{q}{m} \right| B,$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\left| \frac{q}{m} \right| B}. \quad (1.4)$$

Перпендикулярная скорость $v_{\perp}$ определяется начальными скоростями частицы в плоскости XOZ , то есть v_{0x} и v_{0z} :

$$v_{\perp} = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0z}^2}. \quad (1.5)$$

1.4. Траектория частицы

Итак, частица равномерно вращается по окружности в плоскости, перпендикулярной полю, а сама эта плоскость движется равноускоренно вдоль поля. Таким образом, траектория частицы – это винтовая линия. Она показана на рисунке 1.1.

Существуют приборы, позволяющие увидеть траекторию частицы – например, камера Вильсона или пузырьковая камера. Наблюдая траекторию и измеряя её характерные параметры, можно получить информацию о частице. Выясним, какую именно информацию можно получить.

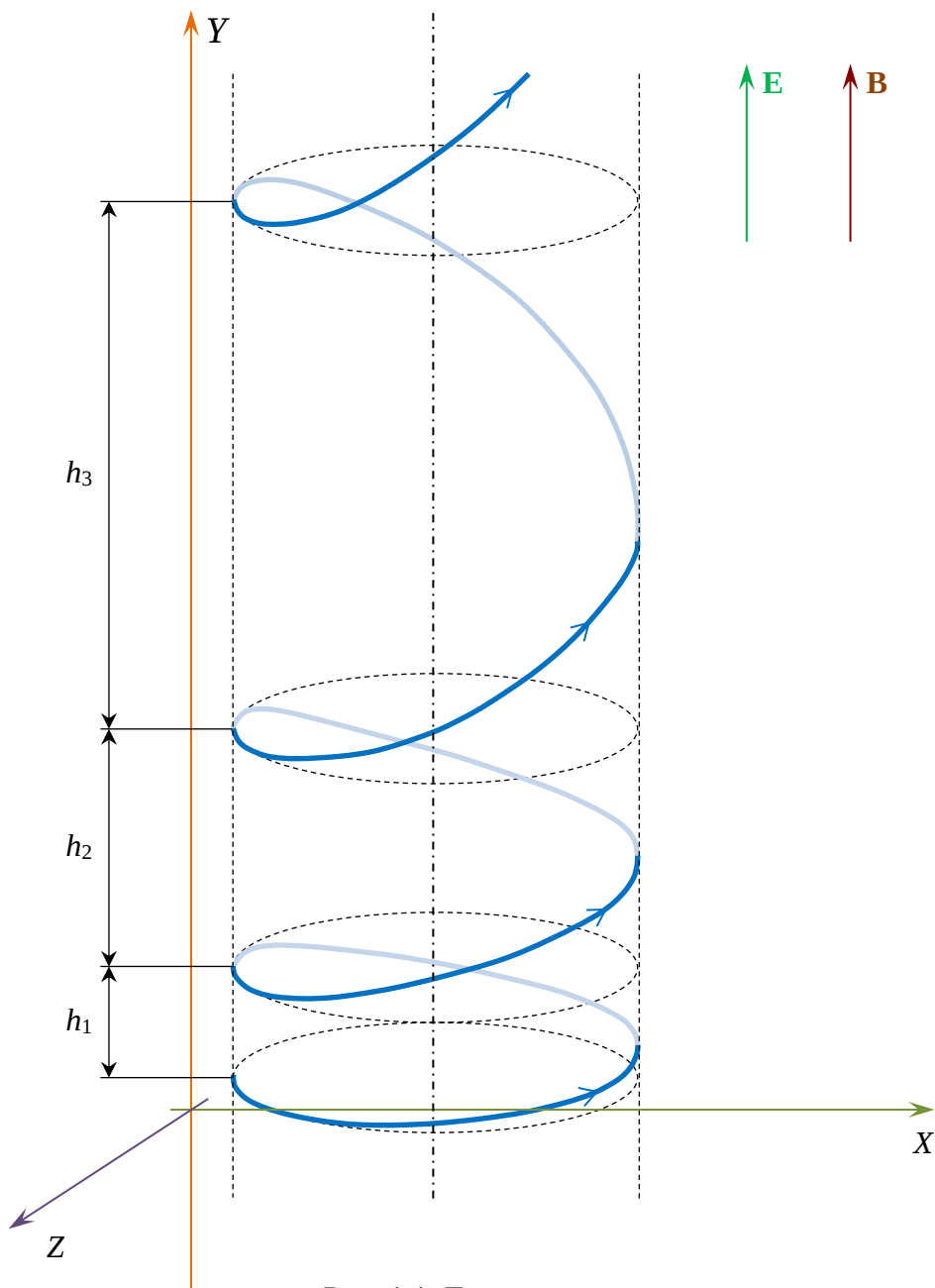


Рис. 1.1. Траектория частицы

У винтовой линии есть два параметра: *радиус* R и *шаг* h . И эти параметры как-то зависят от характеристик полей E и B , и от характеристик частицы: её начальной скорости v_0 , заряда q и массы m . При этом начальная скорость частицы v_0 – это характеристика состояния частицы, которую в ходе экспериментов можно заранее устанавливать и изменять в широком диапазоне, а заряд и масса частицы m – это её постоянные параметры, изменить которые экспериментатор не может, но зато может их измерить.

В данной лабораторной работе вам предлагается исследовать зависимость шага винтовой линии h от характеристик полей и частицы.

Шаг винтовой линии – это расстояние между её соседними витками. Иными словами, это расстояние, которое частица проходит вдоль оси OY за время, равное периоду её вращения T . Если электрического поля нет (иными словами, его напряжённость равна нулю), то частица движется вдоль оси OY равномерно и проходит за любые

промежутки времени, равные периоду T , одинаковые расстояния. Поэтому шаг траектории – это постоянная величина. В результате все соседние витки траектории находятся на равных расстояниях друг от друга. При наличии электрического поля частица в направлении оси OY движется с переменной скоростью, поэтому шаг траектории со временем изменяется. Это показано на рисунке 1.1: первый шаг h_1 – самый маленький, второй шаг h_2 – побольше, третий h_3 – ещё больше и так далее.

Получим формулу для шага траектории. Будем считать, что напряжённость электрического поля направлена вверх и частица начинает движение тоже вверх, то есть $E_y > 0$ и $v_{0y} > 0$. Тогда ясно, что

$$\begin{cases} h_1 = y(T) - y_0, \\ h_2 = y(2T) - y(T), \\ \dots \\ h_n = y(nT) - y[(n-1)T]. \end{cases}$$

Эти формулы можно обобщить и на более общий случай, когда векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{v}_{0y}$ направлены не только вверх. Правда, тогда получится, что шаг траектории может быть не только положительным, но и отрицательным: при $h > 0$ частица движется вверх (вдоль оси OY), при $h < 0$ – вниз (против оси OY).

Уравнение движения частицы вдоль оси OY нам известно. Это уравнение кинематики равноускоренного движения:

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

Поэтому

$$\begin{aligned} h_n &= \left[y_0 + v_{0y}nT + \frac{a_y}{2}(nT)^2 \right] - \left[y_0 + v_{0y}(n-1)T + \frac{a_y}{2}((n-1)T)^2 \right] = \\ &= [v_{0y}nT - v_{0y}(n-1)T] + \left[\frac{a_y}{2}(nT)^2 - \frac{a_y}{2}((n-1)T)^2 \right] = v_{0y}T + \frac{a_y}{2}T^2(2n-1). \end{aligned}$$

Итак,

$$\boxed{h_n = v_{0y}T + \frac{a_y}{2}T^2(2n-1)}. \quad (1.6)$$

Проанализируем этот результат: от чего зависит шаг траектории?

- Во-первых, шаг траектории h_n зависит от номера шага. Зависимость эта *линейная*, и этот факт нетрудно проверить экспериментальным путём.
- В-вторых, шаг траектории h_n зависит от начальной параллельной скорости частицы v_{0y} . Зависимость эта тоже *линейная*, и данный факт тоже интересно проверить на эксперименте.
- В-третьих, шаг траектории h_n зависит от у-проекции ускорения частицы a_y , а это ускорение, согласно формуле (1.1) $a_y = \frac{q}{m}E_y$, зависит от напряжённости электрического поля E_y . С учётом (1.1) формулу (1.6) можно записать в следующем виде:

$$h_n = v_{0y}T + \frac{q}{2m}T^2(2n-1)E_y. \quad (1.7)$$

Итак, получилась ещё одна линейная зависимость: $h_n(E_y)$, и идея ещё одного эксперимента – исследовать зависимость $h_n(E_y)$ и убедиться, является ли она линейной.

- В-четвёртых, шаг траектории h_n зависит от периода вращения частицы T , а этот период связан с магнитной индукцией B формулой (1.3):

$$T = \frac{2\pi}{\left|\frac{q}{m}\right|B}.$$

Таким образом, шаг траектории зависит от магнитной индукции, и это тоже интересно исследовать экспериментально. Однако здесь возникает проблема: зависимость $h_n(B)$ явно нелинейная, хорошо бы её как-то линеаризовать. Дело осложняется тем, что в формулу (1.6) период вращения частицы входит в двух местах – в первой степени и в квадрате. Избавиться от этого можно так. Запишем формулу (1.6) дважды – например, для первого шага и для второго:

$$h_1 = v_{0y}T + \frac{1}{2}a_yT^2, \quad h_2 = v_{0y}T + \frac{3}{2}a_yT^2.$$

А теперь вычтем h_1 из h_2 , и первое слагаемое $v_{0y}T$ уничтожится:

$$h_2 - h_1 = a_yT^2$$

Подставив в эту формулу выражения для ускорения $a_y = \frac{q}{m}E_y$ и для периода вращения $T = \frac{2\pi}{\left|\frac{q}{m}\right|B}$, получим:

$$h_2 - h_1 = \frac{4\pi^2 E_y}{\frac{q}{m}B^2}.$$

Теперь осталось ввести две вспомогательные величины

$$s = h_2 - h_1 \quad \text{и} \quad x = \frac{1}{B^2}, \quad (1.8)$$

и мы приходим к линейной зависимости:

$$s = \left(\frac{4\pi^2 E_y}{\frac{q}{m}} \right) x. \quad (1.9)$$

В результате возникает идея четвёртого эксперимента: исследовать зависимость шага траектории частицы h_n от магнитной индукции B , а затем проверить, является ли экспериментальная зависимость между вспомогательными величинами s и x прямо пропорциональной.

- В-пятых, во все четыре линейные зависимости $h_n(n)$, $h_n(v_{0y})$, $h_n(E_y)$ и $s(x)$ входит один очень важный параметр, характеризующий частицу: это – *удельный заряд* частицы $\frac{q}{m}$. Поэтому, измерив параметры всех упомянутых линейных зависимостей, можно в результате узнать (измерить) удельный заряд.

1.5. Измерение удельного заряда частицы

Рассмотрим, как узнать значение удельного заряда частицы по результатам каждого из четырёх экспериментов.

Эксперимент 1. В нём снимается зависимость шага траектории от номера шага. Из (1.6) следует, что теоретическую зависимость $h_n(n)$ можно записать в виде:

$$h_n(n) = k_1(2n - 1) + b_1,$$

где

$$k_1 = \frac{a_y}{2}T^2, \quad b_1 = v_{0y}T.$$

Если измерить параметры линейной зависимости k_1 и b_1 , то узнать значение удельного заряда можно, как минимум тремя способами. Вот один из них. Так как период вращения частицы определяется формулой (1.4) $T = \frac{2\pi}{\left|\frac{q}{m}\right|B}$, то

$$b_1 = v_{0y}T = v_{0y} \frac{2\pi}{\left|\frac{q}{m}\right|B} \Rightarrow \left|\frac{q}{m}\right| = \frac{2\pi v_{0y}}{b_1 B} \quad (1.10)$$

А как узнать знак удельного заряда? Для этого обратим внимание на угловой коэффициент k_1 . С учётом формулы $a_y = \frac{q}{m}E_y$ можно записать:

$$k_1 = \frac{a_y}{2}T^2 = \frac{q}{m}E_y T^2.$$

Отсюда видно, что знак углового коэффициента k_1 зависит от знака удельного заряда частицы и от знака напряжённости E_y . Поэтому, зная напряжённость E_y и измерив коэффициент k_1 , можно так определить знак удельного заряда: если знаки E_y и k_1 одинаковы, то удельный заряд положительный, а если знаки E_y и k_1 разные, то удельный заряд отрицательный.

Эксперимент 2. В нём снимается зависимость шага траектории от начальной параллельной скорости частицы v_{0y} . Запишем теоретическую зависимость $h_n(v_{0y})$ в стандартном виде:

$$h_n(v_{0y}) = k_2 v_{0y} + b_2,$$

где

$$k_2 = T, \quad b_2 = \frac{a_y}{2}T^2(2n - 1).$$

Для измерения удельного заряда проще всего использовать первую из этих формул. Так как $T = \frac{2\pi}{\left|\frac{q}{m}\right|B}$, то получаем:

$$\left|\frac{q}{m}\right| = \frac{2\pi}{k_2 B}. \quad (1.11)$$

Знак удельного заряда следует из формулы для свободного члена b_2 , которую можно записать в виде:

$$b_2 = \frac{a_y}{2}T^2(2n - 1) = \frac{q}{m} \frac{E_y}{2} T^2(2n - 1).$$

Из этой формулы видно: если знаки E_y и b_2 одинаковы, то удельный заряд положительный, а если знаки E_y и b_2 разные, то удельный заряд отрицательный.

Эксперимент 3. В нём снимается зависимость шага траектории от напряжённости электрического поля E . Теоретическую зависимость $h_n(E)$ определяет формула (1.7). Запишем её в стандартном виде:

$$h_n(E) = k_3 E + b_3,$$

где

$$k_3 = \frac{q}{2m}T^2(2n - 1), \quad b_3 = v_{0y}T = \frac{2\pi}{\left|\frac{q}{m}\right|B}v_{0y}.$$

Тогда из второй формулы следует:

$$\left|\frac{q}{m}\right| = \frac{2\pi v_{0y}}{b_3 B}. \quad (1.12)$$

Знак удельного заряда узнать просто: он совпадает знаком углового коэффициента k_3 .

Эксперимент 4. Результатом этого эксперимента является зависимость шага траектории от магнитной индукции B . Теоретическая зависимость $h_n(E)$ после линеаризации приводит к формуле (1.9):

$$s = k_4 x, \quad k_4 = \frac{4\pi^2 E}{\frac{q}{m}},$$

где s и x – это вспомогательные величины, связанные с B и h формулами (1.8): $s = h_2 - h_1$, $x = \frac{1}{B^2}$. В результате получаем следующий способ измерения удельного заряда:

$$\frac{q}{m} = \frac{4\pi^2 E}{k_4}. \quad (1.13)$$

2. Описание экспериментальной установки

Установка позволяет наблюдать траекторию частицы и измерять основные параметры траектории: радиус траектории R и шаг h . При включении установки (при запуске программы) открывается начальное окно с названием работы и кнопками «Ход работы», «Эксперимент», «Завершение работы». Вам надо нажать на кнопку «Эксперимент», и тогда откроется окно, показанное на рис. 2.1.

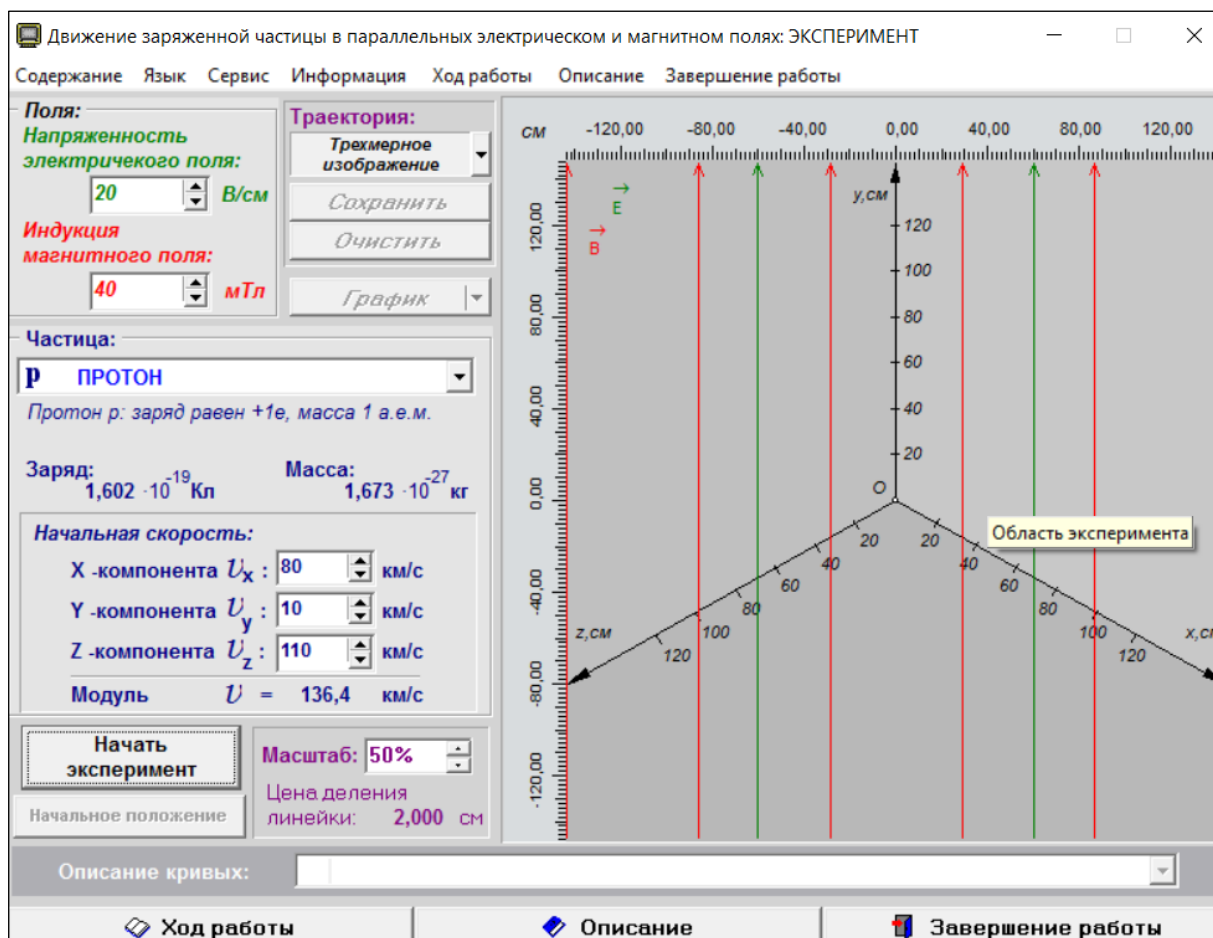


Рис. 2.1. Окно «Эксперимент»

Окно разделено на две области: слева – область управления, справа – область эксперимента.

Область управления содержит:

- раскрывающийся список для выбора частицы,
- окошки для изменения значений напряжённости электрического поля, индукции магнитного поля и проекций начальной скорости частицы v_{0x} , v_{0y} , v_{0z} ,
- кнопки для наблюдения и сохранения траектории,
- кнопки для управления экспериментом.

Область эксперимента и траектория частицы могут быть представлены как в трёхмерном виде, так и виде проекций на плоскости XOY , XOZ и YOZ . Частица начинает свое движение из начала координат, расположенного в центре области эксперимента. Во время движения частица оставляет след, что позволяет проводить измерения параметров траектории R и h . Для этого по краям области эксперимента есть две линейки, цена деления которых в зависимости от масштаба изображения может изменяться от 2 см до 0,2 см.

3. Порядок проведения эксперимента 1

В разделе 1 была получена формула (1.6) для шага траектории

$$h_n = v_{0y}T + \frac{a_y}{2}T^2(2n - 1)$$

и рассмотрены четыре эксперимента, которыми можно проверить эту формулу. Вам предстоит провести только один эксперимент – какой, вам укажет преподаватель.

Задача первого эксперимента: исследовать зависимость шага траектории частицы от его номера и измерить удельный заряд частицы.

3.1. Выберите частицу (по указанию преподавателя) и впишите её название и параметры в таблицу 3.1.

Таблица 3.1

Условия эксперимента

Частица			
Заряд	q	Кл	
Масса	m	кг	
Удельный заряд (расчётное значение)	q/m	Кл/кг	
Начальная скорость	v_{0x}	км/с	
	v_{0y}	км/с	
	v_{0z}	км/с	
Напряжённость электрического поля	E	В/см	
Магнитная индукция	B	мТл	
Погрешности прямых измерений	$\Delta(E)$	В/см	
	$\Delta(B)$	мТл	
	$\Delta(v_0)$	км/с	
	$\Delta(y)$	см	

3.2. Выберите в разделе «Траектория» области управления режим «Трёхмерное изображение».

3.3. Выберите в окне «Масштаб» значение 50%.

- 3.4. Задайте произвольные значения напряжённости электрического поля E и магнитной индукции B
- 3.5. Задайте какие-либо значения начальной скорости частицы v_{0x}, v_{0y}, v_{0z} .
- 3.6. Нажмите кнопку «**Начать эксперимент**» и наблюдайте за траекторией частицы. Надо, чтобы траектория занимала заметную часть области эксперимента (не менее $1/10$) и чтобы в ней было не менее 8 витков. Если это не так, то измените параметры полей и начальную скорость частицы. Продолжайте это делать до тех пор, пока не добьётесь нужной траектории. Одна из возможностей увидеть достаточно много витков – это выбрать направление начальной скорости частицы *вдоль* оси OY ($v_{0y} > 0$), если напряжённость электрического поля и заряд частицы имеют разные знаки, и *против* оси OY ($v_{0y} < 0$), если напряжённость электрического поля и заряд частицы имеют одинаковые знаки. В этом случае частица сначала полетит с замедлением в одну сторону, затем её y -проекция скорости обратится в нуль, и частица полетит с ускорением в другую сторону. Выбрав характеристики полей и начальные скорости, запишите соответствующую информацию в таблицу 3.1.
- 3.7. Выберите в разделе «**Траектория**» режим «**Проекция на плоскость XOY**» или «**Проекция на плоскость YOZ**».
- 3.8. Увеличьте масштаб и измерьте координаты точек пересечения траектории с осью OY $y_0, y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$. Результаты измерений запишите в таблицу 3.2. Для каждого шага – это два замера: начальная координата y_{n-1} и конечная y_n . Естественно, начальная координата частицы в n -м шаге равна конечной координате частицы в предыдущем шаге. После каждого замера нажимайте кнопку «**Очистить**» – при этом область эксперимента освобождается от расположенного в ней рисунка и становится готовой к новому рисунку. Имейте в виду следующее.
- А. Начальная координата траектории (а значит, и первого шага) равна нулю, поэтому $y_0 = 0$.
- В. Траектория частицы пересекает ось OY (в плоскости XOY или в плоскости YOZ) *два раза* за период, а в таблицу 3.2 надо записывать координаты только тех точек, которые отстоят друг от друга во времени на *полный* период.

Таблица 3.2

Зависимость шага траектории частицы от номера шага

Номер шага n	$2n - 1$	y_{n-1}	y_n	$h_n = y_n - y_{n-1}$
		см	см	см
1				
2				
...				
...				

- 3.9. Заполните последний столбец таблицы 3.2.
- 3.10. Используя данные, записанные в таблице 2, постройте график зависимости шага траектории h_n от $(2n - 1)$. Не забудьте нанести планки погрешностей.
- 3.11. Вставьте линию тренда вместе с уравнением тренда.
- 3.12. Прокомментируйте построенный график.

- 3.13. Измерьте параметры линейной зависимости k_1 и b_1 и удельный заряд частицы. Для этого воспользуйтесь функцией ЛИНЕЙН, формулой (1.10) $\frac{q}{m} = \frac{2\pi v_{0y}}{b_1 B}$ и таблицей 3.3.

Таблица 3.3

Измерение удельного заряда частицы

Величина	k_1	b_1	q/m
Размерность	см	см	Кл/кг
Значение			
Абсолютная погрешность			
Относительная погрешность			

- 3.14. Отметьте в своём отчёте, что следует из таблицы 3.3.

- 3.15. Сформулируйте выводы.

4. Порядок проведения эксперимента 2

Задача эксперимента: исследовать зависимость шага траектории от начальной параллельной скорости частицы и измерить удельный заряд частицы.

- 4.1. Выберите частицу (по указанию преподавателя) и впишите её название и параметры в таблицу 4.1.
- 4.2. Выберите в разделе «Траектория» области управления режим «**Трёхмерное изображение**».
- 4.3. Выберите в окне «Масштаб» значение 50%.
- 4.4. Задайте какое-либо значение магнитной индукции B и впишите это значение в таблицу 4.1.
- 4.5. Задайте какие-либо значения начальной скорости частицы v_{0x} и v_{0z} и впишите эти значения в таблицу 4.1.
- 4.6. Выберите номер шага, который вы будете измерять и впишите его в таблицу 4.1.
- 4.7. Выберите минимальное значение начальной параллельной скорости v_{0y} : примерно (50 – 100) км/с. Запишите это значение в первую строку таблицы 4.2.
- 4.8. Нажмите кнопку «Начать эксперимент» и наблюдайте за траекторией частицы. Надо, чтобы траектория занимала заметную часть области эксперимента (не менее 1/10) и чтобы в ней был тот виток, шаг которого вы собираетесь измерять. Если это не так, то измените условия эксперимента. Одна из возможностей увидеть достаточно много витков – это выбрать направление начальной скорости частицы *вдоль* оси OY ($v_{0y} > 0$), если напряжённость электрического поля и заряд частицы имеют разные знаки, и *против* оси OY ($v_{0y} < 0$), если напряжённость электрического поля и заряд частицы имеют одинаковые знаки. В этом случае частица сначала полетит с замедлением в одну сторону, затем её проекция скорости обратится в нуль, и частица полетит с ускорением в другую сторону.
- 4.9. Выберите в разделе «Траектория» режим «**Проекция на плоскость XOY**» или «**Проекция на плоскость YOZ**».
- 4.10. Измерьте координаты точек пересечения траектории с осью OY в конце n -го шага y_n и в начале его y_{n-1} (то есть в конце шага под номером $n - 1$). Результаты

измерений запишите в первую строку таблицы 4.2. Для увеличения точности измерений пользуйтесь кнопкой «**Масштаб**».

Имейте в виду:

А. Координата начала первого шага x_0 равна 0.

Б. Траектория частицы пересекает ось OY (в плоскости XOY или в плоскости YOZ) *два раза* за период, а шаги заканчиваются в конце каждого периода, поэтому первый шаг заканчивается, когда траектория частицы пересекает ось OY во второй раз, второй шаг заканчивается, когда траектория частицы пересекает ось OY в четвёртый раз и так далее.

Таблица 4.2

Зависимость шага траектории частицы от начальной
параллельной скорости

Номер опыта	v_{0y}	y_{n-1}	y_n	$h_n = y_n - y_{n-1}$	$\Delta(h_n)$
	км/с	см	см	см	
1					
2					
...					
...					

4.11. Впишите в таблицу 4.2 погрешность измерения шага, которая зависит от выбранного вами масштаба.

4.12. Нажмите кнопку «**Очистить**» – при этом область эксперимента освободится от расположенного в ней рисунка и станет готовой к новому рисунку.

4.13. Выберите максимальное значение v_{0y} – примерно в 10 раз больше минимального – и снова измерьте шаг траектории. Если вам удалось это сделать, то запишите результат измерения вместе с погрешностью в последнюю строку таблицы 4.2. Если не удалось, то либо измените минимальное значение v_{0y} , либо максимальное.

4.14. Как только вы выбрали минимальное и максимальное значения v_{0y} и заполнили первую и последнюю строки таблицы 4.2, то разбейте интервал $(v_{0ymin}; v_{0ymax})$ на 10 частей (не обязательно одинаковые) и проведите ещё 8 измерений шага траектории для промежуточных значений v_{0y} . Результаты измерений запишите в таблицу 4.2. Каждый раз после очередного измерения шага нажимайте кнопку «**Очистить**».

4.15. Используя данные, записанные в таблице 4.2, постройте график зависимости шага траектории h_n от v_{0y} . Не забудьте нанести планки погрешностей.

4.16. Вставьте линию тренда вместе с уравнением тренда.

4.17. Прокомментируйте построенный график.

4.18. Измерьте параметры линейной зависимости k_2 и b_2 и удельный заряд частицы.

Для этого воспользуйтесь функцией ЛИНЕЙН, формулой (1.11) $\frac{q}{m} = \frac{2\pi}{k_2 B}$ и таблицей 4.3.

Таблица 4.3

Измерение удельного заряда частицы

Величина	k_2	b_2	q/m
Размерность	см	см	Кл/кг
Значение			
Абсолютная погрешность			
Относительная погрешность			

4.19. Отметьте в своём отчёте, что следует из таблицы 4.3.

4.20. Сформулируйте выводы.

5. Порядок проведения эксперимента 3

Задача эксперимента: исследовать зависимость шага траектории частицы от напряжённости электрического поля и измерить удельный заряд частицы.

5.1. Выберите частицу (по указанию преподавателя) и впишите её название и параметры в таблицу 4.1.

5.2. Выберите в разделе «Траектория» области управления режим «**Трёхмерное изображение**».

5.3. Выберите в окне «Масштаб» значение 50%.

5.4. Задайте произвольное значение магнитной индукции B и запишите это значение в таблицу 5.1.

5.5. Задайте какие-либо значения начальной скорости частицы v_{0x}, v_{0y}, v_{0z} и впишите их в таблицу 5.1.

5.6. Выберите номер n того витка, шаг которого вы будете измерять, и запишите этот номер в таблицу 5.1.

Таблица 5.1

Условия эксперимента

Частица			
Заряд	q	Кл	
Масса	m	кг	
Удельный заряд (расчётное значение)	q/m	Кл/кг	
Магнитная индукция	B	мТл	
Начальная скорость	v_{0x}	км/с	
	v_{0z}	км/с	
Номер измеряемого шага траектории	n		
Погрешности прямых измерений	$\Delta(E)$	В/см	
	$\Delta(B)$	мТл	
	$\Delta(v_0)$	км/с	
	$\Delta(y)$	см	

5.7. Выберите максимальное значение напряжённости электрического поля E и запишите это значение в первую строку таблицы 5.2.

5.8. Нажмите кнопку «Начать эксперимент» и наблюдайте за траекторией частицы. Надо, чтобы траектория занимала заметную часть области эксперимента (не менее 1/10) и чтобы в ней был тот виток, шаг которого вы собираетесь измерять.

Если это не так, то измените условия эксперимента. Одна из возможностей увидеть достаточно много витков – это выбрать направление начальной скорости частицы *вдоль* оси OY ($v_{0y} > 0$), если напряжённость электрического поля и заряд частицы имеют разные знаки, и *против* оси OY ($v_{0y} < 0$), если напряжённость электрического поля и заряд частицы имеют одинаковые знаки. В этом случае частица сначала полетит с замедлением в одну сторону, затем её у-проекция скорости обратится в нуль, и частица полетит с ускорением в другую сторону.

5.9. Выберите в разделе «Траектория» режим «**Проекция на плоскость XOY**» или «**Проекция на плоскость YOZ**».

5.10. Измерьте координаты точек пересечения траектории с осью OY в конце n -го шага y_n и в начале его y_{n-1} (то есть в конце шага под номером $n - 1$). Результаты измерений запишите в первую строку таблицы 5.2. Для увеличения точности измерений пользуйтесь кнопкой «**Масштаб**».

Имейте в виду:

А. Координата начала первого шага x_0 равна 0.

Б. Траектория частицы пересекает ось OY (в плоскости XOY или в плоскости YOZ) *два раза* за период, а шаги заканчиваются в конце каждого периода, поэтому первый шаг заканчивается, когда траектория частицы пересекает ось OY во второй раз, второй шаг заканчивается, когда траектория частицы пересекает ось OY в четвёртый раз и так далее.

Таблица 5.2

Зависимость шага траектории частицы от напряжённости электрического поля

Номер опыта	E	y_{n-1}	y_n	$h_n = y_n - y_{n-1}$	$\Delta(h_n)$
	В/см	см	см	см	см
1					
2					
...					
...					
10					

5.11. Впишите в таблицу 5.2 погрешность измерения шага, которая зависит от выбранного вами масштаба.

5.12. Нажмите кнопку «**Очистить**» – при этом область эксперимента освободится от расположенного в ней рисунка и станет готовой к новому рисунку.

5.13. Выберите минимальное значение E – примерно в 10 раз меньше максимального – и снова измерьте шаг траектории. Если вам удалось это сделать, то запишите результат измерения вместе с погрешностью в последнюю строку таблицы 5.2. Если не удалось, то либо измените минимальное значение E , либо максимальное, либо какие-то условия эксперимента.

5.14. Как только вы выбрали минимальное и максимальное значения E и заполнили первую и последнюю строки таблицы 5.2, то разбейте интервал ($E_{min}; E_{max}$) на 10 частей (не обязательно одинаковые) и проведите ещё 8 измерений шага тра-

ектории для промежуточных значений E . Результаты измерений запишите в таблицу 5.2. Каждый раз после очередного измерения шага нажимайте кнопку «Очистить».

- 5.15. Используя данные, записанные в таблице 5.2, постройте график зависимости величины шага траектории h_n от напряжённости электрического поля E . Не забудьте нанести планки погрешностей.
- 5.16. Вставьте линию тренда вместе с уравнением тренда.
- 5.17. Прокомментируйте построенный график.
- 5.18. Измерьте параметры линейной зависимости k_3 и b_3 и удельный заряд частицы. Для этого воспользуйтесь функцией ЛИНЕЙН, формулой (1.12) $\frac{q}{m} = \frac{2\pi v_{0y}}{b_3 B}$ и таблицей 5.3.

Таблица 5.3

Измерение удельного заряд частицы

Величина	k_2	q/m
Размерность	см ² /В	Кл/кг
Значение		
Абсолютная погрешность		
Относительная погрешность		

- 5.19. Отметьте в своём отчёте, что следует из таблицы 5.3.
- 5.20. Сформулируйте выводы.

6. Порядок проведения эксперимента 4

Задача эксперимента: исследовать зависимость шага траектории частицы от магнитной индукции и измерить удельный заряд частицы.

- 6.1. Выберите частицу (по указанию преподавателя) и впишите её название и параметры в таблицу 6.1.
- 6.2. Выберите в разделе «Траектория» области управления режим «Трёхмерное изображение».
- 6.3. Выберите в окне «Масштаб» значение 50%.
- 6.4. Задайте произвольное (небольшое) значение напряжённости электрического поля: $E_y = (10 - 20)$ В/см и запишите это значение в таблицу 6.1.
- 6.5. Задайте какие-либо значения начальной скорости частицы v_{0x} , v_{0y} , v_{0z} и впишите их в таблицу 6.1. Значение v_{0y} желательно выбрать небольшим (порядка 50 км/с), а две другие компоненты скорости желательно, напротив, выбрать побольше (порядка 500 км/с).

Имейте в виду: в этом эксперименте целесообразно обеспечить такие условия, чтобы частица после включения электрического поля стала разгоняться, а не тормозить. Если частица положительная, то она будет разгоняться при условии, что векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{v}_0$ направлены в одну и ту же сторону, то есть знаки E_y и v_{0y} совпадают, а если частица отрицательная, то она будет разгоняться при условии, что знаки E_y и v_{0y} разные.

Таблица 6.1

Условия эксперимента

Частица			
Заряд	q	Кл	
Масса	m	кг	
Удельный заряд (расчётное значение)	q/m	Кл/кг	
Начальная скорость	v_{0x}	км/с	
	v_{0y}	км/с	
	v_{0z}	км/с	
Напряжённость электрического поля	E	В/см	
Погрешности прямых измерений	$\Delta(E)$	В/см	
	$\Delta(B)$	мТл	
	$\Delta(v_0)$	км/с	
	$\Delta(y)$	см	

- 6.6. Выберите минимальное значение магнитной индукции B : примерно (50 мТл). Запишите это значение в первую строку таблицы 6.2.
- 6.7. Нажмите кнопку «**Начать эксперимент**» и наблюдайте за траекторией частицы. Надо, чтобы траектория занимала заметную часть области эксперимента (не менее 1/10) и чтобы в ней были, как минимум, *два полных витка* траектории. Если это не так, то измените условия эксперимента.
- 6.8. Выберите в разделе «Траектория» режим «**Проекция на плоскость XOY**» или «**Проекция на плоскость YOZ**».
- 6.9. Измерьте координаты точек пересечения траектории с осью OY в конце первого и второго шагов y_1 и y_2 .
Имейте в виду: траектория частицы пересекает ось OY (в плоскости XOY или в плоскости YOZ) *два раза* за период, а шаги заканчиваются в конце каждого периода, поэтому первый шаг заканчивается, когда траектория частицы пересекает ось OY во второй раз, а второй шаг заканчивается, когда траектория частицы пересекает ось OY в четвёртый раз.
Результаты измерений запишите в первую строку таблицы 6.2. Для увеличения точности измерений пользуйтесь кнопкой «**Масштаб**».

Таблица 6.2

Зависимость шагов траектории частицы от магнитной индукции

Номер опыта	B мТл	y_1 см	y_2 см	$s = y_2 - 2y_1$ см	x мТл ⁻²	$\Delta(y)$ см	$\Delta(s)$ см	$\Delta(x)$ мТл ⁻²
1								
2								
...								
...								
10								

- 6.10. Впишите в таблицу 6.2 погрешность измерения координаты y , которая зависит от выбранного вами масштаба.

- 6.11. Нажмите кнопку «**Очистить**» – при этом область эксперимента освободится от расположенного в ней рисунка и станет готовой к новому рисунку.
- 6.12. Прodelайте пункты 6.9 – 6.11 ещё 9 раз, увеличивая каждый раз магнитную индукцию B на $(15 - 20)$ мТл.
- 6.13. Заполните остальные столбцы таблицы 6.2. Вспомогательные величины s и x определяются формулами (1.8)

$$s = h_2 - h_1, \quad x = \frac{1}{B^2}.$$

Первую из этих формул удобно немного преобразовать. Так как $h_1 = y_1 - y_0$, $h_2 = y_2 - y_1$ и при этом $y_0 = 0$, то получаем:

$$s = y_2 - 2y_1.$$

- 6.14. Используя данные, записанные в таблице 6.2, постройте график зависимости между вспомогательными величинами s и x . Не забудьте нанести планки погрешностей.
- 6.15. Вставьте линию тренда вместе с уравнением тренда.
- 6.16. Прокомментируйте построенный график.
- 6.17. Измерьте угловой коэффициент k_4 построенной прямой линии и удельный заряд частицы $\frac{q}{m}$. Для этого воспользуйтесь функцией ЛИНЕЙН, формулой (1.13)
- $$\frac{q}{m} = \frac{4\pi^2 E}{k_3} \text{ и таблицей 6.3.}$$

Таблица 6.3

Измерение удельного заряда частицы

Величина	k_4	q/m
Размерность	см·Тл ⁻²	Кл/кг
Значение		
Абсолютная погрешность		

- 6.18. Отметьте в своём отчёте, что следует из таблицы 6.3.
- 6.19. Сформулируйте выводы.

7. Оценка погрешностей измерений

- 7.1. Погрешность шага.

Шаг траектории частицы h измеряется как разность между конечной и начальной координатами шага: $h_n = y_n - y_{n-1}$. Поэтому, в соответствии с правилом суммы,

$$\Delta(h) = \Delta(y_n) + \Delta(y_{n-1}) = 2\Delta(y).$$

- 7.2. Погрешность вспомогательной величины $s = h_2 - h_1 = y_2 - 2y_1$.

$$\Delta(s) = \Delta(y_2) + 2\Delta(y_1) = 3\Delta(y).$$

- 7.3. Погрешность измерения вспомогательной величины $x = \frac{1}{B^2}$.

В соответствии с правилом степени,

$$\varepsilon(x) = 2\varepsilon(B).$$

- 7.4. Погрешность измерения удельного заряда при выполнении эксперимента 1.

Для измерения используется формула $\frac{q}{m} = \frac{2\pi v_{0y}}{b_1 B}$. Из этой формулы следует:

$$\varepsilon\left(\frac{q}{m}\right) = \varepsilon(v_{0y}) + \varepsilon(b_1) + \varepsilon(B).$$

7.5. Погрешность измерения удельного заряда при выполнении эксперимента 2.

Для измерения используется формула $\frac{q}{m} = \frac{2\pi}{k_2 B}$. Из этой формулы следует:

$$\varepsilon\left(\frac{q}{m}\right) = \varepsilon(k_2) + \varepsilon(B).$$

7.6. Погрешность измерения удельного заряда при выполнении эксперимента 3.

Для измерения используется формула $\left|\frac{q}{m}\right| = \frac{2\pi v_{0y}}{b_3 B}$. Из этой формулы следует:

$$\varepsilon\left(\frac{q}{m}\right) = \varepsilon(v_{0y}) + \varepsilon(b_3) + \varepsilon(B).$$

7.7. Погрешность измерения удельного заряда при выполнении эксперимента 4.

Для измерения используется формула $\frac{q}{m} = \frac{4\pi^2 E}{k_4}$. Из этой формулы следует:

$$\varepsilon\left(\frac{q}{m}\right) = \varepsilon(E) + \varepsilon(k_4).$$

8. Контрольные вопросы

- 8.1. Какие поля называются однородными?
- 8.2. Какие поля называются стационарными?
- 8.3. Какие поля называются параллельными?
- 8.4. Как движется заряженная частица в направлении поля?
- 8.5. Как движется заряженная частица в плоскости, перпендикулярной полю?
- 8.6. Как называется кривая, которая является траекторией заряженной частицы в параллельных однородных и стационарных электрическом и магнитном полях?
- 8.7. Можно ли увидеть и сфотографировать траекторию зараженной частицы?
- 8.8. Как зависит период вращения частицы от напряжённости электрического поля и от магнитной индукции?
- 8.9. Что такое «шаг винтовой линии»?
- 8.10. Может ли шаг траектории частицы быть отрицательным?
- 8.11. От каких факторов зависит шаг траектории частицы?
- 8.12. От каких характеристик полей шаг траектории частицы зависит линейно?
- 8.13. Предложите альтернативный способ измерения удельного заряда частицы при проведении эксперимента 1.
- 8.14. Зачем в экспериментальной установке кнопка «Масштаб»?

9. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 9.1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 3.– М.: Наука, 1977–1985.
- 9.2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 2. – М.: Наука, 1989.
- 9.3. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2003.
- 9.4. Ревинская О.Г., Кравченко Н.С. Лабораторный практикум по изучению моделей физических процессов на компьютере. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2007.
- 9.5. Рипп А.Г. Обработка измерений: метод пособие. – Севастополь: СНУЯЭП, 2012.

**Рипп Александр Гешелевич
Довгаленко Владимир Васильевич**

**Шаг траектории частицы
в параллельных полях**

Учебное пособие по общей физике

В авторской редакции

Изд. № 30/18. Объём: 1,25 п. л.

РИИЦМ ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»